



NOVÝ

Pomocník

Nový
Pomocník
z matematiky
pre 9. ročník ZŠ
a 4. ročník GOŠ

2. zošit



Meno

Trieda



Titul je šetrný
k životnému prostrediu
a je 100% recyklovateľný.

Autorky

PaedDr. Iveta Kohanová, PhD.
Mgr. Jana Kňazeová
RNDr. Erika Tomková

Lektori

RNDr. Anna BočKayová
RNDr. Monika Dillingerová, PhD.
RNDr. Mgr. Ľudmila Matoušková
Ing. Roman Sivák

Dizajn Ladislav Blecha

Ilustrácie Viktor Csiba

Vydal ©

Orbis Pictus Istropolitana, spol. s r. o.
Miletičova 7, 821 08 Bratislava
v roku 2021 (5/N)

Zodpovední redaktori

Mgr. Michal Malík
Mgr. Lubomír LábaJ

Jazyková redaktorka

Mgr. Lucia Demková

Predtlačová príprava

Helondia, s. r. o., Bratislava

Všetky práva vyhradené.

Kopírovať, rozmnožovať a šíriť
toto dielo alebo jeho časť
bez súhlasu vydavateľa je trestné.

ISBN 978-80-8120-881-2

Naše vydavateľstvo sa snaží o maximálnu
kvalitu a Váš názor nám nie je ľahostajný.
Vaše pripomienky a návrhy radi uvítame
na adrese redakcia@orbispictus.sk

Milí učitelia a žiaci!

Pripravili sme pre vás dvojdielnu pracovnú učebnicu, ktorej meno prezrádza, že jej hlavnou úlohou je pomôcť vám zvládnuť učivo matematiky. Nešpecializuje sa, je určená pre každého, kto si k nej sadne a bude počítat, počítat a počítat. Úlohy sú gradované, čo znamená, že sú ako počítačová hra, začína sa ľahkými a ich náročnosť sa v jednotlivých kapitolách stupňuje.

Dôležité pojmy, algoritmy a vzťahy nájdete na čiernych **tabuliach**. Ponúkajú hotové „poučky“ alebo „poučky“, ktoré si na základe vypočítaného či narysovaného aj sami dotvoríte. Na tabuliach nájdete aj informácie, ktoré by ste už mali vedieť, len si na ne možno nespomeniete, a pri riešení daných úloh sú dôležité.

Ak je počítania priveľa, Nový Pomocník vám ho spestrí rôznymi **tajničkami**. Tie môžu byť vyfarbovacie, zoradovacie, doplňovacie a všelijaké iné. Veď sami uvidíte :) Vďaka nim sa dozviete rôzne zaujímavosti nielen z matematiky. Slúžia aj ako autokontrola: *tajnička nevyšla* → *niekde v počítaní je chyba* → *úlohu si treba skontrolovať* → *opraviť ju* → *už to mám vyriešené správne*.

V závere každej kapitoly nájdete **test**. Odpovede nemusíte hľadať, my sme ku každej úlohe vymysleli štyri rôzne. Pravda je ale taká, že správna je len jedna, práve jedna a vždy len jedna.

Pri niektorých úlohách sú zvláštne značky – piktogramy:



Pri riešení úloh s klobúkom si budete musieť trochu viac potrápiť hlavu.



Takto označené úlohy sú pre tých, ktorí prácu na hodine skončili skôr.



Kalkulačka prezrádza, že jej pomoc je priam nevyhnutná.

Veríme, že sa **Nový Pomocník** stane na hodinách matematiky a možno aj doma vašim skutočným Pomocníkom a aj vďaka nemu získate Nové vedomosti a zručnosti.

Autorky

Iveta Kohanová

Jana Kňazeová

Erika Tomková



Nový
Pomocník
z matematiky
pre 9. ročník ZŠ
a 4. ročník GOŠ
2. zošit



OrbisPictusIstropolitana
Bratislava

Lineárne nerovnice

Číselná os. Intervaly a množiny

1 Napiš aspoň tri rôzne čísla, ktoré vyhovujú zadaniu.

- a Juro má viac ako 15 rokov.
- b Mirka meria najviac 165 cm.
- c Nákup nebude stáť viac ako 7,80 eura.
- d Z torty ostalo menej ako $\frac{1}{3}$.
- e Denná teplota sa bude pohybovať medzi -5°C a -3°C .

Ktorá situácia
a) až e) je zapísaná
nerovnicou?



$x > 165$

$x > 7,80$

$x \leq 7,80$

$x < 165$

$x \leq 165$

$x \leq \frac{1}{3}$

$-5 \leq x \leq -3$

$-5 \leq x < -3$

$x > 15$

$x \geq 15$

$x < \frac{1}{3}$

$x < 15$

2 Doplní znaky $<$, $\leq$, $>$, $\geq$ tak, aby vznikli platné nerovnosti.

a -2 -5 $0,8$ $0,80$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{8}$ $3,91$ $9,31$ $-\frac{11}{2}$ $-5,8$

b 2^3 3^2 $\sqrt{5}$ $\sqrt{3}$ 7^0 $0,7$ 3 $\sqrt[3]{27}$ $2\frac{5}{7}$ $2,9$

Znaky ostrej
nerovnosti:

$<$ $>$

Znaky neostrej
nerovnosti:

$\leq$ $\geq$



Nerovnosť

vyjadruje vzťah
medzi dvoma číslami.

$6 < 9$

$8 \geq 5$

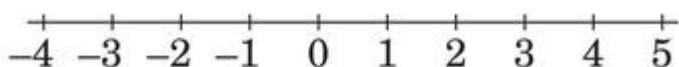
Lineárna nerovnica s jednou neznámou

$x + 1 > 7$

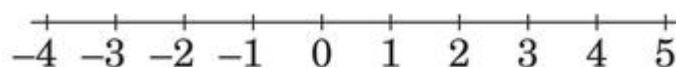
$2y + 4 \leq 3(y - 1)$

3 Na číselnej osi znázorni všetky čísla x , ktoré vyhovujú nerovnici $-3 < x \leq 4$, ak:

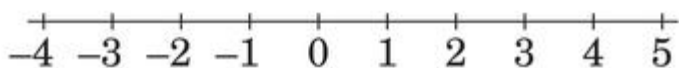
a $x \in \mathbb{N}$ (x je z množiny prirodzených čísel).



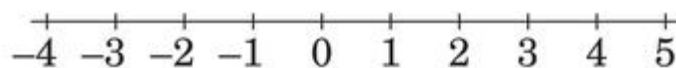
b $x \in \mathbb{Z}$ (x je z množiny celých čísel).



c $x \in \mathbb{R}$ (x je z množiny reálnych čísel).



d $x \in \mathbb{Z}^-$ (x je z množiny celých záporných čísel).



4 Zapíš nerovnicou a znázorni na číselnej osi.

a x je kladné číslo.



Ak nie je dané
inak, myslíme
reálne číslo.

b x je záporné číslo.



c x je nekladné číslo.



d x je nezáporné číslo.



Intervaly

$$-1 < x < 5$$



$$x \in (-1; 5)$$

$$4 < x \leq 9$$



$$x \in (4; 9]$$

$$x > 5$$



$$x \in (5; \infty)$$

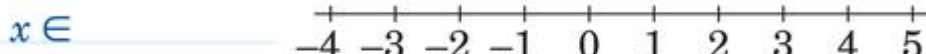
$$x \leq -2$$



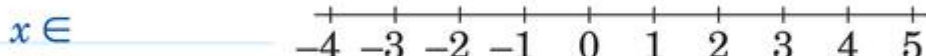
$$x \in (-\infty; -2]$$

5 Zakresli na číselnej osi a zapíš pomocou intervalov.

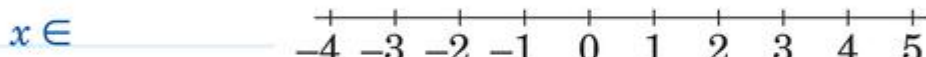
a $-2 \leq x \leq 4$



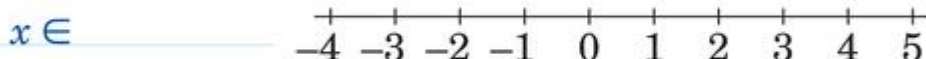
b Myslím si číslo menšie ako $-1,5$.



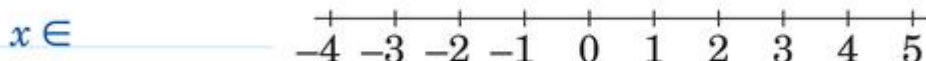
c $x \geq -3$



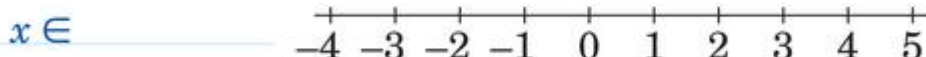
d Myslím si číslo väčšie ako $2,5$.



e Moje číslo je menšie ako 5 a väčšie, nanajvýš rovné 0.



f Pre číslo x platí: $x > -3$ a zároveň $x < 4$.



Na zápis čísel, ktoré sú riešením nerovnice, používame aj **množiny**.

Všetky prirodzené korene nerovnice $-1 \leq x < 4$ zapíšeme: $x \in \{1, 2, 3\}$.

Ak nerovnica nemá riešenie, potom je množina koreňov prázdna: $x \in \{ \}$.

6 Riešenie nerovnic zapíš intervalom alebo množinou.

$x \in R$ (x je z množiny reálnych čísel)

$x \in N$ (x je z množiny prirodzených čísel)

$x \in Z$ (x je z množiny celých čísel)

$$-6 \leq x < 1$$

$$-8,3 < x \leq -4$$

Riešenie nerovníc

1 Vynásob alebo vydeľ nerovnosti daným číslom. Vyznač, či nerovnosť platí aj po úprave.

a $3,2 < 4,5 \quad / \cdot 2$



platí – neplatí

b $7 > 6 \quad / \cdot (-3)$



platí – neplatí

c $8 \leq 12 \quad / : 4$



platí – neplatí

d $3,9 \geq -2,6 \quad / : (-1,3)$



platí – neplatí

2 a Skontroluj riešenia nerovníc a over ich správnosť dosadením čísel $-1, 0, 4$.

Označ $\checkmark$ alebo $\times$ podľa toho, či skúška správnosti vyšla alebo nevyšla.

Pôvodná nerovnica (PN)	$x - 2 < 1 \quad / + 2$	$x + 3 > 4 \quad / - 3$	$\frac{x}{-2} \leq 1 \quad / \cdot (-2)$	$3x \leq 6 \quad / : 3$
Upravená nerovnica (UN)	$x < 3$	$x > 1$	$x \leq -2$	$x \leq 2$
Skúška pre $x = -1$	PN $-3 < 1$			
	UN			
Skúška pre $x = 0$	PN			
	UN			
Skúška pre $x = 4$	PN			
	UN			

b Zakrúžkuj tie skúšky správnosti, v ktorých ti nevyšla zhoda pre pôvodnú a upravenú nerovnicu.

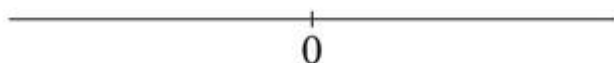


Lineárne nerovnice riešime podobne ako lineárne rovnice, používame ekvivalentné úpravy. Pri násobení alebo delení nerovnice záporným číslom znak nerovnosti musíme zmeniť na opačný.

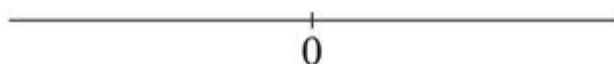
$$\begin{aligned} 3x &< 8 & / \cdot (-2) \\ -6x &> -16 \end{aligned}$$

3 a Rieš nerovnice. Riešenia znázorni na číselnej osi a zapíš intervalmi.

$$-4x > -48$$



$$x + 1 \leq 0$$



b Urob skúšku správnosti pre ľubovoľné číslo patriace do intervalu, ktorý je riešením nerovnice.

Skúška: $x =$

L:

P:

Skúška: $x =$

L:

P:

4 Rieš nerovnice. Riešenie vyznač na číselnej osi a zapíš ho intervalom. Urob skúšku správnosti.

a $y + 3 \geq 3 \quad / - 3$

Skúška: $y =$

L:

P:

e $7 \leq 4y + 31$

b $-9 > y - 6 \quad / + 6$

f $-8 > 4x - 14$

c $-3y + 6 \geq 0 \quad / - 6$

g $-8x - 3 \geq 33$

d $6w - 5 \geq 6w - 5(2w + 7)$

h $2(w - 5) \leq 4w - 3(w + 1)$

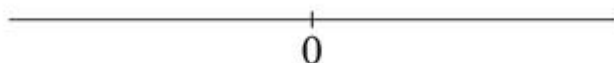


5

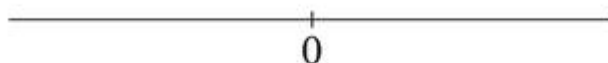
Rieš nerovnice. Riešenie zapíš intervalom.

Urob skúšku správnosti pre najmenšie prirodzené číslo, ktoré je riešením nerovnice.

a $3(w - 5) < 4w - 2 - 2(w + 3)$



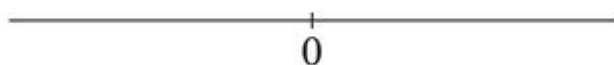
d $-4(3 - w) > 7w - 3(w + 1)$



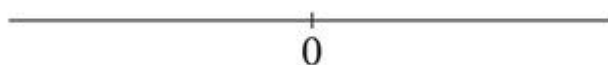
Ak nerovnica
platí pre všetky x ,
napíšeme $x \in \mathbb{R}$.

Ak nerovnica nemá
riešenie, napíšeme
 $x \in \emptyset$ alebo $x \in \{ \}$.

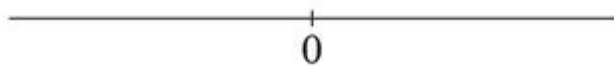
b $-1 < w + 6(4 - w)$



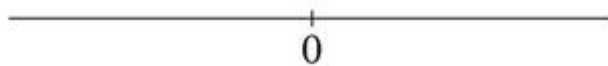
e $w + 10 \geq 3w + 2(3w - 7)$



c $-4(w - 2) > -w - 3(w + 1)$



f $6(w - 1) \geq -w + 2(w + 2)$



6 Označ rovnakou farbou nerovnicu a interval, ktoré patria k farebnému riešeniu na číselnej osi.



$x \in (-\infty; 6)$

$x \in (-\infty; 2)$

$x \in (-2; \infty)$

$x \in (6; \infty)$

$3x - (4 + x) \leq 5x + 2$

$3x + (4 + x) < 5x - 2$

$3x - (-4 - x) > 5x - 2$

$3x + (4 - x) \geq 5x - 2$

7 Dve strany trojuholníka majú dĺžky 16 cm a 21 cm. Akú dĺžku môže mať tretia strana trojuholníka?

8 V rovnoramennom trojuholníku je dĺžka ramena 42 mm. Akú veľkosť môže mať základňa?

9 V tupouhlom trojuholníku je veľkosť vnútorného uhla 37° . Akú veľkosť môže mať druhý vnútorný uhol, ktorý nie je tupý?

10 Myslím si prirodzené číslo. Ak k jeho dvoj-násobku pripočítam 8, dostanem číslo menšie ako 20. Ktoré číslo si môžem myslieť?

11 a Vyrieš nerovnice. Riešenie zapíš intervalom.

R $2k - (k - 3) + 4 \leq 3k$

U $2,8 - 3(1,2 - 4,5k) \leq 11,2 - 4,5k$

G $17 - 2(4 - k) < -2k - 2(3 - 2k)$

E $5,7 + 2,1k + 3(0,3k - 0,2) < 0,1 + 4k$

O $7 - 3(k + 2) \geq -4k + 2$

B $-25 + 13(0,3 - k) > 17 - (51 + 13k)$

b Doplní do tabuľky označenie nerovnice tak, aby číslo nad ním bolo jej najmenším celým nezáporným riešením. Písmená doplň do vety podľa farby políčka.

žiadne	0	1	4	6	všetky

Francúzsky matematik Pierre 
v roku 1734 prvýkrát použil symboly $\leq$, $\geq$ (s dvoma čiarkami). Symboly pre neostrú nerovnosť s jednou vodorovnou čiarkou už skôr (1670) použil anglický matematik John Wallis, čiarku však písal nad znakom nerovnosti $\lessgtr$, $\gtrless$.

12 Urč, pre aké d je hodnota výrazu kladná, záporná, nekladná a nezáporná.

a $6d - 24$

b $-5d + 6$

c $3d - \frac{d}{3}$

kladná

záporná

nekladná

nezáporná

kladná

záporná

nekladná

nezáporná

kladná

záporná

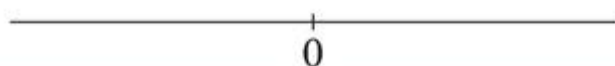
nekladná

nezáporná

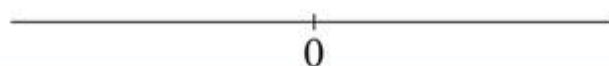


13 Vyhľadaj nerovnice. Riešenie vyznač na číselnej osi a zapíš ho intervalom.

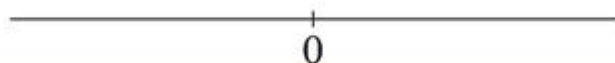
a $\frac{a}{3} \geq \frac{4}{5}$



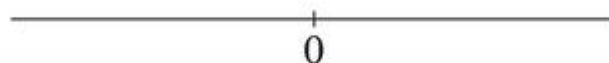
b $\frac{5a}{2} < \frac{1}{3}$



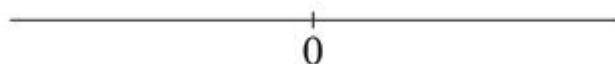
c $2 - \frac{a+4}{3} \geq \frac{5+2a}{2}$



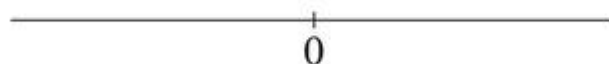
d $\frac{3a-4}{5} + \frac{a+2}{3} \leq 1 - \frac{a}{15}$



e $\frac{3a-4}{4} + 3 \leq 5 - \frac{6-2a}{5}$



f $-3 - \frac{2(a-1)}{6} \geq \frac{7-a}{4}$



14 Vyhľadaj nerovnicu a zapíš najmenšie nezáporné celé číslo, ktoré je jej riešením.

a $5,2c - (c - 1,2) \geq -3c - 6$

b $4c + 2(-c - 3,4) > -2c + 10$

c $\frac{c+5}{3} - \frac{c-2}{6} > \frac{c}{2} - \frac{c-3}{4}$

d $\frac{2c-8}{3} - \frac{-3c-5}{2} < -1$

Slovné úlohy na nerovnice

- 1** Xaver má našetrených 65 € a mesačne dokáže ušetriť 12 €. Xénia má našetrených 82 € a mesačne dokáže ušetriť 7 €. Minimálne za koľko mesiacov bude mať Xaver našetrených viac eur ako Xénia?

- 2** Plnú nádrž s objemom 3 000 litrov vypúšťame rýchlosťou 55 litrov za minútu. Koľko minút ju treba vypúšťať, aby z nádrže vytieklo viac ako polovica, ale menej ako dve tretiny jej objemu?

- 3** Dvaja operátori mobilných telefónov ponúkajú paušály uvedené v tabuľke. Po koľkých minútach po prevolaní paušálu bude mesačná suma za Mobifon vyššia ako za Nasfon?

	Mobifon	Nasfon
Mesačný paušál	10 €	14 €
1 min hovoru po prevolaní paušálu	0,25 €	0,15 €

- 4** Keby turista znížil svoju rýchlosť o 1 km/h, za 3 hodiny by prešiel menej ako 12 km. Keby pridal do kroku o 1 km/h, za 5 hodín by prešiel viac ako 25 km. Akou rýchlosťou ide turista?



OTESTUJ SA

1 Nerovnici $-1 < x \leq 7$ zodpovedá interval:

A: $x \in \langle -1; 7 \rangle$.

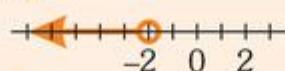
C: $x \in \langle -1; 7 \rangle$.

B: $x \in (-1; 7)$.

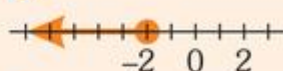
D: $x \in (-1; 7)$.

2 Na ktorej číselnej osi je správne znázornené riešenie nerovnice $x > -2$?

A:



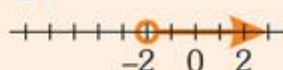
C:



B:



D:



3 Ktoré číslo patrí do množiny riešení nerovnice $-2x + 5 > 17$?

A: -4

B: -6

C: -7

D: 5

4 Riešením nerovnice $\frac{-x}{4} > 8$ je

A: $x > -2$.

C: $x > -32$.

B: $x < -2$.

D: $x < -32$.

5 Riešením nerovnice $3 - 5y \leq 23$ je interval

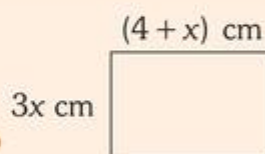
A: $y \in \langle -4; \infty \rangle$.

C: $y \in \langle 4; \infty \rangle$.

B: $y \in (-\infty; -4)$.

D: $y \in (-\infty; 4)$.

6 Ktorý interval najlepšie ohraničuje hodnotu x , aby obvod obdĺžnika vpravo bol aspoň 92 cm?



A: $x \in \langle 22; \infty \rangle$.

C: $x \in \langle 7,08; \infty \rangle$.

B: $x \in \langle 10,5; \infty \rangle$.

D: $x \in \langle 6,1\bar{3}; \infty \rangle$.

7 Ak sa priemerná rýchlosť auta zvýši o 5 km/h, tak za 6 hodín prejde viac ako 270 km. Aká **nemohla** byť jeho pôvodná rýchlosť?

A: vyššia ako 60 km/h

B: nižšia ako 60 km/h

C: vyššia ako 40 km/h

D: nižšia ako 40 km/h

8 Pani Gitka našetrila 225 eur na opravu auta. Automechanik povedal, že náhradný diel stojí 78 eur a za 1 hodinu práce si účtuje 35 eur. Ktorou nerovnicou vypočítame najdlhší čas opravy, aby na ňu postačili našetrené peniaze?

A: $225 - 35x < 78$

C: $35 + 78x \leq 225$

B: $113x \leq 225$

D: $35x + 78 \leq 225$

Povrch a objem telies

Zopakuj si

V celej kapitole
môžeš používať
kalkulačku.



1 Premeň na dané jednotky. V tabuľke vyznač číslo, ktoré nepatrí medzi výsledky.

a	2 073 m =		km	2,703 m =		mm
	20,73 cm =		m	0,273 dm =		cm
	2,73 m =		cm	207,3 mm =		cm
	273 mm =		cm	273 mm =		m
	2,703 dm =		mm	0,273 km =		dm

0,273	2 703	27,3	2,073	27,03	0,207 3	2,73	273	270,3	2 730	20,73
-------	-------	------	-------	-------	---------	------	-----	-------	-------	-------

b	605 cm ² =		dm ²	500,6 mm ² =		dm ²
	6,005 cm ² =		dm ²	5,06 m ² =		dm ²
	0,605 ha =		dm ²	3,02 dm ² 348 cm ² =		dm ²
	0,42 m ² 8,6 dm ² =		dm ²	6,3 a 20 m ² =		dm ²
	25,2 m ² 5,798 a =		dm ²	0,41 m ² 15 dm ² =		dm ²

6,5	0,060 05	506	65 000	60,5	0,050 06	6,05	605 000	56	60 500	50,6
-----	----------	-----	--------	------	----------	------	---------	----	--------	------

c	500 000 mm ³ =		dm ³	50 500 dm ³ =		m ³
	0,555 m ³ =		dm ³	5 500 cm ³ =		dm ³
	5,5 hl =		m ³	505 ml =		dl
	5,05 l =		cl	0,055 5 cm ³ =		mm ³
	5,5 m ³ =		hl	5 l =		hl

55	0,05	0,55	0,5	555	55,5	5,5	0,555	50,5	505	5,05
----	------	------	-----	-----	------	-----	-------	------	-----	------

2 Vypočítaj objem a povrch štvorbokého kolmého hranola s výškou 10,4 cm, ktorého podstava je kosodĺžnik s rozmermi $a = 0,1$ m, $b = 93,2$ mm, $v_a = 5$ cm.

**Povrch a objem
kolmého hranola**

$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

$$V = S_p \cdot v$$

- 3** Vypočítaj povrch trojbokého kolmého hranola s objemom 490 cm^3 , ktorého podstava tvaru trojuholníka má rozmery $a = 0,8 \text{ dm}$; $b = 7 \text{ cm}$; $c = 5,8 \text{ cm}$; $v_a = 49 \text{ mm}$.

- 4** Vypočítaj objem pravidelného štvorbokého hranola, ktorého povrch je $10\,112 \text{ cm}^2$ a dĺžka hrany podstavy je $0,16 \text{ m}$.

- 5** Obrázková skladačka z drevených kociek má hmotnosť $0,792 \text{ kg}$. Jedna kocka má dĺžku hrany 4 cm a hmotnosť 33 gramov . Zisti, koľko kociek tvorí skladačku, a vypočítaj hustotu dreva v kg/m^3 .



- 6** Akvárium má dĺžku 5 dm , šírku 4 dm a je v ňom 60 litrov vody.

a Vypočítaj výšku akvária, ak voda siaha 5 cm pod okraj.

b Vypočítaj celkový objem akvária.

Valec, jeho objem a povrch

- 1** Dano chcel približne odmerať hrúbku kancelárskeho papiera s rozmermi 210×297 mm. Postupoval tak, že odmeral výšku celého balíka, v ktorom je 500 hárkov. Nameral 5,5 cm.

- a** Akú hrúbku má hárko kancelárskeho papiera?
- b** Akú výšku by mal balík, v ktorom by bolo 350 hárkov?
- c** Aký objem by mal balík, v ktorom by bolo 350 hárkov?



- 2** **a** Dano meral aj hrúbku jedného CD, ktorého priemer je 12 cm. Niekoľko ich naukladal na seba a dostal valec s výškou 10,3 cm. Ako zistí hrúbku jedného CD?

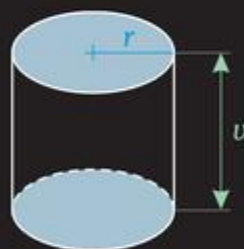
- b** Dano počítal objem valca z CD tak, že plochu jednej strany cédečka vynásobil výškou valca. Je jeho postup správny? Ak áno, dokonči výpočet.

Počítaj
s hodnotou
 $\pi = 3,14$.



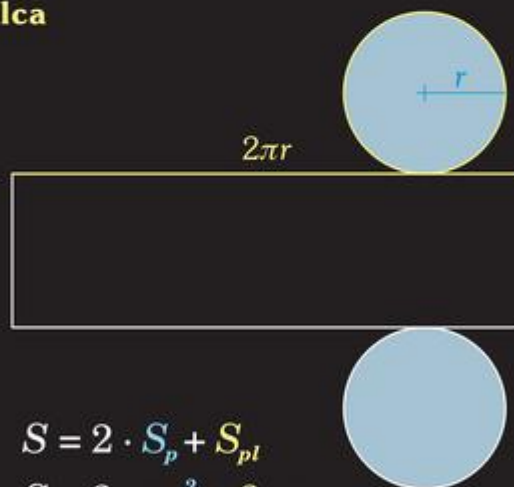
- 3** Pohár má tvar valca s vnútorným priemerom 5 cm a výškou 14 cm. Aký objem v decilitroch má voda v tomto pohári, ak siaha 3 cm pod okraj a dno má hrúbku 0,8 cm?

Objem a povrch valca



$$V = S_p \cdot v$$

$$V = \pi r^2 \cdot v$$



$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

$$S = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r v$$

- 4** Marína separuje kovové obaly. Sterilizovaný hrášok, kukurica a mrkva sa predávajú v plechovkách tvaru valca s priemerom 7 cm a výškou 10 cm. Koľko cm^2 kovového obalu sa zrecykluje, ak Marína dá do separovaného odpadu 6 takýchto plechoviek?

- 5** **a** Zo vzťahu pre výpočet objemu valca vyjadri r a v . **b** Zo vzťahu pre výpočet povrchu valca vyjadri v .

$$V =$$

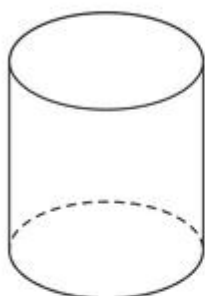
$$S =$$

$$v =$$

$$r =$$

$$v =$$

- 6** Dopln tabuľku o rôznych valcoch. Všetky hodnoty sú v rovnakých jednotkách.



Výška	Polomer	Obsah podstavy	Obsah plášťa	Povrch	Objem
10	10				
	8				1 808,64
		3,14	31,40		
8					401,92
		254,34		847,80	
		113,04			226,08

- Valčeky vyrobené z rôznych materiálov majú rovnakú výšku 10 cm, ale rôzny polomer.**

- a** Podľa hustoty daného materiálu vypočítaj hmotnosť každého valčeka.

Materiál	ρ [kg/m ³]
mosadz	8 500
keramika	2 500
cín	7 310
meď	8 960

Materiál	I	L	R	E	Y	C	D	N
Polomer [cm]	10	5	12	9	8	4	7	6
Hmotnosť [kg]								

- b** Zorad hmotnosti do horného riadka vzostupne a dopíš písmeno, ktoré je na valčeku.

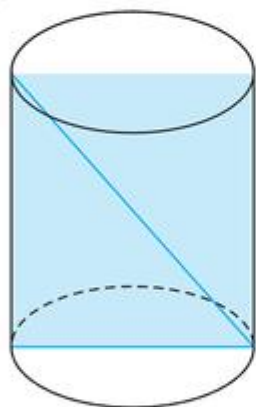
Čo znamená toto slovo v angličtine?



- 7** Plášť valca tvorí štvorec s obsahom 144 dm^2 . Vypočítaj objem a povrch tohto valca.

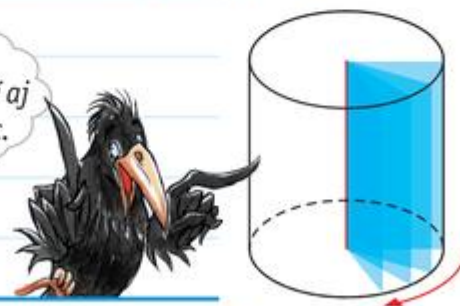
- 8** Do nádoby tvaru kocky s objemom 1 liter sme vložili najväčší možný valec z olova. Koľko decilitrov vody sa teraz zmestí do nádoby?

- 9** Valcový sud má podstavu s obsahom $19,625 \text{ dm}^2$ a jeho osový rez je obdĺžnik s dĺžkou uhlopriečky 1,3 m. Vypočítaj objem a povrch suda.



- 10** Rotáciou obdĺžnika s rozmermi $4 \times 10 \text{ cm}$ okolo dlhšej strany vznikne valec. Vypočítaj jeho povrch.

