

9

Zbierka

**Zbierka úloh
z matematiky**
pre 9. ročník ZŠ
a 4. ročník GOŠ



Orbis Pictus Istropolitana

Autori

RNDr. Zuzana Valášková
Mgr. Michal Malík

Lektori

RNDr. Anna Bočková
PaedDr. Iveta Kohanová, PhD.
RNDr. Mgr. Ľudmila Matoušková

Cover design

Ladislav Blecha

Design

Zuzana Gabrielli

Ilustrácie

Mgr. art. Ľuboslav Paľo, ArtD.

Vydal ©

Orbis Pictus Istropolitana, spol. s r. o.
Miletičova 7, 821 08 Bratislava
v roku 2020 (AP)

Zodpovední redaktori

Mgr. Michal Malík
PaedDr. Martina Totkovičová, PhD.
Mgr. Branislav Hriňák

Jazyková redaktorka

Mgr. Lucia Demková

Predtlačová príprava

Gabrielli s r. o.

ISBN 978-80-8120-777-8

Všetky práva vyhradené.

Kopírovať, rozmnožovať a šíriť toto
dielo alebo jeho časť bez súhlasu
vydavateľa je trestné.



Titul je šetrný
k životnému prostrediu
a je 100% recyklovateľný.





Zuzana Valášková Michal Malík

**Zbierka
úloh
z matematiky**
pre 9. ročník ZŠ
a 4. ročník GOŠ

Orbis**Pictus****Istropolitana**
Bratislava

Mocniny

Druhá a tretia mocnina

1. Zapiš ako druhú mocninu.

a) $6 \cdot 6$ b) $\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$ c) $(-8) \cdot (-8)$ d) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$

2. Vypočítaj druhú mocninu všetkých prirodzených čísel od 11 po 20.

3. Vypočítaj: 22^2 ; $0,02^2$; $(-37)^2$; 0^2 .

4. Porovnaj a vysvetli.

a) $0,2^2$ a $(-0,2)^2$ c) $(-1,1)^2$ a $-1,1^2$ e) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ a $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$
b) $(-1,5)^2$ a $1,5^2$ d) $-(0,6)^2$ a $-0,6^2$ f) $\left(-\frac{3}{2}\right)^2$ a $-\left(\frac{3}{2}\right)^2$

5. Vypočítaj.

a) $5^2 + 2^2$	b) $3 + 4^2$	c) $(2 \cdot 5)^2$
$7^2 + 3^2$	$7 \cdot 10^2$	$2^2 \cdot 5^2$
$3 \cdot 4^2$	$2 \cdot 8^2$	$2 \cdot 5^2$
$3^2 + 9^2$	$3^2 \cdot 4$	$9^2 : (-3)^2$
$10^2 - 6^2$	$4^2 : 8$	$(-9)^2 : (-6)^2$

6. Vypočítaj.

a) $(-5)^2 + 5^2$	b) $12^2 - 12^2$	c) $-0,9^2 + 0,9^2$
$-5^2 + 5^2$	$-12^2 + 12^2$	$(-0,9)^2 + 0,9^2$
$-(5)^2 - 5^2$	$(-12)^2 - 12^2$	$-(-0,9)^2 - 0,9^2$

7. Porovnaj.

a) $7^2 - 5^2$	$(7 - 5)^2$
b) $(8 - 6)^2$	$8^2 - 6^2$
c) $2 + 9^2$	$(2 + 9)^2$

8. Odhadni druhú mocninu a potom ju vypočítaj.

a) $0,5^2$; $2,5^2$; 84^2 ; 72^2
b) $0,4^2$; $10,6^2$; $0,56^2$; $0,09^2$
c) $3,7^2$; $25,4^2$; $53,6^2$; $49,9^2$

9. Vypočítaj a výsledok zaokrúhli

a) na tisícky:	830^2 ; 180^2 ; 21^2 ; 75^2 ; 516^2 .
b) na desiatky:	67^2 ; 45^2 ; 92^2 ; 103^2 ; 302^2 .
c) na desatiny:	$5,9^2$; $8,3^2$; $15,4^2$; $0,78^2$; $0,11^2$.

10. Vypočítaj.

a) $(2 \cdot 4)^2$	b) $(3 \cdot 4)^2$	c) $(1 \cdot 9)^2$	d) $(10 \cdot 1 \cdot 2)^2$
$2^2 \cdot 4^2$	$3^2 \cdot 4^2$	$1^2 \cdot 9^2$	$10^2 \cdot 1^2 \cdot 2^2$

11. Vypočítaj.

a) $\frac{8^2 + 6^2}{(-10)^2}$

b) $\frac{11^2 - 5^2}{8^2 + 4 \cdot 8}$

c) $\frac{61 \cdot (-2) + 14^2}{7^2 + 5^2}$

12. V zápise $7 + 21 \text{ m}^2$ nahraď $+$ číslom tak, aby vzniknuté číslo vyjadrovalo obsah štvorca, ktorého strana je prirodzené číslo v metroch. Urči obvod tohto štvorca.

13. Daný je štvorec so stranou $a = 2 \text{ m}$. Koľkokrát sa zväčší jeho obsah, ak sa dĺžka jeho strany zväčší

a) dvakrát,

b) trikrát,

c) štyrikrát,

d) desaťkrát?

14. Vypočítaj.

a) $29 - 5 \cdot 2^2$

d) $(6 - 3)^2 - (9 - 4)^2$

b) $(6 + 2)^2 - (6 - 2)^2$

e) $3 \cdot 8^2 + 6 \cdot 5^2 - 3 \cdot 7^2$

c) $6 \cdot 4^2 - 96$

f) $(9 - 3)^2 - (8 - 2)^2 - (7 - 1)^2$

15. Doplň dve chýbajúce čísla do postupnosti čísel 1, 2, 5, 26..., ak sú dopĺňané podľa pravidla: $2 = 1^2 + 1$; $5 = 2^2 + 1$; $26 = 5^2 + 1$...

16. Vypočítaj.

a) $4^2 - 6^2$
 $1^2 - 5^2$

b) $(-3)^2 - 2^2$
 $-3^2 - (-2)^2$

c) $(-7)^2 - (-3)^2 - 5^2$
 $10^2 - (-8)^2 + (-4)^2$

17. Urči výsledok.

a) $(-7)^2 \cdot 10^2$
 $(-3)^2 \cdot (-7)^2$
 $(-3)^2 \cdot 7^2$

b) $(-5) \cdot (-2)^2$
 $(-5)^2 \cdot (-2)^2$
 $-1^2 \cdot (-4)^2$

c) $(-2)^2 \cdot (-1)^2 \cdot (-6)^2$
 $(-3)^2 \cdot (-7)^2 \cdot (-4)^2$
 $3^2 \cdot (-2)^2 \cdot (-4)^2$

18. Rozhodni, či je hodnota výrazu $0^2 - 1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2$

a) kladná alebo záporná.

b) deliteľná piatimi.

19. Uprav zlomky na základný tvar.

a) $\frac{2^2}{3}; \frac{2}{3^2}; \left(\frac{2}{3}\right)^2; \left(-\frac{3}{4}\right)^2; \left(\frac{2}{5}\right)^2$

b) $1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2; 6^2; \left(-1\frac{1}{5}\right)^2; \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{3}{4^2}$

20. V obdĺžnikovej plechovej podložke s rozmermi 45 mm a 50 mm boli vyrezané štyri štvorcové otvory s dĺžkami strán po 15 mm. Koľko percent obsahu pôvodného plechu tvorili vyrezané otvory?

21. Po obvode štvorcového záhona so stranou dĺžky 40 m bol smerom do jej vnútra vybudovaný chodník široký 75 cm. Vypočítaj výmeru zmenšeného záhona.

22. Urči objem kocky s hranou dĺžkou 3 cm.

23. Vypočítaj.

a) 4^3

$(-2)^3$

$1,1^3$

b) $3^3 + 5^3$

$(-1)^3 + 1^3$

$4^3 - (-2)^3$

c) $(-3)^3 + 3^3$

$0,1^3 - 0,1^3$

$0,2^2 - 0,2^3$

24. Umocni zlomky.

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3; \left(\frac{2}{3}\right)^3; \left(\frac{3}{7}\right)^3$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^3; \left(-\frac{1}{5}\right)^3; -\left(-\frac{5}{6}\right)^3$

c) $\left(-\frac{1}{10}\right)^3; -\left(\frac{1}{5}\right)^3; \frac{2}{16}^3$

25. Vypočítaj.

a) $3^2 + 4^2$

$(3 + 4)^2$

b) $(4 + 1)^3$

$4^3 + 1^3$

c) $5^3 - 3^3$

$(5 - 3)^3$

d) $(8 - 4)^2$

$8^2 - 4^2$

26. Vypočítaj.

a) $8^2 \cdot 2^2$

$(8 \cdot 2)^2$

b) $2^3 \cdot 6^3$

$(2 \cdot 6)^3$

c) $5^3 \cdot 2^3$

$(5 \cdot 2)^3$

d) $10^2 \cdot 0,4^2$

$(10 \cdot 0,4)^2$

27. Vypočítaj.

a) $3^2 + 5^2$

$(3 + 5)^2$

b) $6^2 - 4^2$

$(6 - 4)^2$

c) $7 \cdot 2^2$

$(7 \cdot 2)^2$

d) $12 : 4^2$

$(12 : 4)^2$

28. Vypočítaj dvoma spôsobmi.

a) $(5 \cdot 2)^2$

b) $(2 \cdot 3)^3$

c) $(2 \cdot 3 \cdot 4)^2$

d) $(4 \cdot 5)^3$

29. Vyber z príkladov ten, ktorého výsledok má najväčšiu hodnotu.

a) $5 + 2 \cdot 3^2$

$5 + (2 \cdot 3)^2$

$(5 + 2 \cdot 3)^2$

$(5 + 2) \cdot 3^2$

b) $5^2 \cdot 6 \cdot 7$

$(5 \cdot 6)^2 \cdot 7$

$5 \cdot (6 \cdot 7)^2$

$(5 \cdot 6 \cdot 7)^2$

30. Rozhodni, či sú rovnosti správne.

a) $2^2 \cdot 5^2 = 8^2 + 6^2$

$10^2 - 4^2 = 2^2 + 4^2 + 8^2$

b) $2^2 + 6^2 + 9^2 = 11^2$

$37 = 3^2 + 7^2 - 3 \cdot 7$

c) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 = 17^2 - 2^2$

$5^2 + 6^2 + 10^2 + 12^2 = 4^2 + 17^2 = 7^2 + 16^2$

31. Vypočítaj.

a) $0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,5^2$

$0,3 \cdot 0,4^3 \cdot 0,5$

$0,3^2 \cdot 0,4 \cdot 0,5$

b) $0,3 \cdot (0,4 \cdot 0,5)^3$

$(0,3 \cdot 0,4)^2 \cdot 0,5$

$(0,3 \cdot 0,4^3 \cdot 0,5)$

32. Zjednoduš na základný tvar.

$$a) \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2^3}$$

$$\frac{-3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 3^2}$$

$$\frac{2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7}{5^2 \cdot 2^3}$$

$$b) \frac{8^3 \cdot 3}{-2 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$\frac{4 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 3^2} : \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\frac{10^2 \cdot 36}{8 \cdot 3 \cdot 5}$$

33. Vypočítaj.

$$a) \frac{-5^2 - (-3)^2}{(-4 - 3^2) - 3 \cdot 5}$$

$$b) \frac{(-3)^2 - (-2)^2 - 5^2}{-\frac{3}{8} \cdot (-16) + 0,5 \cdot (-5) \cdot (-4)}$$

34. Vypočítaj a uprav na základný tvar.

$$a) \frac{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 : 1\frac{2}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}}$$

$$d) \frac{\left[-\frac{2}{7} - \left(-\frac{3}{21}\right)\right] \cdot \left(-\frac{7}{8}\right)}{-\left(-\frac{2}{4} + \frac{1}{5}\right)^2}$$

$$b) \frac{\left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) : \frac{3}{16}}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + (-0,5) \cdot \frac{2}{3}}$$

$$e) \frac{\left[\left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{6}\right] \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{2}{3}}$$

$$c) \frac{\frac{2}{5} \cdot 0,5 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 : \frac{3}{8}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)}$$

$$f) \frac{\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \left(-\frac{5}{2}\right)}{\left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \frac{5}{3}}$$

Druhá a tretia odmocnina

1. Urč hodnoty odmocnín.

$$a) \sqrt{49}; \sqrt{81}; \sqrt{64}; \sqrt{36}; \sqrt{16}; \sqrt{25}; \sqrt{1}; \sqrt{4}$$

$$b) \sqrt{4^2}; \sqrt[3]{4}; \sqrt[3]{1\frac{7}{9}}; \sqrt[3]{2\frac{1}{4}}; \sqrt[3]{2\frac{7}{9}}; \sqrt[3]{1\frac{11}{25}}$$

$$c) \sqrt{144}; \sqrt{484}; \sqrt{256}; \sqrt{1\,296}; \sqrt{225}; \sqrt{1\,089}$$

2. Vypočítaj.

a) $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{16}$

$\sqrt[3]{100} - \sqrt[3]{36}$

$\sqrt[3]{100} - 36$

$100 - \sqrt[3]{36}$

c) $\sqrt[3]{144} + 25$

$5 \cdot (\sqrt[3]{144} + \sqrt[3]{25})$

$\sqrt[3]{21^2 + 28^2}$

$\sqrt[3]{21^2} + \sqrt[3]{28^2}$

b) $\sqrt[3]{9} + 16$

$5 \cdot \sqrt[3]{9} - 2\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{1}$

$7 \cdot \sqrt[3]{81} - 3 \cdot \sqrt[3]{64}$

$5 \cdot \sqrt[3]{625} - 7 \cdot \sqrt[3]{121}$

d) $3 \cdot \sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{36}$

$\frac{3}{4}\sqrt[3]{16} - 16 + 10\sqrt[3]{1,44}$

$\sqrt[3]{0,04}$

$\sqrt[3]{0,09} + \sqrt[3]{0,16}$

3. Vypočítaj.

a) $\sqrt[3]{\frac{225}{16}} - \frac{\sqrt[3]{81}}{2}$

$\sqrt[3]{\frac{196}{64}} - \frac{\sqrt[3]{49}}{4}$

$3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{36}} - 6 \cdot \sqrt[3]{\frac{16}{144}} + \frac{7 \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{49}}$

b) $\frac{\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{9}}{36 - \sqrt[3]{36}}$

$\frac{1}{1 + \sqrt[3]{1}}$

$\frac{2\sqrt[3]{49}}{\sqrt[3]{4 \cdot 81}}$

4. Vypočítaj.

a) $\sqrt[3]{144}$

$\sqrt[3]{3\,600}$

$\sqrt[3]{14\,400}$

$\sqrt[3]{57\,600}$

b) $\sqrt[3]{0,36}$

$\sqrt[3]{0,006\,4}$

$\sqrt[3]{0,008\,1}$

$\sqrt[3]{0,000\,081}$

c) $\sqrt[3]{18}$

$\sqrt[3]{48}$

$\sqrt[3]{20}$

$\sqrt[3]{50}$

5. Urč hodnoty tretích odmocnín.

a) $\sqrt[3]{1}; \sqrt[3]{27}; \sqrt[3]{0,008}; \sqrt[3]{\frac{1}{8}}; \sqrt[3]{\frac{8}{27}}; \sqrt[3]{\frac{27}{1\,000\,000}}$

b) $\sqrt[3]{8 \cdot 8^2}; \sqrt[3]{25 \cdot 5}; \sqrt[3]{720 \cdot 0}; \sqrt[3]{40 \cdot 200}$

6. Odhadni výsledky a over na kalkulačke.

a) $\sqrt[3]{54}; \sqrt[3]{40}; \sqrt[3]{64}$

b) $\sqrt[3]{2\,592}; \sqrt[3]{2\,592}; \sqrt[3]{2\,205}$

7. Zapiš ako mocninu

a) so základom 2: 8; 16; 128.

b) so základom 3: 9; 81; 729.