Valcu sa
niekedy hovorí aj
rotačný valec.



- 11** Z dvoch rovnakých kartónových obdĺžnikov s rozmermi $56 \times 60 \text{ cm}$ zvinieme dve rôzne valcové rúrky tak, že na zlepenie sa kartón prekrýva o 1 cm. Ktorá z rúrok má väčší objem?

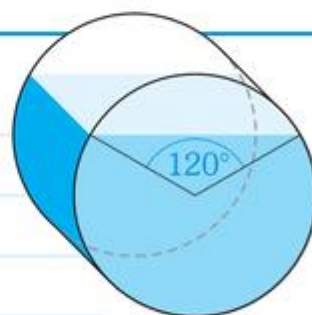
- 12** Koľkokrát sa musí otočiť záhradný valec s priemerom 4 dm, aby zvalcoval pás trávniku dlhý 7,5 m?

- 13** Hrnec tvaru valca s priemerom 24 cm je naplnený vodou do polovice. O koľko centimetrov stúpne hladina, ak doň prilejeme ešte liter vody?

- 14** Cukrárka potahuje povrch trojposchodovej torty fondánom. Koľko dm^2 torty pokryje, ak je torta vysoká 24 cm, priemer spodného poschodia je 40 cm a každé vyššie poschodie má priemer o 10 cm menší?

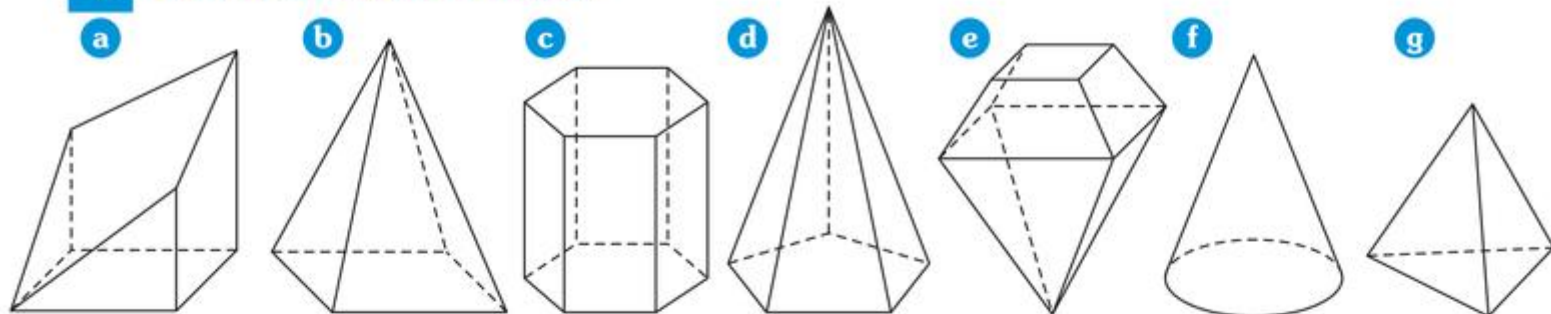


- 15** Cisterna tvaru ležateho valca má dĺžku 2,5 m a priemer 1 m, hladina vody v nej siaha do výšky 75 cm. Koľko litrov vody je v cisterne?



Ihlan, jeho objem a povrch

1 Vyznač tie telesá, ktoré sú ihlany.



2 Rozhodni, či tvrdenie platí.

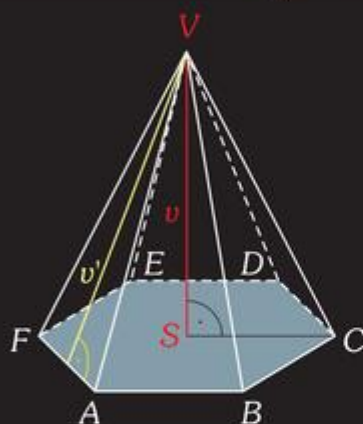
- | | | |
|---|---|-----------|
| a | Podstava ihlana môže byť ľubovoľný n -uholník. | áno – nie |
| b | Bočnou stenou ihlana môže byť obdĺžnik. | áno – nie |
| c | Počet bočných stien ihlana je rovnaký ako počet strán podstavy. | áno – nie |
| d | Bočnými stenami ihlana sú vždy iba trojuholníky. | áno – nie |
| e | Podstava ihlana môže byť kruh. | áno – nie |
| f | Ak je podstava ihlana n -uholník, potom ihlan má $2n$ hrán. | áno – nie |



Ihlan

Podstava 6-uholník $ABCDEF$
 Hlavný vrchol bod V
 Výška v
 Bočné hrany AV, BV, CV, DV, EV, FV
 Steny trojuholníky $ABV, BCV, CDV, DEV, EFV, AFV$
 Výška bočnej steny v'

Podstava **pravidelného** n -bokého ihlana je pravidelný n -uholník.

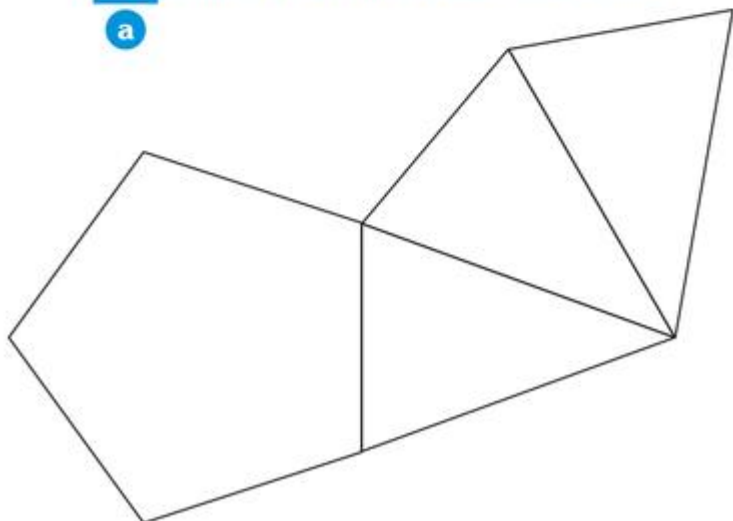


Trojboký ihlan voláme **štvorsten**.

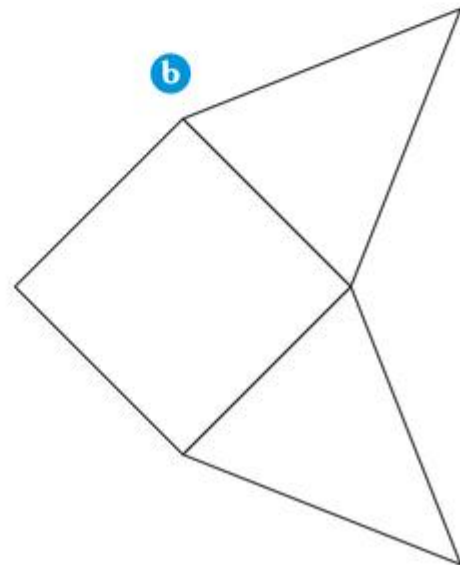


3 Dorysuj chýbajúcu časť siete ihlana.

a



b



Sieť -bokého ihlana.

Sieť -bokého ihlana.

- 4 Vyznač sieť, z ktorej sa nedá zložiť pravidelný štvorboký ihlan.



Povrch ihlana

vypočítame ako súčet obsahu podstavy a obsahu plášťa.

$$S = S_p + S_{pl}$$



- 5 Čaj je balený v hodvábných vrecúškach v tvare pravidelného 4-bokého ihlana. Koľko materiálu sa minie na jedno vrecúško, ak hrana podstavy meria 3 cm a výška vrecúška je 6 cm?

- 6 Iný výrobca balí čaje do vrecúšok v tvare pravidelného štvorstena s dĺžkou hrany 5 cm. Koľko materiálu sa minie na jedno takéto vrecúško?

- 7 Kocku s dĺžkou hrany a rozdelíme na šesť rovnakých ihlanov tak, že ich vrcholy sú totožné so stredom kocky (obrázok).

- a Doplň vetu a zapíš.

Objem jedného ihlana je _____ objemu kocky.

$$V = \boxed{} a^3$$

- b Ako vypočítaš obsah podstavy ihlana?

$$S_p = $$

- c Ako vypočítaš výšku ihlana?

$$v = $$

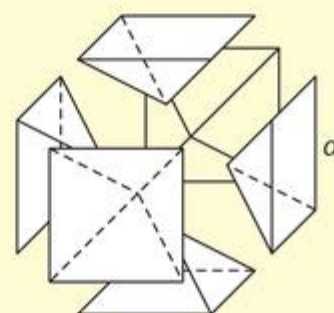
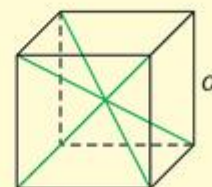
- d Doplnením a úpravami pravej strany rovnice zisti, aké číslo patrí do zelenej plochy.

$$V = V$$

$$\frac{1}{6}a^3 = \boxed{?} \cdot S_p \cdot v$$

$$\frac{1}{6}a^3 = \boxed{?} \cdot $$

$$\frac{1}{6}a^3 = \boxed{?} \cdot $$

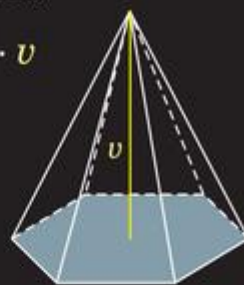


- 8 Vypočítaj objem vosku, z ktorého je vyrobená sviečka v tvare pravidelného šesťbokého ihlana s výškou 6,5 cm a dĺžkou hrany podstavy 3 cm.

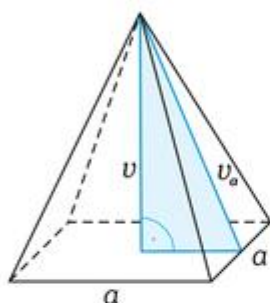
Objem ihlana

vypočítame ako jednu tretinu súčinu obsahu podstavy a výšky ihlana.

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$$



- 9 Vyznač v tabulke správne hodnoty objemu a povrchu pravidelného štvorbokého ihlana, ktorého telesová výška je 0,1 m a stenová výška je 15 cm.



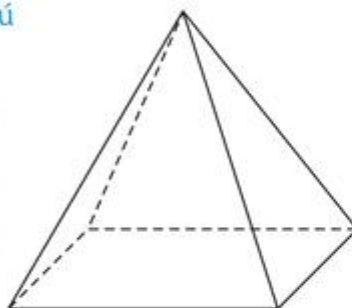
V [cm ³]	1 666,57	416,63	4 999,71
S [cm ²]	1 170,77	460,39	1 841,57

- 10 Vyfarbi v tabulke správne hodnoty objemu a povrchu pravidelného štvorbokého ihlana, ktorého hrana podstavy má dĺžku 15 cm a bočná hrana má dĺžku 2 dm.

V [cm ³]	1 272	1 390,5	3 816
S [cm ²]	781,2	733,8	1 337,4

- 11** V akom pomere sú veľkosti povrchov dvoch pravidelných štvorbokých ihlanov, ak objem prvého je 384 cm^3 , objem druhého $24\,576 \text{ cm}^3$? Prvý má hranu podstavy dlhú 12 cm , druhý 48 cm .

- 12** Štvorboký ihlan s výškou 16 mm má obdĺžnikovú podstavu s dĺžkami strán 24 mm a 60 mm . Dopočítaj chýbajúce údaje a doplň tabuľku.



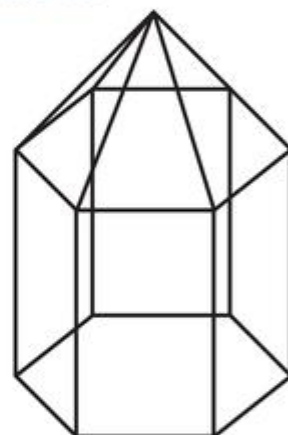
v_a [mm]	
v_b [mm]	
S_p [mm ²]	
S [mm ²]	
V [mm ³]	

- 13** Vypočítaj objem pravidelného štvorstena, ktorého dĺžka hrany je 7 dm .

- 14** Umelecký sklár vyrobil dva dekoratívne predmety. Základom oboch je kocka s dĺžkou hrany 15 cm a pravidelný štvorboký ihlan s výškou 5 cm a dĺžkou hrany podstavy 15 cm. V prvom predmete sú ihlany pridané nad každú stenu kocky, v druhom sú z nej vyrezané. Koľkokrát je prvý predmet ťažší ako druhý, ak hustota použitého skla je $2\,600\text{ kg/m}^3$?



- 15** Opora pre ruže z ocelových tyčí má tvar pravidelného šesťbokého hranola s výškou 160 cm, ktorý je ukončený ihlanom s výškou 40 cm. Hrana podstavy hranola i ihlana meria 40 cm. Aká bude cena materiálu, ak 1 meter tyče stojí 1,20 € a treba počítať s prídavkom 5 %?



- 16** **a** Ako sa zmení objem ihlana, ak strojnásobíme jeho výšku? **b** Ako sa zmení objem ihlana, ak strojnásobíme dĺžku hrany podstavy?

- 17** Trojfarebná sviečka tvaru ihlana je vysoká 9 cm a má štvorcovú podstavu s dĺžkou hrany 9 cm. Červený vosk siaha do tretiny výšky sviečky, nad ním je oranžový vosk, ktorý siaha do dvoch tretín výšky, a vrchná tretina sviečky je žltá. Rozhodni o pravdivosti tvrdení.

- | | |
|---|------------------|
| a Všetky tri časti majú zhodný objem. | áno – nie |
| b Všetky tri časti majú zhodný povrch. | áno – nie |
| c Sviečka má objem ako tretina kocky s dĺžkou hrany 9 cm. | áno – nie |
| d Pomer objemu žltej časti k objemu celej sviečky je 1 : 27. | áno – nie |

Nakresli
si obrázok.



Kužel, jeho objem a povrch

Kužel

Rotáciou pravouhlého trojuholníka okolo jednej z jeho odvesien vznikne rotačný kužel.

Podstava kruh s polomerom r

Výška v

Strana s

Vrchol bod V

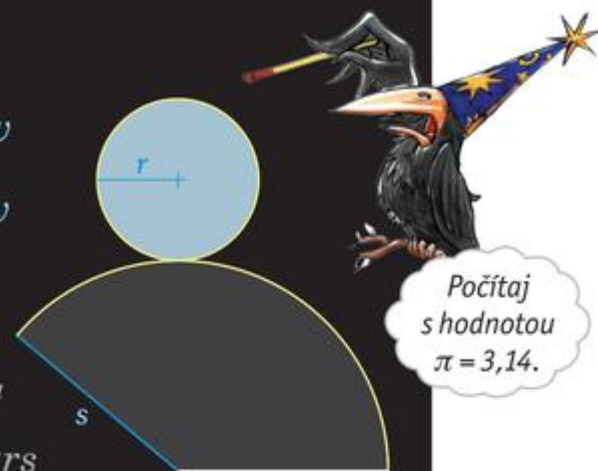


$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 v$$

$$S = S_p + S_{pl}$$

$$S = \pi r^2 + \pi r s$$



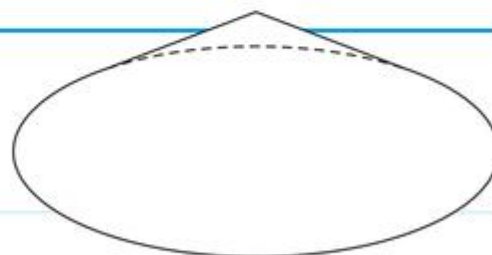
Počítaj
s hodnotou
 $\pi = 3,14$.

- 1 Usporiadaj vzostupne poháre podľa objemu, ak sú dané rozmery ich osových prierezov.

$v = 8 \text{ cm}$ $r = 7 \text{ cm}$ $v = 10 \text{ cm}$
 $r = 5 \text{ cm}$ $s = 10 \text{ cm}$ $s = 11 \text{ cm}$



- 2 Kuželová strecha románskeho kostola má v osovom reze tvar rovnoramenného trojuholníka s výškou na základňu 3 m a ramenom 6 m. Krytina strechy sa musí vymeniť za novú. Koľko m^2 krytiny treba kúpiť, ak sa počíta s prídavkom 5 %?



- 3 a** Doplň tabuľku s údajmi o farebných kužeľoch. Všetky hodnoty sú v rovnakých jednotkách.

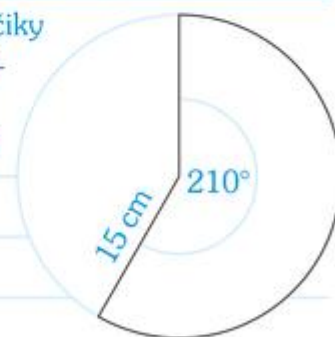
	Polomer podstavy	Výška	Strana	Obsah podstavy	Obsah plášťa	Povrch	Objem
	6	8					
	18		30				
		6	8				
		8		200,00			
			16	400,00			
			16		400,00		
		16					920,52

- b** Rozhodni o pravdivosti tvrdení.

Objem zeleného kužeľa je tretinou žltého kužeľa.	áno – nie
Fialový kužeľ vznikol rotáciou pytagorejského trojuholníka okolo jednej odvesny.	áno – nie
Žltý kužeľ vznikol rotáciou pytagorejského trojuholníka okolo jednej odvesny.	áno – nie
Sivý a modrý kužeľ majú rovnaké objemy aj povrchy.	áno – nie
Objem bieleho kužeľa je polovicou objemu červeného kužeľa.	áno – nie

- 4** Klobúčik tvaru kužeľa má obvod podstavy 31,4 cm. Strana klobúčika meria 12 cm. Koľko m² papiera minie Saška na výrobu 30 klobúčikov, ak počíta s odpadom 20 %?

- 5** Ema vyrába klobúčiky z papiera podľa nákresu. Aký bude priemer klobúčika?



8

Tienidlo na lampu má tvar zrezaného kužela s výškou 20 cm. Horný priemer tienidla je 13 cm, dolný 36 cm a strana zvierá s dolným priemerom uhol 60° . Najmenej koľko látky treba na výrobu tohto tienidla?



Zrezaný
kužel vznikne odre-
zaním jeho hornej
časti.

9

Urč objem a povrch troch telies, ktoré vzniknú rotáciou pravouhlého trojuholníka postupne okolo všetkých jeho strán, ak dĺžka jednej odvesny je 14 cm a dĺžka prepony je 50 cm.

a okolo dlhšej odvesny



b okolo kratšej odvesny



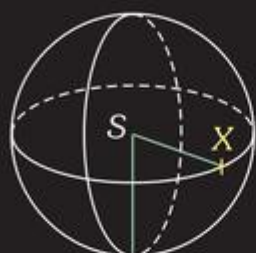
c okolo prepony



Gula

Gula

Stred gule (guľovej plochy) bod S
 Bod guľovej plochy X
 Polomer gule (guľovej plochy) $r = |SX|$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$S = 4\pi r^2$$



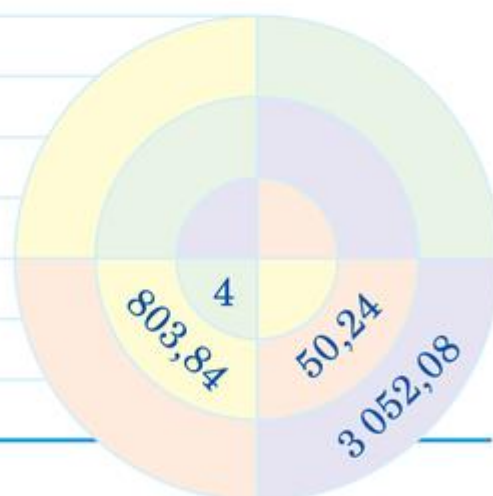
- 1 Loptička na squash s priemerom 4 cm sa balí do najmenejšej možnej škatulky v tvare kocky. Koľko percent objemu škatulky tvorí loptička?

- 2 Zo vzorcov pre výpočet objemu a povrchu gule vyjadri polomer gule.

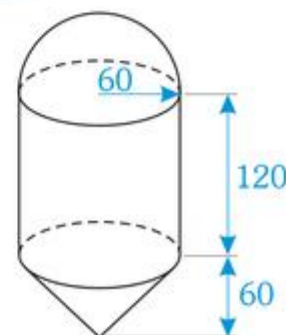
$$S = \quad \rightarrow r =$$

$$V =$$

- 3 Doplň kruhovú „tabuľku“. Vo vnútornom prstenci je polomer gule, v strednom jej povrch a vo vonkajšom objem. Údaje o jednej guli sú podfarbené rovnako. Všetky rozmery sú v rovnakých jednotkách.



- 4 Zásobník na vodu je zložený z valca, polgule a kužeľa (rozmery na obrázku sú v centimetroch). Aký je objem zásobníka v litroch?



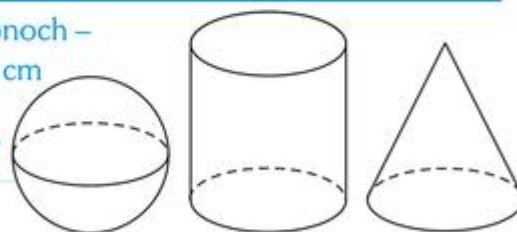
- 5 Vianočná guľa má priemer 6 cm. Vypočítaj, koľko sprejov farby bude potrebných na nastriekanie guľí v 10 škatuliach, ak sú guľe balené po 6 ks a farba z jedného spreja pokryje 480 cm^2 .

- 6 Tri plné guľe s polomerami 3 cm, 4 cm a 5 cm roztavíme a zo všetkého materiálu odlejeme jednu guľu. Aký polomer v centimetroch bude mať nová guľa?

- 7 Ak do plnej šálky vložíme guľôčku, vytlačí 14,13 ml vody. Vypočítaj priemer guľôčky.

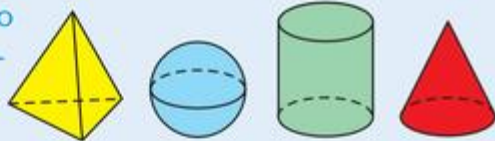
- 8 Povrch guľe je $100\pi \text{ cm}^2$. Vypočítaj objem tejto guľe.

- 9 Výrobca dodáva na trh novú značku parfému v troch rôznych flakónoch – tvaru guľe, kužeľa a valca. Všetky tri flakóny majú rovnakú výšku 9 cm a rovnaký priemer 9 cm. Ak je cena parfému vo flakóne tvaru guľe 40 eur, aká by mala byť cena parfémov v ďalších dvoch flakónoch?



O TESTUJ SA

- 1 Žlté teleso na obrázku je:



A: valec. B: kužeľ. C: ihlan. D: guľa.

- 2 Koľko cm^3 je približný objem gule, ktorej povrch meria $200,96 \text{ cm}^2$?

A: 67 B: 151 C: 268 D: 201

- 3 Guľa má polomer zhodný s výškou valca aj s polomerom jeho podstavy. Potom platí:

A: Valec sa zmestí do gule.
B: Guľa sa zmestí do valca.
C: Objem gule je väčší ako objem valca.
D: Objem valca je väčší ako objem gule.

- 4 Kužeľ má polomer podstavy aj výšku zhodnú s polomerom gule. Potom platí:

A: Kužeľ sa zmestí do gule.
B: Guľa sa zmestí do kužela.
C: Objem gule a objem kužela sú rovnaké.
D: Objem kužela je väčší ako objem gule.

- 5 Záhradný valec so šírkou 1 m sa otočil po trávniku 400-krát a zarovnal tak 12,56 árov. Koľko meria polomer podstavy valca?

A: 0,5 dm B: 0,01 m C: 10 dm D: 50 cm

- 6 Ktorým vzorcom **nevypočítame** objem žiadneho z telies: guľa, ihlan, valec, kužeľ?

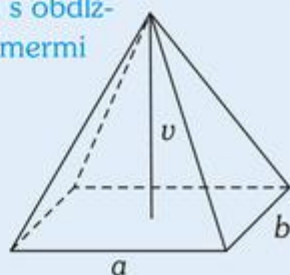
A: $\frac{1}{16}\pi d^2 v$ B: $\frac{1}{6}\pi d^3$ C: $\frac{1}{4}\pi d^2 v$ D: $\frac{1}{12}\pi d^2 v$

- 7 Hmotnosť oceľového drôtu s polomerom 1 mm a dĺžkou 100 m, ak $\rho_{\text{OCE}} = 8,8 \text{ g/cm}^3$, je

A: 78 500 g. C: 0,690 8 kg.
B: 2,763 2 kg. D: 11 528 g.

- 8 Ktoré vyjadrenie hrany b zo vzorca na výpočet objemu 4-bokého ihlana s obdĺžnikovou podstavou s rozmermi $a \times b$, je správne?

A: $b = 3 \cdot V : (a \cdot v)$
B: $b = 3 + V : (a \cdot v)$
C: $b = 3 \cdot V : (a + v)$
D: $b = V : a \cdot v$



K úlohám 3 a 4 si načrtni obrázok.



Autá, autá, autá...

Mama pracuje z domu ako architektka. Kým si však sadne k práci, každé ráno odvezie autom dcéru do školy, odtiaľ syna do škôlky a potom sa vráti naspäť domov.

- 1** Vzdialenosť dom – škola je 4,2 km, škola – škôlka 4,5 km a zo škôlky domov sú 3,8 km. Mamino auto má v meste spotrebu 9 l/100 km a v mesiaci je priemerne 20 pracovných dní. Koľko eur mesačne stojí mamu benzín na ranný rozvoz detí, ak 1 liter benzínu stojí 1,4 eura?



- 2** Pri škole je reklamný stĺp tvaru valca s priemerom 1,2 m a výškou 2 m. Plagáty sa naň lepia asi 15 cm od okraja. Mama chce na stĺpe zverejniť reklamný plagát formátu A3. Koľko eur zaplatí za 4 týždne podľa cenníka v tabuľke?

Veľkosť plochy	Cena za 1 týždeň
– do 1/2 plochy stĺpa	160 eur
– 1/4 plochy stĺpa	80 eur
– 1/8 plochy stĺpa	40 eur
– 1/16 plochy stĺpa	20 eur

Rozmery
formátu A3 sú
297×420 mm.



- 3** Pán Šťastný si kúpil vytúžený veterán. Chce preň garáž, ktorá by však bola tak akurát na auto, aby sa nezmenila na sklad harabúrd. Mama pripravila návrh garáže v tvare polvalca, ktorá je o štvrtinu dlhšia a o dve tretiny vyššia ako auto. Išlo jej o minimálny priestor, ale pohodlné parkovanie. Aký vnútorný objem by mala garáž, ak rozmery auta sú $d \times \text{š} \times v$: 4,8 x 1,78 x 1,47 m?

- 4** Strechu garáže treba natrieť dvoma vrstvami ochranného náteru. Pán Šťastný sa rozhoduje medzi *StrechaKrylom* a *Kombicolorom*. O koľko eur by sa líšila celková cena za tieto nátery?

Obchodná značka	<i>Farbylol</i>	<i>StrechaKryl</i>	<i>Chemokryl</i>	<i>Kombicolor</i>
Cena [EUR/1 kg]	5,50	7,00	5,90	7,10
Výdatnosť farby [kg/m ²]	0,55	0,50	0,65	0,45



- 5** Index spoľahlivosti áut sa určuje podľa počtu porúch a zohľadňuje priemernú cenu za opravu, vek, počet najazdených kilometrov a tiež dobu, počas ktorej bolo auto nepojazdné. Čím je index nižší, tým je auto spoľahlivejšie.

Značka a model	Začatie výroby	Index	Cena opravy (GBP)
Citroën Berlingo Multispace	1997	37	199,54
Ford C-Max	2010	49	288,54
Citroën Xsara Picasso	2000	52	215,34
Chevrolet Tacuma	2005	55	482,62
Renault Scenic	2003	70	285,93
Škoda Roomster	2005	75	365,94
Citroën Berlingo Multispace	2008	84	276,47
Fiat Doblo	2001	102	262,49
Ford Focus C-Max	2003	106	315,25
Ford S-Max	2006	109	401,15



Na základe údajov v tabuľke rozhodni o pravdivosti tvrdení.

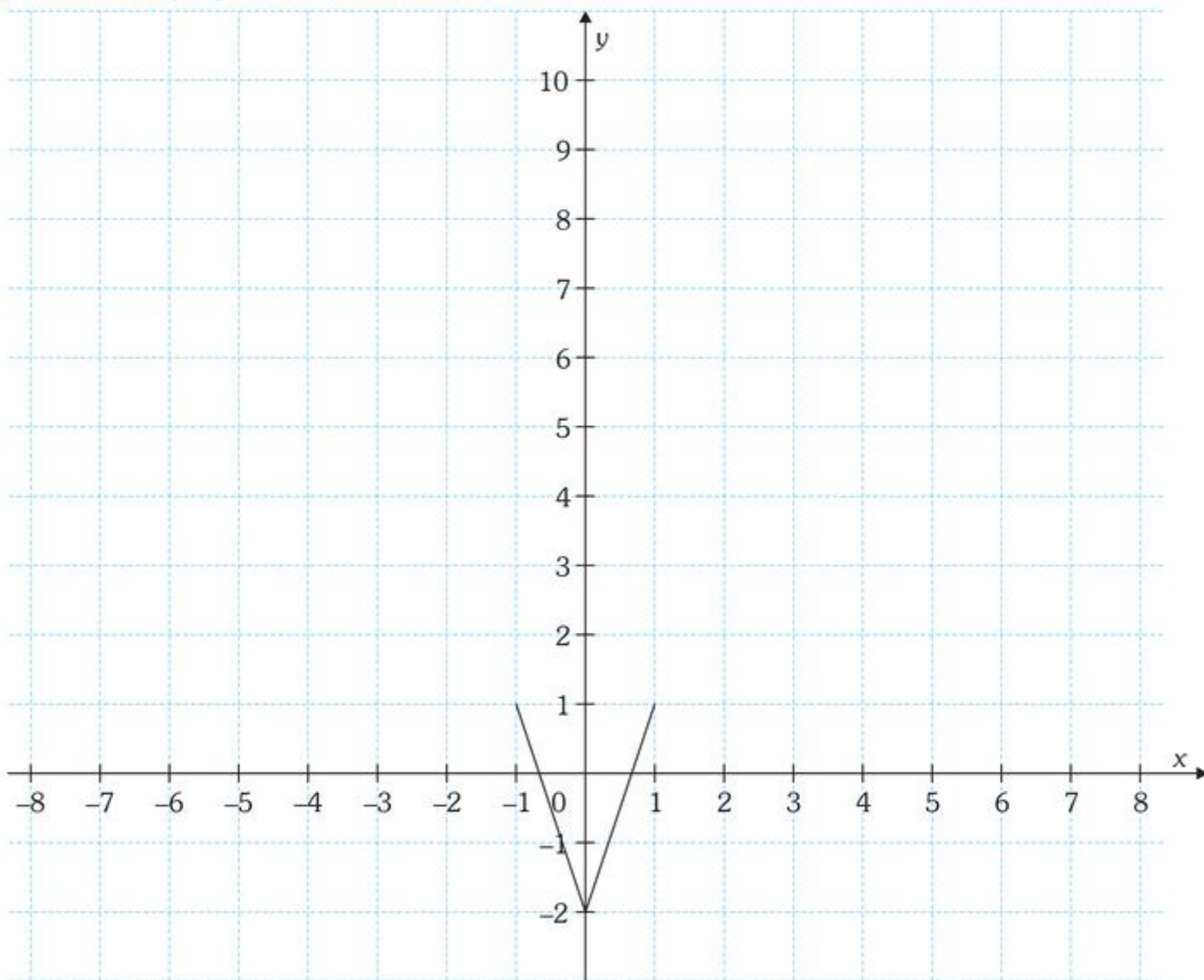
- a** Čím vyšší index spoľahlivosti, tým väčšia priemerná cena opravy. áno – nie
- b** Priemerná cena za opravu áut značky Ford bola nižšia ako áut značky Citroën. áno – nie
- c** Ak kurz britskej libry je $1 \text{ EUR} = 0,7845 \text{ GBP}$, potom cena v eurách je $\frac{\text{Cena v GBP}}{0,7845}$. áno – nie

Funkcie

Pravouhlá sústava súradníc

- | | | | | | | | | | |
|----------|--------------------|-------------|---------------|--------------|-------------------|--------------------|-----------|-----------|-----------|
| 1 | Sú dané súradnice | $O[6; 10]$ | $O_1[4,5; 0]$ | $V_1[3; -2]$ | $\check{N}[5; 7]$ | $O_2[1; 1]$ | $P[2; 8]$ | $C[2; 0]$ | $S[0; 4]$ |
| | šestnástich bodov. | $T[1,5; 6]$ | $K[7,5; 2]$ | $V_2[0; 2]$ | $E[1; 9]$ | $\acute{Y}[0; -2]$ | $V[6; 4]$ | $L[2; 3]$ | $R[4; 8]$ |

- a** Znázorni body v pravouhlej súradnicovej sústave.