8. Vypočítaj (už bez kalkulačky).

a) $\sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{216}$

b) $\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{729}$

c) $\sqrt[3]{1\,000} - \sqrt[3]{144}$

d) $(-5)^2 - 3^2 - (-2)^2 \cdot \sqrt[3]{0,25} + (-\sqrt[3]{5})^2 : 5$

e) $-3^2 - (-2)^3 - (-2)^2 \cdot \sqrt[3]{0,04} - (-\sqrt[3]{3})^2 : 3$

f) $\frac{(-2)^2 + (-3)^2 - 4^2 + 3^2}{-3 \cdot \sqrt[3]{16} - 3}$

g) $\frac{\sqrt[3]{729} - 2^3}{\sqrt[3]{10^2} + (-4)^3}$

h) $\frac{1}{5} \cdot \sqrt[3]{0,278} - 0,153 + \frac{3}{5} : \sqrt[3]{0,36}$

9. Odmocni.

a) $\sqrt[3]{729} ; \sqrt[3]{729}$

b) $\sqrt[3]{64} ; \sqrt[3]{512}$

c) $\sqrt[3]{216} ; \sqrt[4]{1\,296}$

10. V čísle $19+83$ nadrad' číslicou tak, aby vzniknuté číslo bolo treťou mocninou celého čísla.

Mocniny s prirodzeným mocniteľom

1. Urč základ mocniny a mocniteľa.

a) 2^4
 -2^3
2

b) $(-0,5)^6$
 $(8a - 3b)^5$
 $(-2 - 3)^{2n}$

2. Napíš mocninu, ktorá má:

a) základ 10 a mocniteľa 3,

b) základ $-0,5$ a mocniteľa 7,

c) základ 3 a mocniteľa 1,

d) základ $-2 + 3x$ a mocniteľa $2n$.

3. Rozhodni či platí:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{36} > 0$

b) $(-2)^{23} > 0$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{44} > 0$

d) $0^{16} > 0$

e) $(-3 + 2 \cdot 5)^7 < 0$

f) $(-3) \cdot (-3)^{20} < 0$

4. Zapiš v tvare mocniny.

a) $0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6$

b) $0,3m \cdot 0,3m \cdot 0,3m \cdot 0,3m$

c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$

d) $(-2x) \cdot (-2x) \cdot (-2x) \cdot (-2x) \cdot (-2x)$

e) $(3x - y) \cdot (3x - y) \cdot (3x - y) \cdot (3x - y)$

f) $3ab^2 \cdot 3ab^2 \cdot 3ab^2 \cdot 3ab^2 \cdot 3ab^2 \cdot 3ab^2$

5. Zapiš v tvare súčinu.

a) $(25x)^6$

c) $(-3a^2b)^5$

e) $\left(\frac{2x-y}{3}\right)^3$

b) $(2a-3b)^4$

d) $\left(\frac{2x}{3y}\right)^3$

f) $(7a-3b)^2$

6. Vypočítaj.

a) 7^5

b) $0,4^2$

c) $(-3)^6$

d) $(-0,1)^5$

7. Zapiš ako výraz a vypočítaj jeho hodnotu pre $x = 7$, $y = -3$.

a) Súčet tretích mocnín čísel x , y .b) Tretia mocnina súčtu čísel x , y .c) Trojnásobok rozdielu tretích mocnín čísel x , y .d) Rozdiel tretích mocnín trojnásobkov čísel x , y .

8. Zapiš číslo ako mocninu so základom 10.

a) stotisíc

c) sto miliárd

b) desať miliónov

d) desať biliónov

9. Zapiš ako mocninu so základom 0,1.

a) jedna stotina

c) jedna stotisícina

b) jedna desaťtisícina

d) jedna milióntina

10. Vypočítaj.

a) $7 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10$

b) $6,3 \cdot 10^7 + 3,5 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^2 + 2$

c) $3,7 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^4 + 5,3 \cdot 10^2 + 5,1 \cdot 10$

d) $8,5 \cdot 10^5 - 3,4 \cdot 10^4 + 1,2 \cdot 10^2$

e) $2,75 \cdot 10^6 - 3,14 \cdot 10^5 + 0,8 \cdot 10^3 - 1,23 \cdot 10^2$

11. Vypočítaj.

a) $1,9 \cdot 10^3 - 10^4$

b) $1,5 \cdot 10^6 - 8 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3$

$10^3 - 10^4 - 10^6$

$7,7 \cdot 10^4 - 10^3 + 1,5 \cdot 10^2$

$2 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 - 8 \cdot 10$

$4,8 \cdot 10^5 - 2,9 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10$

12. Vypočítaj.

a) $(9-3)^5$

b) $(-9+3)^5$

c) $(3-9)^6$

$(3-9)^5$

$(-9-3)^5$

$(-9-3)^6$

13. Vypočítaj.

a) $7^4 - 3^6$

b) $-7^4 + (-3)^6$

c) $-7^4 - 3^6$

$7^4 + (-3)^6$

$(-7)^4 - (+3)^6$

$(-7)^4 - (-3)^6$

14. Vypočítaj.

$$\begin{aligned} & \text{a) } (2 \cdot 4 - 3^2)^{85} \\ & (11 - 3 \cdot 2^2)^{64} \\ & (3^2 - 4^2)^5 \\ & (5^2 - 3^3)^7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{b) } (11 - 7)^3 : (7 - 11)^2 \\ & (3 + 4)^2 \cdot (3 - 4)^{21} \\ & (5 + 6)^2 : (5 - 6)^{32} \\ & (22 - 15)^4 : (15 - 22)^3 \end{aligned}$$

15. Uprav na základný tvar $\frac{(27 \cdot 2)^5}{3^7 \cdot 8} \cdot \frac{2^5 \cdot 3^2}{(6^2)^2}$.

16. Uprav zlomok.

$$\text{a) } \frac{3^6}{3^2}$$

$$\text{b) } \frac{a^8}{a^3}$$

$$\text{c) } \frac{(x+1)^6}{(x+1)^4}$$

17. Zjednoduš výraz: $x^2 \cdot 2 \cdot x \cdot y \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y$.

18. Dané údaje vyjadrí v jednotkách uvedených v zátvorkách. Výsledky zapíš v tvare 10^n , kde $n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} & \text{a) } 1 \text{ m (cm)} \\ & 1 \text{ m (mm)} \\ & 1 \text{ km (m)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{b) } 1 \text{ m}^2 \text{ (cm}^2\text{)} \\ & 1 \text{ m}^2 \text{ (mm}^2\text{)} \\ & 1 \text{ km}^2 \text{ (m}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{c) } 1 \text{ m}^3 \text{ (cm}^3\text{)} \\ & 1 \text{ m}^3 \text{ (mm}^3\text{)} \\ & 1 \text{ m}^3 \text{ (l)} \end{aligned}$$

19. Dané údaje vyjadrí v jednotkách uvedených v zátvorkách. Zapiš ich v tvare $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} & \text{a) } 2 \text{ m}^2 \text{ (mm}^2\text{)} \\ & 11 \text{ ha (m}^2\text{)} \\ & 450 \text{ km}^2 \text{ (m}^2\text{)} \\ & 7 \text{ 200 km}^2 \text{ (ha)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{b) } 21 \text{ m}^3 \text{ (cm}^3\text{)} \\ & 13 \text{ m}^3 \text{ (mm}^3\text{)} \\ & 33 \text{ l (cm}^3\text{)} \\ & 2 \text{ 400 hl (m}^3\text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{c) } 3,2 \text{ kg (g)} \\ & 0,53 \text{ kg (g)} \\ & 4,5 \text{ t (kg)} \\ & 250 \text{ t (kg)} \end{aligned}$$

20. Zapiš v tvare $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{N}$, nasledujúce údaje.

- a) Dĺžka najdlhšieho horského systému (Kordillery) je 15 000 km.
 b) Rozloha najväčšieho jazera (Kaspické more) je 371 000 km².
 c) Rozloha najväčšej púšte (Sahara) je 7 750 000 km².

21. Údaje vyjadrí v jednotkách uvedených v zátvorkách a zapiš ich v tvare $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{N}$. Príslušné predpony násobkov jednotiek vyhľadaj v tabuľkách alebo na internete.

$$\begin{aligned} & \text{a) } 1 \text{ 300 kJ (J)} \\ & \text{b) } 450 \text{ MW (W)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{c) } 3,1 \text{ A (mA)} \\ & \text{d) } 0,36 \text{ m (}\mu\text{m)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{e) } 0,52 \text{ F (pF)} \\ & \text{f) } 2,1 \text{ mm (nm)} \end{aligned}$$

- 22.** Uvedené číselné údaje sú stredné vzdialenosti planét od Slnka vyjadrené v astronomických jednotkách. Jedna astronomická jednotka je stredná vzdialenosť Zeme od Slnka a približne sa rovná 150 000 000 km. Vyjadri tieto vzdialenosti v metroch a zapíš v tvare $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{N}$.

Merkúr 0,387

Venuša 0,723

Mars 1,52

Jupiter 5,20

Saturn 9,54

Urán 19,2

Neptún 30,1

- 23.** Rýchlosť svetla vo vákuu je približne 300 000 000 m/s. Na meranie vzdialenosti v astronómii sa používa aj jednotka svetelný rok. Je to dráha, ktorú prejde svetlo za 1 rok, teda za 365,25 dňa. Vyjadri svetelný rok v metroch, výsledok zaokrúhli na dve platné číslice a zapíš v tvare $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{N}$.

Súčin mocnín

- 1.** Vynásob, výsledok zapíš v tvare mocniny.

a) $2^3 \cdot 2^5$

b) $10^4 \cdot 10^6$

c) $6^3 \cdot 6^2$

$4^2 \cdot 4^2$

$3 \cdot 3^7$

$9^7 \cdot 9$

$5^5 \cdot 5^5$

$2 \cdot 2^4$

$14^3 \cdot 14^5$

- 2.** Súčin zapíš v tvare mocniny.

a) $8^4 \cdot 8^3$

b) $10^8 \cdot 10$

c) $k^7 \cdot k^6$

$5^4 \cdot 5^3$

$0,1^4 \cdot 0,1^3$

$ab^2 \cdot ab^3$

$(-1)^4 \cdot (-1)^3$

$1,7^6 \cdot 1,7$

$6y^2 \cdot y$

$(-2)^3 \cdot (-2)^8$

$x^7 \cdot x^5$

$3z^3 \cdot 7z^7$

- 3.** Vynásob.

a) $2^4 \cdot (-2)^6$

b) $3x^2y \cdot 5xy^2$

$2^4 \cdot (-2)^5$

$4x^3y^2 \cdot (-6)x^5y^6$

$2^3 \cdot (-2)^2$

$a^3b^7 \cdot (-3a^2bc^6) \cdot (-2a^5c^3)$

$2^3 \cdot (-2)^5$

$0,5abc^3 \cdot 3a^2c \cdot (-2b^4c^2)$

- 4.** Vypočítaj spamäti.

a) $m^3 \cdot m^2$

b) $2u \cdot 6u^4$

c) $y^3 \cdot y^2 \cdot y^3$

$p^2 \cdot p^2$

$3v^3 \cdot 4v^6$

$k^2 \cdot k^2 \cdot k^2$

$a \cdot a^3$

$2z \cdot 3z$

$5p^2 \cdot p \cdot 2p^2$

$h^4 \cdot h^3$

$4d^3 \cdot 0,5d^2$

$2a^2 \cdot 3a \cdot 5a^2$

$q^2 \cdot q^7$

$2x^2 \cdot 0,2x^3$

$0,1k^2 \cdot 5k^6 \cdot 2k^2$

5. Uprav výrazy.

$$\begin{aligned} \text{a) } & y^3 \cdot y^3 \cdot y^4 \\ & x^3 \cdot x \cdot x^7 \\ & 2a^5 \cdot a^3 \cdot 3a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 5r \cdot 10r^7 \cdot r^6 \\ & (-2g) \cdot g^3 \cdot 4g^2 \\ & 3k^2 \cdot (-2k)^3 \cdot k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (-4s^5) \cdot (-3s)^2 \cdot s \cdot 2s^2 \\ & 2n^5 \cdot 3n \cdot (-n)^4 \cdot (-2n^2) \\ & 0,1x^2 \cdot 10x^3y \cdot 0,5xy^4 \end{aligned}$$

6. Vypočítaj.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (-x) \cdot (-x) \\ & 3a^2 \cdot (-a^2) \\ & (-y^2) \cdot y^3 \\ & (-d^6) \cdot (-5d^4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (-x^3) \cdot (-x^2) \\ & (-x) \cdot (-x^3) \cdot x^5 \\ & (-u) \cdot (-u) \cdot (-u) \\ & n^3 \cdot n^2 \cdot n^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & c^2 \cdot c^3 \cdot c \cdot c^3 \\ & z^2 \cdot z^2 \cdot (-z^2) \cdot (-z^2) \\ & (-x^3) \cdot x^2 \cdot (-n^4) \\ & 2 \cdot k^5 \cdot 4 \cdot k^6 \cdot 5k \end{aligned}$$

7. Urči rozdiel dvojíc výrazov.

$$\begin{aligned} \text{a) } & m^2 \cdot m^2 \\ & m^2 + m^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 3x + 2x \\ & 3x \cdot 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } & n^2 \cdot n^2 \cdot n^2 \\ & n^2 + n^2 + n^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & a^3 \cdot a^3 \\ & a^3 + a^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & 5c^3 \cdot c^3 \\ & 5c^3 + c^3 \end{aligned}$$

8. Vynásob.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (a + b)^4 \cdot (a + b)^3 \\ & (3 - 2x)^3 \cdot (3 - 2x)^4 \\ & (8 - 5a)^6 \cdot (-5a + 8)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (3x - 7)^n \cdot (3x - 7)^n \\ & (2a - 1)^2 \cdot (-1 + 2a)^n \\ & (6u - v)^{n+2} \cdot (6u - v)^{n+2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (3x + 8)^4 \cdot (3x + 8) \\ & (1 - 2x)^6 \cdot (1 - 2x)^3 \\ & (3 - a)^3 \cdot (a - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & (8f - 5)^t \cdot (8f - 5)^s \\ & (4s - 3) \cdot (3 - 4s)^t \\ & (5p + 7)^2 \cdot (-5p - 7)^4 \end{aligned}$$

9. Vynásob.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (7 - x)^3 \cdot (x - 7)^4 \\ & (7 - x)^3 \cdot (x - 7)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (7 - x)^4 \cdot (x - 7)^5 \\ & (7 - x)^3 \cdot (x - 7)^5 \end{aligned}$$

Podiel mocnín

1. Vydeľ a výsledok zapíš v tvare mocniny.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 2^4 : 2^2 \\ & 5^7 : 5^5 \\ & 10^8 : 10^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 11^4 : 11^4 \\ & 3^5 : 3^5 \\ & 4^5 : 4^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 13^7 : 13^2 \\ & 20^9 : 20^6 \\ & 8^9 : 8^9 \end{aligned}$$

2. Vydeľ.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 2^8 : 2^3 \\ & 0,1^{13} : 0,1^6 \\ & 10^{10} : 10^3 \\ & 3^4 : 3^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & m^5 : m^3 \\ & 144a^3 : 12a \\ & 6m^7 : 3m^3 \\ & 7m^9 : (-2m^5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } & a^7b^6 : a^4b^3 \\ & a^5b^5c^3 : a^3b^3c^3 \\ & 12a^5b^3 : (-8a^3b^2) \\ & (-24a^7b^5) : 36a^4b^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 6^{15} : 6^{10} \\ & 0,01^3 : 0,01^3 \\ & (-2)^4 : (-2)^4 \\ & (-8)^7 : (-8)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & (-105k^{15}) : (-35k^7) \\ & 91x^5 : (-7x^4) \\ & 125b^3 : 5b \\ & 0,216y^8 : (-0,008y^4) \end{aligned}$$