- b** Podľa súradníc bodov vpiš do tabuľky príslušné písmená. Body potom v tomto poradí pospájaj.

- c** Zostroj obrazy bodov v osovej súmernosti podľa osi y a tiež ich rovnako pospájaj.

[illegible]

- d** Písmená z tabulky doplň do vety.

patří k chráněným druhom motýlov.

Príčinou jeho ohrozenia je zánik vhodných biotopov, používanie umelých hnojív a pesticídov na miestach jeho výskytu.

5 Doplň správne nasledujúce tvrdenia.

- a Bod, ktorý leží na osi , má y-ovú súradnicu rovnú nule.
- b Bod, ktorý leží na osi , má x-ovú súradnicu rovnú nule.
- c Ak bod K leží na osi y, potom bod, ktorý je s ním
 – osovo súmerný podľa osi x, leží na osi .
 – osovo súmerný podľa osi y, leží na osi .
 – stredovo súmerný podľa začiatku súradnicovej sústavy, leží na osi .

Pozoruj
súradnicovú
sústavu na tejto
strane.

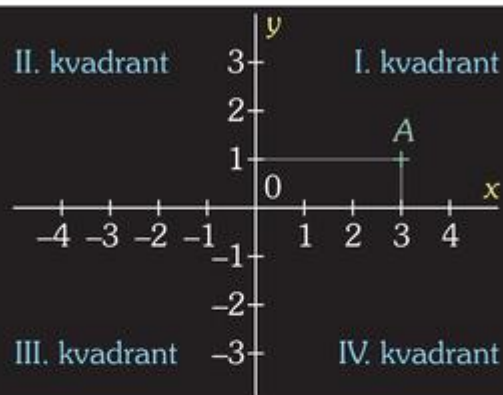


Body v rovine zobrazujeme
v **pravouhlej súradnicovej sústave**,
ktorej os x a os y sú na seba kolmé.

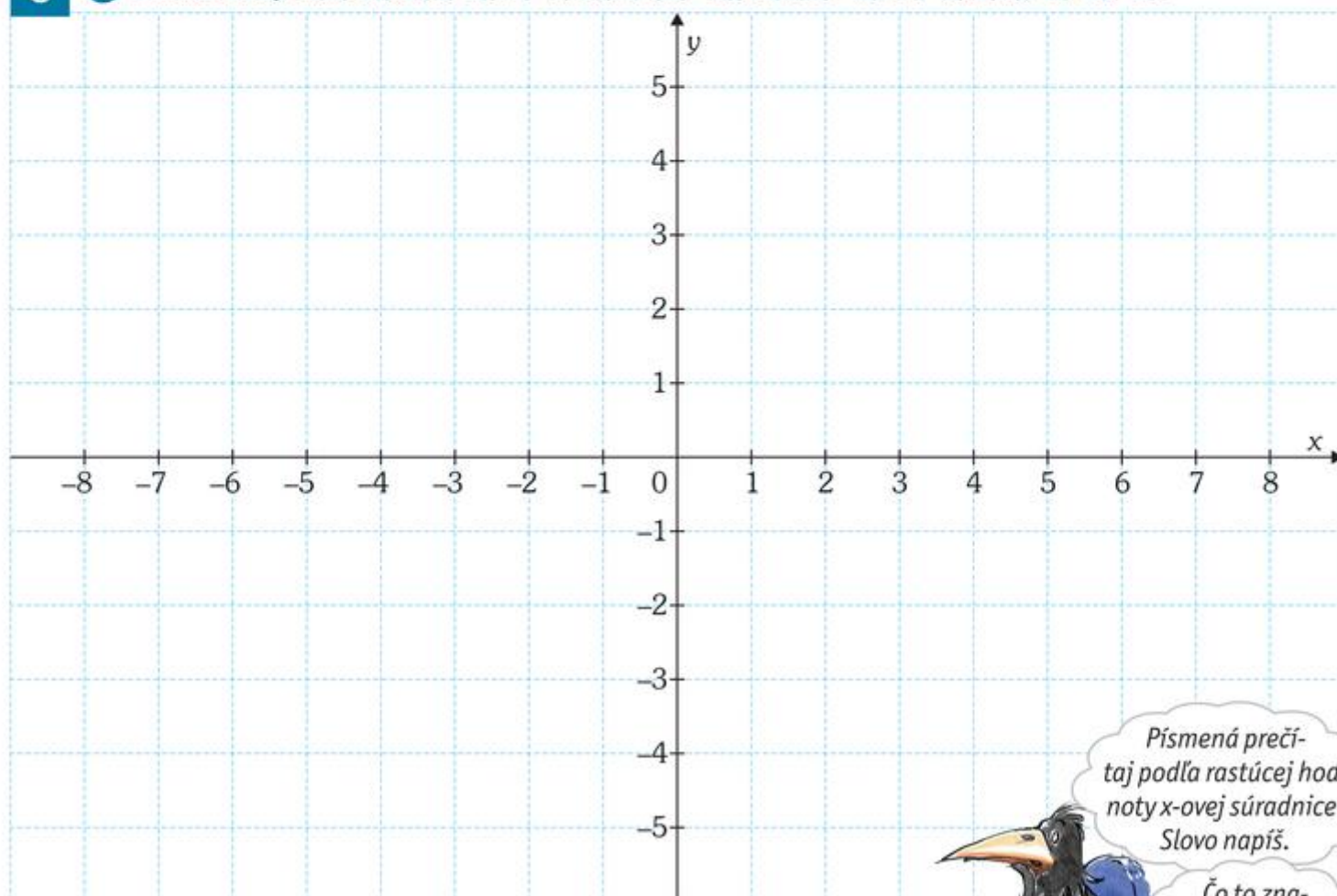
Priesečník osí x a y je bod $[0; 0]$ – začiatok súradnicovej sústavy.

Osi rozdeľujú rovinu na 4 kvadranty.

Každý bod v rovine je jednoznačne daný
dvoma súradnicami. Napr. $A[3; 1]$.



6 a Zobraz body $A[5; 6]$; $C[1; 1]$; $F[-7; 3]$; $I[4,5; -2]$; $K[0,5; -3]$; $N[-3; 2,5]$; $U[-5; -2]$.



b Urč, ktoré body sa nachádzajú v jednotlivých kvadrantoch.

I. kvadrant:

II. kvadrant:

III. kvadrant:

IV. kvadrant:

Písmená prečítaj podľa rastúcej hodnoty x-ovej súradnice. Slovo napíš.

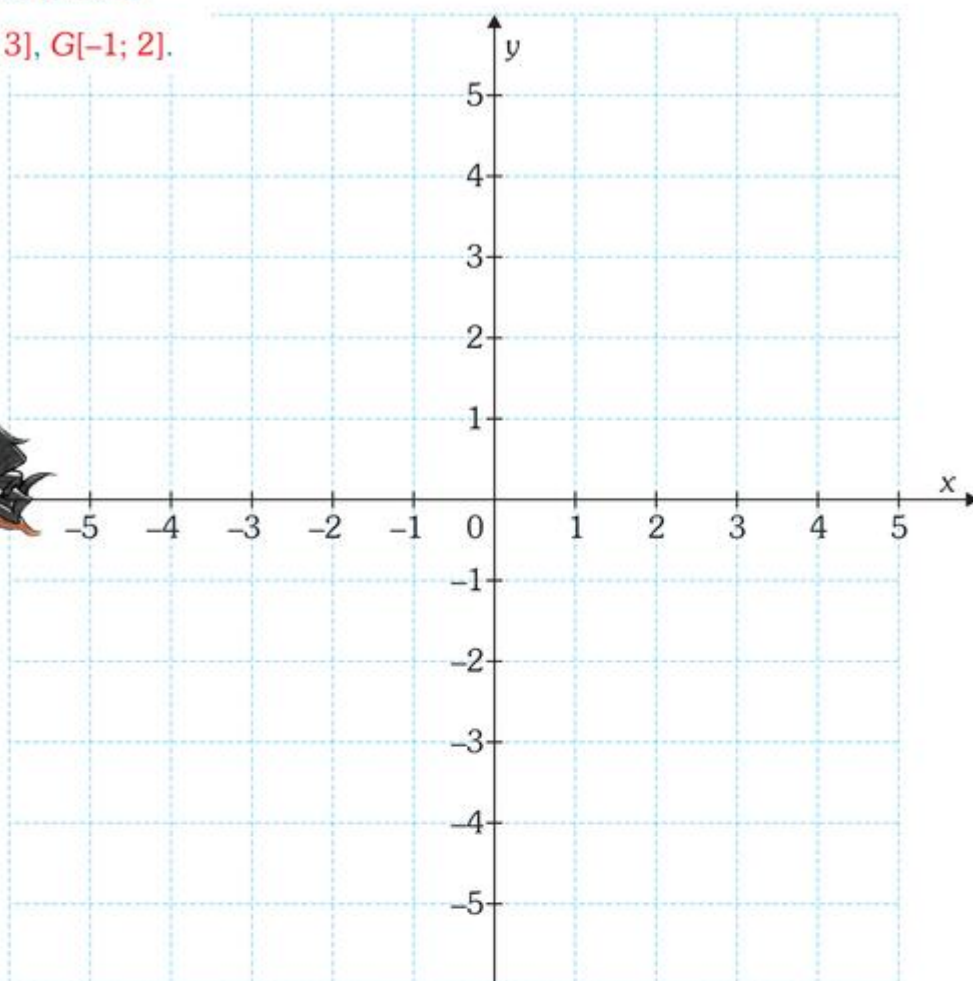
Čo to znamená sa dozvieš na nasledujúcich stranách.



7 V pravouhlej sústave súradníc vyznač farebne

- a** trojuholník *OMG*, ak $O[2; -1]$, $M[4; 3]$, $G[-1; 2]$.
- b** štvorec *THNX*, ak $T[-4; 0]$, $X[0; 4]$.
- c** päťuholník *IWALU*, ak $I[-4; -2]$, $W[3; -3]$, $A[2; 4]$, $L[0; 5]$, $U[-5; 2]$.
- d** Koľko priesečníkov majú tieto tri útvary spolu?

To som už niekde počul.
Čo znamenajú tieto skratky?



Vypočítaj súradnice bodov a zobraz ich v pravouhlej sústave súradníc.

$R[x; y]$

$$x = \sqrt[3]{27} - (-1)^3$$

$$y = 7^0 - 4$$

$O[x; y]$

$$x = -2^2 + 1$$

$$y = \sqrt{2^4}$$

$F[x; y]$

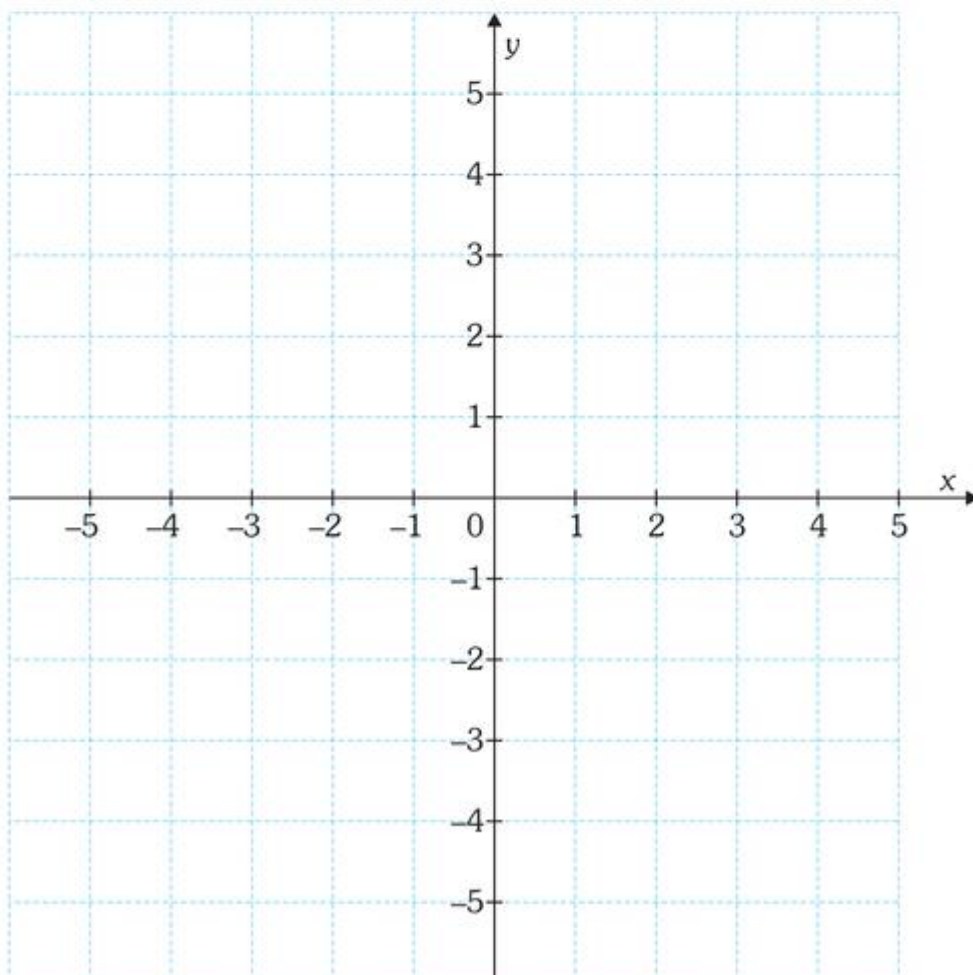
$$x = 2^1 - \sqrt[3]{2^3}$$

$$y = \sqrt[3]{-64} + 3$$

$L[x; y]$

$$x = \sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$y = (-1)^8 - 9^0$$



Funkcie a ich vlastnosti

1 Doplň, od počtu čoho môže závisieť

a celková cena za kúpené hrozno.	Od počtu	
b čas denne strávený v škole.	Od počtu	
c dĺžka pesničky.	Od počtu	
d hmotnosť suda.	Od počtu	

2 Rozhodni o pravdivosti tvrdení.

a Farba kvetu závisí od množstva vody na poliatie.	áno – nie
b Teplota vody závisí od spotrebovanej energie na ohrev.	áno – nie
c Dĺžka tieňa závisí od výšky slnka nad obzorom.	áno – nie
d Počet zubov človeka závisí od výšky človeka.	áno – nie

3 a Zapíš vzťah, ktorý v každej trojici platí medzi fyzikálnymi veličinami v danom poradí.

dráha, rýchlosť, čas	hmotnosť, objem, hustota	napätie, elektrický prúd, odpor

b Odpovedz na otázky. Urči, čo je v uvedených prípadoch nezávislá a čo závislá premenná.

Od čoho závisí koľko kilometrov prejde cyklista, ak sa pohybuje priemernou rýchlosťou 45 km/h?	Od čoho závisí hmotnosť medenej kocky, ak $\rho_{\text{med}} = 8,94 \text{ kg/m}^3$?	Od čoho závisí napätie v elektrickom obvode, ak odpor vodiča je 20 ohmov?
nezávislá premenná:	nezávislá premenná:	nezávislá premenná:
závislá premenná:	závislá premenná:	závislá premenná:

4 Mlynček podľa predpisu na jeho štítku „pomelie“ vstupnú hodnotu (x) na výstupnú hodnotu (y). Vypočítaj výstupné hodnoty y v závislosti od zadaných vstupných hodnôt x .

Vstupná hodnota (x)	5	-1	0	8	$-\frac{1}{3}$	1,5	-1,5	0	-3
Predpis	 $y = x - 3$			 $y = 4 - 3x$			 $y = x^2 + 1$		
Výstupná hodnota (y)	2								

Nezávislá premenná

je premenná, ktorá spôsobuje daný efekt.

Určujeme si ju sami. Najčastejšie ju označujeme x .

Závislá premenná

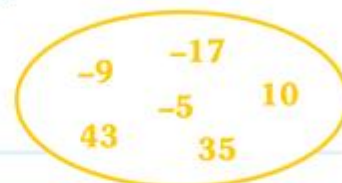
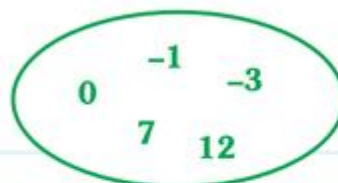
je premenná, ktorá sa mení vzhľadom k zvolenej nezávislej premennej.

Jej hodnotu nevieme ovplyvniť. Najčastejšie ju označujeme y .



5 Zelená množina čísel predstavuje nezávislé premenné a žltá množina závislé premenné.

- a** Ku každému číslu zo zelenej množiny priradi správne číslo zo žltej množiny tak, aby vzniknutá dvojica vyhovovala zápisu $y = 4x - 5$.



K číslu -3 priradím číslo .

K číslu -1 priradím číslo .

K číslu 0 priradím číslo .

K číslu 7 priradím číslo .

K číslu 12 priradím číslo .

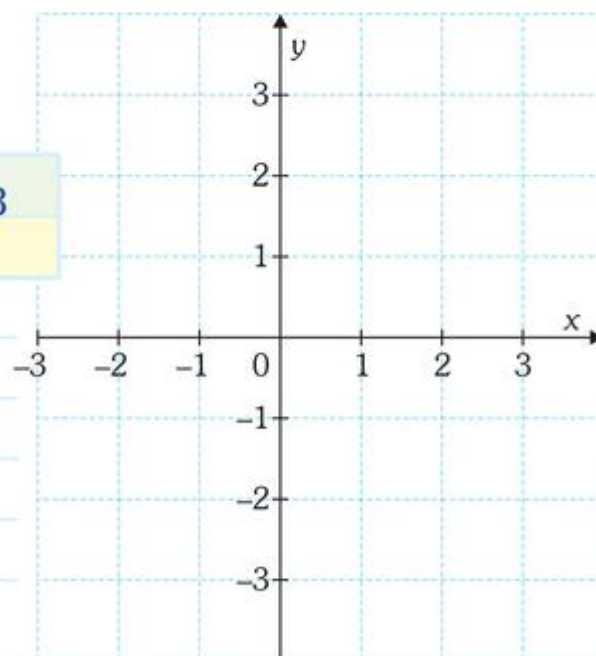
- b** Existuje ku každému číslu zo zelenej množiny prislúchajúce číslo v žltej množine?

- c** Existuje ku každému číslu zo žltej množiny prislúchajúce číslo v zelenej množine?

6 Graf vyjadruje závislosť medzi nezávislou premennou x a závislou premennou y podľa vzťahu $y = -x^2 + 3$.

- a** Dopln do tabuľky správne čísla a znázorni body v súradnicovej sústave.

x	-2	-1		1		2,5	3
y			3		-1		



- b** Urči správne priradenie.

K hodnote nezávislej premennej -2 je priradená hodnota .

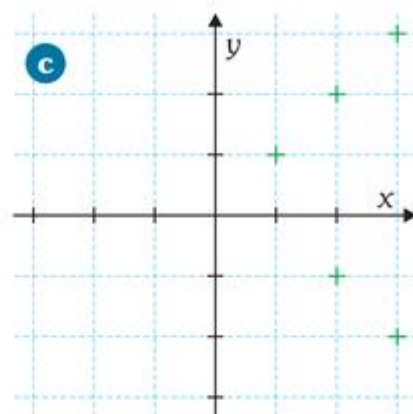
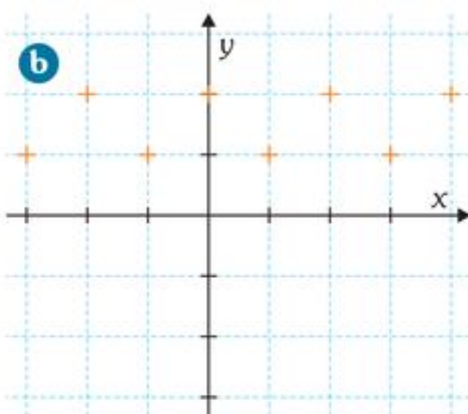
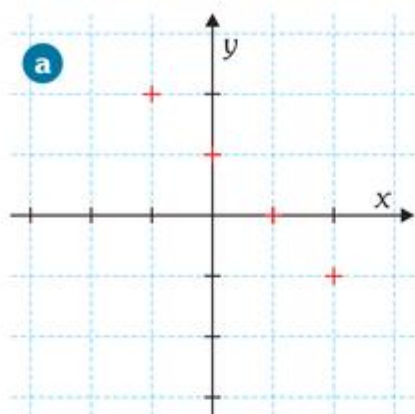
K hodnote nezávislej premennej je priradená hodnota 3 .

K hodnote nezávislej premennej 2 je priradená hodnota .

- c** Existuje ku každému číslu x prislúchajúce číslo y ?

- 7** Rozhodni, či sú závislosti (priradenia) na obrázkoch funkcie. Svoje rozhodnutie zdôvodni.

Ak medzi dvoma veličinami x a y existuje závislosť, ktorá **každej hodnote x priradí práve jednu hodnotu y** , hovoríme o **funkčnej závislosti** alebo o **funkcii**.



- 8** Rozhodni, či nasledujúce závislosti (priradenia) sú funkcie. Svoje rozhodnutie zdôvodni.

a

x	-3	-1	0	2	4
y	2	5	6	0	-7

b

x	-5	-2	1	-2	-3
y	4	7	0	9	3

c

x	-6	-1	1	-1	5
y	-1	0	1	0	7

-  Rozhodni, či nasledujúce závislosti sú funkcie. Zdôvodni.

- a** Počet žiakov v škole v závislosti odo dňa v týždni.
- b** Cena tabletu v závislosti od počtu mesiacov, koľko sa už predáva.
- c** Počet voľných sedadiel v kine v závislosti od počtu predaných lístkov.
- d** Počet ľudí čakajúcich v rade na platenie v závislosti od čísla pokladne.

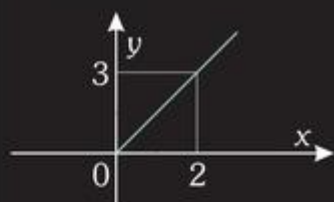


Poriadne
sa zamysli!

Ako môže
byť zadaná
funkcia?

**Slovne**

Celková cena
za benzín y závisí
od počtu natanko-
vaných litrov x .

Grafom**Tabulkou**

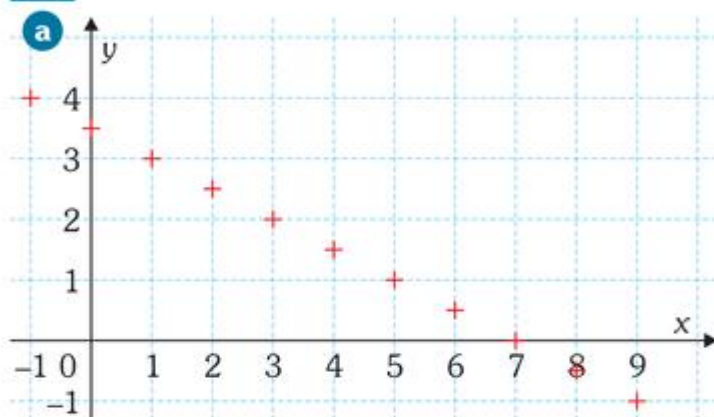
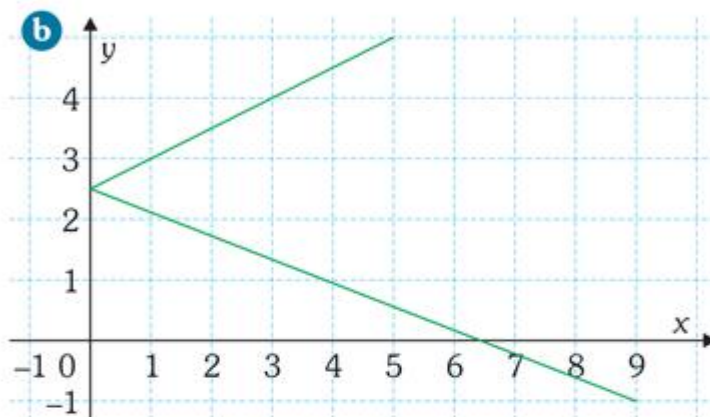
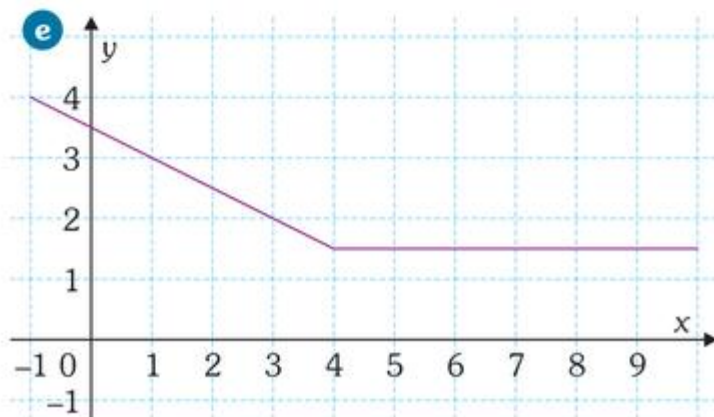
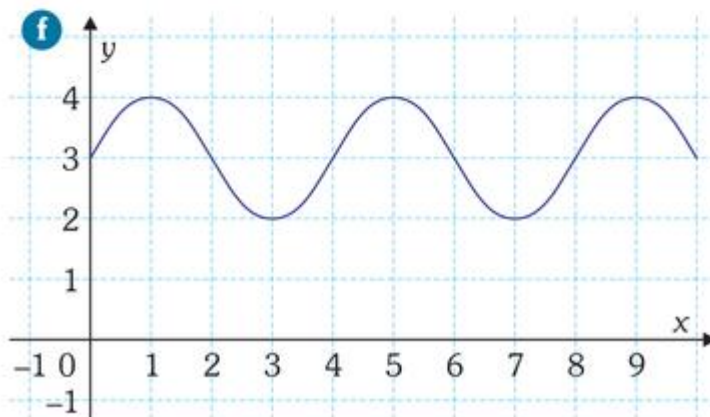
x	0	2	5	8	12
y	0	3	7,5	12	18

Predpisom

$$f: y = 1,5x$$

f – označenie funkcie
 x – nezávislá premenná
 y – závislá premenná

9 Rozhodni, či na obrázkoch sú alebo nie sú grafy funkcií.

a**b****c****d****e****f**

10 Je daný predpis funkcie $g: y = 3x + 2$.

- a** Podľa funkčného predpisu doplň tabuľku.

x	-3		2	5	
y		2			20

- c** Doplň tvrdenia o funkcii g .

K hodnote nezávislej premennej $x = 0$ je priradená hodnota $y =$.

Hodnota funkcie v bode $x = 2$ je $y =$.

Hodnota funkcie v bode je -7 .

Funkčná hodnota

je hodnota funkcie v nejakom bode.

Pre funkciu $f: y = 2x$ platí, že ak $x = 1$, potom $y = 2$.

Hovoríme, že funkčná hodnota v bode 1 je 2.

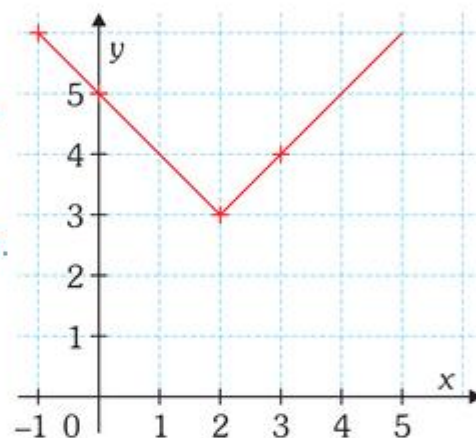
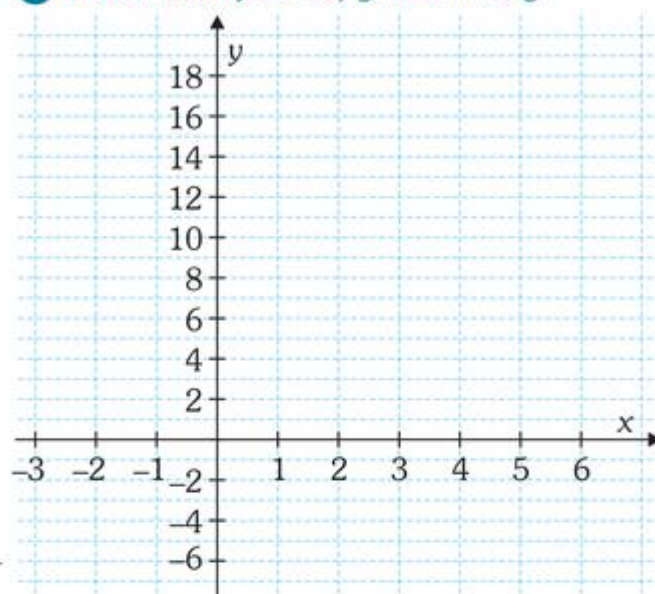


11 Doplň chýbajúce hodnoty.

- a** Funkcia f je daná predpisom $f: y = 4 + 0,5x$.

x			0	2	6
Funkčná hodnota v bode x	3				

- b** Podľa tabuľky zostroj graf funkcie g .