3. Vydeľ.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 256x^8 : (2x)^6 \\ & 1\,296y^7 : (3y)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (-2\,401z^4) : (7z)^3 \\ & 256x^8 : (-2x)^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 1\,296y^7 : (-3y)^3 \\ & (-2\,401z^4) : (-7z)^3 \end{aligned}$$

4. Vydeľ.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 18m^7n^8 : 9m^5n^3 \\ & (-105x^3y^6z^7) : 7x^4y^5z^2 \\ & 3,6m^5n^9 : (-1,2m^5n^3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (-0,2x^7y^8z^9) : (-0,04x^5yz^8) \\ & \frac{3}{4} a^3b^4c^3 : \frac{3}{2} a^2bc^6 \\ & \frac{3}{4} a^{13}b^3c^4 : (-0,2a^6b^3c^3) \end{aligned}$$

5. Vypočítaj.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 3e^7f^4 : (2ef) \\ & 2a^5b^9 : (0,5a^3b^2) \\ & 6x^5y^9 : (-0,2x^3y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 9uv^3 : (2uv^3) \\ & -10x^3y : (-5x^3y) \\ & 14g^3h^4 : (7g^2h^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & -4m^2n^2 : (8mn) \\ & -0,4s^3t^4 : (0,1s^3t^4) \\ & a^7b^5 : (5a^5b^3) \end{aligned}$$

6. Urči podiel.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (x+7)^8 : (x+7)^2 \\ & (5-2b)^3 : (5-2b) \\ & (3s+1)^7 : (3s+1)^4 \\ \text{b) } & (2k+1)^3 : (2k+1) \\ & (5k+3)^4 : (3+5k)^3 \\ & (x-y)^3 : (-y+x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \frac{(x-y)^3}{(x-y)} \\ & \frac{(3a-4b)^4}{(4b-3a)^2} \\ & \frac{(3a-4b)^4}{(4b-3a)^3} \\ \text{d) } & \frac{18a^5(2b+3)^3}{6a^3(2b+3)} \\ & \frac{16a^3(3b-4)^5}{4a(3b-4)^2} \\ & \frac{9m^5(2n-1)^3}{6m^4(2n-1)} \end{aligned}$$



7. Akým výrazom musíme vynásobiť x^3 , aby sme dostali $-x^3$?

8. Rieš rovnicu.

a) $\frac{x}{3^2} = 3^6$

b) $\frac{2x}{3^2} = 3$

Umocňovanie mocnín

1. Pre zadané hodnoty premenných urči hodnotu výrazu.

a) $(3x)^2$	pre $x = 2$	c) $\left(\frac{1}{2}abc\right)^2$	pre $a = 3; b = 1; c = 2$
b) $(5rs)^3$	pre $r = 4; s = \frac{1}{2}$	d) $4r \cdot (-2st)^3$	pre $r = \frac{1}{4}; s = 0,5; t = -2$

2. Na príklade $(a^3)^2$ vysvetli pravidlo o umocňovaní mocnín.

3. Umocni.

a) $(-3^2)^3$	b) $(-2^4)^2$	c) $[(-3)^2]^3$	d) $[(-2)^4]^2$
$(-6^3)^2$	$(-2^7)^5$	$[(-6)^3]^2$	$[(-2)^7]^5$
$(-7^4)^3$	$(-5^3)^4$	$[(-7)^4]^3$	$[(-5)^3]^4$

4. Zapiš ako mocninu so základom 2.

a) 64	c) $8^2 \cdot 8^3$	e) $\frac{1\,024}{8}$
b) $16 \cdot 32$	d) $(4^2)^3$	f) $\frac{8^7}{16^5}$

5. Dopln podľa vzoru: $8^2 = 2^* \rightarrow 8^2 = (2^3)^2 = 2^6 \rightarrow * = 6$.

a) $4^3 = 2^*$	b) $100^3 = 10^*$	c) $27^3 = 3^*$
$25^2 = 5^*$	$81^4 = 9^*$	$49^5 = 7^*$

6. Zjednoduš a vypočítaj bez použitia kalkulačky.

a) $\frac{2^7 \cdot 2^3}{2^8}$	c) $\frac{3^5 \cdot 9^2}{3^9}$	e) $\frac{2^8 \cdot 5^5}{2^{10} \cdot 5^4}$
b) $\frac{10^4 \cdot 10^5}{10^{10}}$	d) $\frac{81 \cdot 3^4}{27^3}$	f) $\frac{10^3 \cdot (3^2 + 1^3)}{2^3 \cdot 5^4}$

7. Usporiadaj čísla vzostupne.

a) $4^{25}, 8^{20}, 16^{10}$	b) $27^3, 81^2, 9^5$
------------------------------	----------------------

8. Vypočítaj spamäti.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (x^2)^3 \\ & (2a)^3 \\ & (a^2)^2 \\ & (m^4)^2 \\ & (b^3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (a^2b)^4 \\ & (5u^2)^2 \\ & (st^2)^3 \\ & (9y^4)^2 \\ & (10k^2)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (a^2bc^5)^2 \\ & (0,2m^4n)^2 \\ & (7x^2y^3z)^2 \\ & (5x^2y^4z^3)^3 \\ & \left(\frac{1}{2}n^2\right)^3 \end{aligned}$$

9. Zjednoduš.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (3x^3)^2 \\ & (2y^2)^2 \\ & (-3s^5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (-0,1a^8)^4 \\ & (2c^4d)^4 \\ & (-u^9v^3)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (4xy^{10})^2 \\ & (-0,2p^6r)^3 \\ & (-5x^2y^3)^5 \end{aligned}$$

10. Vypočítaj podľa vzoru: $[(x^3)^2]^5 = [x^6]^5 = x^{30}$.

$$\begin{aligned} \text{a) } & [(n^2)^2]^2 \\ & [(a^3)^2]^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & [(-p^2)^5]^5 \\ & [(2s^3)^3]^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & [-(m^2)^4]^3 \\ & [-(3x^4y^3)^2]^2 \end{aligned}$$

11. Umocni.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (3 \cdot 5)^3 \\ & (2 \cdot 3 \cdot 4)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & [(-4) \cdot 0,5]^{11} \\ & (5 \cdot 0,6 \cdot \frac{2}{3})^{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & [(-0,4) \cdot 2,5]^{64} \\ & \left[\frac{4}{3} \cdot (-0,3) \cdot 2,5\right]^{33} \end{aligned}$$

12. Umocni.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (3ab)^3 \\ & (4a^3b^2)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (-2a^5b)^7 \\ & (-5x^2y^3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (-x^2y^3z^2)^5 \\ & (-2xy^3z^3)^5 \end{aligned}$$

13. Namiesto * doplň číslo tak, aby platila rovnosť.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (x^*)^2 = x^6 \\ & (p^4)^* = p^{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (2n^*)^3 = 8n^3 \\ & (m^2)^* = m^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (ab^2)^* = a^2b^4 \\ & (5a^4)^* = 25a^* \end{aligned}$$

14. Umocni.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \left(\frac{2}{3}a\right)^4 \\ & \left(\frac{5a^2}{4}\right)^3 \\ & \left(\frac{3a^3b}{c^2}\right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \left(-\frac{3x^3}{y^2z}\right)^2 \\ & \left(x^2\frac{2}{y^3}\right)^3 \\ & \left[x^4\left(-\frac{4y}{z^3}\right)\right]^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \left(\frac{1}{x+1}\right)^5 \\ & \left(\frac{x-1}{y+1}\right)^3 \\ & \left(\frac{x^2}{y+1}\right)^3 \end{aligned}$$

15. Zjednoduš výrazy.

$$\begin{aligned} \text{a) } & [a^2 \cdot (3b-1)]^3 \\ & [(a+1)^2 \cdot (b-2)]^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & [(3a^2)^3 \cdot 2b]^2 \\ & [(3a^5)^2 \cdot (2b-1)]^2 \end{aligned}$$

16. 64 chlapcov a 64 dievčat dostalo každý po 64 eur. Vypočítaj celkovú sumu rozdanych peňazí a vyjadri ju v tvare mocniny so základom 2.

17. Vypočítaj:

$$\begin{aligned} \text{a) } & a^2 \cdot a^3 \\ & (a^2)^3 \\ & \frac{a^2}{a^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (p^2)^2 \\ & p^2 \cdot p^2 \\ & p^2 + p^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & x^3 + x^3 \\ & 3x^3 \cdot 2x^3 \\ & (5x^3)^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & m^4 \cdot m^2 \\ & (m^4)^2 \\ & m^4 + m^2 \end{aligned}$$

18. Uprav výrazy.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 2x \cdot 5x^2 \cdot x \\ & 3a^2 \cdot 4a^3 \cdot a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 4 \cdot (2m)^3 \cdot 2m^3 \\ & (u^2v)^3 \cdot 7 \cdot (uv)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (-2p)^3 \cdot (-10q)^2 \\ & (-6r^2s)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}s^3\right)^2 \end{aligned}$$

Počítanie s mocninami

1. Uprav výrazy tak, aby obsahovali čo najmenší počet členov.

- $3x^2 - 5x^2 - 2x^2 + 13x^2$
- $7a^2 - 6a + 11a^2 + 5a$
- $13m^3 - 12m^2 + 11m - 9m^2 - 7m^3$
- $36a^2 - 64ab + 25b^2 - 16a^2 + 27ab + 9b^2$
- $5x^2y + 3xy^2 - xy - 4x^2y - 7xy^2 + xy$

2. Zjednoduš výrazy.

- $$6,3t^2 - 5,8t^2 + 2,7t^2 - 1,9t^2$$

$$8,5n^2 - 12,6n - 3,6n^2 - 11,7n$$

$$0,36k^2 - 0,19k^3 + 0,2k - 0,87k^2 + 0,22k^3$$

$$0,4a^3b - 0,06a^2b^2 + 0,089a^3b - 0,22a^2b^2 - 0,48ab^3$$
- $$13m^2 - (3m + 2m^2) - (-5m) + (-7m^2)$$

$$12k^3 - 3k^2 - (5k^3 + k^2) - (-9k^2)$$

$$3z - [6z^2 - (2z - 17z^2)] - (3z - 2z^2)$$

$$5r - (12r^2 - 2r) - [5r - (2r - 12r^2)]$$
- $$3x^2 - 5x + 6 - (x^2 - 6x) - (11 - 4x^2)$$

$$10 - 7a^2 - 7a - 2(5a + 1) + 4(2 - 3a) - a^2$$

$$7(y^3 - y^2) - 2(2y - y^2) - 6y^3 - 6y^2 - 6y$$

$$6z^4 + 5z^3 - z - z^2 - (9z - 4z^3) + 3(5z - 4) - 4(3z^2 - z)$$
- $$4b(b - 2) - 3(b^2 + 7b) - (9b + 8) + b(b - 3)$$

$$4n^4 - n - 2n^2(3 - n) + (7n - 4) - 3n(2n + 1)$$

$$5(d^3 - d^2) - 3d(d + 4) + d^3 - 8(4 - d) + 7d^2 + 17$$

$$3[2(x - 1) - (4x^2 - 3x)] - 2x^2 - 4x(x + 4) - 5x^2$$



3. Urč hodnotu a tak, aby platila rovnost.

$$a) \frac{4^6}{4^3} = 4^a$$

$$b) 7^4 \cdot 7^3 = 7^6$$

4. Zjednoduš.

$$a) \left(\frac{3}{5^2}\right)^8 \cdot \left[\frac{7^2}{(-3)^3}\right]^4 \cdot \left(\frac{5^7}{7^3}\right)^2$$

$$b) \frac{2^7 \cdot (-2)^6 \cdot 9}{81 \cdot 2^3 \cdot 4^5} : \frac{(-2)^4 \cdot 16}{3^3 \cdot 8^2}$$

$$\left[\frac{5^2}{(-2)^3}\right]^6 \cdot \frac{(4^3)^2}{(-5)^1} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{10}$$

$$(|-2| - |3|)^{10} \cdot \frac{(6^3)^2}{[(-3)^2]^4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

$$2^3 \cdot (-7)^4 \cdot 5^2 \cdot \left(\frac{1}{70}\right)^2$$

$$|-3^3| + |(-2)^3| - 7^2$$

5. Uprav na najjednoduchší tvar.

$$a) \frac{2^3 a^3}{(27 b^2)^3} : \frac{4(a^2)^2}{3^8 b^3}$$

$$c) \frac{a^3 \cdot y^6 \cdot (c^2)^4}{b^2 \cdot c^3 \cdot z^4} : \frac{x^7 \cdot y^3 \cdot b \cdot a^2}{(x^4)^2 \cdot b^3 \cdot z^5}$$

$$b) \frac{81 \cdot (a^3)^3}{(-3)^4 \cdot (b^2)^4} : \frac{2a^5}{(-3)^3 b^6}$$

$$d) \frac{(a^2 b)^3}{(x b^3)^4} : \frac{(a x)^2}{(x^3 b)^4}$$

6. Dané výrazy vyjádri ako mocniny so základom 2 alebo 3 a bez použitia kalkulačky vypočítaj.

$$a) \left(\frac{2^2 \cdot 3^2}{8 \cdot 3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2^2 \cdot 3}{2^5 \cdot 27}\right)^2$$

$$c) \left(\frac{4^3 \cdot 3^2}{81 \cdot 2^3}\right)^4 : \frac{16^2}{9^4}$$

$$b) \left(\frac{2 \cdot 9^2}{3^3 \cdot 4^2}\right)^3 \cdot \frac{8^4}{27^2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

$$d) \left(\frac{32 \cdot 27}{9^2}\right)^3 : \left(\frac{2^7}{3}\right)^2$$

7. Zjednoduš.

$$a) \frac{2a^3 b^2}{3ab} \cdot \frac{(a^3 b^2)^2}{a^5 b^7}$$

$$b) \left(\frac{2xy^3}{3x^2y}\right)^2 \cdot \frac{x^2 y^4}{8xy^3} : \frac{y^4}{27x^2y}$$

8. Dané výrazy vyjádri ako mocniny so základom 2 alebo 3 a vypočítaj:

$$a) \frac{3^3 \cdot 128}{(2^2 \cdot 3)^3} : \left(\frac{64}{2^5}\right)^2$$

$$b) \frac{(81 \cdot 2^3)^2}{3^5 \cdot 4} \cdot \frac{2^4 \cdot 3}{(6^3)^2}$$

$$c) \left(\frac{2^2}{9}\right)^2 \cdot \frac{(-3)^6}{16} \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^1$$