- b** Funkcia g je daná grafom.

x		-1	2	1
Funkčná hodnota v bode x	5			

12 Funkcia je zadaná tabuľkou.

x	-3	8	4	0	-5	20	1
y	-9	14	0	3	-5	10	3

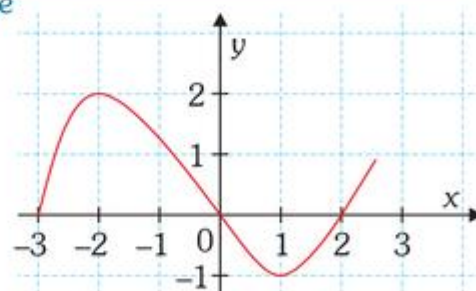
- a** Pre ktoré x je funkčná hodnota najmenšia?

- b** Pre ktoré x je funkčná hodnota najväčšia?

- c** Pre ktoré x je funkčná hodnota nulová?

- d** Pre ktoré x sú funkčné hodnoty rovnaké?

13 Funkcia je zadaná grafom.



- a** Pre ktoré x je funkčná hodnota najmenšia?

- b** Pre ktoré x je funkčná hodnota najväčšia?

- c** Pre ktoré x je funkčná hodnota nulová?

14 Podľa predpisu funkcie doplň tabuľku funkčných hodnôt. Odpovedz na otázky.

a $h: y = \frac{1}{x}$

x	-2	-1	0	1	2
y					

b $i: y = x \cdot (x - 2)$

x	-2	-1			
y					

c $j: y = \frac{5}{x-2}$

x	-1	2			
y					

	Funkcia h	Funkcia i	Funkcia j
Vieš ku každému číslu určiť hodnotu funkcie?			
Môžeš za x dosadiť ľubovoľné reálne číslo ($x \in R$)?			
Ak nie, ktoré?			

15 Pomocou grafu urči, pre ktoré x je funkcia definovaná – $D(f)$ a aké hodnoty nadobúda – $H(f)$.

Definičný obor funkcie

je množina všetkých čísel x, pre ktoré vieme určiť funkčnú hodnotu. Označuje sa $D(f)$.

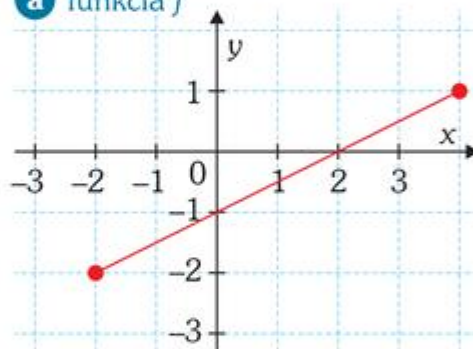
Napr. pre funkciu $k: y = \frac{1}{x}$
 $D(k) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
 alebo $D(k) = R - \{0\}$
 teda všetky reálne čísla okrem čísla 0

Obor hodnôt funkcie

je množina všetkých jej funkčných hodnôt (y). Označuje sa $H(f)$.

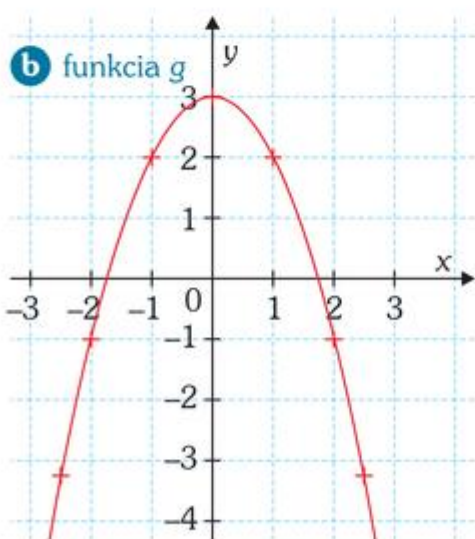
Napr. pre funkciu $l: y = x^2$
 $H(l) = [0; \infty) = R_0^+$,
 teda všetky nezáporné reálne čísla

a funkcia f



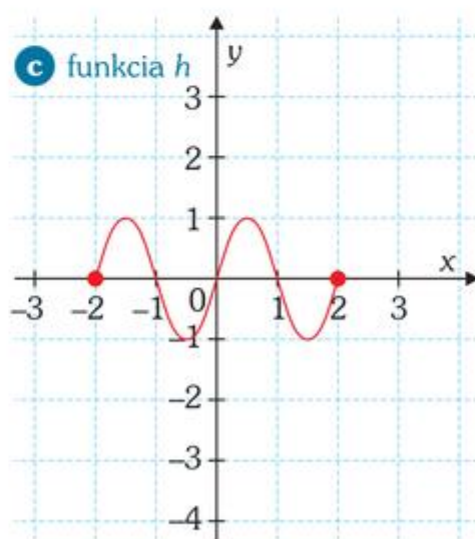
$D(f) =$

$H(f) =$



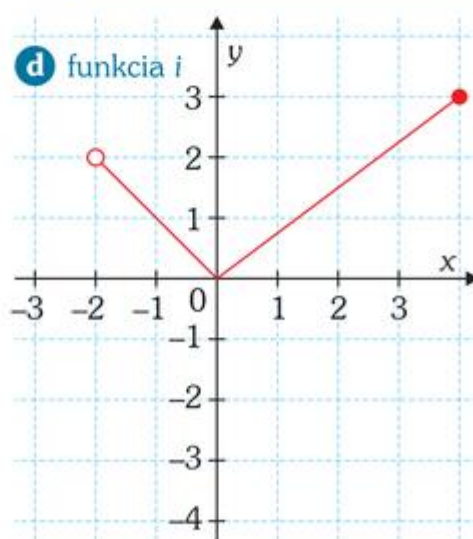
$D(g) =$

$H(g) =$



$D(h) =$

$H(h) =$



$D(i) =$

$H(i) =$

Známe funkcie

1 Z kohútika tečie voda rýchlosťou 300 mililitrov za 5 sekúnd. Doplň vety tak, aby boli pravdivé.

Za 10 sekúnd sa minie _____ ml vody, za 20 sekúnd sa minie _____ ml vody.

Koľkokrát sa zväčší čas, toľkokrát sa _____ množstvo minutej vody.

Závislosť medzi množstvom minutej vody a počtom sekúnd je _____ úmerná.

Závislá premenná je _____, nezávislá premenná je _____.

Rovnica vyjadrujúca túto závislosť je: $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

Táto závislosť _____ funkcia.

Priama úmernosť

je funkcia daná predpisom $f: y = k \cdot x$, pričom $x > 0$ a $k > 0$. Grafom priamej úmernosti je priamka alebo jej časť, alebo body ležiace na priamke.

2 Pomocou známych hodnôt v tabuľke napíš rovnicu priamej úmernosti, doplň tabuľku a zostroj graf funkcie.

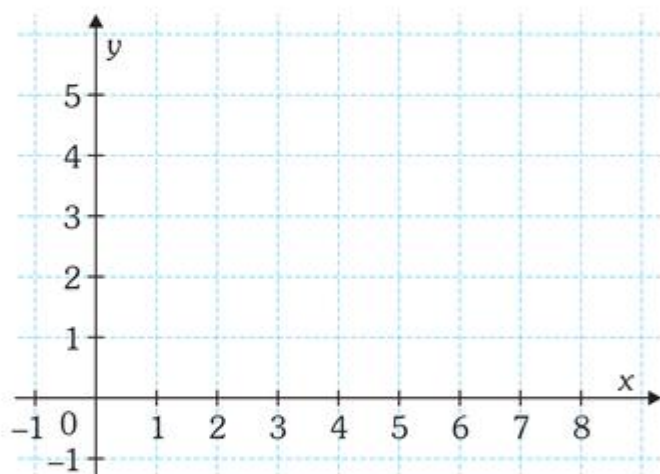
a

x	1	2,5	
y		5	4

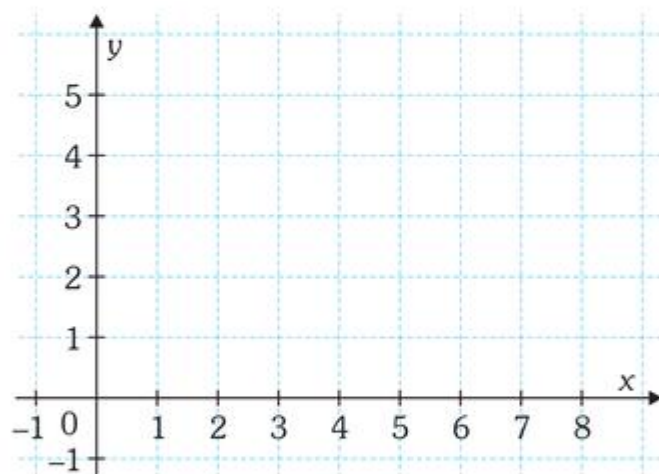
b

x		6	4,5
y	1	2	

$y =$ _____

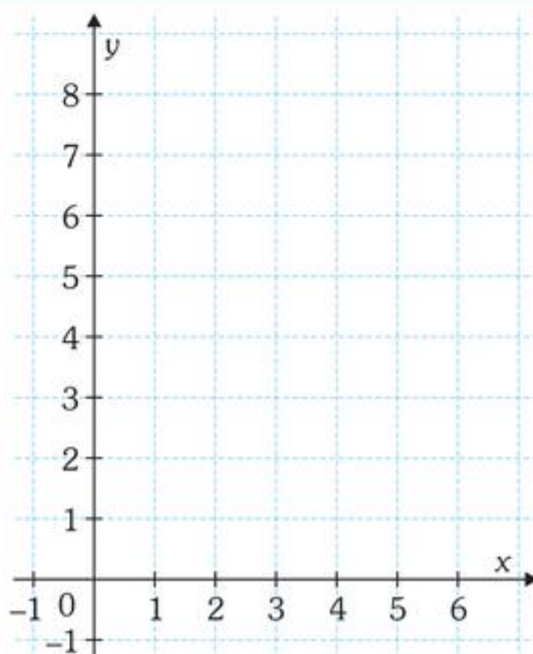


$y =$ _____



3 **a** Zostroj graf funkcie $f: y = 4,5x$. Je to priama úmernosť?

x					
y					



b Vymysli slovnú úlohu, ktorá zodpovedá tomuto predpisu.

- 4 Piatim ovciam by spasenie lúky trvalo 20 dní. Doplň vety tak, aby boli pravdivé.



Desiatim ovciam by spasenie tej istej lúky trvalo

dní, dvadsiatim ovciam by to trvalo dní.

Ak sa počet oviec dvakrát zväčší, tak sa počet dní dvakrát

Závislosť medzi počtom oviec a počtom dní je úmerná.

Závislá premenná je , nezávislá premenná je .

Rovnica vyjadrujúca túto závislosť je: $y =$.

Táto závislosť funkcia.

Nepriama úmernosť

je funkcia daná predpisom $f: y = \frac{k}{x}$,
pričom $x > 0$ a $k > 0$.

Grafom nepriamej úmernosti je klesajúca krivka.

- 5 Pomocou známych hodnôt v tabuľke napíš rovnicu nepriamej úmernosti, doplň tabuľku a zostroj graf funkcie.

a

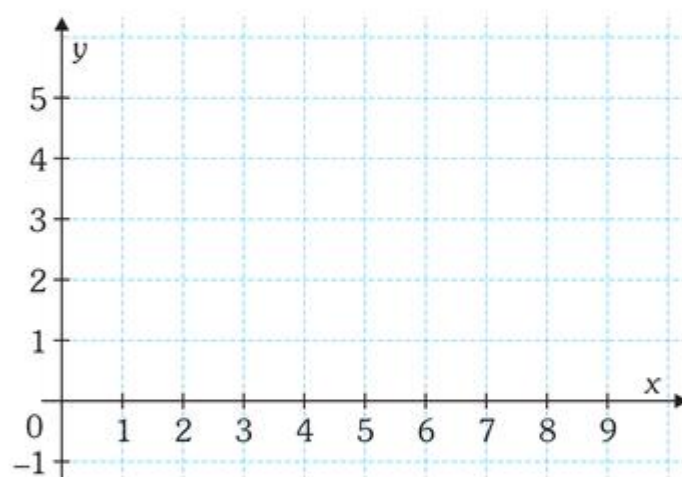
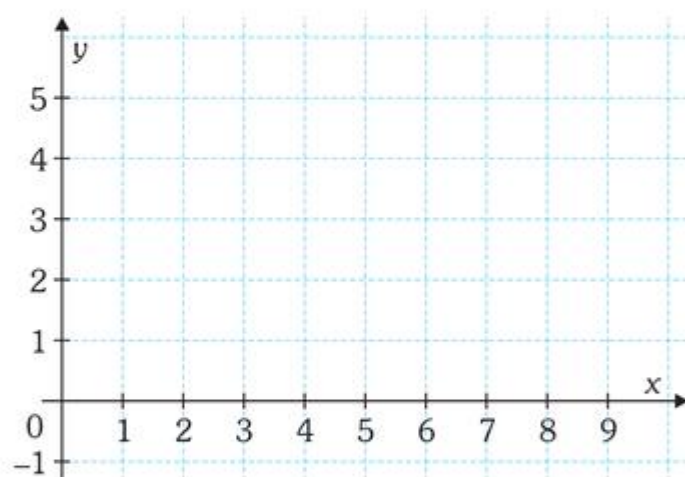
x	5	2		
y		2,5	0,5	1,25

$y =$

b

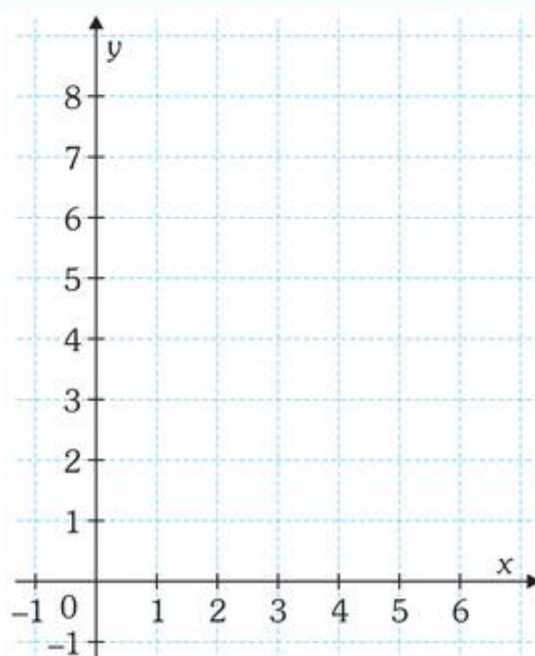
x		5	4	8
y	4		2	

$y =$



- 6 a Zostroj graf funkcie $f: y = \frac{12}{x}$. Je to nepriama úmernosť?

x					
y					



- b Vymysli slovnú úlohu, ktorá zodpovedá tomuto predpisu.

Lineárna funkcia

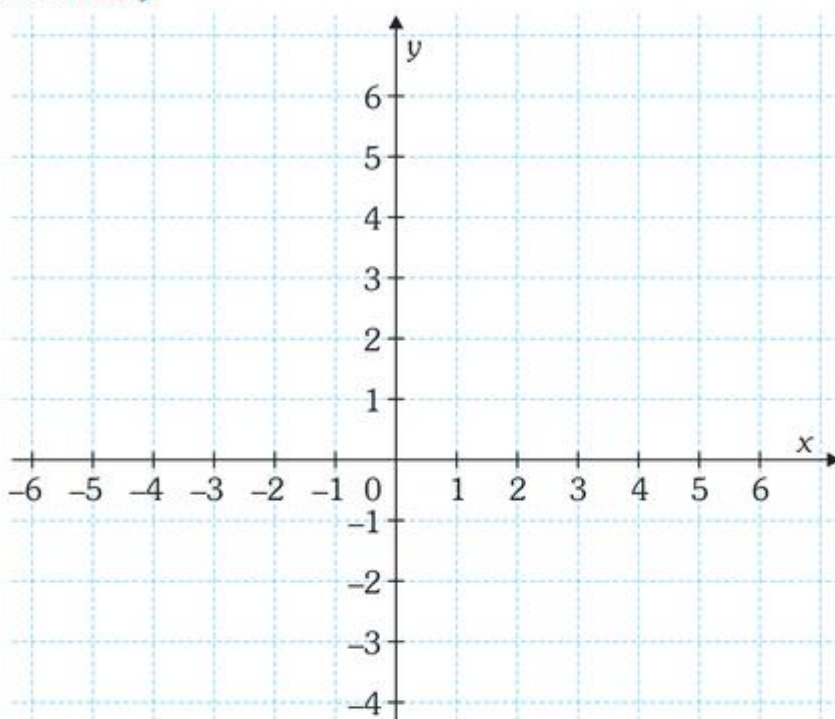
1 a V pravouhlej súradnicovej sústave zobraz body

$E[3; 3,5]$, $L[-4; 0]$, $I[-1; 1,5]$,
 $N[0; 2]$, $A[5; 4,5]$.

b Zostroj priamku LA .
Kde ležia ostatné body?

c Usporiadaj body podľa x-ovej
súradnice vzostupne.

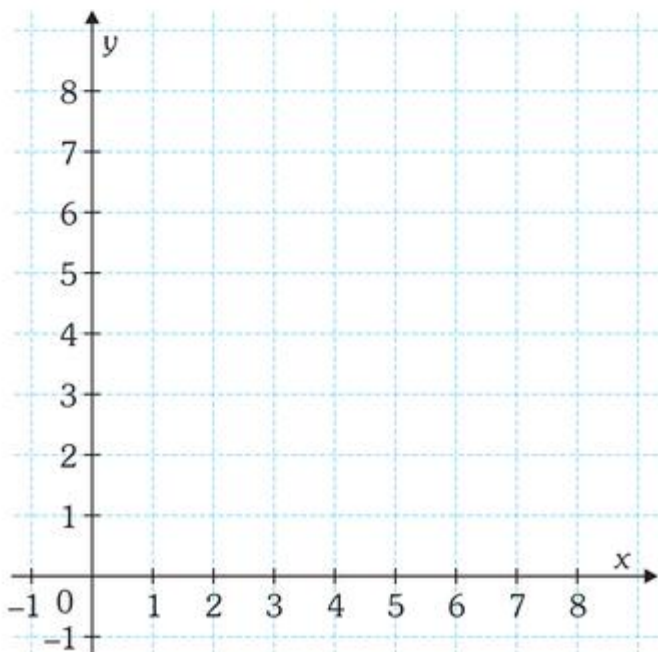
d Over, či body na priamke LA
vyhovujú rovnici $y = 0,5x + 2$.



2 Pol kilometra od chaty si Mišo zapol trekové hodinky. Pohyboval sa priemernou rýchlosťou 3 km/h. Doplň tabuľku, napíš rovnicu, ktorá vyjadruje vzdialenosť od chaty v závislosti od času meraného na hodinkách, a zostroj graf tejto závislosti.

x	čas [h]	0	1	1,5	2	2,5
y	vzdialenosť [km]					

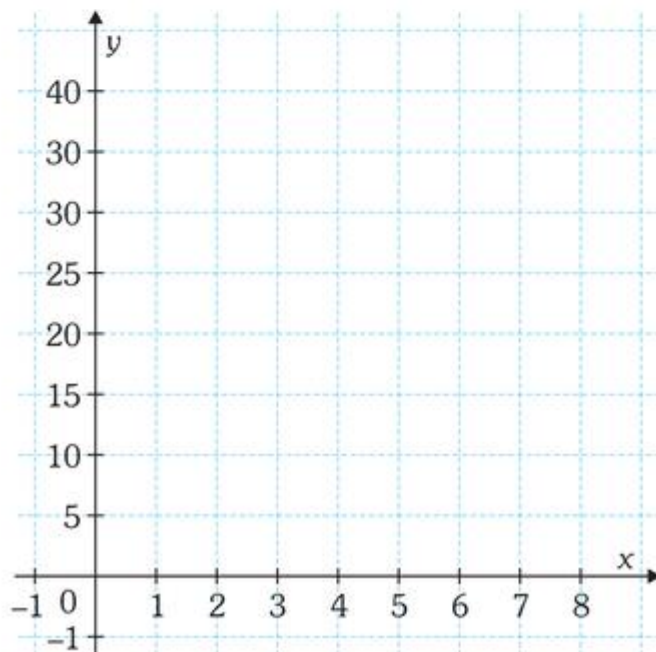
$y =$



3 V sude je 40 l vody. Zapneme čerpadlo, ktoré ju začne odčerpávať rýchlosťou 8 l/min. Doplň tabuľku, napíš rovnicu, ktorá vyjadruje množstvo vody v sude v závislosti od času, počas ktorého je čerpadlo zapnuté, a zostroj graf tejto závislosti.

x	čas [min]	0	1	1,5	2	3	3,5
y	v sude [l]						

$y =$



- 4 a** Doplň tabuľky pre lineárne funkcie.
Zostroj ich grafy, použi farbu tabuľky.

$$f: y = x + 1$$

x	-2	-1	0	1	2	
y						

$$h: y = -0,5x + 3$$

x	-2	-1	0	1	2	
y						

$$k: y = -x$$

x	-2	-1	0	1	2	
y						

$$l: y = x - 1$$

x	-2	-1	0	1	2	
y						

- b** Do žltých okienok napíš súradnice priesečníka grafu funkcie s osou y.
c Ako súvisia predpis funkcie a y-ová súradnica priesečníka grafu s osou y?



Najmenej koľko bodov potrebujeme na narysovanie priamky?

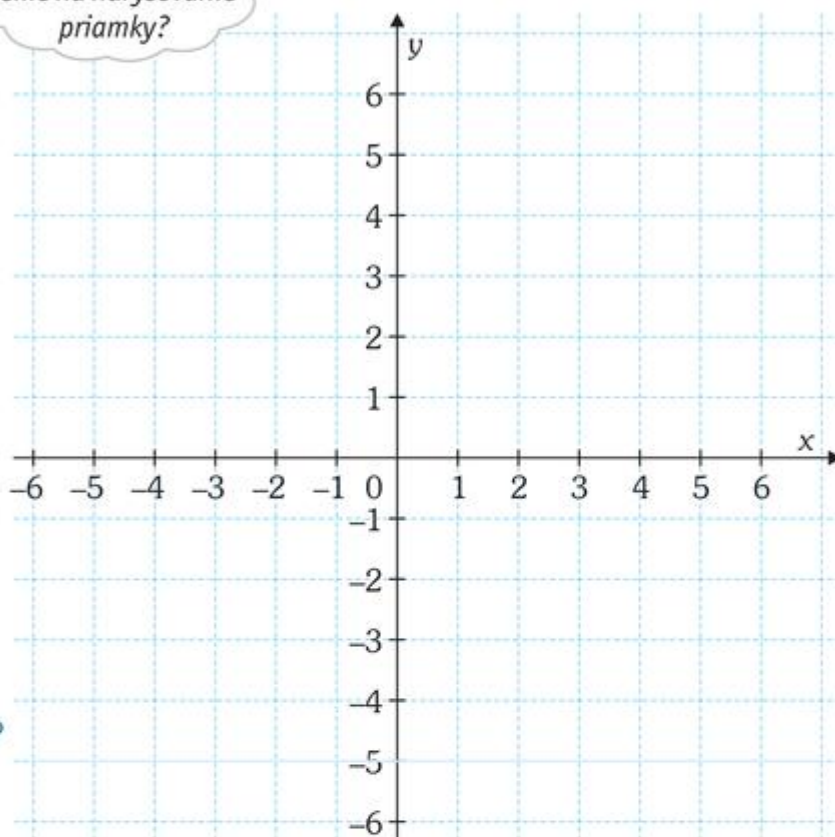
Lineárna funkcia

je každá funkcia s predpisom

$$y = kx + q,$$

kde k, q sú ľubovoľné reálne čísla.

Grafom lineárnej funkcie je **priamka**.



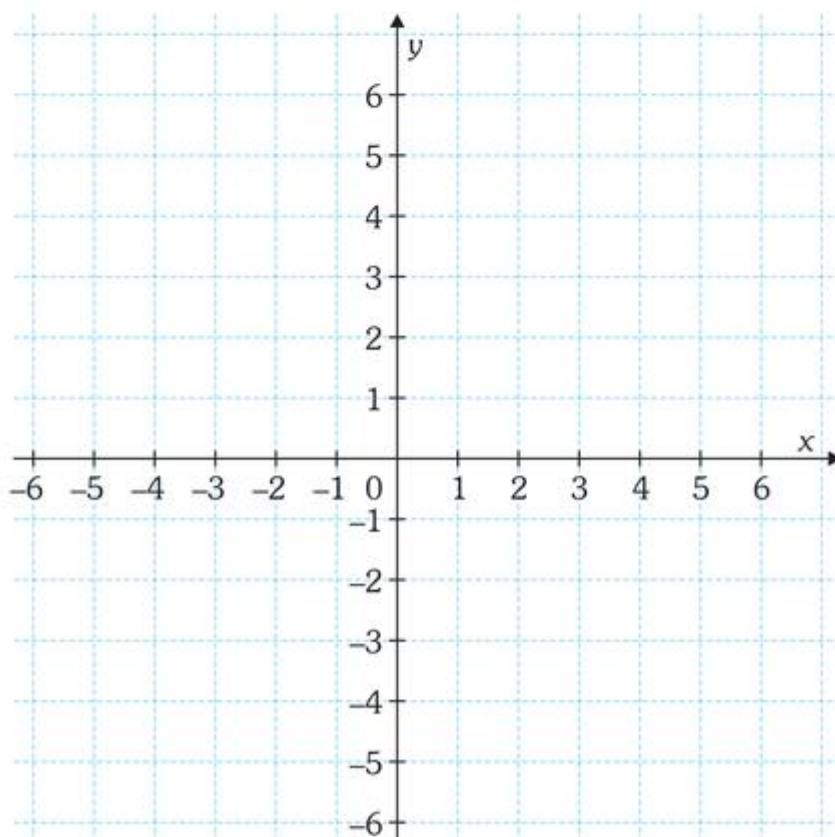
- 5 a** Zakresli farebne grafy funkcií.

$$f: y = 2x + 4 \quad g: y = x - 3 \quad h: y = -\frac{x}{2} - 2$$

x	0	0	0	
y				

- b** Zapiš súradnice priesečníkov týchto grafov s osou x.
c Čo majú spoločné všetky body, ktoré ležia na osi x?

- d** Pre graf funkcie $m: y = x - 5$ urč priesečník s osou x.





Graf lineárnej funkcie

$$f: y = kx + q$$

– pretína os y v bode $[0; y]$. $y = k \cdot 0 + q = q \rightarrow [0; q]$

– pretína os x v bode $[x; 0]$. $0 = k \cdot x + q$

Lineárna funkcia $f: y = kx + q$ – je rastúca, ak $k > 0$.

– je klesajúca, ak $k < 0$.

– je konštantná, ak $k = 0$.

6 Zostroj grafy lineárnych funkcií a rozhodni, či je funkcia rastúca, klesajúca alebo konštantná.

a $f: y = -x - 2$

x	0	
y		

b $g: y = 2x - 1$

x	0	
y		

c $h: y = -3x + 1,5$

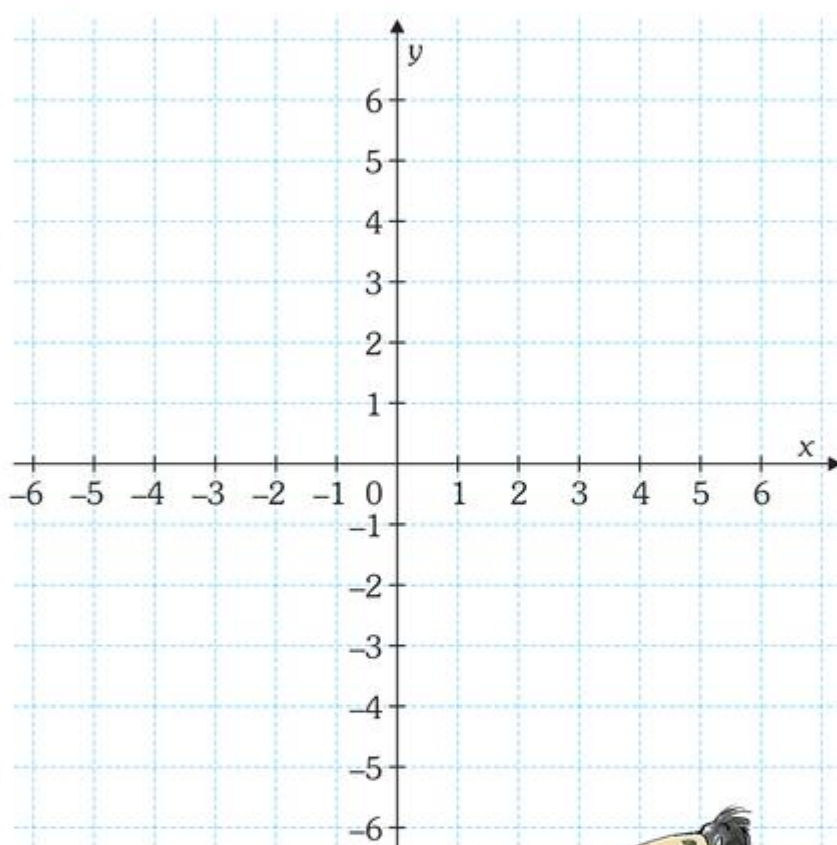
x		
y		

d $k: y = 4$

x		
y		

e $l: y = x + 3$

x		
y		



Graf funkcie $m: y = 2x - 5$ je priamka.

Doplň
správne
slovo.



7 Lineárne funkcie roztried' do tabuľky.

Klesajúce funkcie	
Konštantné funkcie	
Rastúce funkcie	

$f_1: y = 3x - 4$

$f_5: y = -2 - 5x$

$f_9: y = -3,8x$

$f_2: y = -0,5x + 2$

$f_6: y = 3 + 4x$

$f_{10}: y = 0$

$f_3: y = -4$

$f_7: y = \frac{4}{9} + 3x$

$f_{11}: y = 14 - x$

$f_4: y = -\frac{x}{7} - 7$

$f_8: y = 1$

$f_{12}: y = 2 - (-0,6x)$

8 Napíš aspoň dva rôzne predpisy lineárnych funkcií, o ktorých vieš, že

a sú rastúce a ich graf pretína os y v bode $[0; 7]$.

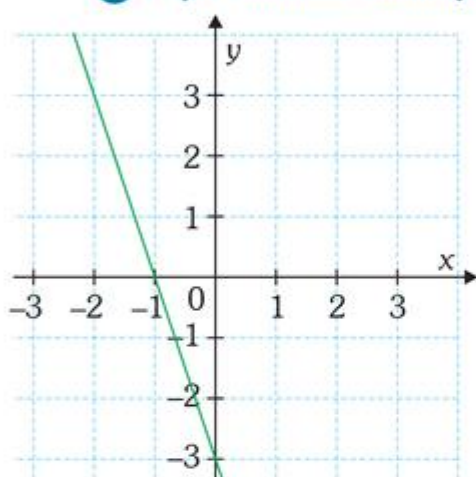
b sú konštantné a ich graf pretína os y v bode $[0; -3]$.

c sú klesajúce a ich graf pretína os y v bode $[0; -4]$.

9 a Daným funkciám urči ich vlastnosti.

Funkcia	Priesečník s osou y	Priesečník s osou x	Rastúca/ /klesajúca
e: $y = 3x - 3$			
p: $y = -2 - x$			
u: $y = 1$			
s: $y = -3x - 3$			
i: $y = \frac{2x}{3} + 1$			
r: $y = 0,5x$			

b Popíš vlastnosti lineárnych funkcií, ktoré sú zadané grafmi. Doplň označenie funkcie zo zadania a).

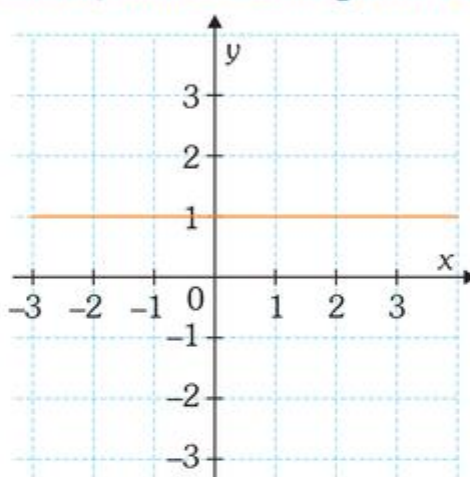


Priesečník s osou y

Priesečník s osou x

Rastúca/klesajúca

Funkčný predpis

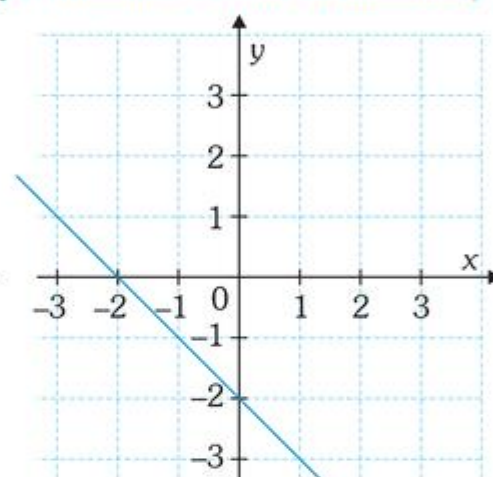


Priesečník s osou y

Priesečník s osou x

Rastúca/klesajúca

Funkčný predpis

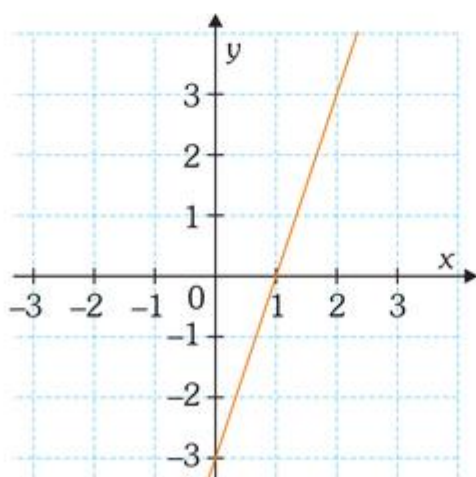


Priesečník s osou y

Priesečník s osou x

Rastúca/klesajúca

Funkčný predpis

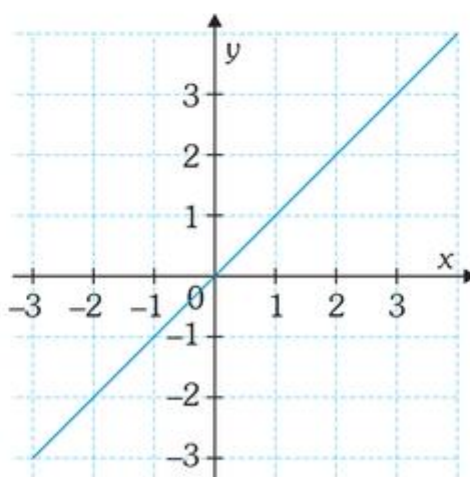


Priesečník s osou y

Priesečník s osou x

Rastúca/klesajúca

Funkčný predpis

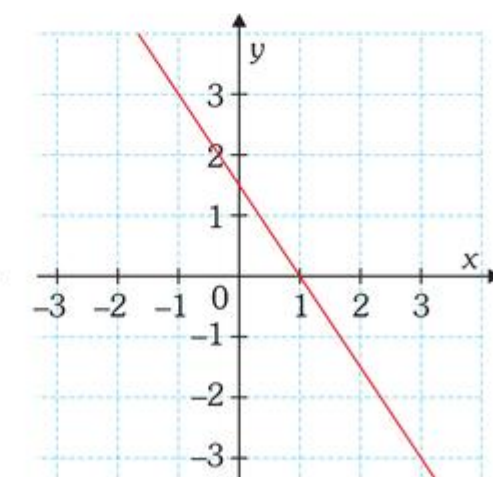


Priesečník s osou y

Priesečník s osou x

Rastúca/klesajúca

Funkčný predpis



Priesečník s osou y

Priesečník s osou x

Rastúca/klesajúca

Funkčný predpis

- 10** Urč, ktoré z bodov na kartičkách ležia na grafe funkcie $f: y = 2x - 2$.

$$D[-1; -4]$$

$$A[-2; 0]$$

$$B[3; 4]$$

$$C[6; 4]$$

- 11** Na kartičkách sú predpisy štyroch funkcií. Výpočtom zisti, na grafe ktorej z nich leží bod $L[10; 20]$.

$$f_1: y = 2x$$

$$f_3: y = 4x - 20$$

$$f_2: y = 4x + 5$$

$$f_4: y = \frac{x}{2}$$

- 12** **a** Vypočítaj neznáme súradnice bodov A a B , ak vieš, že ležia na grafe funkcie $f: y = 4x - 1$.

$$A[x; 0]$$

$$B[0; y]$$

- b** Kde ležia body A a B vzhľadom na súradnicovú sústavu?

- 13** Urč druhú súradnicu bodu A tak, aby ležal na grafe funkcie f .

a $A[-3; y] \quad f: y = \frac{x}{3} - 2$

b $A[\frac{2}{7}; y] \quad f: y = 14x + 5$

c $A[\frac{1}{5}; y] \quad f: y = -6x + 1,2$

- 14** Z funkcií, ktorých predpisy sú na kartičkách vyber tie, ktorých priesečníky grafov s osou y sú totožné.

$$f_1: y = 3x + 4$$

$$f_4: y = \frac{3x+6}{1,5}$$

$$f_3: y = -(x+4)$$

$$f_2: y = \frac{-x-8}{2}$$

Sú to funkcie v bode [].

- 15** Napíš rovnicu lineárnej funkcie, ktorej graf prechádza bodom A a v bode Z pretína os y .

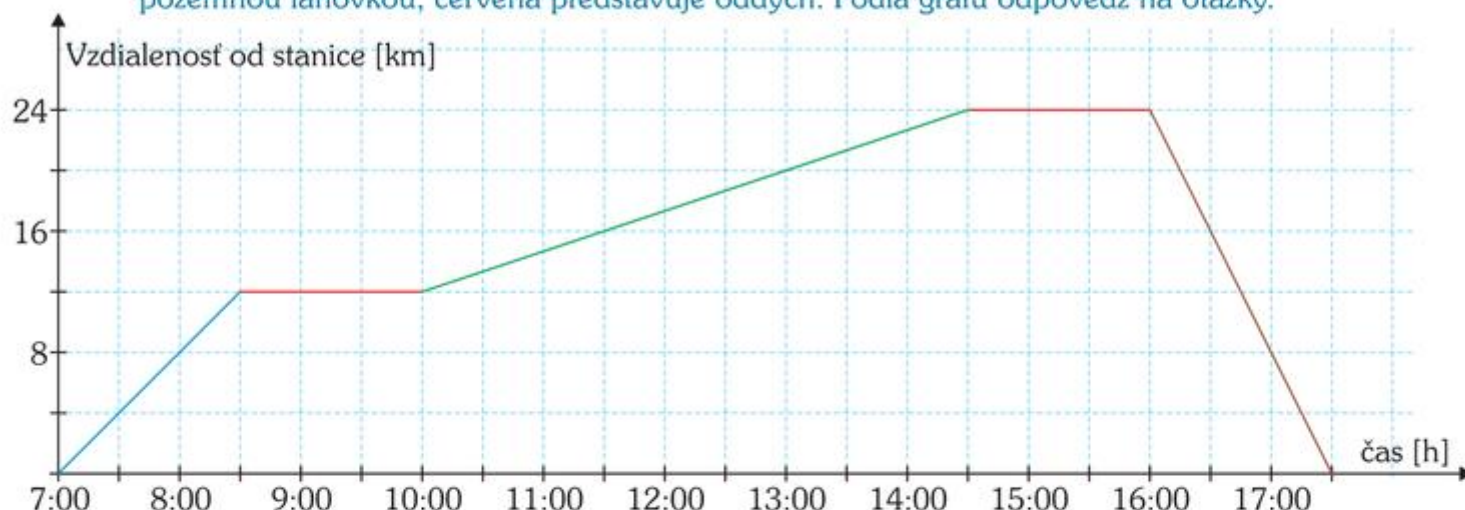
a $A[2; 1] \quad Z[0; 4]$

b $A[-3; -1,4] \quad Z[0; -1,4]$

c $A[1,5; 5] \quad Z[0; 0,5]$

Slovné úlohy

- 1** Deviataci boli na výlete v horách. Začínali aj končili na tej istej železničnej stanici. Zelená úsečka na grafe predstavuje časť, ktorú išli pešo, modrá na bicykli, hnedá pozemnou lanovkou, červená predstavuje oddych. Podľa grafu odpovedz na otázky.



- O kolkej hodine sa vybrali na výlet a o kolkej výlet skončil?
- Na výlete mali dve prestávky. Koľko minút trvali spolu?
- Koľko percent z celého výletu tvorili zastávky?
- Koľko kilometrov prešli pešo?
- Koľko kilometrov prešli na bicykli?
- Koľkokrát bola cesta lanovkou dlhšia ako cesta pešo?
- Koľko kilometrov prešli počas celého výletu?
- Aká bola ich priemerná rýchlosť, keď išli pešo?
- Koľkokrát bola rýchlosť lanovky väčšia ako rýchlosť jazdy na bicykli?

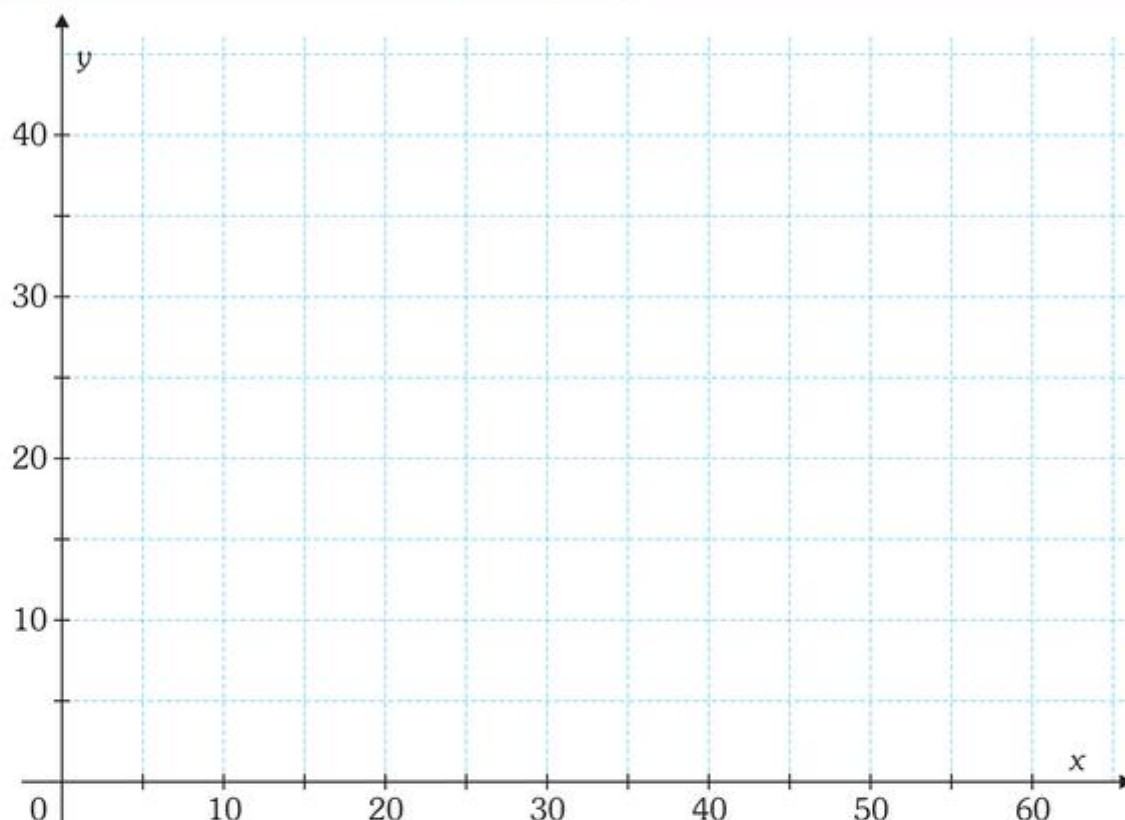
- j** Nakresli graf ako by to vyzeralo, keby išli najskôr lanovkou, potom si urobili prestávku, po nej šli pešo a po druhej prestávke na bicykli. Časy a rýchlosti sú nezmenené.



- 2** Pri hľadaní nezvestnej osoby 20 policajtov prešlo les o rozlohe 8 ha za 12 hodín. Napíš rovnicu funkcie, ktorá vyjadruje závislosť počtu policajtov od času potrebného na prejdienie celého lesa pri rovnakej výkonnosti policajtov. Zostroj graf tejto závislosti.

x	čas [h]	6	8	10	12	20	30	40	60
y	počet policajtov								

y =



- 3** Nou Camp v Barcelone je najväčší futbalový štadión v Európe s kapacitou 99 354 miest. Má vybudovaných niekoľko desiatok vchodov. Pol hodinu pred začiatkom vypredaného zápasu už bolo v hľadisku 30 906 fanúšikov. Každým z 31 vchodov pribudne za minútu priemerne 96 osôb.

- a** Napíš rovnicu funkcie, ktorá vyjadruje počet fanúšikov v hľadisku počas nasledujúcich minút. **b** Za aký najkratší čas mohli prísť na štadión fanúšikovia, ktorí už v hľadisku boli?

- c** Za aký čas sa prázdne hľadisko štadióna úplne zaplnilo fanúšikmi?

- d** Teoreticky je možné štadión núdzovo evakuovať za 5 minút. Pri skúšobnej evakuácii otvorili všetky východy, každým prešlo priemerne 258 osôb za minútu, ale podarilo sa to za 11 minút. Koľko východov má štadión?

4 Cisterna na prepravu chemikálií má objem 26 500 litrov. Plnia ju čerpadlom rýchlosťou 200 litrov za minútu. Pred spustením čerpadla bolo v cisterne 1 500 litrov chemikálie.

- a** Napíš rovnicu funkcie závislosti objemu chemikálie v cisterne od času naplňania. **c** Vypočítaj, za koľko minút sa cisterna naplní.

- b** Zapíš definičný obor a obor hodnôt tejto funkcie.

5 Cisterna s objemom 26 500 litrov naplnená na 80 % chemikáliou havarovala a časť nákladu vytiekla. Vyšetrením sa zistilo, že v nej zostalo 20 % nákladu. Uniknutú chemikáliu hasiči neutralizovali dvojnásobným množstvom vody, ktorú vypúšťali rýchlosťou 500 litrov za minútu.

- a** Koľko litrov chemikálie vytieklo?

- b** Napíš rovnicu, ktorá vyjadruje množstvo potrebnej vody v závislosti od času.

- c** Vypočítaj čas, za ktorý hasiči zneutralizujú uniknutú chemikáliu.

6 Šperkárka navlečie za 20 sekúnd 5 korálikov. Náhrdelník tvorí 210 korálikov, 30 už je navlečených.

- a** Zapíš rovnicu závislosti počtu navlečených korálikov od času (v minútach), počas ktorých bude šperkárka koráliky navliekať. **c** Za aký čas navlečie šperkárka 30 náhrdelníkov, ak by nemala navlečený ani jeden korálik? Zapíš rovnicou a čas vyjadri v hodinách.

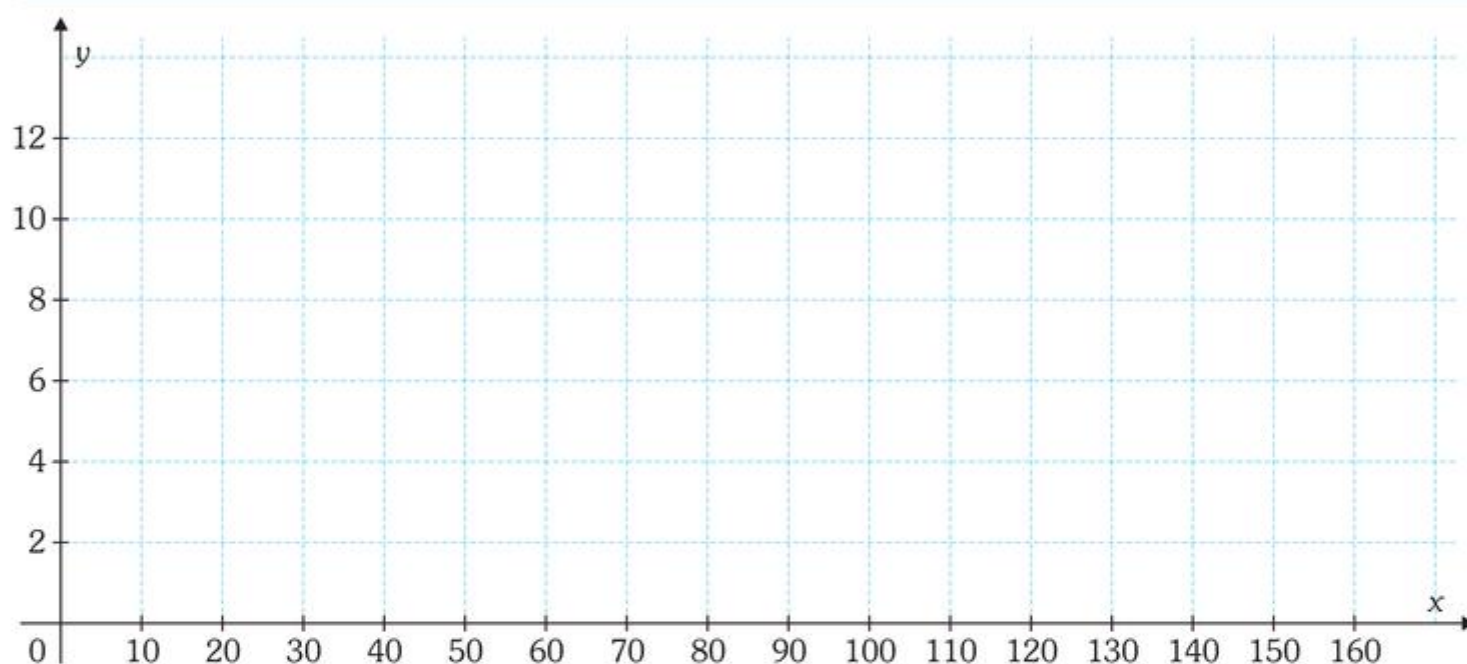
- b** Za aký čas doplní šperkárka celý náhrdelník?

- 7** Bambus z rodu *Phyllostachys vivax* patrí k najznámejším stromovitým bambusom, ktoré sa dajú u nás pestovať. Dorastá do výšky 6 až 12 m. V záhrade mal takýto bambus výšku 1,1 m. Po 45 dňoch meral 470 cm.

a Napíš rovnicu závislosti výšky bambusu od počtu dní, ak bambus rastie rovnomerne.

b Zisti, za koľko dní dosiahne tento bambus minimálnu a maximálnu výšku (6 m; 12 m).

c Zostroj graf tejto závislosti.



- 8** Vodorovná strecha rodinného domu má plochu 100 m^2 . Je k nej napojená nádrž na zachytávanie dažďovej vody s objemom $15\,000 \text{ l}$. Dňa 5. júla bolo v nádrži $0,8 \text{ m}^3$ vody. Tabuľka uvádza množstvo zrážok v jednom júlovom týždni.

x	Deň (júl)	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
y	Zrážky [mm]	30	0	40	28	0	14	22



40 mm zrážok znamená, že keby voda neodtekala, na ploche $10 \times 10 \text{ m}$ by siahala do výšky 40 mm.

a Vyjadri rovnicou množstvo vody v nádrži po 5. júli v závislosti od množstva zrážok.

b Koľko litrov vody bolo v nádrži ráno 13. júla, ak ju predchádzajúci týždeň nevypúšťali?

- 9** Najdlhšia etapa cyklistických pretekov Tour de France 2015 zo Seraingu do Cambrai merala 223,5 km. Priemerná rýchlosť víťaza bola 40,5 km/h. Napiš rovnicu funkcie, ktorá vyjadruje závislosť prejdenej vzdialenosti od času, a vypočítaj víťazný čas.

Pomôž si
tabuľkou.



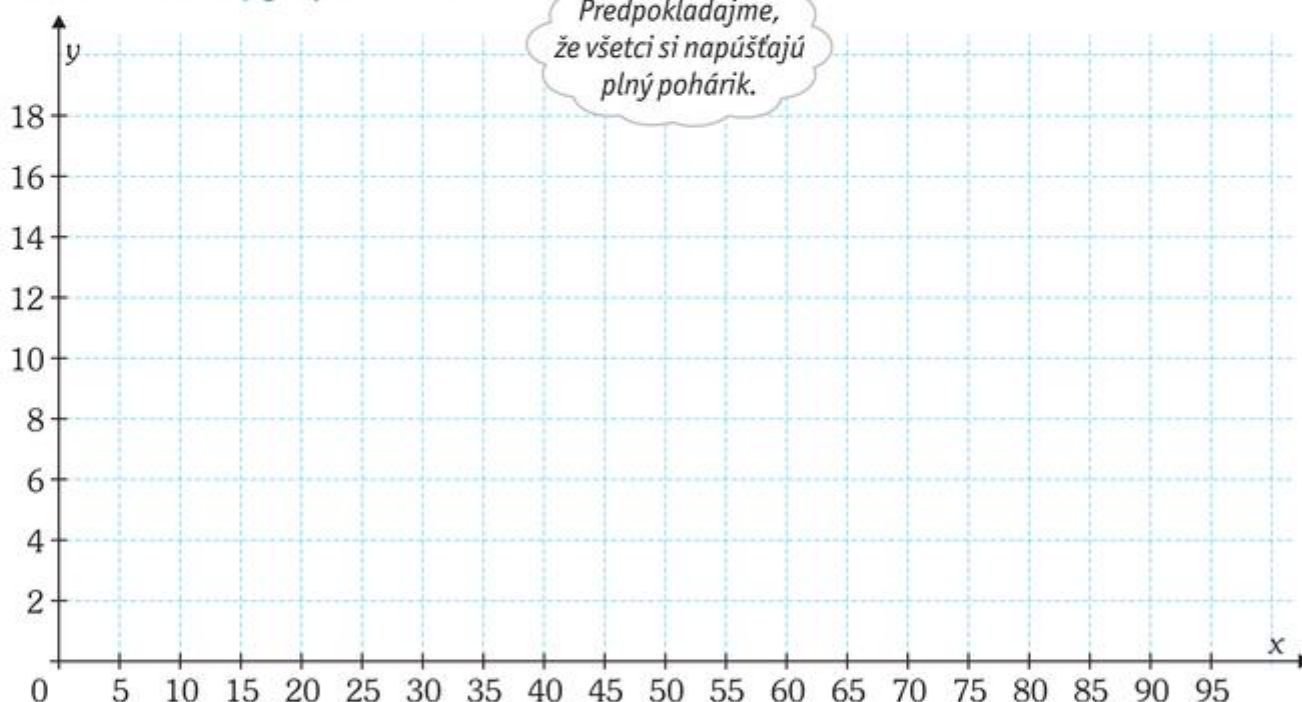
x	Čas [h]							
y	Vzdialenosť [km]							

$y =$

- 10** Fírme záleží na dodržiavaní pitného režimu svojich zamestnancov, preto majú k dispozícii zásobník s vodou s celkovým objemom 18,9 l.

- a** Napiš rovnicu funkcie f vyjadrujúcej množstvo minútej vody v závislosti od počtu spotrebovaných jednorázových pohárikov s objemom 0,2 l.
- b** Napiš rovnicu funkcie g vyjadrujúcej zostávajúce množstvo vody v zásobníku v závislosti od počtu spotrebovaných pohárikov s objemom 0,2 l.
- c** Do jedného obrázka zostroj grafy oboch funkcií.

Predpokladajme,
že všetci si napúšťajú
plný pohárik.



- d** Aký je definičný obor a obor hodnôt funkcie g ?
- e** Zisti súradnice bodu, v ktorom sa grafy funkcií pretli. **f** Ako možno slovne interpretovať tento bod?

- 11** Bratia Kamil a Peter prešli tú istú hrebeňovku dlhú 25 km. Peter išiel priemernou rýchlosťou 4 km/h, Kamil 5 km/h. Peter vyrazil na túru o 8:00, Kamil o hodinu neskôr.

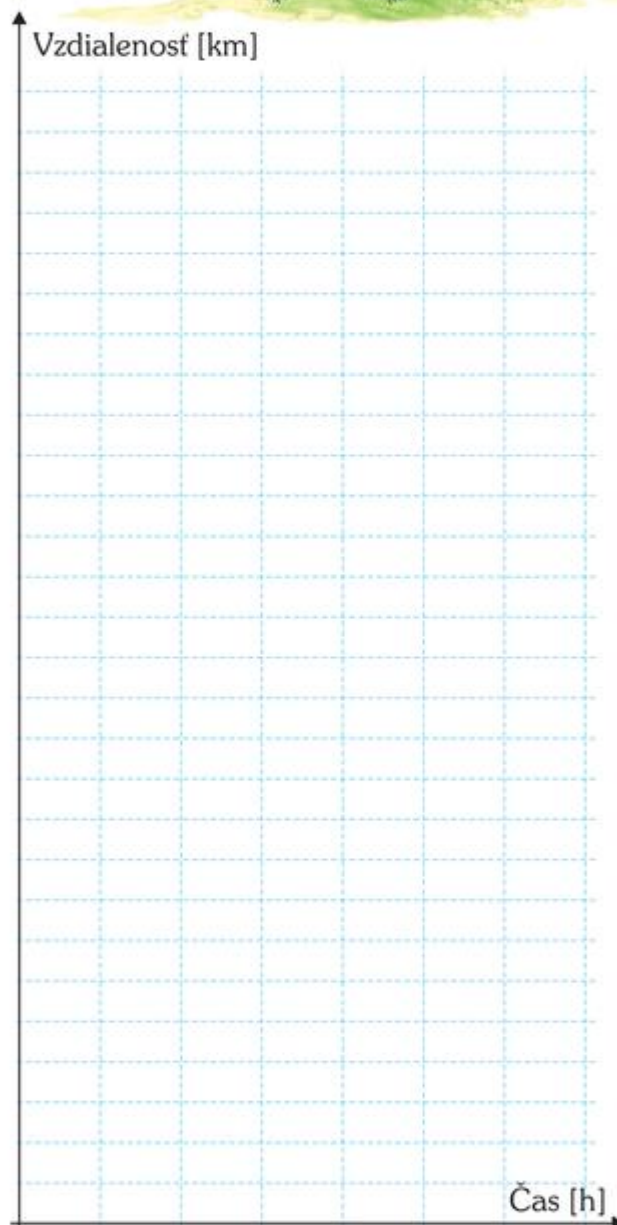
a Napíš obom predpis funkcie, ktorá vyjadruje závislosť dĺžky prejdenej trasy v km od času v hodinách.

b O kolkej dokončil túru Peter a o kolkej Kamil?

c Do jedného obrázku nakresli grafy týchto funkcií.

d Z grafu zisti, o kolkej dobehol Kamil Petra.

e Otec sa rozhodol, že ich po skončení túry vezme domov autom. Chcel tam byť v čase Petrovho príchodu. Z domu musí prejsť 54 km priemernou rýchlosťou 45 km/h. O kolkej by mal vyraziť?



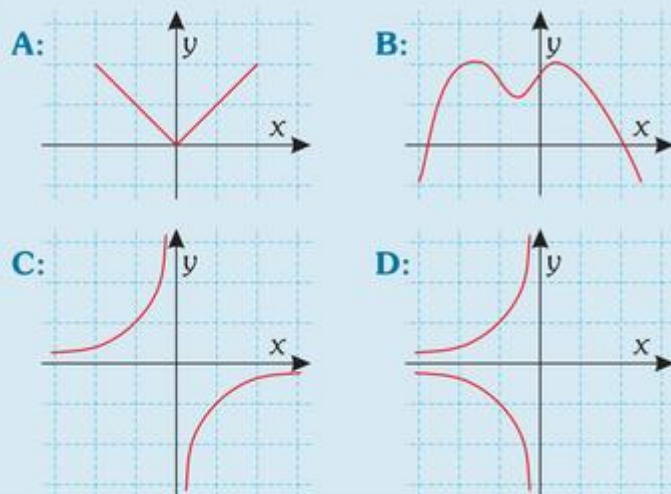
- 12** Janka má ušetrených 15 eur a mesačne si odkladá 4 eurá. Erika má ušetrených 12 eur a mesačne si odkladá 5 eur. Po kolkých mesiacoch bude mať Erika prvýkrát viac eur ako Janka, ak ani jedna nebude peniaze priebežne míňať?

OTESTUJ SA

- 1** Osovo súmerný obraz bodu $A[-2, 3]$ v pravouhlej súradnicovej sústave podľa osi y je bod

A: $[-2; -3]$. **B:** $[3; -2]$. **C:** $[2; 3]$. **D:** $[-3; 2]$.

- 2** Na ktorom obrázku **nie je** graf funkcie?



- 3** Aká je hodnota funkcie $y = -x - 3$ pre $x = -2$?

A: 1 **B:** -1 **C:** -3 **D:** 5

- 4** Graf funkcie $y = -5x - 4$ pretína os y v bode

A: $[5; 0]$. **B:** $[0; -4]$. **C:** $[-5; 0]$. **D:** $[0; 4]$.

- 5** Graf funkcie $y = 2x - 3$ **neprechádza** bodom

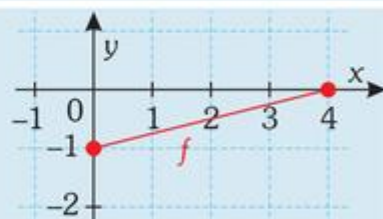
A: $[0; -3]$. **B:** $[1; -1]$. **C:** $[1,5; 0]$. **D:** $[2; -1]$.