9. Zjednoduš.

$$a) \frac{(-3^4)^3 \cdot (-2)^2}{(-9)^5 \cdot (-2^2)^5}$$

$$c) \frac{(-3^2)^3 \cdot (-5^3)^2}{(-125)^3 \cdot (-27^2)^1}$$

$$b) \frac{[(-5)^3]^2 \cdot (-7^2)^5}{(-7^3)^2 \cdot (-25)^2}$$

$$d) \frac{7^3 : (-7)^1 - (-3^2)^3 : 3^2}{(-2^2)^2}$$

10. Vypočítaj $\frac{2}{3}$ z 9^3 .

11. Ktorý z číselných výrazov má najväčšiu hodnotu?

$$a = (1 + 5 \cdot 9 - 2)^3$$

$$b = [(1 + 5) \cdot 9 - 2]^3$$

$$c = [(1 + 5) \cdot (9 - 2)]^3$$

12. Ktoré z daných mocnín treba doplniť namiesto *, aby platila rovnosť

$$12^3 \cdot 12^4 = 3^2 \cdot 4^2 \cdot *$$

$$A: 12^{10}$$

$$B: 12^8$$

$$C: 12^5$$

$$D: 12^3$$

$$E: 12^6$$

13. Koľko je jedna šestina z čísla 6^{89} ?

$$A: 6^{90}$$

$$B: 1^{89}$$

$$C: 1^{83}$$

$$D: 6^{88}$$

$$E: 6^{83}$$

14. Ktorým výrazom musíme vydeliť číslo x^{18} , aby sme dostali číslo x^6 ?

$$A: x^3$$

$$B: x^{12}$$

$$C: x^{26}$$

$$D: x^6$$

$$E: 1^{12}$$

15. Urči trojnásobok čísla 3^{22} .

$$A: 9^{22}$$

$$B: 3^{66}$$

$$C: 3^{25}$$

$$D: 3^{23}$$

$$E: 9^{66}$$

16. Urči pätinu z čísla 5^6 .

$$A: 5^6$$

$$B: 5^1$$

$$C: 5^5$$

$$D: 4^6$$

$$E: 1^6$$

17. Ktorý zo zápisov predstavuje osemnásobok čísla 2^{20} ?

$$A: 2^{26}$$

$$B: 2^{169}$$

$$C: 2^{23}$$

$$D: 16^{20}$$

$$E: 16^{160}$$

18. Ktorý zo zápisov sa rovná dvojnásobku čísla 4^{152} ?

$$A: 8^{152}$$

$$B: 4^{304}$$

$$C: 8^{304}$$

$$D: 2^{305}$$

$$E: 2^{610}$$

19. Urči polovicu z čísla 2^{12} .

$$A: 2^{24}$$

$$B: 2^{11}$$

$$C: 2^6$$

$$D: 1^6$$

$$E: 1^{12}$$

20. Vypočítaj polovicu čísla 8^{500} .

$$A: 2^{750}$$

$$B: 2^{999}$$

$$C: 4^{500}$$

$$D: 2^{1499}$$

$$E: 2^{657}$$

21. Vypočítaj tretinu čísla 3^{15} .

$$A: 3^5$$

$$B: 1^{15}$$

$$C: 1^{35}$$

$$D: 3^{14}$$

$$E: 9^{15}$$

22. Ktorý zo zápisov predstavuje pätinu čísla 25^{17} ?

$$A: 5^{33}$$

$$B: 5^{17}$$

$$C: 5^{16}$$

$$D: 5^{32}$$

$$E: 25^{16}$$

23. Koľko je pätina z čísla 5^{25} ?

$$A: 5^5$$

$$B: 5^{20}$$

$$C: 5^{24}$$

$$D: 1^{25}$$

$$E: 5^{24}$$

24. Ktoré z uvedených čísel sa rovná štvrtine z čísla 8^{888} ?

A: 2^{222}

B: 2^{888}

C: 2^{1332}

D: 2^{1776}

E: 2^{2662}

25. Koľko je pätina z čísla 25^{4000} ?

A: 5^{4000}

B: 5^{800}

C: 5^{3999}

D: 5^{7999}

E: 25^{3999}

26. Z ponúknutých zápisov vyber dvojnásobok čísla 4^{152} .

A: 8^{152}

B: 4^{304}

C: 2^{305}

D: 8^{304}

E: 4^{154}

27. Ktorý zápis predstavuje $(10^3)^2$ mm?

A: 1 m

B: 1 km

C: 100 m

D: 10 m

E: 1 000 cm

28. Označ ten výraz, ktorý má hodnotu -4.

A: $(4 \cdot 3^2 - 5) \cdot 2^2$

C: $4 \cdot (3^2 - 5) \cdot 2^3$

B: $(4 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2)^3$

D: $4 \cdot (3^2 - 5 \cdot 2)^3$

29. Hodnota ktorého výrazu sa rovná -4,5?

A: $8 : (4^2 - 2 \cdot 3)$

C: $(8 : 4^2) - 2 \cdot 3$

B: $(8 : 4^2 - 2) \cdot 3$

D: $[8 : (4^2 - 2)] \cdot 3$

30. Ktorý zo zápisov sa rovná hodnote výrazu $10^3 + \frac{1}{10^3}$?

A: 100,001

B: 1 000,000 1

C: 100,000 1

D: 1 000,001

31. Výsledok nechaj v tvare mocniny.

a) $(-2)^2$

b) $(-2)^3$

c) $-(-2)^3$

d) $-(-2)^2$

32. Hodnota ktorého z výrazov sa rovná číslu 1?

A: $2^2 - 3^2$

B: $(2 - 3)^2$

C: $2 - 3^2$

D: $3^2 - 2^2$

33. Urči hodnotu výrazu $\frac{(3^3)^2 \cdot 5^3}{5^4} \cdot \frac{5^2}{3^5}$.

A: $\frac{3}{5}$

B: $\frac{5}{3}$

C: 5^2

D: 15

34. Ktorá z rovností neplatí?

a) A: $(-7)^3 = -7^3$

b) A: $(-3)^5 = -3^5$

c) A: $3^2 \cdot 3^3 = 3^5$

B: $(7^3)^2 = (7^2)^3$

B: $(-3^2)^2 = ((-3)^2)^2$

B: $(a^2)^2 = a^2$

C: $-7^2 = (-7)^2$

C: $(-3) \cdot (-3)^3 = (-3)^4$

C: $2^8 : 2^2 = 2^4$

D: $7 \cdot 7^3 = (7^2)^2$

D: $(-3) \cdot (-3)^5 = -3^6$

D: $3^3 \cdot 2^3 = 6^3$

E: $(0,5^2)^2 = (-0,5)^4$

E: $(-3) \cdot (-3)^2 = -3^3$

E: $1^3 \cdot 1^6 = 1$

35. Ktorá z rovností neplatí?

a) $A: 2^2 \cdot 3^2 = 6^2$

B: $2^3 = (-2)^3$

C: $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2$

D: $2^2 = (-2)^2$

E: $3^2 \cdot 3^3 = 3^5$

b) A: $16^{90} = 2^{360}$

B: $5^{50} \cdot 7^{50} = 35^{50}$

C: $8^{40} \cdot 4^{80} = 2^{280}$

D: $9^{30} = 3^{90}$

E: $27^{15} \cdot 9^{18} = 3^{81}$

36. Vypočítaj podľa vzoru $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$.

a) $50^2 - 49^2$

c) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

e) $50\,001^2 - 49\,999^2$

b) $113^2 - 112^2$

d) $5001^2 - 4999^2$

37. Doplni namiesto * výraz tak, aby platila rovnosť.

a) $12x^2 : * = 4x^2$

b) $(xy^2)^* = x^2y^4$

38. Napíš ako súčin mocnín prvočiniteľov.

a) 900

b) 980

c) 720

d) 2 025

39. Zapiš v tvare mocniny s čo najmenším základom.

a) štvornásobok čísla 4^{44}

c) číslo 81-krát menšie ako 9^{19}

b) pätinu čísla 25^7

d) číslo 32-krát väčšie ako 8^{15}

40. Istá hviezda je vzdialená od Zeme $6,8 \cdot 10^{24}$ kilometrov. Presne v polovici medzi hviezdou a Zemou sa nachádza hmlovina. Koľko kilometrov je hmlovina vzdialená od Zeme?

41. Kozmická sonda letela zo Zeme k hviezde vzdialenej 2^{30} km. Keď bola presne v štvrtine cesty, prerušilo sa rádiové spojenie. Spojenie sa obnovilo vo chvíli, keď sonda bola od Zeme vzdialená 2^{29} km. Koľko kilometrov preletela sonda bez spojenia so Zemou?

42. Kozmická sonda, vzdialená od Zeme 270 mil. km, vyslala na Zem svetelný signál. Svetlo sa pohybuje rýchlosťou $3 \cdot 10^8$ m/s. O koľko minút zaregistrovali signál na Zemi?

43. Hmotnosť planéty Zem je približne $5,978 \cdot 10^{24}$ kilogramov. Hmotnosť planéty Jupiter je 318-krát väčšia. Aká je hmotnosť Jupitera?



Využitie mocnín pri úprave výrazov

1. Dané výrazy uprav na súčin.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 2x + 2 \\ & 4y - 16 \\ & 125a + 15b \\ & 36b - 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & x^2 + 2x \\ & y^2 - 5y \\ & 21a^2 + 3a \\ & 4b^2 - 20b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & x^3 - x \\ & 5x^3 - x^2 \\ & 144a^3 + 4a \\ & 17b^3 + 51b^2 \end{aligned}$$

2. Výrazy uprav na súčin.

$$\begin{aligned} \text{a) } & 15x^2 + 5x - 5 \\ & 49y^3 - 7y^2 + 21 \\ & 15p^4 + 20p^2 + p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & 11x^3 + 121x + 77 \\ & 24y^5 + 9y^3 - 27y^2 \\ & a^2b^3 - 5a^2 - 4a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & x^5y^3 + x^2y \\ & 4a^3b^2 - 12a^2b \\ & 14p^4q^4 + 22pq \end{aligned}$$

3. Zapiš v tvare mocniny.

$$\begin{aligned} \text{a) } & x \cdot x \cdot x \\ & 2y \cdot 2y \cdot 2y \cdot 2y \\ & 2z^2 \cdot 2z^2 \cdot 2z^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (x + 1) \cdot (x + 1) \\ & (2y - 3) \cdot (2y - 3) \cdot (2y - 3) \cdot (2y - 3) \\ & (z + 5)^3 \cdot (z + 5)^3 \cdot (z + 5)^3 \end{aligned}$$

4. Prepíš mocniny do tvaru súčinu a výrazy vynásob.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (x + 3)^2 \\ & (y - 7)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (x - 11)^2 \\ & (y + 7)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (2x + 4)^2 \\ & (4y - 2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & (5x - 7)^2 \\ & (3y + 16)^2 \end{aligned}$$

5. Vypočítaj.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (x + 1)^2 \\ & (y + 3)^2 \\ & (z + 4)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (x - 1)^2 \\ & (y - 3)^2 \\ & (z - 4)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (2x + 1)^2 \\ & (4y + 2)^2 \\ & (5z + 5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & (3x - 1)^2 \\ & (3y - 4)^2 \\ & (7z - 3)^2 \end{aligned}$$

6. Umocni výrazy.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (4a + 2)^2 \\ & (5b - 4)^2 \\ & (12c + 5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (a - 6)^2 \\ & (2b - 5)^2 \\ & (7c - 7)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (3x + 2)^2 \\ & (4y - 1)^2 \\ & (5z + 4)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & (5x + y)^2 \\ & (2y - x)^2 \\ & (6z - a)^2 \end{aligned}$$

7. V zápise doplň vynechané miesta tak, aby vzniknutá rovnosť bola správna.

$$\begin{aligned} \text{a) } & (x + 7)^2 = x^2 + 14x + \underline{\hspace{1cm}} \\ & (2y + 3)^2 = \underline{\hspace{1cm}} + 12x + 9 \\ & (5z - 2)^2 = 25z^2 - \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} \\ & (3q - 1)^2 = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & (\underline{\hspace{1cm}} + 10)^2 = x^2 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} \\ & (2y - \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} + 1 \\ & (3z - \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} + 49 \\ & (\underline{\hspace{1cm}} + 3)^2 = 64p^2 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (\underline{\hspace{1cm}} + 2)^2 = x^2 + 4x + 4 \\ & (2y - \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} - 20y + 25 \\ & (4z + \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} + 72z + 81 \\ & (\underline{\hspace{1cm}} - 11)^2 = 4k^2 - \underline{\hspace{1cm}} + 121 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & (\underline{\hspace{1cm}} + b)^2 = 16a^2 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} \\ & (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})^2 = 9x^2 + \underline{\hspace{1cm}} + 16 \\ & (\underline{\hspace{1cm}} - 3q)^2 = 25p^2 - \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} \\ & (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{1cm}} - 48m + 64 \end{aligned}$$

8. Uprav výrazy na súčin.

a) $3x + 36$
 $48a - 36b$
 $10pq + 5p$
 $144k^2 - 24k$

b) $x^2 + 12x + 36$
 $y^2 + 6y + 9$
 $z^2 - 22z + 121$
 $s^2 - 16s + 64$

c) $x^2 - 26x + 169$
 $y^2 + 14y + 49$
 $x^2 + 18x + 81$
 $y^2 - 8y + 16$

9. Uprav výrazy na súčin.

a) $4x^2 - 20x + 25$
 $9y^2 + 42y + 49$
 $25x^2 - 70x + 49$
 $16y^2 - 40y + 25$

b) $4x^2 + 32x + 64$
 $49y^2 + 98y + 49$
 $25y^2 - 50y + 25$
 $81x^2 + 144x + 64$

c) $2y^2 + 4y + 2$
 $27x^2 - 90x + 75$
 $12x^2 + 60x + 75$
 $80y^2 - 280y + 245$

10. Vypočítaj.

a) $(x - 15) \cdot (x - 15)$
 $(y + 6) \cdot (y + 6)$
 $(z + 3) \cdot (z - 3)$

b) $(2x + 14) \cdot (2x + 14)$
 $(2y + 3) \cdot (2y - 3)$
 $(5z - 8) \cdot (5z - 8)$

11. Uprav na súčin.

a) $x^2 - 16$
 $y^2 - 225$
 $z^2 - 81$

b) $4x^2 - 36$
 $36y^2 - 49$
 $121z^2 - 256$

c) $9x^2 - 30x + 25$
 $25y^2 - 9$
 $9z^2 - 12z + 4$

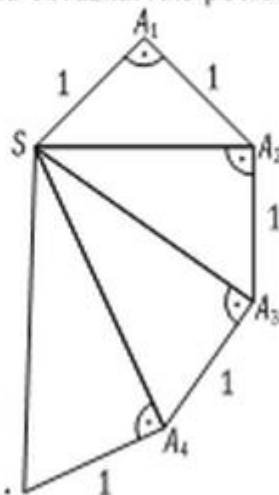


Pytagorova veta

Pravouhlý trojuholník

-
1. Máš zadané dĺžky odvesien pravouhlého trojuholníka. Vypočítaj dĺžku prepony.
- a) 70 mm, 240 mm b) 4 cm, 42 mm c) 28 m, 45 m
-
2. Vypočítaj dĺžku odvesny pravouhlého trojuholníka, ak poznáš dĺžku prepony a druhej odvesny.
- a) 61 m, 60 m b) 42 cm, 58 cm c) 89 mm, 39 mm
-
3. Vypočítaj dĺžku tretej strany v pravouhlom trojuholníku ABC , ak uhol ACB je pravý, pričom $a = 6$ cm, $c = 10$ cm.
-
4. Zisti, či trojuholník ABC so stranami $a = 3$ m, $b = 8$ m, $c = 9$ m je pravouhlý.
-
5. Ak je trojuholník pravouhlý, urči, pri ktorom vrchole leží pravý uhol.
- a) $\triangle ABC$: $a = 70$ mm; $b = 145$ mm; $c = 75$ mm
b) $\triangle KLM$: $k = 15$ cm; $l = 20$ cm; $m = 25$ cm
c) $\triangle EFG$: $e = 4,5$ cm; $f = 7,5$ cm; $g = 6$ cm
d) $\triangle ABC$: $a = 6$ m; $b = 17$ m; $c = 12$ m
e) $\triangle XYZ$: $x = y = 4$ cm; $z = 9$ cm
f) $\triangle ABC$: $a = 8$ cm; $b = 9$ cm; $c = 3$ cm
-
6. Rozhodni, či trojuholník s nasledujúcimi dĺžkami strán je alebo nie je pravouhlý.
- a) 85 mm; 132 mm; 157 mm
b) 8,5 m; 13 m; 15,1 m
c) 9,5 cm; 16,8 cm; 19,3 cm
d) 0,3 dm; 0,4 dm; 0,5 dm
-
7. Pravouhlý trojuholník má jednu odvesnu dlhú 5 cm a obsah 20 cm². Vypočítaj dĺžku prepony tohto trojuholníka (zaokrúhli na desatiny).
-
8. Obsah pravouhlého trojuholníka PQR je 6 m², dĺžka jeho odvesny PR je 4 m. Vypočítaj jeho obvod.
-
9. Vypočítaj obvod pravouhlého trojuholníka ABC , ak dĺžka jeho odvesny a je 6 cm a trojuholník zaberá plochu 24 cm².
-
10. Vypočítaj obvod a obsah pravouhlého trojuholníka ABC , ak odvesna $a = 6$ m a prepona $c = 10$ m.
-
11. Pravouhlý rovnoramenný trojuholník má obsah 72 cm². Aký je jeho obvod zaokrúhlený na celé centimetre?