- 6** Obor hodnôt funkcie $f: y = -2x + 1$ pre $x \in (-2; 5)$ je

A: $(-9; 5)$. **B:** $(-5; 11)$. **C:** $(-9; 11)$. **D:** $(-9; 5)$.

- 7** Aký je definičný obor funkcie f na obrázku?

A: $(-1; 0)$ **C:** $(-1; 4)$
B: $(0; 4)$ **D:** $(0; 4)$



- 8** Označ pravdivé tvrdenie o funkcii $f: y = 5 - 0,5x$.

A: Graf funkcie pretína os y v bode $[0; -0,5]$.
B: Funkcia nie je konštantná.
C: Graf funkcie prechádza bodom $[5; 0]$.
D: Funkcia je rastúca.

- 9** Nástupný poplatok v taxíku je 1,50 € a každý prejde-
 ný kilometer stojí 0,40 €. Závislosť ceny za jazdu
 od počtu prejetých kilometrov vyjadruje predpis

A: $y = 1,5 - 0,4x$. **C:** $y = 1,5 + 0,4x$.
B: $y = 0,4 + 1,5x$. **D:** $y = 0,4 - 1,5x$.

8

Podobnosť trojuholníkov

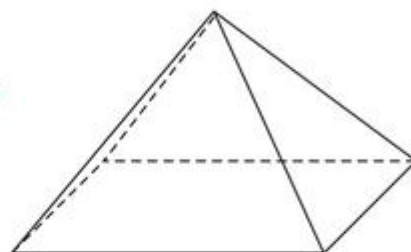
Podobnosť geometrických útvarov

- 1** Katka sa veľmi podobá na svoju mamu, niekedy sa aj rovnako obliekajú. Mama meria 165 cm, Katka 110 cm. Kolkokrát je mama vyššia ako Katka?

Aká matka, taká Katka.



- 2** Miro vyrobil 350-krát zmenšený model pyramídy v Louvri. Aké rozmery v centimetroch majú steny modelu pyramídy, ak jej skutočná výška je 21,6 m a štvorcová podstava má dĺžku strany 35 m?



Dva útvary sú podobné,
ak pomer dĺžok všetkých dvojíc
prislúchajúcich si úsečiek týchto
útvarov sa rovná tomu istému číslu k .
Nazýva sa pomer podobnosti.
 $k = |A'B'| : |AB|$

Zapisujeme: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

Ak pre pomer (koeficient) podobnosti k platí:

$0 < k < 1$
obraz je menší
ako vzor,
ide o zmenšenie.



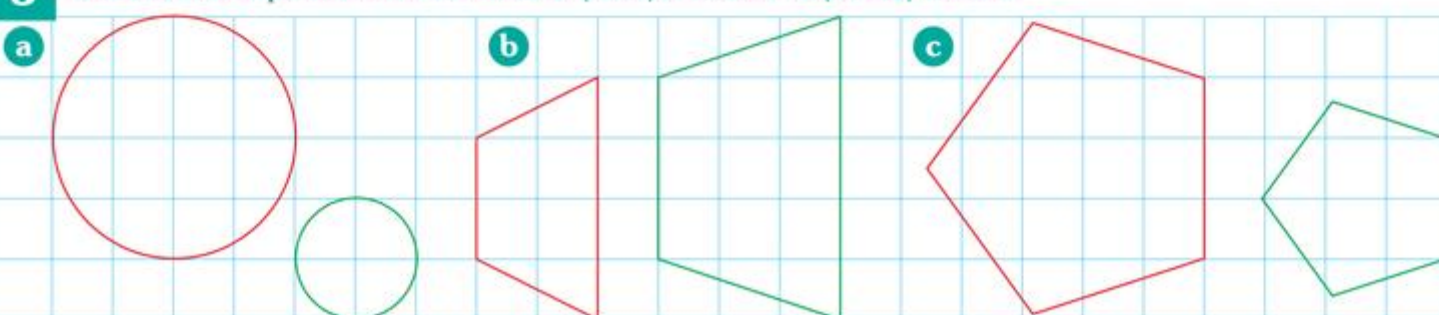
$k = 1$
obraz je zhodný
so vzorom,
ide o zhodnosť,



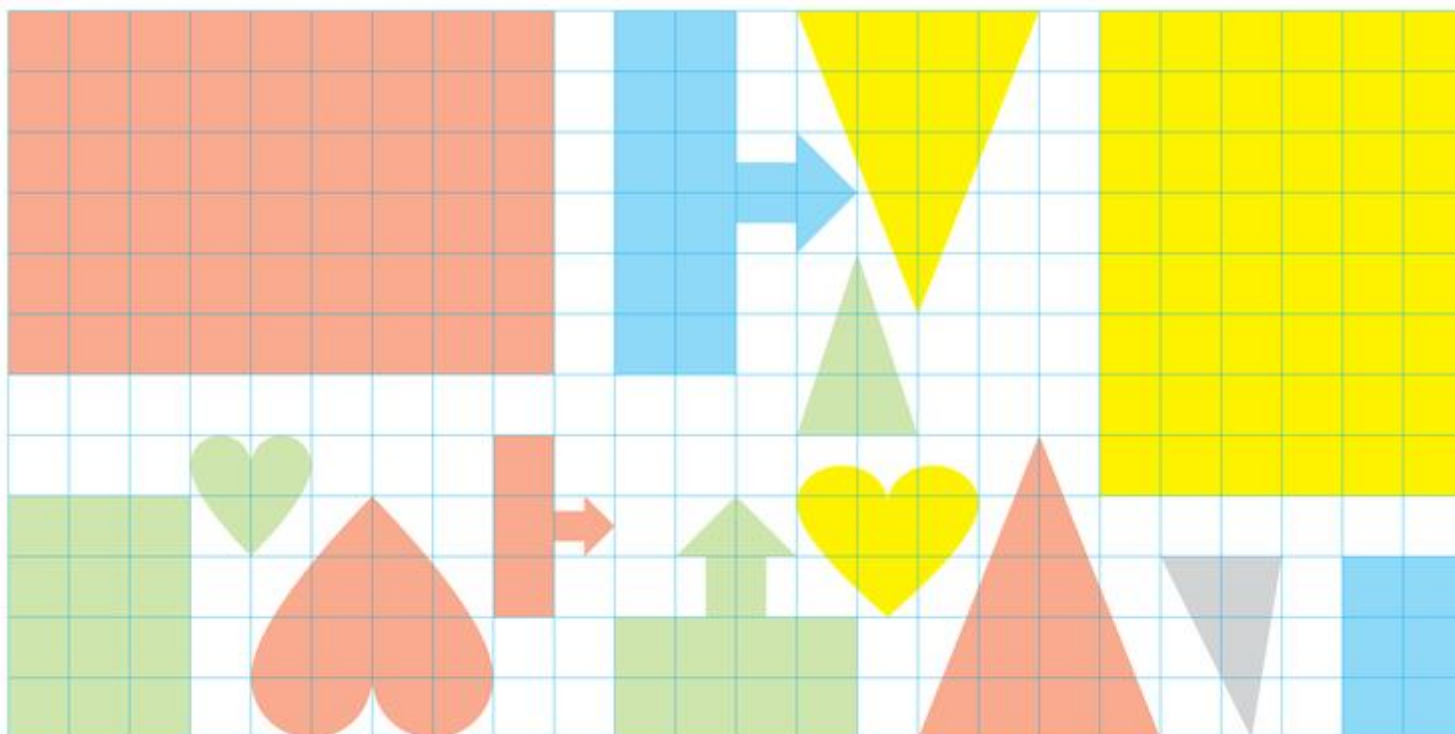
$k > 1$
obraz je väčší
ako vzor,
ide o zväčšenie.



- 3** Urč koeficient podobnosti červeného (vzor) a zeleného (obraz) útvaru.



- 4** V štvorčekovej sieti sú znázornené rôzne útvary. Zisti, ktoré z nich sú podobné.



- 5** Starožitné zrkadlo má tvar obdĺžnika $0,8 \text{ m} \times 1,2 \text{ m}$, jeho rám je široký 22 cm . Sú vnútorné a vonkajšie okraje rámu podobné obdĺžniky?

- 6** Tri kruhy sa navzájom dotýkajú. Najväčší kruh má priemer 12 cm , najmenší má priemer zmenšený v pomere $1 : 3$. Prostredný kruh má priemer zväčšený v pomere $2 : 1$ k najmenšiemu kruhu. Zisti obvod trojuholníka, ktorý tvoria stredy kruhov.

- 7** Dlhšia strana sivého obdĺžnika meria 20 cm, kratšia strana 15 cm. Obidve strany rozdelíme v pomere 2 : 3. Deliacimi bodmi vedieme rovnobežky so stranami obdĺžnika tak, že vzniknú štyri farebné obdĺžniky.



- a** Vypočítaj dĺžky strán farebných obdĺžnikov.
b Pomocou koeficientov podobnosti rozhodni, či platí tvrdenie o podobnosti obdĺžnikov.

Tvrdenie	Prvý koeficient (k_1)	Druhý koeficient (k_2)	Je tvrdenie pravdivé?
 $\neq$ 			áno – nie
 $\sim$ 			áno – nie
 $\neq$ 			áno – nie
 $\sim$ 			áno – nie
 $\sim$ 			áno – nie

- 8** Dva štvorce sú podobné s koeficientom podobnosti $k = 0,5$. Uhlopriečka vzoru meria 2,83 cm. Vypočítaj pomer obvodov a pomer obsahov týchto štvorcov.

$$o' : o =$$

$$S' : S =$$

- 9** Je daný lichobežník $ABCD$: $AB \parallel CD$, $a = 8$ cm, $b = d = 5$ cm, $c = 2$ cm. Lichobežník $A'B'C'D'$ ($A'B' \parallel C'D'$) je s ním podobný, koeficient podobnosti $k = 3$. Vypočítaj pomer obvodov a pomer obsahov týchto lichobežníkov a porovnaj ich s koeficientom podobnosti.

$$o' : o =$$

$$S' : S$$

- 10** Doplň vetu.

Ak sú dva rovinné útvary podobné a ich koeficient podobnosti je k ,

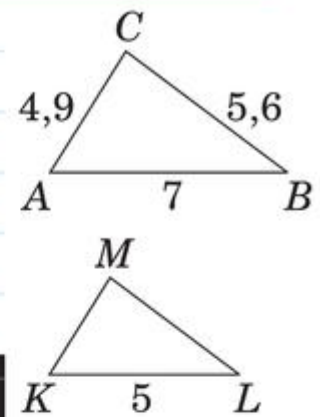
potom pre ich obvody a obsahy platí: $o' = \quad \cdot o$,

$$S' = \quad \cdot S.$$

Vety o podobnosti trojuholníkov

1 Dané sú trojuholníky KLM a ABC , ktoré sú navzájom podobné.

a Dopočítaj dĺžky zvyšných strán $\triangle KLM$.



b Doplň vetu.

Dva trojuholníky sú **podobné podľa vety sss**, ak sa pomery dĺžok každých dvoch prislúchajúcich si strán .

2 V trojuholníku TMA platí: $t = 5$ cm, $m = 3,5$ cm, $a = 6,2$ cm.

Iný, s ním podobný trojuholník, má dĺžky strán 6,65 cm; 11,78 cm; 9,5 cm.

a Urč koeficient podobnosti týchto trojuholníkov.

Ktoré strany si prislúchajú?



b Priradi tieto dĺžky k stranám trojuholníka NOC , tak aby platilo: $\triangle TMA \sim \triangle NOC$.

3 Sú dané dve trojice úsečiek:

$b = 2,8$ cm; $u = 4,3$ cm; $z = 3,9$ cm

a $o = 3,87$; $v = 3,51$; $n = 2,52$.

Ktoré tvrdenie je správne?

A: $\triangle BUZ \sim \triangle NOV$

B: $\triangle UZB \sim \triangle VON$

C: $\triangle ZUB \sim \triangle VON$

D: $\triangle ZBU \sim \triangle OVN$

4 V tabulke sú rozmery strán piatich trojuholníkov.

Zisti, ktoré z týchto trojuholníkov sú podobné a urč koeficient ich podobnosti.

$\triangle ABC$	$\triangle DEF$	$\triangle GHI$	$\triangle JKL$	$\triangle MNO$
$a = 96$ cm	$d = 20$ cm	$g = 6$ dm	$j = 840$ mm	$m = 40$ cm
$b = 156$ cm	$e = 35$ cm	$h = 105$ cm	$k = 780$ mm	$n = 6$ dm
$c = 168$ cm	$f = 30$ cm	$i = 9$ dm	$l = 480$ mm	$o = 700$ mm

- 5** **a** Narysuj trojuholník ONE , ak $e = 4,6$ cm, $|\angle NOE| = 60^\circ$, $n = 2,8$ cm.
- b** Vedľa trojuholníka ONE narysuj s ním podobný trojuholník SIX (obraz) tak, aby koeficient podobnosti týchto trojuholníkov bol 0,5. Dĺžku strany NE si odmeraj.

O

- c** Odmeraj veľkosť uhla ISX . $|\angle ISX| =$
- d** Doplň vetu.

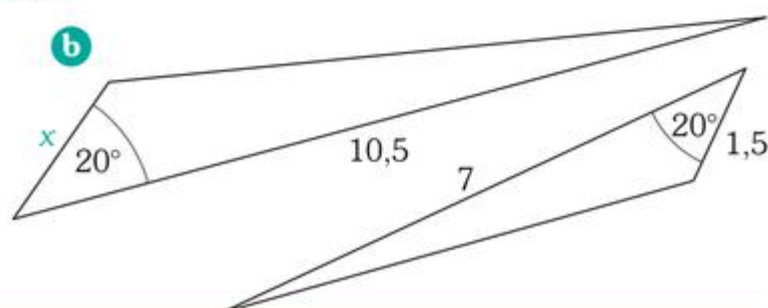
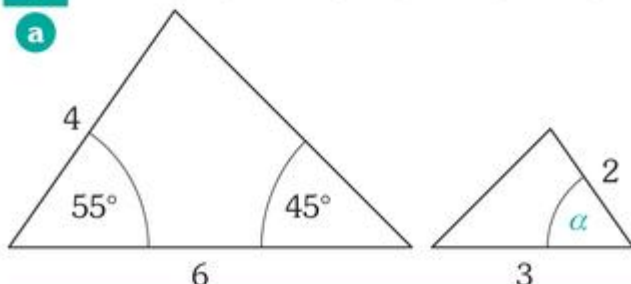


Dva trojuholníky sú podobné podľa vety sus, ak sú zhodné pomery dĺžok dvoch dvojíc prislúchajúcich si strán a trojuholníky sa zhodujú v , ktorý tieto strany zvierajú.

- 6** V tabulke sú rozmery piatich trojuholníkov. Zisti, ktoré z týchto trojuholníkov sú podobné a urč koeficient ich podobnosti.

$\triangle ABC$	$\triangle DEF$	$\triangle GHI$	$\triangle JKL$	$\triangle MNO$
$b = 42$ cm	$d = 27$ dm	$g = 6$ dm	$k = 504$ mm	$m = 3$ cm
$c = 54$ cm	$e = 210$ cm	$h = 8$ dm	$l = 64,8$ cm	$n = 4$ cm
$ \angle BAC = 26^\circ$	$ \angle EDF = 26^\circ$	$ \angle HIG = 90^\circ$	$ \angle KJL = 26^\circ$	$o = 5$ cm

- 7** Urč chýbajúce údaje v podobných trojuholníkoch.

 $\alpha =$ $x =$

- 8** **a** Narysuj trojuholník IVA , ak $a = 4,6$ cm, $|\angle VIA| = 60^\circ$, $|\angle IVA| = 40^\circ$.
- b** Vedľa trojuholníka IVA zostroj s ním podobný trojuholník LEO (obraz) tak, aby koeficient podobnosti týchto trojuholníkov bol 1,5. Dĺžky strán IA a VA si odmeraj.

I

- c** Odmeraj veľkosť uhlov: $|\angle ELO| =$ $|\angle LEO| =$
- d** Doplň vetu.

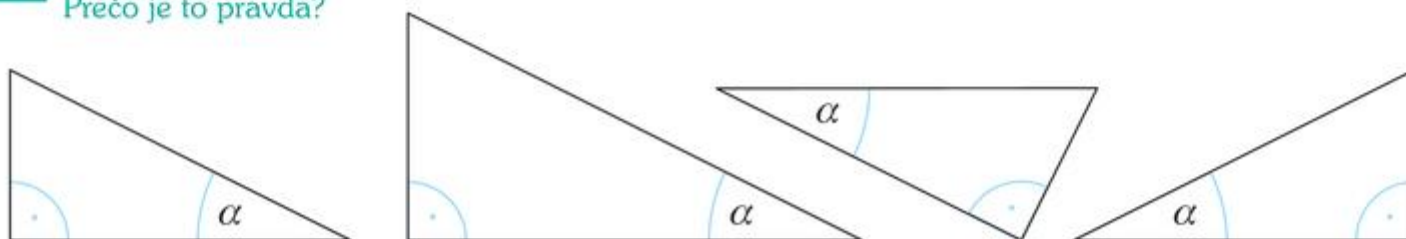
Dva trojuholníky sú podobné **podľa vety uu**, ak sa zhodujú v dvoch vnútorných . Podobnosť zachováva veľkosť uhlov.



- 9** V tabulke sú údaje o trojuholníkoch. Zisti, ktoré z týchto trojuholníkov sú podobné. Uhly v dvoch modrých bunkách a uhly v dvoch zelených bunkách budú tvoriť vnútorné uhly dvoch nových trojuholníkov. Budú nové trojuholníky podobné?

$\triangle ABC$		$\triangle DEF$		$\triangle GHI$		$\triangle JKL$		$\triangle MNO$	
				pravý uhol pri H				pravý uhol pri N	
$ \angle BAC $	37° 15'	$ \angle DEF $	37° 45'	$ \angle HIG $	51° 15'	$ \angle KJL $	37° 45'	$ \angle MON $	52° 15'
$ \angle ABC $	105°	$ \angle FDE $	52° 15'	$ \angle GHI $		$ \angle JLK $	37° 15'	$ \angle ONM $	
$ \angle ACB $		$ \angle EFD $		$ \angle HGI $		$ \angle JKL $		$ \angle NMO $	

- 10** Platí veta: „Každé dva pravouhlé trojuholníky, ktoré sa zhodujú v jednom ostrom uhle, sú podobné.“ Prečo je to pravda?



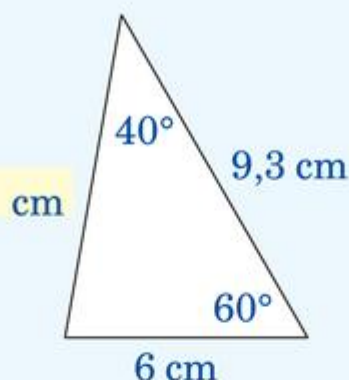
11

a V každém trojúhelníku dopočítaj chýbající uhol.

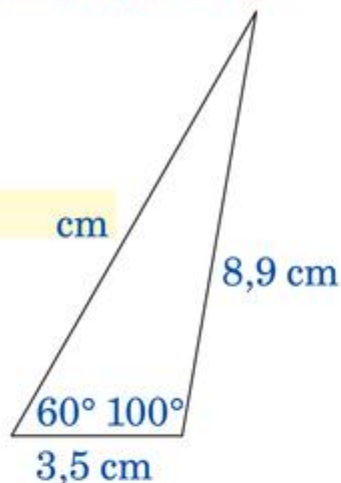
b Dvojice navzájom podobných trojúhelníkov obtiahni rovnakou farbou a pomenuj ich.

c Na základe podobnosti trojúhelníkov urči chýbajúce dĺžky strán.

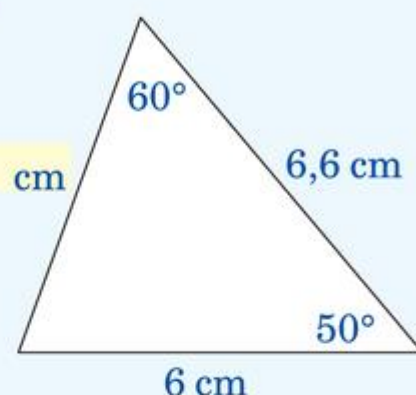
1.



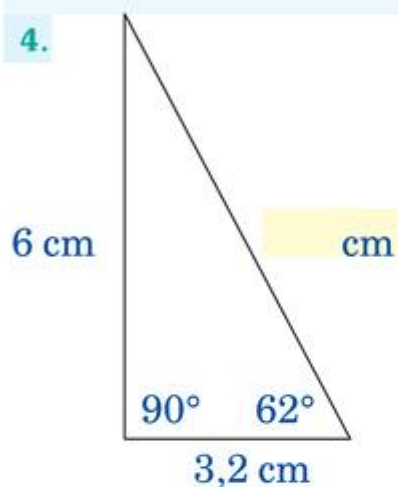
2.



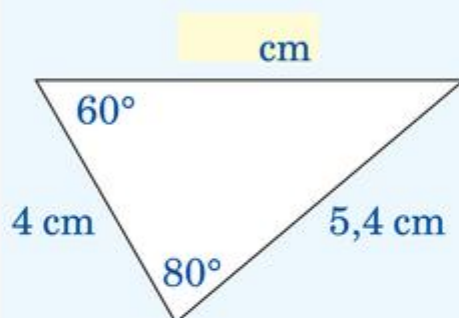
3.



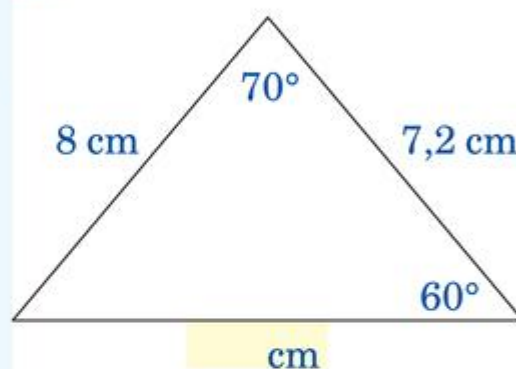
4.



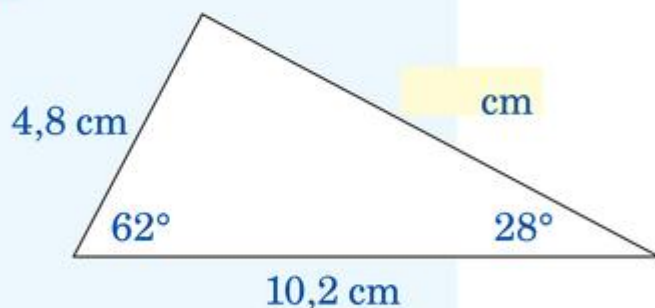
5.



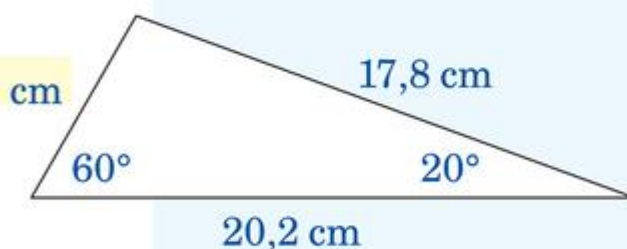
6.



7.



8.



d Doplň dešifrovačiu tabuľku a slovo z tajničky doplň do vety.

Písmeno	A	E	H	N	O	R	S	T
Dopočítaná strana	5,4	6,8	8,8	10,1	7,0	6,2	9	8,1
Číslo trojúhelníka								

Číslo trojúhelníka	4.	5.	3.	1.	8.	7.	1.	6.	4.	2.	4.	7.
Príslušné písmeno												

Starogrécky matematik, geograf, historik, astronóm _____
 _____ v 3. stor. pred. Kr. využil vedomosti
 o podobnosti trojúhelníkov a určil polomer Zeme.



Použitie podobnosti pri riešení geometrických úloh

- 1 a** Modrú úsečku zmeň v pomere 2 : 3,
červenú v pomere 4 : 3, zelenú v pomere $\frac{3}{5}$ a čiernu zmeň v pomere $\frac{5}{2}$.

b Doplň.

K Dĺžka zmenenej ■ úsečky je:

I Dĺžka zmenenej ■ úsečky je:

L Dĺžka zmenenej ■ úsečky je:

U Dĺžka zmenenej ■ úsečky je:



Je rozdiel
zmeniť úsečku
v pomere a **rozdeliť**
úsečku v pomere!

c Vypočítaj.

S Úsečku dĺžky 31,5 cm rozdelím v pomere 2 : 5.
Akú dĺžku bude mať dlhšia časť?

E Úsečku dĺžky 27 cm rozdelím v pomere 7 : 2.
Akú dĺžku bude mať dlhšia časť?

E Úsečku dĺžky 15 cm rozdelím v pomere 1 : 3.
Akú dĺžku bude mať kratšia časť?

D Úsečku dĺžky 24,5 cm rozdelím v pomere 4 : 3.
Akú dĺžku bude mať kratšia časť?

- d** Do horného riadka zorad' vzostupne všetky výsledky z úloh b) a c).
Pod každé číslo vpiš príslušné
písmeno. Dostaneš meno mate-
matika, ktorý skúmal zlatý rez.

Zlatý rez

je číslo, ktoré sa nazýva aj zlatý podiel, božská proporcia alebo iba *fi.* (φ)

Názov *fi* pochádza od Feidia, starogréckeho architekta, o ktorom sa hovorí, že v roku 440 pred n. l. využil proporcie zlatého rezu pri stavbe svojho najznámejšieho diela, Partenónu v Aténach.

Zlatý rez je pomer, pri ktorom sa „celá časť má k väčšej časti tak, ako sa má väčšia časť k menšej“.

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a+b}{b}$$

$$\varphi = \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

Hodnota φ je približne 1,618 034.

Príkladom zlatého rezu je kreditná karta, ktorej veľkosť je celosvetovo štandardizovaná.



2 a

Narysuj si vlastnú kreditnú kartu v zlatom reze podľa postupu.

Postup:

1. $\square ABCD$; $a = 5$ cm
2. E ; E je stred AB
3. k ; $k(E; r = |EC|)$
4. G ; $G \in \overrightarrow{AB} \cap k$
5. x ; $x \perp \overrightarrow{AB}$; $G \in x$
6. H ; $H \in \overrightarrow{DC} \cap x$
7. kreditná karta $AGHD$

- b Odmeraj dĺžky úsečiek AG , AB a BG a over výpočtom vznik zlatého podielu.

Viete, čo je zlatý rez?
Objavil ho Euklides.
Ešte pred dvetisíc rokmi
odvodil ho zopár krokmi.
Pomer celku k väčšej časti
je jak pomer oboch častí.

- ## 3
- Narysuj úsečky SK a CZ , kde $|SK| = 7$ cm, $|CZ| = 5$ cm.
Úsečku SK rozdeľ na 6 zhodných častí, úsečku CZ na 3 zhodné časti.

- 4 K $\triangle ABC$ s dĺžkami strán $a = 5$ cm, $b = 4,5$ cm, $c = 7$ cm zostroj podobný $\triangle A'B'C'$ s koeficientom podobnosti $k = 0,8$. Porovnaj vypočítané dĺžky strán $\triangle A'B'C'$ s nameranými dĺžkami v konštrukcii.



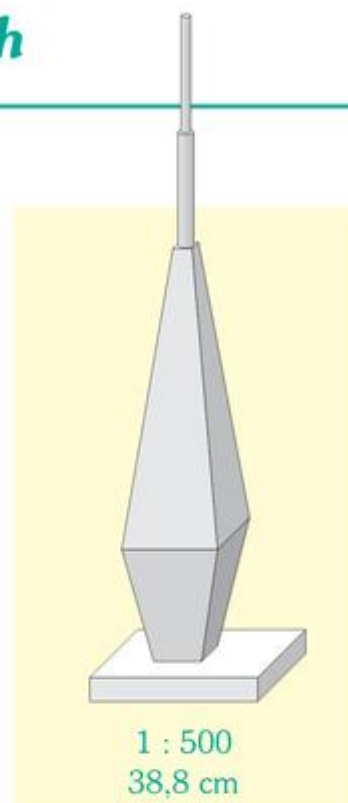
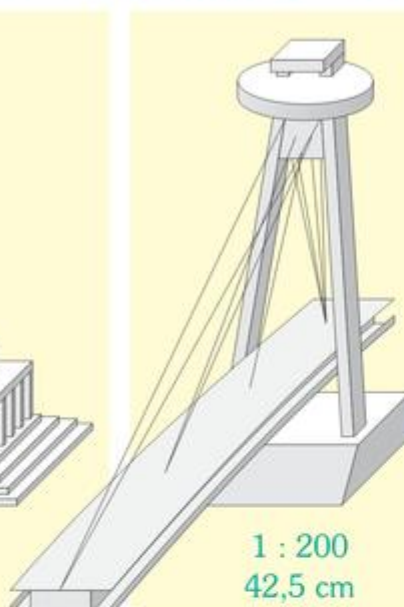
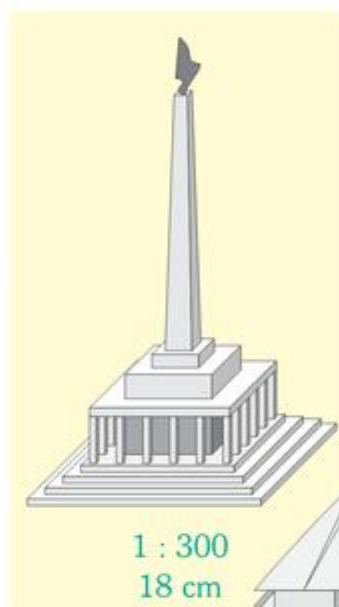
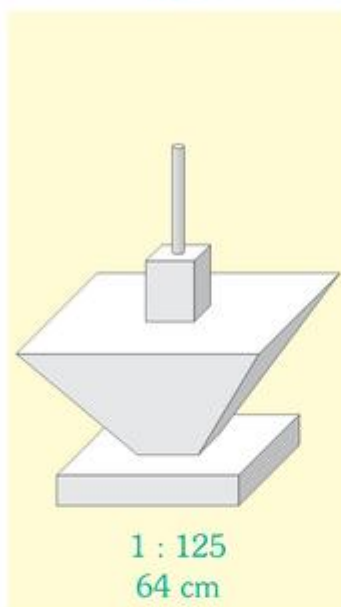
- 5 K $\triangle ABC$, kde $a = 6$ cm, $c = 8$ cm, $\beta = 60^\circ$,

a zostroj podobný $\triangle A'B'C'$ tak, aby $v_{e'} = 3$ cm.

b zostroj podobný $\triangle A''B''C''$ tak, aby $t_{e''} = 7$ cm.

Použitie podobnosti pri riešení praktických úloh

- 1** Na obrázkoch sú modely známych bratislavských stavieb zhotovených v rôznych mierkach spolu s výškami týchto modelov v danej mierke.



- a** Vypočítaj skutočné výšky v metroch. **b** Vypočítaj výšky modelov v rovnakej mierke 1 : 250.

Stavba	Skutočná výška [m]	Výška v mierke 1 : 250 [cm]
Slovenský rozhlas		
Televízna veža Kamzík		
Pylón Mosta SNP		
Slavín		

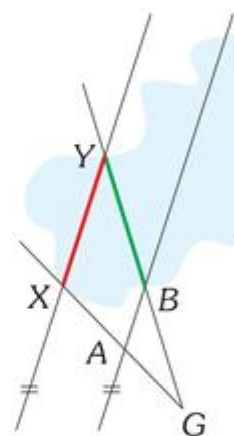
- 2** V parku je dekoračný svetelný stĺp, ktorý vrhá tieň dlhý 2,6 m. Vedľa neho stojí zahradzovací stĺpik vysoký 1,4 m s dĺžkou tieňa 80 cm. Aký vysoký je svetelný stĺp?

- 3** Iveta vysoká 1,6 m stojí pod smrekom, ktorý má výšku 32 m. Dĺžka Ivetinho tieňa je 120 cm. Na koniec tieňa smreku sa postavila Edita. Dohodí Iveta loptu Edite, ak doposiaľ nehodila ďalej ako 18 m?

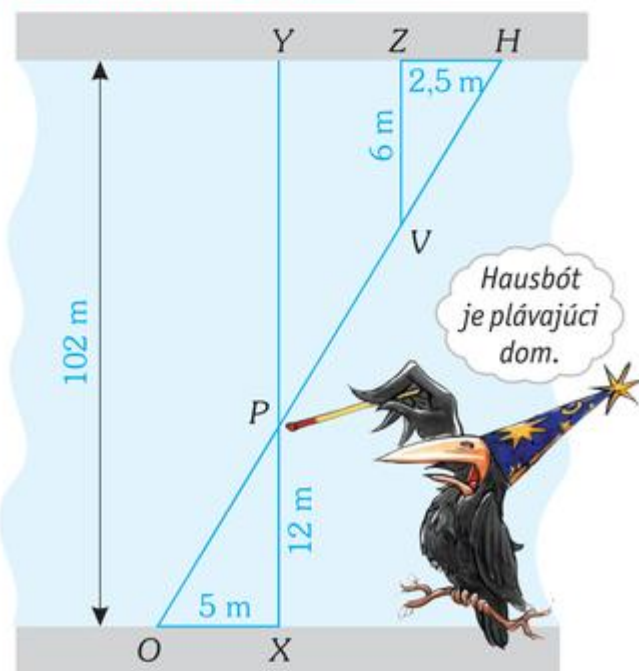


- 4** Dňa 23. septembra 1999 o 16:00 zloději zakopali poklad v opustenej továrni. Miesto označoval koniec tieňa továrenského komína. Dohodli sa, že sa tam presne o rok vrátia a poklad vykopú. Keď sa po roku stretli, komín tam už nestál. Na jeho mieste bola pamätná tabuľa s nápisom: „Tu stál komín s prvým filtrom na exhaláty na Slovensku, mal výšku 65 m.“ Odišli, lebo nevedeli, kde majú kopaf. O rok sa vrátili, k tabuli postavili tyč dlhú 1 m a presne o 16:00 odmerali dĺžku jej tieňa. Meral 140 cm. V akej vzdialenosti od tabule mali kopaf?

- 5** Pri projektovaní cesty treba postaviť most ponad jazero. Uvažuje sa o dvoch možnostiach. Na obrázku sú znázornené červenou a zelenou farbou. Ekonomickejšie je postaviť kratší most. Geodet nameral: $|AG| = 26$ m; $|XA| = 39$ m; $|AB| = 18$ m; $|BG| = 34$ m. Ktorý most postavia?



- 6** Vo vzdialenosti 12 m od brehu rieky kotví hausbót rodiny Potočných (P). V tomto mieste je rieka široká 102 m a jej brehy sú rovnobežné. Od mostíka (X) po osíku (O) je vzdialenosť 5 m. Na druhej strane vo vzdialenosti 6 m od brehu kotví hausbót rodiny Vodákových (V). Od ich mostíka (Z) po hrab (H) je vzdialenosť 2,5 m. Aká je vzdialenosť oboch hausbótov?



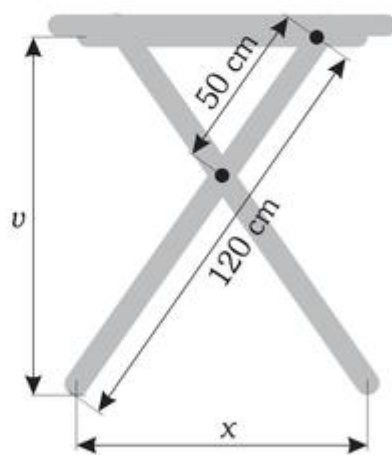
- 7** Pán Sasko zdedil pozemok, ktorý bol na starej katastrálnej mape s mierkou 1 : 2 880 znázornený ako obdĺžnik s dĺžkou 31,25 mm a šírkou 25 mm. Po usporiadaní majetkových pomerov dostal kópiu novej katastrálnej mapy v mierke 1 : 2 000, kde bol jeho pozemok znázornený ako obdĺžnik s rozmermi 3,5 cm a 4,6 cm. Je to správne? Akú výmeru má jeho pozemok?

- 8** Stolár vyrobil na objednávku skrinku podľa obrázka s najväčšou vnútornou výškou 0,9 m a najväčšou vnútornou šírkou 0,8 m. Zákazník chce mať vo výške 35 cm a 65 cm odo dna skrinky sklenené poličky. Aká bude ich šírka v centimetroch?



- 9** Martin vyrobil záhradný stôl, ktorého výška sa dá meniť v závislosti od nastaviteľnej vzdialenosti nôh stola (na obrázku označená x).

- a** Na akú maximálnu výšku sa dá stôl nastaviť, ak $x_{\max} = 84$ cm?



- b** Priemerná výška jedálenského stola je 75 cm. Aká by bola vzdialenosť x pri tejto výške?

OTESTUJ SA

1 Ak je koeficient podobnosti $k = 1$, ide o

- A:** zmenšenie. **C:** zhodnosť.
B: zväčšenie. **D:** zlatý rez.

2 Na ktorej karte **nie je** veta o podobnosti trojuholníkov?

sus

uu

sss

usu

- A:** na červenej **C:** na zelenej
B: na modrej **D:** na žltej

3 Trojuholník s dĺžkami strán 6 cm, 7 cm a 6,4 cm je podobný s trojuholníkom, ktorý má dĺžky strán:

- A:** 21 cm; 28 cm; 19,2 cm.
B: 18 cm; 19,2 cm; 21 cm.
C: 3,5 cm; 3 cm; 3,1 cm.
D: 28 cm; 25,6 cm; 12 cm.

4 Trojuholník s veľkosťami vnútorných uhlov 37° a 63° je podobný s trojuholníkom, ktorý má veľkosti vnútorných uhlov:

- A:** 100° a 63° . **C:** 63° a 80° .
B: 37° a 100° . **D:** 37° a 90° .

5 Vždy podobné sú ľubovoľné

- A:** dva trojuholníky. **C:** dva kosoštvorce.
B: dva obdĺžniky. **D:** dve kružnice.

6 Vzdialenosť na mape medzi dvoma miestami je 12,8 cm. Ich skutočná vzdialenosť je 51,2 km. V akej mierke je zhotovená mapa?

- A:** 1 : 4 000 **C:** 1 : 40 000
B: 1 : 400 000 **D:** 1 : 4 000 000

7 Pravidelný päťuholník *KOMÁR* (vzor) má obsah 128 cm^2 a je podobný s pravidelným päťuholníkom *ZEBRA* (obraz), $k = 4$. Aký veľký bude obsah päťuholníka *ZEBRA*?

- A:** 32 cm^2 **C:** $2\,048 \text{ cm}^2$
B: 8 cm^2 **D:** 512 cm^2

8 Vodárenská veža s vodojemom má tieň dlhý 37 m. Pod ňou stojaci Julo vysoký 1,84 m vrhá tieň dlhý 138 cm. Aká je výška veže?

- A:** 27,75 m **C:** 68,63 m
B: 49,33 m **D:** 36,04 m

V celej kapitole
môžeš používať
kalkulačku.



Zopakuj si

1 Posúď opísané situácie a zapíš, čo je štatistický súbor, štatistická jednotka a urč štatistický znak.

- a** Všetci ôsmaci písali polročné písomné práce z matematiky. V škole sú štyri ôsme triedy: 8.A, 8.B, 8.C a 8.D. Podľa bodovacej tabuľky učitelia ohodnotili písomné práce a vypočítali aritmetický priemer za triedu.

Štatistický súbor	
Štatistická jednotka	
Štatistický znak	

- b** V rámci dopravného prieskumu sa robil v piatok popoludní na výpadovke z Bratislavy prieskum obsadenosti osobných áut, ktorého výsledky boli spracované graficky.

Štatistický súbor	
Štatistická jednotka	
Štatistický znak	

- c** Agentúra cestovného ruchu urobila v mesiacoch júl a august prieskum v našich ubytovacích zariadeniach a spracovala do tabuľky štruktúru ubytovaných zahraničných hostí podľa národnosti.

Štatistický súbor	
Štatistická jednotka	
Štatistický znak	

- d** V rámci týždňa aktivít na tému *Hovorme o jedle* si každý žiak školy priniesol na desiatu nejaké ovocie. Deviataci potom urobili prieskum, kto si priniesol aký druh ovocia. Výstupom prieskumu bola nástenka.

Štatistický súbor	
Štatistická jednotka	
Štatistický znak	

2 Graf znázorňuje počet jednotlivých známok z 1. písomnej práce z matematiky. Vypočítaj aritmetický priemer všetkých známok.

Matematika – známky z 1. písomnej práce



Skupina osôb, čísel, predmetov... vytvorená na základe nejakej ich spoločnej vlastnosti.

Každý prvok štatistického súboru.

Vlastnosť, ktorú majú prvky štatistického súboru rovnakú a ktorú skúmame.

Rozsah štatistického súboru

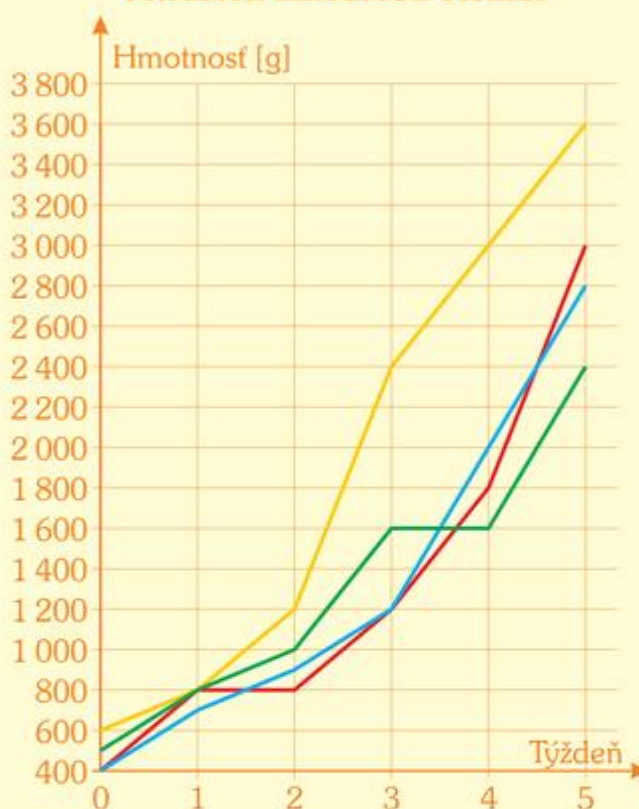
Počet všetkých prvkov (jednotiek) štatistického súboru.

Doplň pojmy.



- 3** Chovateľ psov si spojnicovým grafom znázorňoval prírastok váhy šteniat z jedného vrhu. Modrou a zelenou farbou sú znázornení psíci (samčekovia), červenou a žltou sučky. Pozoruj graf a rozhodni o pravdivosti tvrdení.

Prírastok hmotnosti šteniat



- a** Z dvoch sučiek viac pribrala za 5 týždňov „červená“ sučka.
b V súčte pribrali psíci spolu 4,3 kg.
c V prvom týždni zdvojnásobilo svoju váhu len jedno šteňa.
d Priemerná váha šteniatok v štvrtom týždni bola 2 100 g.
e Psíci pribrali za celých 5 týždňov spolu viac ako sučky.
f Najmenej pribral „zelený“ psík.

áno – nie

áno – nie

áno – nie

áno – nie

áno – nie

áno – nie



- 4** Vekový priemer skupiny detí je 12 rokov. V skupine je štyrikrát viac dievčat ako chlapcov. Vekový priemer chlapcov je 14 rokov. Aký je vekový priemer dievčat v skupine?

- 5** V Testovaní 9 dosiahol Marek z matematiky percentil 87. Znamená to, že 87 % žiakov, ktorí sa Testovania 9 zúčastnili, malo horší priemer ako Marek. Rozsah štatistického súboru Testovania 9 bol 38 210 žiakov. Vypočítaj, koľko žiakov dosiahlo horší priemer ako Marek.



- 6** V tabulke sú uvedené počty známok žiakov štvrtých ročníkov na vysvedčení na konci roka. Doplň priemery známok.

	4.A	4.B	4.C
1	4	7	6
2	8	4	7
3	8	8	4
4	4	6	2
5	0	0	1
Priemer			

- 7** Deviatci písali písomnú prácu z literatúry. Priemerná známka bola 2,76, dvojok bolo 8, trojok 5, štvoriek 6 a boli aj 2 päťky.

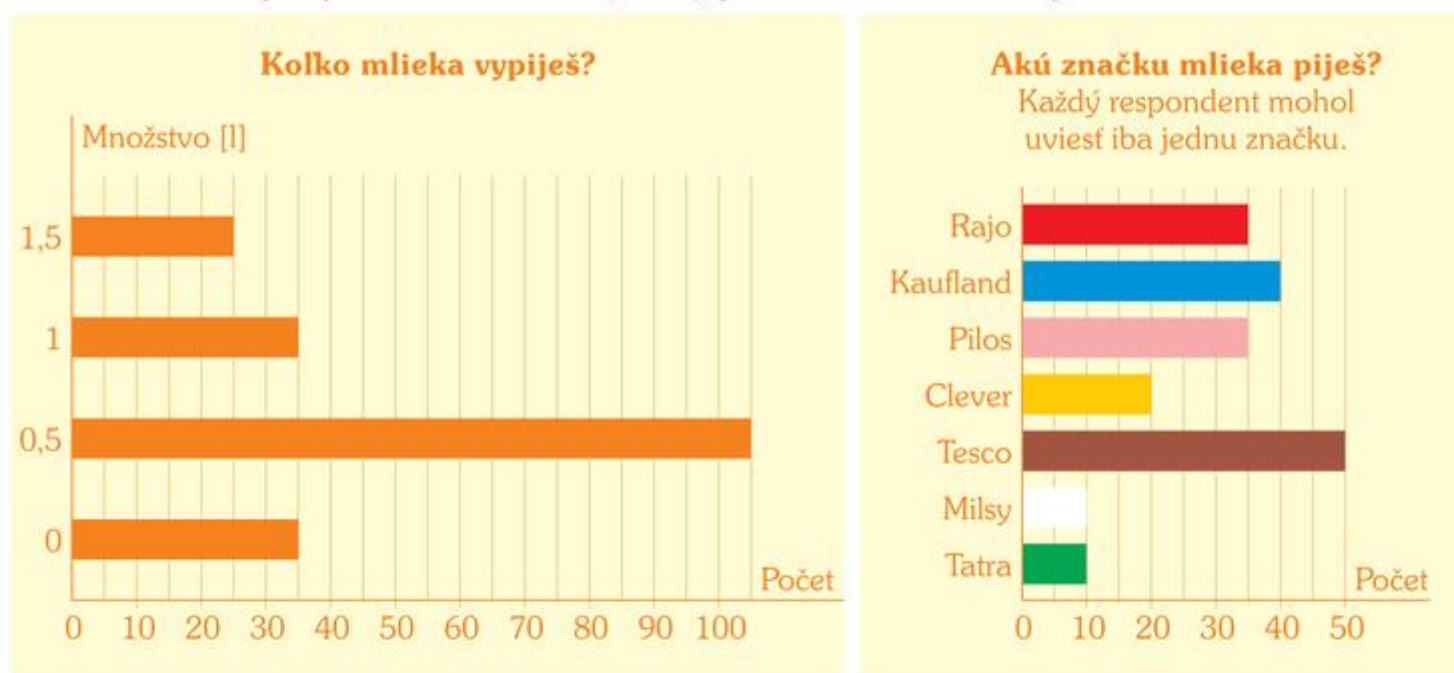
a Koľko bolo jednotiek?

b Aký je rozsah tohto štatistického súboru?



- 8** Aritmetický priemer obsahov dvoch kruhov s rôznymi celočíselnými polomermi je $40,82 \text{ cm}^2$. Súčin ich polomerov je prvočíslo. Vypočítaj polomery týchto kruhov.

- 9** V rámci týždňa aktivít na tému *Hovorme o jedle* urobili ôsmaci medzi všetkými žiakmi 2. stupňa prieskum o mlieku. Výsledky prieskumu znázornili diagramami.



- a** Priemerne kolko decilitrov mlieka denne vypije jeden žiak 2. stupňa tejto školy?

- b** Kolko percent žiakov pije mlieko Clever?

- c** Kolko percent žiakov pije viac mlieko Tesco než Kaufland?

- d** Vyjadri zlomkom v základnom tvare, kolko žiakov pije mlieko Pilos.

- e** Aký veľký uhol by v kruhovom diagrame reprezentoval mlieko Tatra?

- 10** V kletke bolo 5 papagájov. Ich priemerná cena bola 200 €. Pri čistení kletky najkrajší z nich uletel, priemerná cena zvyšných štyroch papagájov preto klesla na 170 €. Kolko stál papagáj, ktorý uletel?

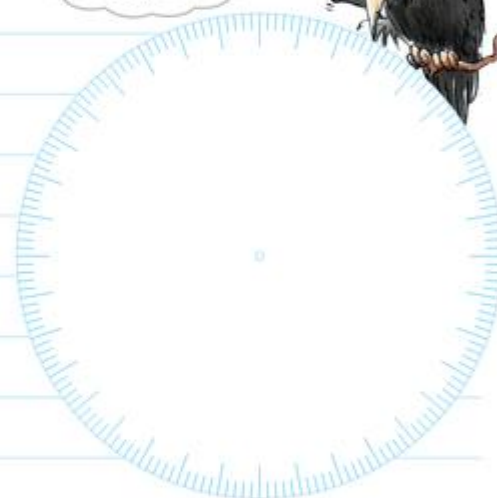
Štatistický prieskum

- 1** Desiati žiaci sa dohodli, že každý z nich doma hodí 100-krát hracou kockou a zapíše si, čo padne. Na druhý deň všetky výsledky prepísali na jeden papierik, kde jedna čiarka predstavuje 10 hodov. Spracuj výsledky do prehľadnej tabuľky a zostroj kruhový diagram.

1		Na kocke padlo							Spolu
2		Absolútna početnosť	160						
3		Relatívna početnosť	Zlomok						
4			Desatinné č.						
5			%						
6			Uhol [°]						

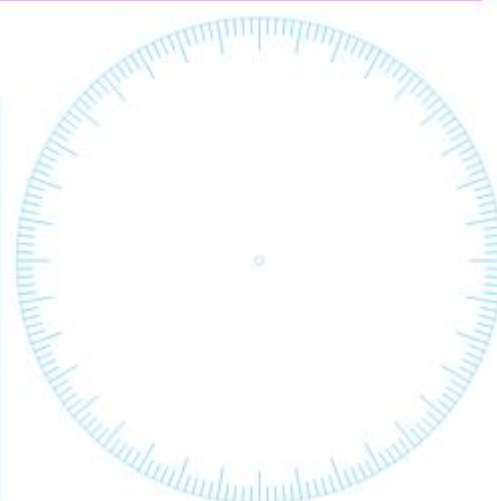


Najmenší
dielik predstavuje
2 stupne.



- 2** Hod' mincou 100-krát a výsledky spracuj do tabuľky. Potom zostroj kruhový diagram.

Číslo	Ako padla minca	Číslo	Znak	Spolu
	Absolútna početnosť			100
Znak	Relatívna početnosť	Zlomok		
		Desatinné č.		
		%		
		Uhol [°]		



- 3** Na prvej hodine telesnej výchovy sa chlapci 7.B merali a svoje výšky zapísali do tabuľky. O týždeň pribudol do triedy nový žiak. Akú má výšku, ak priemerná výška vzrástla o dve desatiny cm?

Výška [cm]	156	158	160	168	174	175
Počet chlapcov	1	2	1	3	1	1

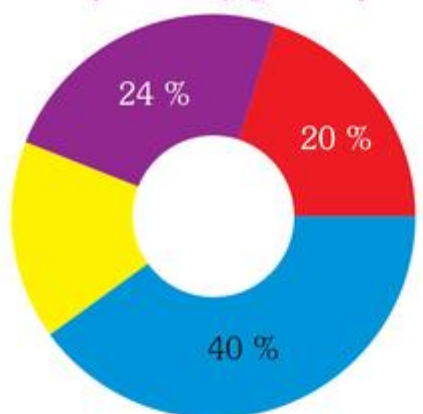


- 4** Rodičia slúbili Janke, že ak bude mať priemer výsledných známok z hlavných predmetov lepší ako 2, kúpia jej vytúžený tablet. Janka si do tabuľky vypísala všetky známky zo žiackej knižky. Predpokladáme, že učitelia jej dajú také známky, aké jej vyjdú z priemeru. Dostane Janka tablet?

Predmet	SJL	MAT	ANJ	DEJ	FYZ	CHE
1 – počet jednotiek	8	5	3	1	1	2
2 – počet dvojok	5	7	6	1	3	2
3 – počet trojok	1	3	4	2	1	1
4 – počet štvoriek	0	1	0	0	1	0
5 – počet pätiok	0	0	1	0	0	1
Priemerná známka						
Výsledná známka						
Celkový priemer						

- 5** Žiaci dostali z písomnej práce takéto známky: 3, 4, 1, 3, 2, 1, 2, 3, 2, 2, 3, 2, 3, 5, 1, 2, 3, 3. Pri kontrole bodovania dvaja žiaci zistili, že sa pani učiteľka pomýlila, čím sa jednému známka o stupeň zhoršila a druhému zlepšila. Ako sa zmení aritmetický priemer známok?

- 6** V mestskom parku vysadili rôzne druhy kvetov. Ich pomerné zastúpenie znázorňuje prstencový graf. Dopln údaje do štatistickej tabuľky ak vieš, že ruží bolo 250.



■ fialky ■ narcisy
■ ruže ■ tulipány

Kvet		ruže	fialky	tulipány	narcisy	Spolu
Relatívna početnosť	Absolútna početnosť					
	Zlomok					
	Desatinné č.					
	%					
	Uhol [°]					

- 7 a** V tabuľke sú výsledky futbalového turnaja štyroch škôl. Vypočítaj priemerný počet gólov strelených v jednom zápase a urč výsledné poradie. Za výhru sú 2 body, za remízu 1 bod a za prehru 0 bodov.

	proti B	proti C	proti D	Strelené góly	Inkasované góly	Body	Poradie
A	4 : 5	2 : 6	2 : 2				
B		2 : 1	5 : 4				
C			6 : 4				
D							

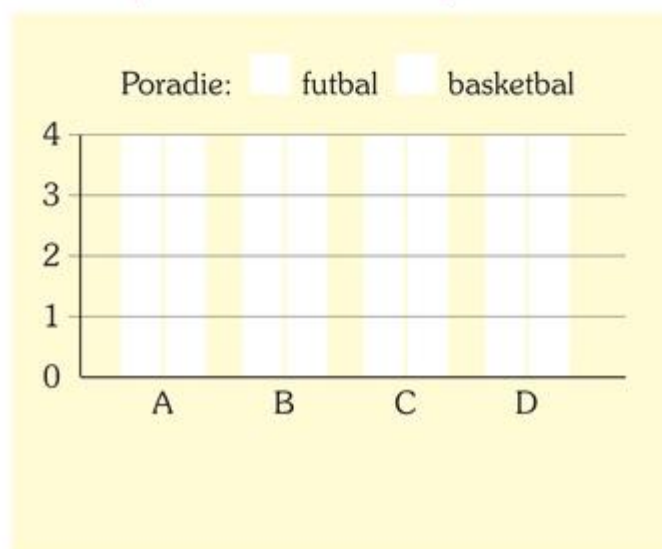
Pri rovnosti bodov rozhoduje lepšie skóre.



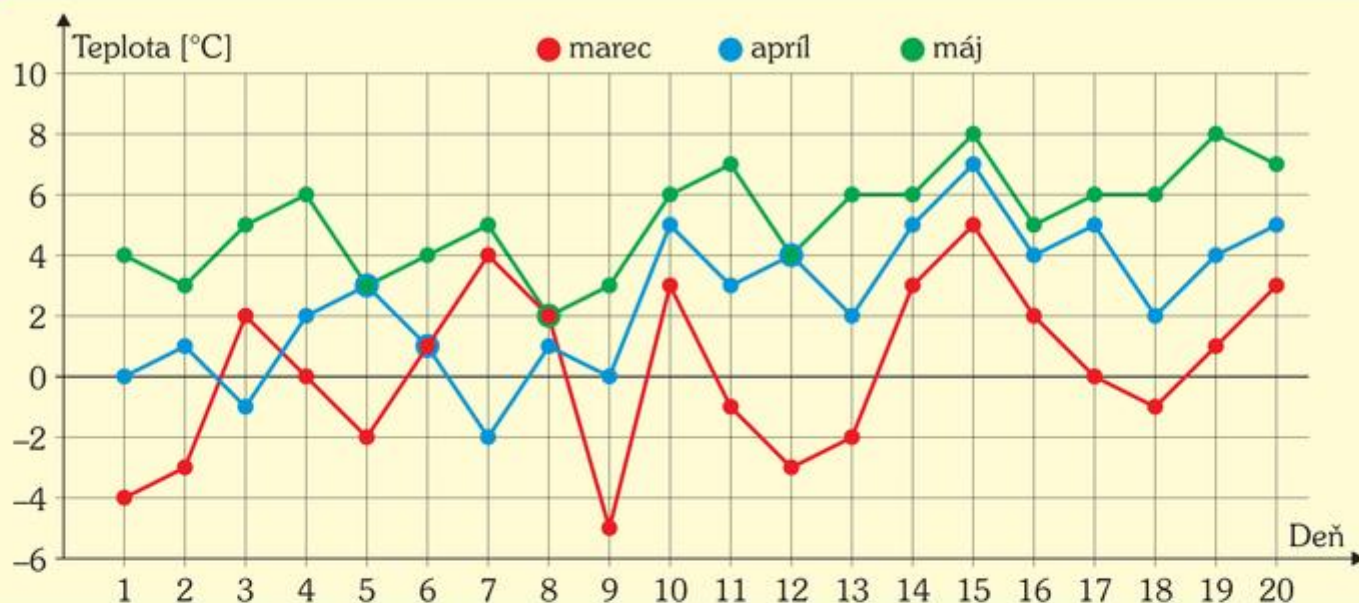
- b** Tie isté školy odohrali aj zápasy v basketbale. Dopln do tabuľky chýbajúce skóre.

Poradie	Škola	Body	Skóre
1.	C	6	150 : 124
2.	B	4	139 : 108
3.	A	1	95 : 116
4.	D	1	100 :

- c** Do jedného stĺpcového diagramu znázorni poradie škôl v oboch športoch.



8 Graf znázorňuje rannú teplotu zaznamenanú v prvých dvadsiatich dňoch troch mesiacov.



a Vypočítaj priemernú rannú teplotu za prvých 10 dní v marci.

b Vypočítaj priemernú rannú teplotu za druhých 10 dní v apríli.

c Vypočítaj priemernú rannú teplotu počas 20 dní v máji.

d Doplň vety.

Rovnakú teplotu namerali v marci a apríli -krát,

v apríli a máji -krát a v marci a máji -krát.

Rozdiel priemerných teplôt za 20 dní v marci a za 20 dní v máji je °C.

Najväčší rozdiel medzi teplotami v dvoch dňoch za sebou boli v mesiaci .



Urob štatistický prieskum. Polož otázky a, b, c, d aspoň 15 kamarátom alebo kamarátkam.

Výsledky dvoch prieskumov spracuj na počítači do tabuliek a zostroj stĺpcový alebo kruhový diagram.

a Ktoré krajiny si už navštívil/a?

b Ktoré povolanie by si chcel/a vykonávať?

c Akú značku má tvoj mobilný telefón?

d Vymysli si svoju vlastnú tému, ktorá ňa zaujíma.

9 Tabuľka znázorňuje spotrebu mäsa v SR na 1 obyvateľa za obdobie rokov 2010 – 2014.

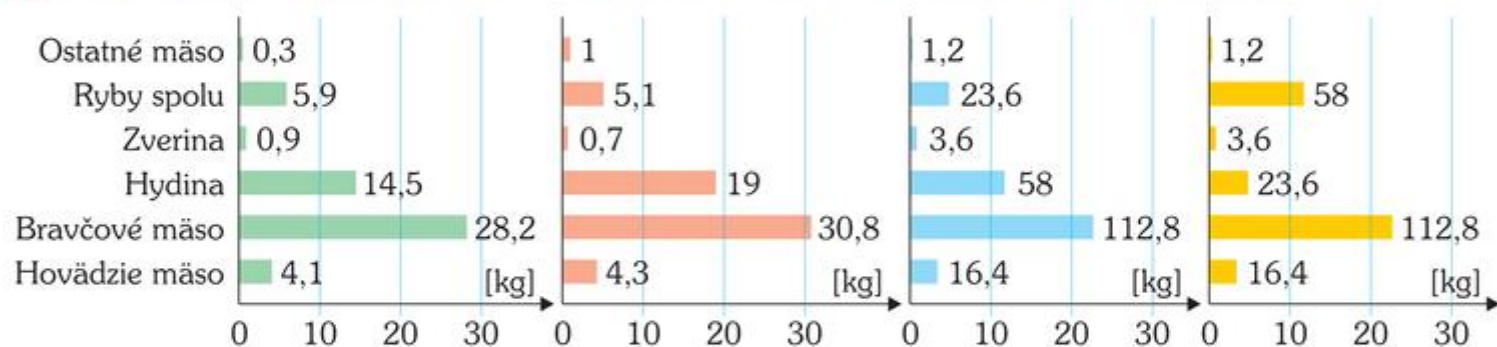
	2010	2011	2012	2013	2014
Hovädzie mäso	4,3	3,7	3,6	4,4	4,1
Bravčové mäso	30,8	31,6	30,0	30,9	28,2
Hydina	19,0	19,9	17,7	16,9	14,5
Zverina	0,7	0,7	0,9	0,8	0,9
Ryby spolu	5,1	4,7	4,8	5,1	5,9
Ostatné mäso	1,0	0,4	0,3	0,3	0,3
Spolu					



Zdroj: Štatistický úrad SR databáza SLOVSTAT; <http://www.statistics.sk/pls/elisw/vbd>

a Priemerne koľko kilogramov mäsa ročne spotreboval jeden Slovak za toto obdobie?

b Diagram akej farby správne zobrazuje spotrebu mäsa štvorčlennej domácnosti v roku 2014?



c O koľko percent sa zmenila spotreba bravčového mäsa v roku 2014 oproti roku 2010?

d O koľko percent sa zmenila spotreba rýb v roku 2014 oproti roku 2010?

e Koľko peňazí minula štvorčlenná domácnosť na nákup bravčového mäsa v jednotlivých rokoch?
Na výpočet využij nasledujúcu tabuľku.