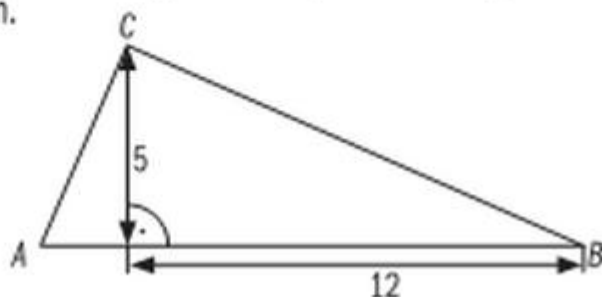
12. Rozmery odvesien pravouhlého trojuholníka sú $a = 3$ cm, $b = 4$ cm. Urči obvod a obsah trojuholníka.
13. Má pravouhlý trojuholník s odvesnami dĺžky 13 mm a 84 mm rovnako dlhú preponu ako pravouhlý trojuholník, ktorého odvesny merajú 36 mm a 77 mm?
14. V trojuholníku ABC je dané: $a = 10$ cm, $t_a = 13$ cm, $\gamma = 90^\circ$. Vypočítaj dĺžku ťažnice na stranu b s presnosťou na milimetre. (t_a – ťažnica na stranu a , pričom ťažnica je spojnice vrcholu trojuholníka a stredu protiaľnej strany.)
15. V pravouhlom trojuholníku ABC je daná odvesna $a = 36$ cm a obsah $S = 540$ cm². Vypočítaj dĺžku odvesny b a ťažnice t_b .
16. Pravouhlý rovnoramenný trojuholník ABC má preponu AB dlhú $\sqrt{72}$. Aká dlhá je jeho ťažnica na stranu a ?
17. Pravouhlý trojuholník ABC má odvesny $a = 5$ cm, $b = 12$ cm. Vypočítaj vzdialenosť bodu C od stredu prepony.
18. Odvesny pravouhlého trojuholníka majú dĺžku 8 dm a 18 dm. Urči dĺžku polomeru kružnice opísanej tomuto trojuholníku.
19. V pravouhlom trojuholníku ABC sú dané odvesny $a = 10$ cm, $b = 24$ cm. Vypočítaj dĺžku ťažnice t_c .
20. Pravouhlý trojuholník PQR má odvesny dlhé $p = 3$ cm a $r = 4$ cm. S je stred kružnice opísanej tomuto trojuholníku. Aký je obvod trojuholníka PRS ?
21. Viera narysovala pravouhlý rovnoramenný trojuholník SA_1A_2 . Potom postupne rysovala ďalšie trojuholníky tak, ako vidno na obrázku. Ako posledný narysovala trojuholník SA_7A_8 . Aká dlhá je úsečka SA_8 ?



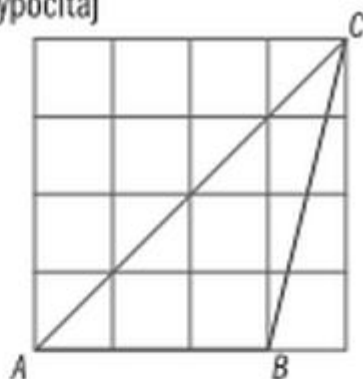
Pytagorova veta v rovine

1. Rovnoramenný trojuholník má základňu dĺžky 8 m a rameno dĺžky 5 m. Vypočítaj veľkosť výšky na základňu.
2. Rovnoramenný trojuholník má rameno dlhé 37 mm a základňa meria 32 mm. Vypočítaj dĺžku jeho výšky na základňu s presnosťou na desatiny centimetra.
3. Vypočítaj dĺžku výšky na základňu rovnoramenného trojuholníka, ak základňa je dlhá 160 cm a rameno meria 100 cm.
4. Základňa rovnoramenného trojuholníka meria 7 cm a výška na základňu má 6,5 cm. Aké dlhé je rameno tohto rovnoramenného trojuholníka?
5. Vypočítaj obsah rovnoramenného trojuholníka, ktorého základňa je dlhá 10 cm a rameno je o 3 cm dlhšie ako základňa.
6. Rovnoramenný pravouhlý trojuholník má obsah 32 cm^2 . Vypočítaj jeho obvod.
7. V rovnoramennom trojuholníku je pomer ramena a základne 5 : 6. Jeho obvod je 32 cm. Vypočítaj jeho obsah.
8. Vypočítaj obvod a obsah rovnoramenného trojuholníka, ak základňa meria 6 cm, pomer dĺžky základne a dĺžky ramena je 12 : 10.
9. V rovnoramennom trojuholníku KLM je základňa KL dlhá 16 cm a výška na základňu je dlhá 18 cm. Vypočítaj dĺžku ťažnice na stranu k (t_k).
10. Pole tvaru pravouhlého trojuholníka má na mape s mierkou 1 : 25 000 veľkosť najdlhšej strany 1,3 cm a veľkosť najkratšej strany 0,5 cm. Vypočítaj výmeru tohto poľa v skutočnosti a vyjadri ju v hektároch.
11. Vypočítaj obsah rovnostranného trojuholníka, ktorý má stranu dlhú 2 cm.
12. Vypočítaj obsah rovnostranného trojuholníka, ktorý má obvod 30 cm.
13. Urč obsah rovnostranného trojuholníka, ktorého výška meria 4 cm.
14. V trojuholníku ABC platí: $b = 3 \text{ cm}$, $c = 2,5 \text{ cm}$, $v_a = 2,4 \text{ cm}$. Zisti dĺžku strany a .

15. V trojuholníku ABC platí $|AB| = 15$ cm, $|BC| = 13$ cm, $v_b = 12$ cm. Vypočítaj obsah trojuholníka ABC .
16. V trojuholníku MNP je $|NP| = 7$ cm, $|PM| = 13$ cm a výška na stranu MN meria 5 cm. Vypočítaj dĺžku strany MN .
17. Urč veľkosť výšky v_c na preponu pravouhlého trojuholníka ABC , keď $a = 3$ cm, $b = 4$ cm.
18. Obsah trojuholníka ABC na obrázku je 40 cm². Vyznačené dĺžky sú v cm. Vypočítaj dĺžky všetkých jeho strán.

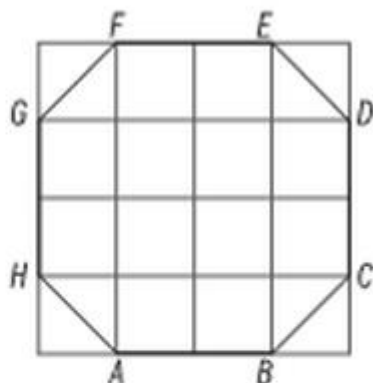


19. Dĺžka strany štvorca na obrázku je 1 cm. Vypočítaj
a) obsah trojuholníka ABC .
b) obvod trojuholníka ABC .

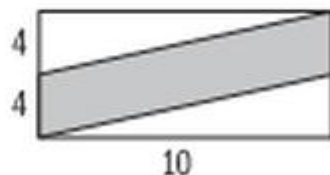


20. Vypočítaj dĺžku uhlopriečky štvorca, ktorého strana je dlhá 4 cm.
21. Vypočítaj dĺžku strany štvorca, ak dĺžka uhlopriečky je 7,05 m.
22. Vypočítaj obsah štvorca s uhlopriečkou dĺžky 10 mm.
23. Zisti obsah štvorca $ABCD$, ak strana štvorca $KLMN$ má dĺžku 5 cm. Body K, L, M, N sú stredy strán štvorca $ABCD$.
24. Neoplotený pozemok má tvar štvorca so stranou dlhou 16 m. Majiteľ predal časť pozemku tvaru pravouhlého trojuholníka, ktorého jedna odvesna je spoločná so stranou štvorca. Koľko metrov pletiva spotrebuje na oploenie zostávajúcej časti pozemku, ak predaná časť má plochu 96 m²?

25. Štvorec na obrázku má stranu dlhú 4 cm. Každá jeho strana je rozdelená na štyri zhodné úsečky. Aký je obsah a obvod osemuholníka $ABCDEFGH$?



26. Vypočítaj obvod vyfarbenej časti obdĺžnika.



27. Vypočítaj obsah obdĺžnika $ABCD$, ak dĺžka strany $|AB| = 6$ cm a uhlopriečka $u = 12$ cm.
28. Strany obdĺžnika merajú 6 cm a 8 cm. Aká je dĺžka uhlopriečky tohto obdĺžnika?
29. Vypočítaj dĺžku kanalizačného potrubia, ktoré v smere uhlopriečky spája dva rohy obdĺžnikového nádvoria s rozmermi 45 m a 26 m.
30. Vypočítaj dĺžku uhlopriečky obdĺžnika, ktorého rozmery sú 7 cm a 5 cm.
31. Urči dĺžku strany obdĺžnika, ak jeho uhlopriečka meria 1 cm a druhá strana má dĺžku $\frac{4}{5}$ cm.
32. Vypočítaj obsah obdĺžnika $ABCD$, ak vieš, že $|AC| = 5$ cm, $|BC| = 3$ cm.
33. Obdĺžnik má rozmery 16,5 cm a 12,8 cm. Vypočítaj polomer kružnice opísanej tomuto obdĺžniku.
34. Dĺžky strán obdĺžnikovej záhrady sú v pomere 4 : 3. Spojnica stredov susedných strán má dĺžku 20 m. Vypočítaj obsah tejto záhrady.
35. Dĺžky strán obdĺžnikovej predzáhradky sú v pomere 3 : 4, jej obvod je 28 dm. Akú dĺžku má uhlopriečka tejto predzáhradky?

36. V obdĺžniku $PQRT$ je bod S priesečník jeho uhlopriečok.
(Údaje na obrázku sú v mm.)

Vypočítaj

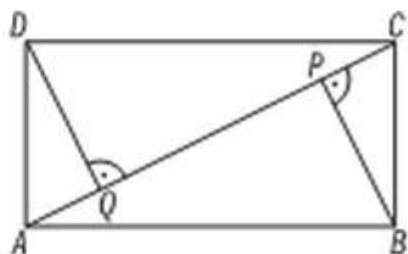
- dĺžku úsečky SR .
- polomer kružnice opísanej tomuto obdĺžniku.
- obsah trojuholníka SQR .



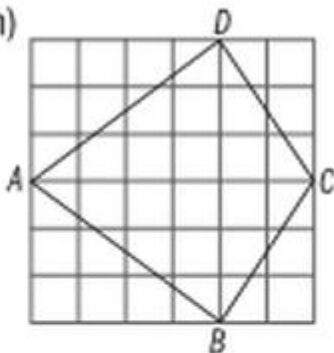
37. Na obrázku je obdĺžnik $ABCD$, na stranách ktorého sú vyznačené body P , Q , R , S . Aký je obsah a obvod štvoruholníka $PQRS$?
(Údaje sú v cm.)



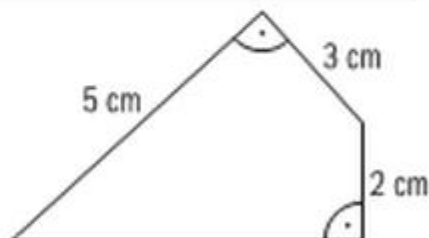
38. Obdĺžnik $ABCD$ na obrázku má stranu AB dlhú 160 cm, strana BC meria 120 cm. Aká je dĺžka lomenej čiary $BPQD$?



39. Na štvorčekovom papieri (strana štvorčeka je dlhá 1 cm) je vyznačený štvoruholník $ABCD$. Vypočítaj jeho obvod a obsah.

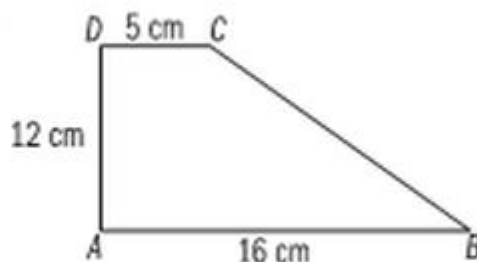


40. Vypočítaj obsah štvoruholníka na obrázku.



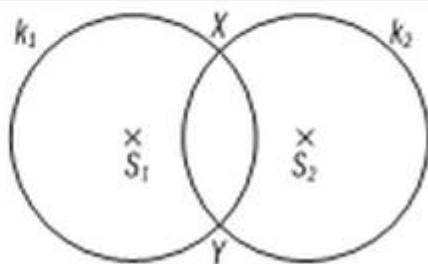
41. Kosoštvorec má uhlopriečky $e = 96$ cm, $f = 40$ cm. Urči veľkosť strany tohto kosoštvorca.

42. Uhlopriečky kosoštvorca majú dĺžky 8 cm a 14 cm. Vypočítaj dĺžku strany tohto kosoštvorca.
43. Kosoštvorec má stranu dĺžky 20 cm a jednu uhlopriečku dĺžky 32 cm. Aká dlhá je druhá uhlopriečka?
44. Kosoštvorec má stranu $a = 45$ cm a uhlopriečku $e = 80$ cm. Vypočítaj dĺžku druhej uhlopriečky.
45. Kosoštvorec $ABCD$ má stranu dĺžky $a = 4$ cm a dĺžku jednej uhlopriečky 6,4 cm. Vypočítaj dĺžku druhej uhlopriečky.
46. Uhlopriečky kosoštvorca majú veľkosť 6 cm a 8 cm. Zisti jeho obvod.
47. Kosoštvorec má uhlopriečky dlhé 16 cm a 12 cm. Vypočítaj jeho obvod a obsah.
48. Vypočítaj obsah rovnoramenného lichobežníka, ak sú dané základne $a = 40$ cm, $c = 15$ cm a rameno $b = 19,5$ cm.
49. Rovnoramenný lichobežník, ktorého jedna základňa je dvakrát väčšia ako druhá, má obsah 36 cm^2 . Výška tohto lichobežníka je 4 cm. Vypočítaj jeho obvod.
50. Základne rovnoramenného lichobežníka majú dĺžky 24 cm a 14 cm, jeho výška je 12 cm. Vypočítaj jeho obvod a obsah.
51. V pravouhlom lichobežníku $ABCD$ ($AB \perp AD$) je základňa AB dlhá 12 cm. Základňa CD meria 10 cm, uhlopriečka BD meria 15 cm. Aký je obsah tohto lichobežníka?
52. Aké dlhé sú uhlopriečky pravouhlého lichobežníka $ABCD$ na obrázku?

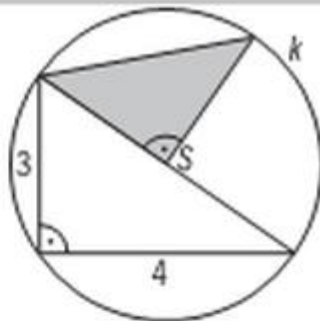


53. V pravouhlom lichobežníku merajú základne 9 cm a 5 cm. Jeho kratšie rameno meria 3 cm. Vypočítaj dĺžky uhlopriečok a dĺžku druhého ramena.
54. Dlaždice tvaru pravidelného šesťuholníka má dĺžku strany 15 cm. Vypočítaj, koľko takých dlaždíc treba na pokrytie podlahy tvaru obdĺžnika, ak dĺžka podlahy je 8,2 m, šírka 6 m a počíta sa so 4 % odpadom.