	2010	2011	2012	2013	2014
Priemerná cena za 1 kg bravčového mäsa [€]	4,70	4,60	4,80	4,60	4,50
Spotreba bravčového – kg/1 obyvateľa					
Spotreba bravčového – kg/4 obyvateľov					
Cena na 4 obyvateľov [€]					

f Nájdi na internete informácie, koľko kg jednotlivých druhov mäsa odporúčajú odborníci.

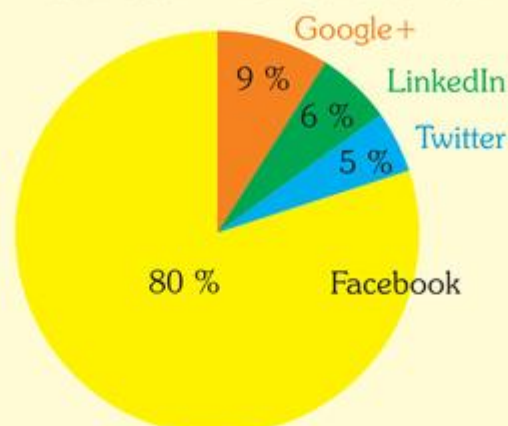
- 10** Prieskum z roku 2012 v Slovenskej republike ukázal, že vo vekovej kategórii 13 až 15 rokov je 137 200 používateľov Facebooku (graf vľavo). Muži tvorili celkovo 48 % a ženy 52 % respondentov. Graf vpravo znázorňuje zastúpenie užívateľov štyroch najväčších sociálnych sietí na konci roka 2012.

Aktívni užívatelia Facebook-u v SR v roku 2012



Zdroj: <http://www.sunmarketing.sk/marketing-v-socialnych-sietach/ulastnosti-najvyuzivanejsich-socialnych-sietí>

Aktívni užívatelia sociálnych sietí v SR – koniec roka 2012



- a** Koľko ľudí používalo Facebook v SR v roku 2012?
- b** V ktorej vekovej kategórii bolo najviac užívateľov Facebooku? Koľko to bolo ľudí?
- c** V ktorej vekovej kategórii bolo najmenej užívateľov Facebooku? Koľko to bolo ľudí?
- d** O koľko viac žien ako mužov používalo Facebook?
- e** Všetci užívatelia vo veku 13 až 15 rokov strávili za 31 dní na Facebooku spolu 6 025 366 hodín a 40 minút. Priemerne koľko minút denne strávila jedna osoba tejto kategórie na Facebooku?
- f** Koľko ľudí v SR využívalo ostatné sociálne siete na konci roka 2012?

OTESTUJ SA

- 1** Pri prieskume spoločnosti abc-Mob sa 1 000 klientov iných telefónnych spoločností pýtali, aký typ paušálu využívajú. Štatistickým súborom je:

A: spoločnosť abc-Mob. **C:** 1 000 klientov.
B: iné spoločnosti. **D:** typ paušálu.

- 2** Filmová spoločnosť pri zisťovaní kaskadérskych schopností hercov oslovila 500 mužov vo veku 20 až 35 rokov. Čo je štatistickou jednotkou?

A: kaskadérske schopnosti **C:** 500 mužov
B: filmová spoločnosť **D:** muž 20 až 35 rokov

- 3** 800 deviatakov odpovedalo na otázku, na aký typ strednej školy sa hlásia. Štatistickým znakom je:

A: deviaty ročník. **C:** dievčatá a chlapci.
B: typ strednej školy. **D:** 800 žiakov.

- 4** Deviatik Jakub mal z matematiky štyri jednotky, tri dvojky, dve trojky, jednu štvorku a dve päťky. Aký bol aritmetický priemer jeho známok?

A: 2,4 **B:** 3,0 **C:** 3,5 **D:** 2,5

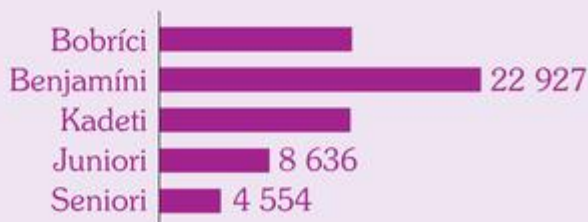
- 5** Najvyššia denná teplota od pondelka do soboty bola: 21,6 °C; 22,8 °C; 24 °C; 27,5 °C; 25,3 °C; 24,5 °C. O koľko sa zmenila teplota v nedeľu v porovnaní so sobotou, ak týždenný priemer bol 24 °C?

A: 0,2 °C **B:** 2,2 °C **C:** 0,7 °C **D:** 0,5 °C

- 6** Položke predstavujúcej 45 % z celku v úlohe zo štatistiky znázornenej kruhovým diagramom prislúcha stredový uhol s veľkosťou:

A: 162°. **B:** 198°. **C:** 55°. **D:** 45°.

- 7** Informatickej súťaže iBOBOR sa v školskom roku 2015/2016 zúčastnilo 66 843 súťažiacich. Bobríkov bolo o 312 viac ako Kadetov. Koľko bolo Kadetov?



A: 12 039 **B:** 15 519 **C:** 15 207 **D:** 30 726

- 8** Na základe grafu z úlohy 7 zisti, približne o koľko percent viac bolo Benjamínov ako Juniorov.

A: 21,38 % **B:** 34,30 % **C:** 26,55 % **D:** 23,22 %

Finančná gramotnosť

Poistenie

- 1** Rodina Smolkových má neustále smolu, preto si platia rôzne poistenia. Vľavo sú všetky udalosti, ktoré sa im stali minulý polrok. Priradiť k nim typ poistenia, ktoré vzniknutú škodu „pokryje“ (preplatí).

Dcéra Tina zaspala a vytopila susedov.

Syn Tomáš rozbil susedovi okno futbalovou loptou.

Mama Edita dostala ovčie kiahne na výlete v Nórsku.

Otec Ignác nabúral autom do stromu.

Strechu záhradného domčeka zničila víchrica.

Dedovi Vladovi ukradli z pivnice nový bicykel.

Babka Natália sa pošmykla a zlomila si nohu.

poistenie zodpovednosti
za škodu

poistenie nehnuteľnosti

poistenie domácnosti

cestovné poistenie

úrazové poistenie

havarijné poistenie

- 2** Škola dostala pre žiakov a učiteľov ponuku od poisťovne na skupinové úrazové poistenie a poistenie proti krádeži vecí.

- a** Aká je výška odškodného pre žiaka v prípade trvalých následkov úrazu?
- b** Pokrýva poistenie proti krádeži aj odcudzenie mobilu?
- c** Aká je výška denného odškodného pre učiteľa v prípade pobytu v nemocnici?
- d** Keby bol učiteľ po úraze v škole 18 dní v domácom liečení, aká by bola výška odškodného?
- e** Preplatila by poisťovňa učiteľovi okuliare, ktoré sa mu pri úraze v škole rozbili? Zdôvodni.

Čo je predmetom poistenia?

Verzia 1: ŽIAK

Smrť úrazom: 1 000 €

Trvalé následky úrazu: 2 000 €

Odškodné pri pobyte v nemocnici: 2 €/deň

Odškodné počas doby nevyh. liečenia: —

Verzia 2: ŽIAK

Smrť úrazom: 1 000 €

Trvalé následky úrazu: 2 000 €

Odškodné pri pobyte v nemocnici: 2 €/deň

Odškodné počas doby nevyh. liečenia: 2 €/deň

Verzia 3: ZAMESTNANEC

Smrť úrazom: 4 000 EUR

Trvalé následky úrazu: 4 000 EUR

Odškodné pri pobyte v nemocnici: 4 €/deň

Odškodné počas doby nevyh. liečenia: 4 €/deň

ŠKODY spôsobené odcudzením:

šatstva, obuvi, dáždnikov, hodínok, tašiek (aktoviek), učebníc, perečníkov, kalkulačiek, rysovacích a písacích potrieb, hudobných nástrojov, športových potrieb, slúchadiel, ktoré slúžia žiakom s poruchou sluchu, dioptrických okuliarov, ostatných zdravotníckych pomôcok, ktoré poistený nevyhnutne potrebuje v rámci zdravotnej starostlivosti (inzulínové pero, glukomer...).

NÁKLADY vynaložené poisteným na odvrátenie bezprostredne hrozacej poistnej udalosti alebo zmiernenie následkov poistnej udalosti.



Poistenie je ochrana pred finančnými dôsledkami rizika, ktoré môže byť spôsobené **nepredvídateľnými náhodnými udalosťami**, ako sú prírodné sily (napr. záplavy) alebo konanie ľudí (napr. krádež).

Riziko finančnej straty je tak prenesené z jednotlivca alebo spoločnosti na poistiteľa, teda **poisťovňu**, a to za poplatok, teda **poistné**.



3 Monika s Milošom sa chystali na štyri dni do Štokholmu, preto sa Monika snažila cez internet kúpiť pre oboch cestovné poistenie. Po vyplnení potrebných údajov dostala na výber z dvoch možností.

a Aký je rozdiel v cene poistného na osobu na deň v poistení *Basic* a *Plus*?

b Do akej výšky sú preplácané liečebné náklady v poistení *Plus*?

c Monika chcela viac detailov, preto klikla na *Kompletné info*. Koľko eur by im poisťovňa preplatila, keby im obom ukradli batožinu, ktorej obsah by mal hodnotu 2 000 eur?

d Poistiť sa dá aj neúmyselné spôsobenie škody na veci/zdraví do výšky 200 000 eur. Uveď aspoň dve situácie, keď sa toto poistenie môže hodiť.

e Pre ktoré z týchto poistení by sa Monika mala podľa teba rozhodnúť? Prečo?

Basic

- ✓ liečebné náklady do 250 000 EUR
- ✓ náklady na záchranu v horách a vo vode
- ✓ právna pomoc
- ✓ asistenčné služby
- ✓ bežné letné a zimné športy v cene
- i Kompletné info**

Poistné **9,60** EUR

Objednať

Plus

Odporúčame

Navyše k Basic:

- ✓ zmeškanie dopravného prostriedku
- ✓ oneskorený návrat zo zahraničia
- ✓ batožina
- ✓ úraz
- ✓ spôsobenie škody
- i Kompletné info**

Poistné **12,80** EUR

Objednať

Predmet poistenia		Basic	Plus
Poistenie batožiny			
5. Náhrada pri strate, krádeži alebo zničení batožiny.	jednotlivec	—	700
	rodina	—	1 400
Náhrada cenných vecí, technických zariadení, športového náradia/výbavy, ďalekohľadu, okuliarov.		—	do 50 % poist. sumy
6. Nevyhnutné hygienické potreby a veci osobnej spotreby pri oneskorenom dodaní batožiny.	jednotlivec	—	150
	rodina	—	280
7. Pomoc pri znovuzískaní cestovných dokladov.	jednotlivec	—	340
	rodina	—	680

Druh poistenia vyber z úlohy 1.



4 Identifikuj riziko a druh poistenia, ktoré by bolo vhodné uzavrieť.

a Ela je vášnivá horolezkyňa, má rada adrenalín a vyštverá sa na každú skalú.

Riziko:

Druh poistenia:

b Majo rád majstruje a bez rozvahy sa púšťa do opráv všetkých prístrojov.

Riziko:

Druh poistenia:

c Lea žije na nížine, kde sa občas rozvodní rieka.

Riziko:

Druh poistenia:

d Dominik rád cestuje a spoznáva exotické krajiny.

Riziko:

Druh poistenia:



Zjednodušene
povedané:

Poistenie domácnosti

služi na poistenie toho, čo by z domu vypadlo, keby sme ho otočili naopak.

Poistenie nehnuteľnosti

kryje škody na vlastných múroch a stenách stavby a zabudovaných veciach.



Životné poistenie:

poisťovňa na seba preberá riziká fyzickej osoby, ktoré sa týkajú prípadu úmrtia alebo dožitia sa istého veku.

Ak nastane situácia, na ktorú je klient poistený, vyplatíme mu dohodnutú sumu.

Klient si môže pripoistiť aj ďalšie riziká, ako sú choroba, úraz, invalidita.

Neživotné poistenie:

súhrnný názov pre všetky iné poistenia, ktoré nepatria pod životné poistenie.

5 Televízna redaktorka robila rozhovor s hovorcom poisťovne, ktorý ozrejmil divákovi dôležité fakty o rôznych poistných produktoch.

a Hovorca najprv vysvetlil rozdiel medzi poistením nehnuteľnosti a poistením domácnosti. Rozhodni, ktoré poistenie sa týka uvedených škôd na majetku.

Poistná udalosť

Druh poistenia

■ zatečená maľovka	nehnutelnosť – domácnosť
■ prasknutá vaňa	nehnutelnosť – domácnosť
■ odfúknuté oplatenie domu	nehnutelnosť – domácnosť
■ z pivnice ukradnuté lyže	nehnutelnosť – domácnosť
■ zhorený vianočný stromček a darčeky	nehnutelnosť – domácnosť
■ rozbité okno	nehnutelnosť – domácnosť
■ zhorený koberec	nehnutelnosť – domácnosť
■ zatečená vstavaná skriňa	nehnutelnosť – domácnosť
■ zhorené elektrické vedenie	nehnutelnosť – domácnosť
■ rozbitý televízor	nehnutelnosť – domácnosť

b Hovorca tiež vysvetľoval rozdiel medzi životným a neživotným poistením. Ktoré z poistení v úlohe 1 patrí pod životné poistenie?

c Pod ktorý typ poistenia patria nasledujúce udalosti alebo poistenia?

■ havarijné pripoistenie auta	životné – neživotné
■ pripoistenie kritických chorôb (infarkt, rakovina...)	životné – neživotné
■ pripoistenie úmrtia pri havárii	životné – neživotné
■ pripoistenie proti krádeži batožiny	životné – neživotné
■ pripoistenie trvalých následkov po úraze	životné – neživotné

6 Pán Daňo uzavrel 1. júla 2020 životnú poisťku na 10 rokov. Predmetom poistenia je jeho úmrtie s poistnou sumou 20 000 eur. Pán Daňo stanovil za oprávnenú osobu svoju manželku. Koľko eur a komu by poisťovňa vyplatila, keby pán Daňo

a bol 1. júla 2030 nažive?

b kedykoľvek pred 1. júlom 2030 zomrel?

7 Pán Daňo si životnú poisťku z 1. júla 2020 rozšíril o pripoistenie trvalých následkov úrazu s poistnou sumou 10 000 eur. Napríklad poistné plnenie za stratu palca na pravej ruke je vo výške 18 % z poistnej sumy. Koľko eur a komu by poisťovňa vyplatila, keby sa táto poistná udalosť stala páňovi Daňovi

a v auguste 2025?

b v auguste 2030?



- 8** Každý zamestnanec sa povinne (zo zákona) podieľa na verejnom poistení. Z neho sa zabezpečuje bezplatná zdravotná starostlivosť a sociálne zabezpečenie. Mesačne preto každý zamestnanec platí odvody do sociálnej a zdravotnej poisťovne, celkovo vo výške 13,4 % zo svojej hrubej mzdy.

a Aká čiastka sa strhne z platu na odvody slečne Lívii, ak je jej hrubá mzda 850 eur?

b Vyplň tabuľku výšky jednotlivých odvodov z hrubej mzdy slečny Lívie.

Typ poistenia		Sadzbá poistného	Odvody (EUR)
Zdravotné poistenie		4,00 %	
Sociálne poistenie	Nemocenské poistenie	1,40 %	
	Starobné poistenie	4,00 %	
	Invalidné poistenie	3,00 %	
	Poistenie v nezamestnanosti	1,00 %	
Spolu			

Starobné a invalidné poistenie má spoločný názov **dôchodkové**.



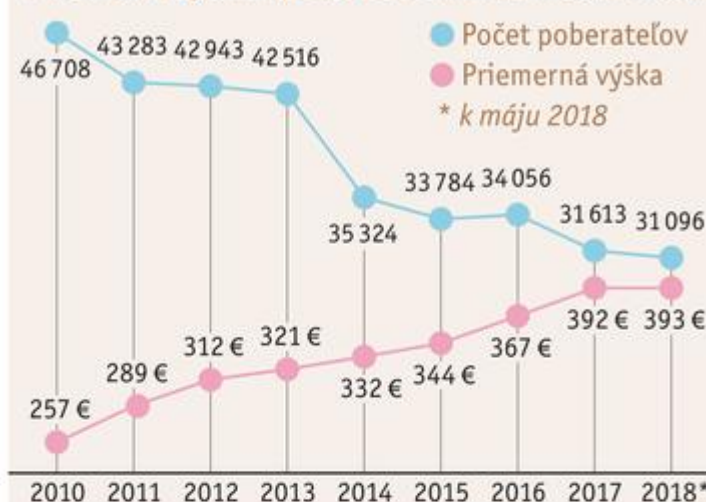
c K názvu poistenia priradi jeho správnu charakteristiku.

Sociálne poistenie	
nemocenské poistenie	Ochrana pred stratou alebo poklesom príjmu počas práceneschopnosti, tehotenstva, materstva.
starobné poistenie	Zabezpečenie potrebnej zdravotnej liečebno-preventívnej starostlivosti.
invalidné poistenie	Zabezpečenie príjmu v starobe alebo pozostalým (manžel/manželka, deti) v prípade úmrtia.
poistenie v nezamestnanosti	Zabezpečenie príjmu v prípade poklesu schopnosti vykonávať zamestnanie pre dlhodobý zlý zdravotný stav.
Zdravotné poistenie	Poistenie v prípade straty príjmu zamestnanca v dôsledku nezamestnanosti.

d Okrem zamestnanca platí odvody na verejné poistenie za každého svojho zamestnanca aj jeho zamestnávateľ v celkovej výške 35,2 %, kde vymeriavacím základom je zamestnancova hrubá mzda. Koľko eur odvedie za Líviu štátu jej zamestnávateľ?

e Koľko eur celkovo „stojí“ Lívia zamestnávateľa?

f V balíku sociálneho poistenia, ktoré za zamestnanca odvádza jeho zamestnávateľ, je navyše (na rozdiel od zamestnancovho) aj tzv. **úrazové poistenie** a **garančné poistenie**. Zisti, na čo slúži úrazové poistenie.

**9** Sociálna poisťovňa zverejnila prehľad o počte poberateľov dávok v nezamestnanosti a vývoji mzdy v SR.**Priemerná výška a počet dávok v nezamestnanosti****Vývoj priemernej mzdy na Slovensku**

- a** Čo možno povedať o tendencii vývoja počtu poberateľov dávok v nezamestnanosti?
- b** O kolko percent sa zvýšila priemerná výška dávok v nezamestnanosti v roku 2017 oproti roku 2014?
- c** Priemerne koľko eur mesačne odvieďol zamestnanec na poistenie v nezamestnanosti v roku 2017?
- d** Koľko zamestnancov sa v priemere podieľalo na jednej priemernej dávke v nezamestnanosti v roku 2017?
- e** Koľko zamestnancov celkovo sa podieľalo v priemere na dávkach v nezamestnanosti pre všetkých poberateľov v roku 2017?

Sadzbu
poistného nájdeš
v úlohe 8.





- f** Na poistenie v nezamestnanosti prispievajú povinne aj zamestnávateľia, a to tiež vo výške 1 % zo zamestnancovej hrubej mzdy. Koľko zamestnancov celkovo stačilo v priemere na „pokrytie“ všetkých dávok v nezamestnanosti v roku 2017?



- g** Podľa Štatistického úradu SR bolo v roku 2017 na Slovensku asi 2,16 milióna zamestnancov. Odhadni prebytok vo *Fonde poistenia v nezamestnanosti* za celý rok 2017 na základe odvodov za zamestnancov.

- h** Dávky v nezamestnanosti možno poberať maximálne 6 mesiacov. Prečo nie dlhšie?

- i** K decembru 2018 Sociálna poisťovňa evidovala 1 069 255 vyplácaných starobných dôchodkov, ktorých priemerná výška bola 444,26 eura. Koľko zamestnancov v priemere „pokrylo“ vyplácanie dôchodkov?

Sadzba poistného
pre zamestnanca sú 4 %,
pre zamestnávateľa 14 %
z hrubej mzdy.



- j** Uveď aspoň tri možné riešenia, aby bol *Fond starobného poistenia* prebytkový.

- k** Na stránke Sociálnej poisťovne vyhľadaj údaje o priemernej výške dávky v nezamestnanosti a starobného dôchodku a počte ich poberateľov v minulom roku.



- 10** Študenti pracujúci na dohodu o brigádnickej práci študentov sú tiež povinní platiť poistné na starobné a invalidné poistenie. Kto je podľa Sociálnej poisťovne študent?

Za študenta sa považuje:

- dieťa do skončenia povinnej školskej dochádzky (povinná školská dochádzka sa končí uplynutím školského roka, v ktorom dieťa absolvovalo desiaty rok školskej dochádzky, najneskôr však uplynutím školského roka, v ktorom dovŕšilo vek 16 rokov),
- dieťa v období od skončenia povinnej školskej dochádzky do dosiahnutia veku 26 rokov, ak sa sústavne pripravuje na povolanie štúdiom na strednej alebo vysokej škole.

Vychádzaj z definície Sociálnej poisťovne.



- a** Rozhodni, či sú nasledujúce vyjadrenia pravdivé alebo nepravdivé.

- | | |
|---|--------------------------|
| A. Študentom je 5-ročný Miško, ktorý chodí do Materskej školy Na Vršku. | pravda – nepravda |
| B. Študentkou je 15-ročná Lívia, ktorá je žiačkou ZŠ v Budmericiach. | pravda – nepravda |
| C. Študentkou je 28-ročná Rebeka, ktorá študuje na Univerzite Komenského. | pravda – nepravda |
| D. Študentom je Jakub, ktorý je žiakom 8. C na ZŠ Popradská. | pravda – nepravda |
| E. Študentom je 17-ročný Marián, ktorý sa vyučil v odbore kaderník. | pravda – nepravda |

- b** Študent pracujúci na dohodu o brigádnickej práci študentov nemusí vždy platiť dôchodkové poistenie. Vysokoškolák Karol brigádoval v stánku s občerstvením. Vyznač, v ktorom mesiaci musel z príjmu platiť odvody na dôchodkové poistenie a v akej výške.

Študent pracujúci na dohodu o brigádnickej práci študentov má právo neplatiť poistné na dôchodkové poistenie, **ak jeho mesačný príjem alebo priemerný mesačný príjem z tejto dohody nepresiahne 200 eur.**

Mesiac	Príjem	Musí platiť odvody?	Výška odvodov (EUR)
máj	177 eur	áno – nie	
jún	196 eur	áno – nie	
júl	256 eur	áno – nie	
august	271 eur	áno – nie	

Vymeriavací základ na poistenie je rozdiel medzi príjmom a hraničnou sumou 200 eur.



- 11** Stela brigáduje popri škole cez víkendy vo fitness centre. Jej hodinová mzda je 3,40 eura. Vypočítaj, v ktorom mesiaci musela odviesť poistné na dôchodkové poistenie a v akej výške.

Mesiac	Odpracovaný čas	Príjem (EUR)	Výška odvodov (EUR)
marec	64 hodín		
apríl	58 hodín		
máj	70 hodín		

**Študent z Košíc, 20 r.**

- vodič od roku 2015
- PZP od roku 2016
- bez nehody
- bez detí

BMW 525 D

1 995 cm³, 160 kW, diesel,
2 250 kg, rok výroby 2012

Dôchodkyňa z Čadce, 65 r.

- vodič od roku 1980
- PZP už 12 rokov
- bez nehody
- jazdí do 5 000 km ročne

VW Polo 1.0

999 cm³, 37 kW, benzín,
1 410 kg, rok výroby 2003

Učiteľ z Lučenca, 35 r.

- vodič od roku 2003
- PZP už 10 rokov
- 1 škoda tento rok
- 1 dieťa do 15 rokov

Škoda Octavia 1.6 TDI

1 598 cm³, 77 kW, diesel,
1 970 kg, rok výroby 2011

Poistovňa

Allianz	432,46 €	66,80 €	124,09 €
AXA	2 036,90 €	74,90 €	312,60 €
ČSOB poisťovňa	636,85 €	70,53 €	130,19 €
Groupama	497,76 €	56,64 €	144,72 €
Komunálna poisťovňa	156,96 €	71,10 €	113,36 €
Kooperativa	155,55 €	72,25 €	125,29 €
Onlia	718,68 €	88,08 €	129,00 €
Union	514,00 €	76,00 €	179,00 €
Uniq	392,04 €	58,80 €	132,84 €

netfinancie.sk

12 Motoristický časopis porovnal cenu PZP vo viacerých poisťovniach v troch modelových prípadoch.

- a** V ktorej poisťovni by si mal dať auto poistiť študent z Košíc a v ktorej učiteľ z Lučenca?

- b** Kto má najdrahšie a kto najlacnejšie poistenie?

- c** Kto má najťažšie a kto najľahšie auto?

- d** Čo podľa teba vplýva na cenu PZP?

Povinné zmluvné poistenie vozidla

(PZP vozidla) má povinnosť uzavrieť každý majiteľ vozidla registrovaného na území SR. Ide o poistenie zodpovednosti za škodu motorových a pripojených vozidiel, ktorú vodič auta spôsobí prevádzkou motorového vozidla niekomu inému.

13 Okrem PZP vozidla môžeme dobrovoľne uzatvoriť aj havarijné poistenie, ktoré prepláca poškodenie alebo zničenie nášho vozidla následkom havárie, živelných udalostí, krádeže a vandalizmu.

- a** Zisti, na čo slúži tzv. úrazové poistenie sedadiel vo vozidle.

- b** Zisti, na čo slúži tzv. poistenie finančnej straty pri totálnej škode na vozidle GAP.



Lineárna nerovnica s jednou neznámou

$$x + 1 > 7$$

$$2y + 4 \leq 3(y - 1)$$

Zápis riešenia nerovnice

$$4 < x \leq 9$$

Ak $x \in \mathbb{R}$ – intervalom:



$$x \in (4; 9]$$

Ak $x \in \mathbb{N}$ alebo $x \in \mathbb{Z}$ – množinou:



$$x \in \{5; 6; 7; 8; 9\}$$

Ak nerovnica platí pre všetky x :

$$x \in \mathbb{R}$$

Ak nerovnica nemá riešenie:

$$x \in \{ \} \text{ alebo } x \in \emptyset$$

Funkcia

Ak medzi dvoma veličinami x a y existuje závislosť, ktorá každej hodnote x priradí práve jednu hodnotu y , hovoríme o funkčnej závislosti alebo o funkcii.

Lineárna funkcia

je každá funkcia s predpisom

$$y = kx + q,$$

kde $k \in \mathbb{R}$, $q \in \mathbb{R}$.

Grafom lineárnej funkcie

je priamka, ktorá

- pretína os y v bode $[0; q]$.
- pretína os x v bode $[x; 0]$.

Lineárna funkcia

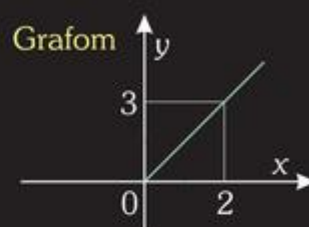
- je rastúca, ak $k > 0$.
- je klesajúca, ak $k < 0$.
- je konštantná, ak $k = 0$.

Spôsoby zadania funkcie

Slovne

Celková cena za benzín y závisí od počtu natanovaných litrov x .

Grafom



Tabulkou

x	0	2	5	8	12
y	0	3	7,5	12	18

Predpisom

$$f: y = 1,5x$$

f – označenie funkcie

x – nezávislá premenná

y – závislá premenná

Podobnosť

Dva útvary sú podobné, ak pomer dĺžok všetkých dvojíc prislúchajúcich si úsečiek týchto útvarov sa rovná tomu istému číslu $k = |A'B'| : |AB|$.
Nazýva sa pomer podobnosti.

Ak $0 < k < 1$, ide o zmenšenie, obraz je menší ako vzor.

Ak $k > 1$, ide o zväčšenie, obraz je väčší ako vzor.

Ak $k = 1$, ide o zhodnosť, obraz je zhodný so vzorom.

Dva trojuholníky môžu byť

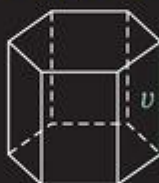
- podobné podľa vety sss,
- podobné podľa vety sus,
- podobné podľa vety uu.

Zapisujeme:

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

Povrch a objem telies

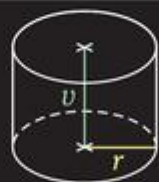
Kolmý hranol



$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

$$V = S_p \cdot v$$

Valec



$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

$$V = S_p \cdot v$$

$$S = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r v \quad V = \pi r^2 \cdot v$$

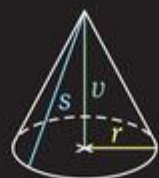
Ihlan



$$S = S_p + S_{pl}$$

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$$

Kužeľ



$$S = S_p + S_{pl}$$

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$$

$$S = \pi r^2 + \pi r s$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 v$$

Guľa



$$S = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

NOVÝ Pomocník z matematiky

pre 9. ročník ZŠ a 4. ročník GOŠ

OBSAH 2. zošita

5. Lineárne nerovnice	2
Číselná os. Intervaly a množiny	2
Riešenie nerovníc	4
Slovné úlohy na nerovnice	10
OTESTUJ SA	11
6. Povrch a objem telies	12
Zopakuj si	12
Valec, jeho objem a povrch	14
Ihlan, jeho objem a povrch	18
Kužeľ, jeho objem a povrch	23
Gula	27
OTESTUJ SA	29
Autá, autá, autá...	30
7. Funkcie	32
Pravouhlá sústava súradníc	32
Funkcie a ich vlastnosti	36
Známe funkcie	42
Lineárna funkcia	44
Slovné úlohy	49
OTESTUJ SA	55
8. Podobnosť trojuholníkov	56
Podobnosť geometrických útvarov	56
Vety o podobnosti trojuholníkov	59
Použitie podobnosti pri riešení geometrických úloh	63
Použitie podobnosti pri riešení praktických úloh	66
OTESTUJ SA	69
9. Štatistika	70
Zopakuj si	70
Štatistický prieskum	74
OTESTUJ SA	80
Finančná gramotnosť	81
Poistenie	81



Máme radi našu Zem

ISBN 978-80-8120-881-2