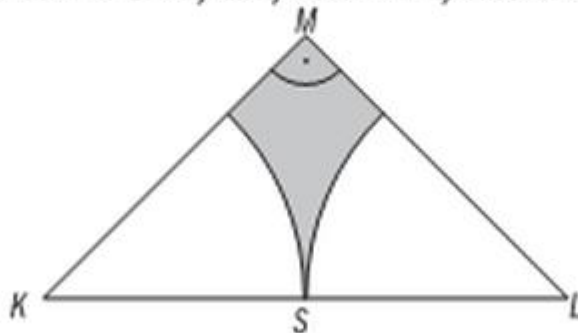
55. Polomer kružnice je 5 cm. Tetiva tejto kružnice má dĺžku 8 cm. Vypočítaj jej vzdialenosť od stredu kružnice.
56. Vypočítaj dĺžku tetivy kruhu s polomerom 7,2 cm, ak jej vzdialenosť od stredu kruhu je 4,5 cm.
57. V kružnici s polomerom 7,5 cm sú zostrojené dve rovnobežné tetivy, ktorých dĺžky sú 9 cm a 12 cm. Vypočítaj vzdialenosť týchto tetív.
58. Úsečka XY je spoločnou tetivou kružníc $k_1(S_1, 5 \text{ cm})$ a $k_2(S_2, 5 \text{ cm})$. Urči dĺžku tetivy XY , ak $|S_1S_2| = 7 \text{ cm}$.



59. Bodom dotyku dotýčnice t vedenej z bodu A ku kružnici $k(S, 3 \text{ cm})$ je bod T . Vypočítaj dĺžku úsečky AS , ak $|AT| = 4 \text{ cm}$.
60. Vypočítaj obsah vyfarbenej plochy podľa obrázka. (Bod S je stred prepony väčšieho trojuholníka.)



61. Na obrázku je pravouhlý rovnoramenný trojuholník so základňou KL dlhou 6 cm. Bod S je stred strany KL . Vyfarbená časť je ohraničená kružnicovými oblúkmi so stredmi vo vrchoch K a L . Aký veľký obsah má vyfarbená časť trojuholníka KLM ?



62. Mišo narysoval kružnicu k s polomerom 5 cm. Potom do nej vpísal obdĺžnik s jednou stranou dlhou 6 cm. Aký obvod mal tento obdĺžnik?

63. Z kmeňa stromu vytesali trám obdĺžnikového prierezu s rozmermi 50 mm a 120 mm. Aký najmenší priemer musel mať kmeň?
64. Akú dĺžku má kružnica opísaná obdĺžniku s rozmermi 64 mm a 96 mm?
65. Z kruhovej dosky s polomerom 26 cm treba vyrezať štvorec s najväčším možným obsahom. Koľko percent bude tvoriť odpad?

Pytagorova veta v priestore

- Vypočítaj dĺžku telesovej uhlopriečky kocky s hranou dĺžky 6 cm.
- Vypočítaj telesovú uhlopriečku kocky, ktorej hrana je dlhá 2 mm.
- Vypočítaj dĺžku telesovej uhlopriečky kocky s hranou $a = 6,74$ cm.
- Kocke, ktorej hrana meria 50 mm, vypočítaj
 - povrch.
 - objem.
 - dĺžku stenovej uhlopriečky.
 - dĺžku telesovej uhlopriečky.
- Kváder má rozmery $a = 3$ cm, $b = 6$ cm, $c = 8$ cm. Vypočítaj veľkosť jeho najdlhšej stenovej uhlopriečky.
- Kváder má rozmery $a = 12$ cm, $b = 9$ cm, $c = 36$ cm. Vypočítaj dĺžku jeho telesovej uhlopriečky.
- Vypočítaj dĺžku telesovej uhlopriečky v hranole s rozmermi
 - 7,5 cm; 6,1 cm; 4,1 cm.
 - 5 cm; 9 cm; 15 cm.
 - 3 dm; 4 dm; 5 dm.
 - 5 m; 4 m; 2 m.
- Kváder s obdĺžnikovou podstavou s rozmermi 2,1 cm a 2,8 cm má telesovú uhlopriečku dĺžky 9,1 cm. Vypočítaj výšku tohto kvádra.
- Vypočítaj povrch pravidelného štvorbokého hranola s uhlopriečkou podstavy dĺžky 8 cm a výškou 10,2 cm.
- Hranol so štvorcovou podstavou má dĺžku podstavnej hrany 17 cm a dĺžku bočnej hrany 34 cm. Pre tento hranol vypočítaj
 - povrch.
 - objem.
 - dĺžku uhlopriečky podstavy.
 - dĺžku telesovej uhlopriečky.

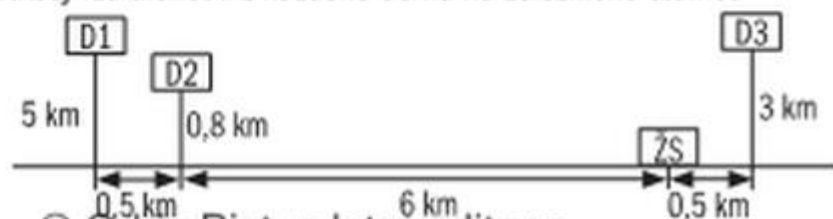


11. Vypočítaj povrch a objem kolmého štvorbokého hranola, ktorého podstava je kosoštvorec s uhlopriečkami dĺžky 16 cm a 12 cm, telesová výška hranola je $v = 20$ cm.
12. Vypočítaj objem a povrch stĺpa tvaru kolmého štvorbokého hranola, ktorého podstava je kosoštvorec s uhlopriečkami $e = 102$ cm, $f = 64$ cm. Výška stĺpa je 1,5 m.
13. Vypočítaj objem a povrch kolmého hranola, ktorého podstavou je rovnoramenný lichobežník so základňami dĺžky 12 cm a 6 cm a ramenami dĺžky 5 cm. Výška telesa je dvojnásobok výšky podstavy.
14. Stĺp na lepenie plagátov má tvar trojbokého hranola s podstavou tvaru pravouhlého trojuholníka, ktorého odvesny majú dĺžku 3 000 mm a 4 m. Výška stĺpa je 180 cm. Koľko cm^2 tvorí plocha, na ktorú sa zvyknú lepiť plagáty?
15. Vypočítaj povrch a objem pravidelného trojbokého kolmého hranola s hranou podstavy $a = 6$ cm a výškou hranola $v = 2,8$ dm.
16. Podstava trojbokého kolmého hranola je pravouhlý trojuholník s odvesnami dĺžky 0,6 m a 0,8 m. Výška hranola je 0,5 m. Vypočítaj jeho povrch a objem.
17. Podstava kolmého trojbokého hranola je pravouhlý trojuholník, ktorého prepona má veľkosť 10 cm a odvesna 6 cm. Výška hranola sa rovná $\frac{5}{8}$ obvodu podstavy. Vypočítaj povrch a objem tohto hranola.
18. Podstavou nádrže tvaru trojbokého hranola je pravouhlý trojuholník s odvesnami dĺžky 3 m a 4 m. Výška hranola je 20 % z obvodu podstavy. Koľko litrov vody je v tejto nádrži, ak voda siaha 40 cm pod horný okraj?
19. Na pravítko, ktoré má tvar hranola s podstavou tvaru rovnostranného trojuholníka so stranou dĺžky 3 cm, sa má vyrobiť valcové puzdro. Aký musí byť najmenší priemer puzdra?

Pytagorova veta v praktických úlohách

1. Tyč dlhá 5 m je opretá o stenu. Ako ďaleko od steny sa opiera spodný koniec tyče, ak horný koniec je vo výške 4,8 m?
2. V parku je umiestnený vo vzdialenosti 3 m od chodníka postrekovač. Voda dostrekne do vzdialenosti maximálne 5 m. Maximálne akú dĺžku chodníka voda poleje?

3. Dve cesty sa pretínajú pod pravým uhlom. Sú spojené chodníkom, ktorý začína 125 m od križovatky na jednej z ciest a končí 84 m od križovatky na druhej z ciest. Koľko metrov meria chodník?
4. Z križovatky dvoch priamych, navzájom kolmých ciest vychádza v rovnakom okamihu osobné a nákladné auto. Osobné ide rýchlosťou $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a nákladné ide po druhej ceste rýchlosťou $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Aká bude priama vzdialenosť týchto áut o 15 minút?
5. Mesto A leží 25 km južne od mesta B. Mesto C leží 38 km východne od mesta B. Aká je vzdušná vzdialenosť miest A a C?
6. Na historickej rekonštrukcii bitky pri trati bolo delo vo vzdialenosti 12 km od priamej trate. Delom možno strieľať do vzdialenosti 20 km. Akú dlhú časť trate môže delo ostreľovať?
7. Dvaja priatelia majú k dispozícii krátkovlnné vysielačky s dosahom 13 km. Prvý z nich ide vlakom rýchlosťou $48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ po priamom úseku trate, od ktorého je druhý z priateľov vzdialený 5 km. Akú dlhú dobu bude pre oboch priateľov umožnené rádiové spojenie?
8. Rebrík je dlhý 8,5 m. Je opretý o stenu, pričom dolný koniec je od steny vzdialený 1,7 m. Do akej výšky steny dosahuje horný koniec rebríka?
9. Záhon tvaru rovnostranného trojuholníka so stranou dĺžky 8 m bol vysypaný kamennou drvinou. Koľko sa jej spotrebovalo, ak na 1 m^2 potrebovali 1,5 kg drviny?
10. Kolmo rastúci topol vietor nalomil vo výške 6 m nad zemou. Vrchol dopadol na zem vo vzdialenosti 8 m od päty topola. Urč pôvodnú výšku topola.
11. Vypočítaj výšku štítu domu, ktorý má tvar rovnoramenného trojuholníka so základňou dĺžky 8,4 m a s ramenami dĺžky 6,5 m.
12. Vrchol kopca je v nadmorskej výške 1 650 m a stanica lanovky je v nadmorskej výške 1 150 m. Vodorovná vzdialenosť týchto dvoch miest je 1 200 m. Aká je ich „vzdušná“ vzdialenosť?
13. Vypočítaj dĺžku najkratšej vzdialenosti z každého domu na železničnú stanicu (údaje sú na obr.).

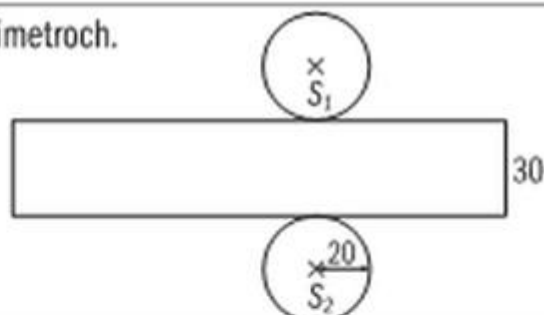


Telesá

Valec

1. Valec je vysoký 20 cm. Polomer jeho podstavy je 3 dm. Aký je objem tohto valca v decimetroch kubických?
2. Nádrž tvaru valca má vnútorný priemer 10 m. Je naplnená vodou do výšky 2,4 m.
a) Vypočítaj objem vody v nádrži a vyjadri ho v hektolitroch.
b) Zisti výšku nádrže, ak vieš, že voda zaberá 60 % objemu celej nádrže.
3. Vypočítaj objem valca, ktorého priemer je 12 cm a výška je 5 dm.
4. Váza má tvar valca. Vnútorná výška je 30 cm a priemer je 10 cm. Najviac koľko litrov vody sa zmestí do vázy?
5. Váza má tvar valca s priemerom 1,2 dm. Od horného okraja po hladinu vody je 20 cm, hĺbka vody je 35 cm. Koľko cm^3 vody by sa zmestilo do vázy, keby bola naplnená až po okraj?
6. Nádrž má tvar valca s polomerom podstavy 3 m a výškou 5 m. Ako vysoko siahla voda v nádrži, ak je v nej 810 hl vody?

7. Na obrázku je sieť valca, údaje sú v centimetroch.
Vypočítaj obsah plášťa a objem valca.



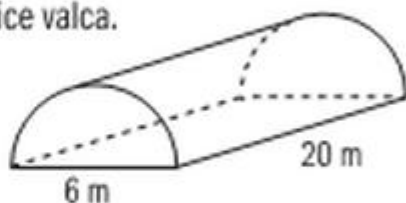
8. Valec má objem 500 cm^3 . Jeho podstava má polomer 10 cm. Vypočítaj povrch tohto valca.
9. Cestný valec má priemer 1,2 m a šírku 180 cm. Koľko metrov štvorcových cesty urovná, keď sa otočí 50-krát?
10. Vypočítaj, koľko plechu treba na zhotovenie otvorenej nádoby tvaru valca s polomerom dna 8,5 cm a výškou 2 dm.
11. Nádoba tvaru valca má priemer podstavy 0,8 m a obsah podstavy je rovný obsahu plášťa. Koľko celých litrov vody môžeme najviac naliať do nádoby?
12. Váza tvaru valca je 28 cm vysoká. Jej vnútorný priemer je $d = 1,1 \text{ dm}$. Koľko litrov vody sa do nej zmestí, ak hrúbka dna je 1,5 cm?

13. Rúra v tvare valca má dĺžku 2 m. Vonkajší priemer je 60 cm, vnútorný priemer 50 cm. Vypočítaj hmotnosť rúry v kilogramoch, ak hustota materiálu je 2 g/cm^3 .
14. Nádrž so 100 litrami vody stačila práve na zavlaženie záhona tvaru kruhu s polomerom 2 metre. Koľko litrov vody by bolo treba na rovnako intenzívne zavlaženie záhona s polomerom 6 metrov?
15. Do kartónovej škatule tvaru kocky s hranou dĺžky 10 cm je vložená plná tuba tvaru valca s výškou 10 cm dotýkajúca sa všetkých stien škatule. Koľko percent objemu škatule zaberá tuba?
16. Na výstave ponúkali dva druhy záhradných bazénov. Prvý bazén bol tvaru kvádra s rozmermi dna 3,5 m a 4,5 m a výškou 2 m. Druhý bazén mal tvar valca, bol rovnako vysoký ako prvý bazén a vošlo sa do neho o 1 hl vody viac. Je možné postaviť tento bazén tvaru valca na vyhranenej ploche tvaru obdĺžnika s rozmermi 6 m a 7 m?
17. Do valcového zásobníka stojaceho na kruhovej podstave s priemerom 14 cm nalejeme 3 litre oleja. Do akej výšky siahla hladina? Aký priemer by mala mať podstava, ak by hladina siahala do výšky 12 cm? Výsledky vyjadri v cm a zaokrúhli na jedno desatinné miesto.
18. Valcová nádoba má vnútorný priemer 113 mm. Aká je vysoká, ak jej objem má 2 litre? Koľko percent objemu nádoby bude zaplnených, ak by bolo v nádobe 684 cm^3 vody?
19. Okolo kruhového záhona s polomerom 5 m bude chodník vysypaný pieskom. Šírka chodníka má byť 80 cm, výška vrstvy piesku má byť 4 cm. Koľko metrov kubických piesku bude treba na vysypanie chodníka?
20. Záhradný detský bazén má tvar valca s priemerom podstavy 3,2 m a hĺbkou 60 cm.
a) Za koľko minút sa prázdny bazén naplní 10 cm pod okraj, ak prítokom priteká 0,5 litra vody za sekundu?
b) Koľko m^2 povrchu vnútornej steny bazéna je nad vodou, ak voda siahla 10 cm pod horný okraj?
21. Koľkokrát sa otočí valec na cestnom valci, ak jeho priemer je 2 m a má urovnať cestu dlhú 376,8 m?



22. Emil si kúpil 4 železné tyče na bránu záhradky. Každá z nich má tvar dutého valca s hrúbkou steny 3 mm. Priemer tyče je 5 cm a tyč je 1,7 m dlhá. Môže Emil tento nákup odviešť na streche auta, na ktorú sa môže uložiť najviac 50 kg? Hustota materiálu, z ktorého sú tyče vyrobené, je $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$.

23. Záhradný fóliovník na obrázku má tvar polovice valca. Aký je približne jeho objem?



24. Sieť valca s obvodom podstavy 10 cm tvoria dva kruhy a štvorec. Aký vysoký je tento valec?
25. Objem valca je 45 cm^3 a jeho výška je dlhá 5 cm. Vypočítaj polomer podstavy a obsah plášťa tohto valca.
26. O koľko sa zmení objem valca, ak sa jeho výška 20 cm zväčší štyrikrát a priemer podstavy 40 cm sa zmenší na polovicu?
27. Vypočítaj, koľko cm^2 plechu treba na zhotovenie otvorenej valcovej nádoby s priemerom dna 20 cm a výškou 1,5 dm. Na spoje a odpad treba pripočítať 5 % plechu.
28. Studňa v tvare valca s priemerom 120 cm je hlboká 5 metrov. Hladina vody v studni je vo výške 1,3 m. O koľko percent sa zmenší množstvo vody v studni, ak z nej vyčerpáme 80 vedier vody? Objem jedného vedra je 15 litrov.
29. Cez kocku s hranou dĺžky 15 cm treba vyvŕtať valcový otvor tak, aby jeho objem bol 40% objemu kocky. Urči polomer vyvŕtaného otvoru.
30. Do kocky s hranou dĺžky 20 cm je vpísaný valec. Urči jeho objem a povrch.
31. Štvorec so stranou dĺžky 5 cm sa otáča okolo jednej zo svojich strán. Vypočítaj objem a povrch telesa, ktoré takto „vznikne“.
32. Koľkokrát sa zväčší objem valca, ak zväčšíme polomer podstavy 2-krát a výšku 3-krát?
33. Vnútny priemer betónovej rúry je 60 cm, vonkajší 72 cm. Urči jej povrch (v cm^2), ak má dĺžku 2m.

- 34.** Plechový zásobník má tvar uzatvoreného valca s priemerom 4 m a výškou 5,95 m. Koľko zaplatíme za vonkajší náter celého zásobníka, ak 1 kg použitej farby stačí na náter asi 5 m^2 a kilogram farby stojí 7,9 €?

Kolmý ihlan

- 1.** Pravidelný štvorboký ihlan má objem 24 dm^3 a podstavnú hranu dlhú 40 cm. Aká je výška tohto ihlana?
- 2.** Vypočítaj objem a povrch pravidelného štvorbokého ihlanu s hranou podstavy $a = 12 \text{ cm}$ a výškou $v = 8 \text{ cm}$.
- 3.** Vypočítaj veľkosť výšky pravidelného štvorbokého ihlanu, ak je daná dĺžka bočnej hrany 60 cm a dĺžka podstavnej hrany 40 cm.
- 4.** Odliatok tvaru pravidelného štvorbokého ihlanu s dĺžkou hrany podstavy 60 cm a výškou 5 cm je z ocele s hustotou $7,8 \text{ g/cm}^3$. Koľko kilogramov váži odliatok?
- 5.** V pravidelnom štvorbokom ihlane má bočná hrana dĺžku $b = 13 \text{ m}$, telesová výška $v = 1\,200 \text{ cm}$. Vypočítaj jeho objem v m^3 .
- 6.** Vypočítaj objem pravidelného štvorbokého ihlanu $ABCDV$, ak uhlopriečny rez ACV je rovnostranný trojuholník so stranou $a = 9 \text{ cm}$.
- 7.** Vypočítaj dĺžku výšky pravidelného štvorbokého ihlanu, keď hrana podstavy $a = 1,5 \text{ m}$, bočná hrana $b = 1,8 \text{ m}$.
- 8.** Veľkokapacitný stan má tvar pravidelného štvorbokého ihlanu s podstavnou hranou dĺžky 6 m a výškou 4 m. Vypočítaj množstvo materiálu potrebného na zhotovenie stanu, ak na zahnutie a švy počítame s 5 % materiálu.
- 9.** Urč plochu strechy tvaru pravidelného štvorbokého ihlanu s hranou podstavy dĺžky 6 m a výškou 2,5 m.
- 10.** Zo zlatej tehličky tvaru kvádra s rozmermi 4 cm, 5 cm, 12 cm treba odliť sošku tvaru pravidelného štvorbokého ihlanu s hranou podstavy $a = 6 \text{ cm}$. Aká bude výška sošky?
- 11.** Na hornej podstave pravidelného štvorbokého hranola s hranou podstavy $a = 10 \text{ cm}$ a výškou $v = 2,5 \text{ dm}$ je postavený ihlan s tou istou podstavou. Vypočítaj výšku tohto ihlana, ak sa jeho objem rovná 30 % objemu hranola.

12. Koľko cm^2 papiera potrebujeme na oblepenie pravidelného štvorbokého ihlana, ktorého podstavná hrana má veľkosť $a = 8,4 \text{ cm}$ a výška ihlana je $v = 6,2 \text{ cm}$, ak musíme pridať 5 % na záhyby? Výsledok zaokrúhli na dve desatinné miesta.
13. Koľko eur bude stáť natretie strechy v tvare pravidelného štvorbokého ihlana, ak hrana podstavy $a = 8,4 \text{ m}$ a výška strechy $v = 6,5 \text{ m}$? Jeden kilogram farby stojí 1,63 € a natrieme ním 12 m^2 plochy. Výsledok zaokrúhli na desatiny.
14. Vypočítaj cenu pozinkovaného plechu potrebného na pokrytie strechy v tvare pravidelného štvorbokého ihlana, ak obvod podstavy je 24 m . Výška strechy je 4 m . Na odpad počítame 10 % plechu a 2 m^2 pozinkovaného plechu stoja 10,32 €.



15. Ktoré teleso vytlačí väčší objem kvapaliny, ak je úplne ponorené? Obe telesá sú zhotovené z rovnakého materiálu.
I. - kváder s rozmermi $6,4 \times 8 \times 3,75 \text{ cm}$
II. - ihlan s podstavou obdĺžnika ($8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$), bočná hrana má veľkosť 13 cm
16. Ihlan má podstavu obdĺžnika s rozmermi $a = 6 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$. Bočné hrany sú zhodné a ich dĺžka $h = 12,5 \text{ cm}$. Vypočítaj povrch a objem tohto ihlana.
17. Objem pravidelného štvorbokého ihlanu je 72 cm^3 . Jeho výška sa rovná dĺžke podstavnej hrany. Vypočítaj dĺžku podstavnej hrany a povrch ihlana.
18. Pravidelný trojboký ihlan, ktorý má všetky steny zhodné rovnostranné trojuholníky (štvorsten/tetraéder) má hranu podstavy dlhú 4 cm . Vypočítaj povrch tohto trojbokého ihlanu.
19. Vypočítaj objem pravidelného trojbokého ihlanu s hranou podstavy 12 cm , ktorého výška meria $9,8 \text{ cm}$.
20. Povrch pravidelného štvorstena je $244,8 \text{ cm}^2$. Vypočítaj jeho výšku.
21. Vypočítaj obsah steny pravidelného štvorstena, ktorého povrch je $489,6 \text{ cm}^2$.

Kužeľ a guľa

1. Vypočítaj dĺžku strany kužeľa, ak polomer podstavy je 50 mm a výška je 120 mm.
2. Vypočítaj povrch a objem kužeľa, ak $d = 12$ cm a $v = 8$ cm.
3. V zmrzlinovom kornútku v tvare kužeľa s priemerom 5 cm je 0,5 dl zmrzliny. Vypočítaj hĺbku kornútka za predpokladu, že je úplne naplnený zmrzlinou.
4. Na hornej podstave rotačného valca s polomerom $r = 5$ cm a výškou $v = 30$ cm je postavený kužeľ s tou istou podstavou. Vypočítaj výšku tohto kužeľa, ak sa jeho objem rovná $\frac{4}{10}$ objemu valca.
5. Vypočítaj objem a povrch rotačného kužeľa, ak dĺžka strany kužeľa $s = 20$ cm a priemer podstavy $d = 24$ cm.
6. Vypočítaj objem a povrch rotačného kužeľa s polomerom podstavy 2,3 dm a výškou 46 mm.
7. Z plechu v tvare polkruhu s polomerom $s = 6$ cm je zospájkovaný lievik v tvare rotačného kužeľa. Vypočítaj priemer jeho podstavy.
8. Pravouhlý trojuholník, ktorého odvesny majú dĺžky 6 cm a 8 cm, sa otáča okolo kratšej odvesny. Vypočítaj povrch a objem takto vzniknutého telesa.
9. Plynojem má tvar gule s priemerom 14 m.
 - a) Maximálne koľko m^3 plynu sa doň vmestí?
 - b) Koľko kg farby treba na natretie tohto plynojemu, ak náter treba zopakovať 2-krát? (1 kg farby stačí na natretie 7 m^2 .)
10. Nádrž na olej má tvar gule a je naplnená do dvoch tretín svojho objemu. Po odčerpaní 680 litrov oleja sú tri pätiny nádrže prázdne.
 - a) Koľko litrov má nádrž?
 - b) Koľko centimetrov meria polomer nádrže?
11. Pretekárska guľa pre kategóriu atlétov do 16 rokov má predpísanú hmotnosť – pre chlapcov 6 000 g, pre dievčatá 4 000 g. Aké sú priemery týchto gulí, ak sú vyrobené z ocele, ktorej hustota je $7,85 \text{ g/cm}^3$?

Rovnice

Jednoduché rovnice

1. Vyřeš rovnice v množině reálných čísel.

(Súčasťou riešenia rovnice musí byť vždy skúška správnosti.)

a) $2y - 26 = 94$

$4 - 5a = 29$

c) $14 - [3 - (5 - x)] = 18 - 5x$

$9 - 2[4 - 3(7 - 2y)] = 2(11 + y)$

b) $2(x + 6) = 4$

$125 - 5(5 - y) = 150$

d) $5y - 3(y - 4) - [2y - (y + 5) + 8] = 0$

$1,5a - 2,5(3a - 5) = 2,5a - 3(2,5a - 1,5)$

2. Rieš rovnice.

a) $\frac{x}{4} = 2$

$\frac{y}{5} - 3 = 0$

$10 - \frac{z}{3} = 8$

b) $\frac{2x}{3} - 5 = 7$

$\frac{5}{3}(y - 6) = \frac{y}{7} + 22$

$\frac{z}{8} + 2 = -3$

c) $\frac{x}{3} + 7 = 8 + \frac{x}{4}$

$\frac{3}{2}y - 4 = \frac{2}{3}y - \frac{2}{3}$

$\frac{2z}{3} - \frac{z}{3} = 2\frac{1}{3}$

d) $-\frac{2}{3} + x + \frac{5}{12} = 2 + \frac{x}{4}$

$\frac{1}{15}y - \frac{1}{12}y = 1$

$\frac{3}{4}z - \frac{5}{6}z = \frac{3}{8}z + 5,5$

3. Nájdi riešenia rovníc.

a) $\frac{5x}{4} - \frac{x}{3} - 3 = \frac{x}{2} + \frac{1}{3}$

$\frac{3t}{8} + 2 = \frac{5t}{8} - \frac{t}{2}$

$\frac{3+z}{5} = 6$

b) $\frac{m-9}{4} = 8$

$\frac{4-6n}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{u}{2} - \frac{u}{2} + \frac{u}{4} = 15$

c) $\frac{n}{4} - 7 = \frac{3n}{4}$

$\frac{y}{2} - \frac{y}{4} = 1\frac{1}{2}$

$\frac{x}{3} + \frac{1}{6} = \frac{x}{2} - \frac{1}{5}$

4. Zisti koreň rovnice.

a) $\frac{3+x}{5} = 2$

$\frac{7+2y}{9} = 5$

b) $\frac{6x+1}{8} = 0$

$\frac{5+y}{3} = 4$

c) $\frac{2x-1}{3} = \frac{2x}{6}$

$\frac{y-2}{3} = \frac{y+4}{5}$

5. Nájdi rovnice, ktoré nemajú v množine reálnych čísel riešenie.

$$a) \frac{x-1}{2} = \frac{x+1}{2}$$

$$d) \frac{x-6}{5} - \frac{x-4}{7} = 0$$

$$g) \frac{r-3}{5} - \frac{r-5}{3} = 1$$

$$b) \frac{s-5}{4} + \frac{s-3}{2} = 0$$

$$e) \frac{a+3}{4} = 2 + \frac{a-4}{5}$$

$$h) \frac{2z+2}{8} = \frac{z-7}{4}$$

$$c) \frac{x-2}{9} + \frac{x+3}{4} = 0$$

$$f) \frac{3k+7}{3} + 1 = \frac{5+2k}{2}$$

$$i) \frac{5d-2}{6} - \frac{d}{2} = \frac{d-4}{3}$$

6. Nájdi koreň rovnice.

$$a) \frac{2x}{9} - \frac{3x}{2} + \frac{5x}{6} = 8 - \frac{8x}{27}$$

$$c) x - \frac{3x}{2} + 9 = \frac{2x}{3} + \frac{5x}{6} - \frac{6x}{5} + 4\frac{1}{5}$$

$$\frac{y}{2} + \frac{y}{3} - \frac{3y}{4} + \frac{y}{6} = \frac{7y}{12} - \frac{4y}{15} - 4$$

$$\frac{2y}{9} + \frac{y}{6} = \frac{y}{3}$$

$$z + \frac{2z-7}{2} - \frac{3z+1}{5} = 5 - \frac{z+6}{2}$$

$$\frac{5z-3}{2} - \frac{1-7z}{3} = 4z-1$$

$$b) \frac{3(q-11)}{4} = \frac{3(q+1)}{5} - \frac{2(2q-5)}{11}$$

$$d) \frac{2-5x}{2} - \frac{3-7x}{5} = 1 - \frac{x+6}{10}$$

$$\frac{3y-8}{6} - \frac{6-3y}{5} = y - \frac{5}{2}$$

$$\frac{2y-5}{6} + \frac{y+3}{4} = \frac{3-y}{3} - \frac{6-7y}{8}$$

$$2 - \frac{3x-17}{4} = \frac{x+17}{5}$$

$$\frac{3z+7}{5} - \frac{8-z}{3} = z-1$$

7. Riešenia rovníc usporiadať

a) vzostupne.

$$\frac{2}{3}(6-x) + 2 - x = 1$$

$$7x + \frac{3}{4}(5x-1) = \frac{5}{8} + 3x$$

$$\frac{x}{2} - \frac{3}{5}x = \frac{1}{4}(x-7)$$

$$\frac{5}{12}(3-4x) + 2x - \frac{1}{3} = 0,5$$

b) zostupne.

$$\frac{2}{3}\left(3 - \frac{y}{2}\right) - \frac{1}{6}(6-y)$$

$$6\frac{5}{6}y - 7\frac{3}{5}y = \frac{2}{15}\left(5 - \frac{3}{4}y\right)$$

$$\frac{4}{3}\left(5 - \frac{y}{8}\right) = \frac{1}{2}\left(5 + \frac{y}{3}\right)$$

$$2\left(y - \frac{1}{2}\right) + 3y = \frac{4}{3}\left(18 - \frac{3y}{2}\right) - 4$$

8. Vyrieš rovnice.

$$a) 3 - \frac{5}{4}(a-2) = \frac{2}{5}(2a-1) - \frac{3}{2}(a-1) \quad b) \frac{5}{6}(s+1) - \frac{2}{3}(2s-1) = 2 - \frac{3}{4}(s-1)$$

$$-2(z-1) - \frac{1}{4}(1+z) = \frac{1}{2} - z$$

$$\frac{4}{5}(7-3y) - 6 + y = 1$$

$$2\left(\frac{1}{4}x - 3\right) - \left(\frac{1}{3}x - 4\right) \cdot 3 = 0$$

$$\frac{1}{2}(z+1) + \frac{1}{3}(z+2) = 3 - \frac{1}{4}(z+3)$$

9. Rieš rovnice.

a) $\frac{1}{2} \left[1 + x - \frac{1}{3}(x+4) \right] - \frac{x-2}{4} + 1$

b) $\frac{3-x}{2} - \left(\frac{7-x}{3} - \frac{x+3}{4} \right) + \frac{7-x}{6} - \frac{9+7x}{8} + x = 0$

c) $\frac{3(x+1)}{2} - \left(\frac{x+1}{4} + 1 \right) = \frac{5x+1}{7} - \left(\frac{3x-1}{2} - 3 \right)$

d) $\frac{9x}{8} - \left(\frac{x-2}{6} + \frac{5x-4}{12} \right) - \left(x - \frac{3x+2}{3} - \frac{3x}{4} \right) = 6 + \frac{2x+1}{3}$

e) $\frac{9(2x-9)}{13} + \frac{x-4}{5} = \frac{7}{5}(3x-2) - (3x-5)$



10. Vypočítaj.

a) $\frac{\frac{x}{2} - 3}{6} - 1 = \frac{x-6}{3}$

b) $\frac{4}{9} \left(5 + \frac{x}{2} \right) - \frac{3 - \frac{x}{4}}{3} = 0$

$$\frac{2 - \frac{y}{3}}{8} - \frac{\frac{y+1}{8}}{3} = \frac{3-y}{12} - \frac{1}{24}$$

$$\frac{2y+7}{3} - \frac{1-y}{4} = \frac{\frac{5y}{3} - 3}{12}$$

Rovnice s neznámou v menovateli

1. Urči podmienky riešiteľnosti a vyrieš rovnice.

(Pri rovniciach s neznámou v menovateli treba vždy určiť podmienky riešiteľnosti.)

a) $\frac{4}{x} = 2$

b) $\frac{4}{x} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{4}{x} = \frac{2}{3} - \frac{1}{4}$

$\frac{12}{y} = \frac{3}{4}$

$\frac{5}{y} = \frac{1}{3}$

$\frac{26}{y} = 1 - \frac{3}{5}$

$\frac{-5}{z} = 3$

$\frac{14,5}{z} = 0,5$

$\frac{12}{z} = -10 + \frac{1}{4}$

2. Nájdi riešenia rovníc.

a) $\frac{x-4}{x-8} = 5$

b) $\frac{x+1}{x+1} = 0$

c) $\frac{2x-1}{4x-3} = \frac{2}{3}$

$\frac{9y-7}{5y+5} = 0$

$\frac{6y-9}{2y-3} = 3$

$\frac{3y-5}{4+6y} = \frac{1}{2}$

$\frac{6a-2}{3a-1} = \frac{1}{2}$

$\frac{5a-2}{8a-3} = \frac{3}{5}$

$\frac{2a-3}{6-4a} = -\frac{1}{2}$

3. Vyrieš rovnice.

a) $\frac{2}{x} + \frac{3}{x} + \frac{4}{x} = 3$

$$\frac{3}{y} + \frac{1}{y} + \frac{2}{y} = 1$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{2z} + \frac{1}{3z} = 11$$

b) $\frac{1}{x} + \frac{3}{4x} + 2\frac{1}{2} = 4$

$$\frac{3}{y} - \frac{4}{y} = 1 - \frac{2}{3y}$$

$$\frac{4-3z}{4z} = \frac{1}{2} + \frac{1}{z}$$

c) $\frac{2}{x} + 1 = \frac{3}{x} + 4$

$$\frac{2}{y} + \frac{3}{4y} - \frac{1}{y} = 1$$

$$\frac{2}{z} - \frac{5}{6} = \frac{2}{3z} + \frac{1}{2}$$

4. Vypočítaj rovnice.

a) $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+1}$

$$\frac{1}{y+3} = \frac{2}{y-2}$$

$$\frac{3}{z-5} = \frac{8}{z-6}$$

b) $\frac{4}{2x-3} = \frac{6}{4x-5}$

$$\frac{2y+1}{3y-(2y-4)} = 1$$

$$\frac{5}{4z+7} = \frac{3}{2z-1}$$

c) $\frac{2x+8}{5x-(4x-4)} = 2$

$$\frac{4y+12}{7y-3(2y-1)} = 5$$

$$\frac{6z-24}{8z-2(3z+5)} = 3$$

Vyjadrenie neznámej zo vzorca

1. Zo vzorca na výpočet mechanickej práce $W = F \cdot s$ vyjadrí vzťah pre výpočet:a) sily F ,b) dráhy s .2. Zákon vyjadrujúci vzťah medzi energiou E , hmotnosťou telesa m a rýchlosťou svetla c objavil Albert Einstein a je základom teórie relativity: $E = m \cdot c^2$.

Tento vzťah poznajú aj ľudia, ktorí sa o vedu nezaujímajú. Vyjadrí z tohto vzťahu:

a) hmotnosť m ,b) rýchlosť svetla c .3. Zo vzorca pre výpočet povrchu valca $S = 2\pi r(r + v)$ vytvor vzťah pre výpočet jeho výšky v .4. Obsah kosoštvorca S vieme vypočítať dvoma spôsobmi.I. Pomocou dĺžky strany a výšky: $S = a \cdot v$.II. Pomocou dĺžok uhlopriečok: $S = u_1 \cdot u_2$.a) Zo vzorca I. vyjadrí vzťah pre výpočet dĺžky výšky kosoštvorca, ak poznáš dĺžku strany a a veľkosť obsahu S .b) Zo vzorca II. vyjadrí vzťah pre výpočet dĺžky uhlopriečky u_1 , ak poznáš dĺžku u_2 a veľkosť obsahu S .c) Vyjadrí, ako vypočítaš dĺžku strany a , ak poznáš dĺžku výšky v a dĺžky oboch uhlopriečok u_1 a u_2 .

5. Podľa dostupných údajov vieme vypočítať obsah trojuholníka použitím jedného zo vzorcov:

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2} \quad \text{alebo} \quad S = \frac{b \cdot v_b}{2} \quad \text{alebo} \quad S = \frac{c \cdot v_c}{2}.$$

Vyjadri, ako sa dá vypočítať veľkosť výšky v_a , ak poznáme dĺžky strán a a b a aj veľkosť výšky v_b .

6. Zo vzorca pre výpočet polomeru kružnice trojuholníku opísanej, $r = \frac{a \cdot b \cdot c}{2S}$, vyjadri, ako môžeme vypočítať
- dĺžku strany b .
 - veľkosť obsahu S .

7. Vzťah medzi merným elektrickým odporom vodiča δ (rezistivita), odporom R , priemerom vodiča S a dĺžkou vodiča l môžeme zapísať $\delta = R \cdot \frac{S}{l}$.
Vyjadri z tohoto vzorca vzťah pre výpočet
- dĺžky vodiča l ,
 - odpor vodiča R .

Slovné úlohy

- Úlohu zapíš rovnicou a urči neznáme číslo.
 - Desaťnásobok neznámeho čísla je 81.
 - Ak pripočítam k neznámemu číslu toto číslo zväčšené o deväť, dostanem 42.
 - Trojnásobok neznámeho čísla je o 23 väčší ako 40.
 - Keď zväčším neznáme číslo 5-krát a od výsledku odčítam 20, dostanem číslo 15.
 - Päťnásobok neznámeho čísla zmenšený o 39 sa rovná dvojnásobku tohto neznámeho čísla.
 - 15 % neznámeho čísla je 2,4.
 - 7 % z neznámeho čísla je o 26 menej než 12 % z toho istého čísla.
- Mišo minul na nákup auta 11 990 €. Pri objednávke zložil zálohu 300 €. Neskôr vyplatil doplnky a zimnú výbavu a pri preberaní vozidla doplatil ďalších 10 300 €. Koľko eur zaplatil za nákup doplnkov a zimnej výbavy?
- V kuchyni máme uložených v dózach 120 kapsúl dvoch druhov kávy. V dóze na espresso je o 12 kapsúl viac ako v dóze na kapučíno. Koľko kapsúl je v každej dóze?
- Ak sčítam prvé a posledné z piatich za sebou idúcich prirodzených čísel, dostanem číslo 40. Ktoré čísla som sčítal?
- O šesť rokov bude Jano 2-krát starší, ako bol pred šiestimi rokmi. Koľko má rokov?

6. Farmár sa rozhodol časť z úrody repky olejnej predať potravinárskemu priemyslu, zvyšnú časť spracovať na bionaftu. Celkovo vysadia repku na ploche 840 ha. Výmera osiata repkou na bionaftu má byť trikrát väčšia ako výmera osiata repkou pre potravinárske účely. Na akej rozlohe má byť zasiať repka na potravinárske účely?
-
7. Demeter rozdelil dvom najlepším kamarátom všetky svoje kartičky futbalistov. Každý z kamarátov dostal štvrtinu všetkých kartičiek a k tomu ešte dve kartičky. Koľko kartičiek mal Demeter, keď ich začal rozdávať?
-
8. Trom redaktorom – Braňovi, Ľubovi a Lucii – chce majiteľ vydavateľstva rozdeliť mimoriadnu prémie 1 000 eur tak, aby Ľubo dostal dvakrát toľko ako Lucia a Lucia dostala trikrát toľko ako Braňo. Koľko eur dostane každý z redaktorov ako vianočnú prémie?
-
9. Trom autorom poslala ekonómka regionálnych novín na účty za ich príspevky spolu 1 284 €. Koľko eur dostal každý, ak podľa počtu príspevkov rozdelila sumu v pomere 2 : 1 : 3?
-
10. V neziskovej organizácii polovica zamestnancov cestuje do práce mestskou hromadnou dopravou, tretina dochádza vlakom. Ostatných 6 zamestnancov jazdí do práce autom. Koľko zamestnancov má táto nezisková organizácia?
-
11. Sabína si počas štyroch prázdninových dní pozrela všetky časti svojho obľúbeného televízneho seriálu. Prvý deň videla tretinu všetkých častí, druhý deň šestinou všetkých častí a tretí deň posledných 30 častí. Koľko častí mal seriál a koľko častí videla Sabína každý deň?
-
12. Kuriér doručoval občanom nové výmery dane z nehnuteľností formou listových zásielok. Dve pätiny listov doručil občanom na mieste trvalého bydliska, dve tretiny zo zvyšku listov doručil občanom na inú kontaktnú adresu a 192 listov nechal na pošte, keďže adresátov nezastihol. Koľko listových zásielok doručil na adresu trvalého bydliska a koľko na inú kontaktnú adresu?
-
13. Otec má 38 rokov, jeho synovia Šimon a Karol 4 a 9 rokov. O koľko rokov bude otec 2-krát starší než obaja synovia dokopy?
-
14. Klára na otázku, koľko má rokov, odpovedala: „O 12 rokov budem mať 4-krát toľko, ako som mala pred 12 rokmi.“ Koľko má Klára rokov?
-
15. Strýko Jozef je trikrát tak starý ako Michal. Pred dvanástimi rokmi bol však Jozef deväťkrát starší ako Michal. Koľko rokov má Michal a koľko Jozef?

16. Dĺžky strán a , b , c trojuholníka ABC sú v pomere $4 : 3 : 5$. Urči dĺžky strán, ak obvod trojuholníka sa rovná 48 cm.
-
17. Obvod rovnoramenného lichobežníka je 24 cm. Základňa a je o 2 cm dlhšia ako základňa c , rameno b je o 3 cm kratšie ako základňa a . Urči dĺžky jednotlivých strán lichobežníka.
-
18. V rovnobežníku je jeden uhol o 6° väčší ako tretina príslušného uhla k tej iste strane. Vypočítaj veľkosti vnútorných uhlov tohto rovnobežníka.
-
19. Nový model prenosného disku bol v porovnaní so starším modelom PD01 drahší o 30 €. Ďalším technologickým vylepšením bola nová cena zvýšená ešte o 20 %, takže aktuálne stojí nový vylepšený PD02+ disk 150 €. Koľko eur stál starší model PD01?
-
20. Brigádnici v sieti rýchleho občerstvenia mali sľúbenú hrubú mesačnú mzdu 420 €. Z piatich brigádnikov pridali niektorým za dobre vykonanú prácu k mzde odmenu 25 %. Koľkí dostali túto odmenu, ak všetci piati brigádnici dostali spolu 2 415 € (v hrubom)?
-
21. Sud je naplnený vodou do 57 % svojho objemu. Ak doňho dolejeme dve vedrá, bude naplnený do 73 % svojho objemu. Aký objem má sud, ak objem vedra je 12 litrov?
-
22. Nábytkárska firma má dve výrobné sedacích súprav, ktoré mali rovnaký plán výroby. Prvá výrobná prekročila plán o 24 %, druhá o 36 %. Nábytkárska firma tak dodala na trh 1 820 sedacích súprav. O koľko súprav prekročila plán druhá výrobná?
-
23. Firma, ktorá má troch majiteľov, dosiahla ročný zisk 28 500 €. Majitelia si ho rozdelili podľa svojich výkonov tak, že prvý dostal o 20 % menej ako druhý a tretí o 500 € viac ako druhý. Koľko eur dostal každý z majiteľov?
-
24. Materiál na stavbu, ktorý má hmotnosť 18,2 tony, odviezli tromi nákladnými autami. Hmotnosť nákladu na druhom aute bola o 20 % väčšia ako na prvom aute a hmotnosť nákladu na treťom aute bola o 20 % väčšia ako na druhom aute. Koľko ton materiálu odviezlo každé auto?
-
25. Na mieste vykľčovaného dažďového pralesa sa majiteľ rozhodol vysadiť plantáž s kokosovými palmami. Celkový počet, 4 128 paliem, vysadil počas troch rokov. V druhom roku bolo zasadených o 15 % paliem viac ako v prvom roku, v treťom roku bolo zasadených o 40 % paliem menej ako v prvom a druhom roku spolu. Koľko paliem bolo zasadených v jednotlivých rokoch?

26. V trojuholníku ABC je veľkosť uhla α o 20 % menšia ako veľkosť uhla β . Veľkosť uhla β je o 16° väčšia ako veľkosť uhla γ . Zisti, či je trojuholník ABC tupouhlý, ostrouhlý alebo pravouhlý.
-
27. Na odmeny za matematickú súťaž zakúpili organizátori 20 encyklopédií za 262 eur. História matematiky stála 11,60 € a Významní matematici 13,60 €. Koľko kusov encyklopédií z každého druhu nakúpili organizátori súťaže?
-
28. V predajni mali 16 kusov tabletov. Tablety mali dve rôzne ceny. Prvý druh stál 320 € za kus a druhý bol po 450 €. Celková predajná cena tabletov bola 6 030 €. Koľko kusov z každého druhu tabletov mali na predajni?
-
29. Akú hmotnosť pražených BIO lieskových orechov po 32 € a BIO kešu orechov po 40 € treba zmiešať, aby sme dostali 10 kg zmesi, ktorá bude stáť 350 €?
-
30. V baliarniach sa pripravuje na predaj zmes kávy, ktorej 1 kg stojí 24 €. Ako pripraví 35 kg zmesi, ak majú k dispozícii lacnejšiu kávu v cene 21 € za 1 kg a drahšiu po 28 € za 1 kg?
-
31. Na výrobu automobilových súčiastok potrebujú v závode 40 kg 75-percentnej zliatiny s obsahom medi. Od dodávateľov dostali len zliatiny, ktoré majú obsah 60 % alebo 80 % medi. Koľko kilogramov zliatiny s obsahom 60 % musia použiť na výrobu súčiastok?
-
32. V lekární zmiešali 10 litrov 45-percentného liehu a 25 litrov 66-percentného liehu. Koľko percentný roztok dostali?
-
33. Koľko litrov 90-percentného liehu treba pridať k 36 litrom 30-percentného liehu, aby sme dostali 40-percentný lieh?
-
34. Na postrek viniča sa používa roztok modrej skalice. Odporúčané množstvo je 0,5 kg modrej skalice na 50 litrov vody. Koľko percentný roztok takto vznikne?
-
35. Rybičkám sa najlepšie darí vo vode s teplotou 34°C . Koľko litrov vody s teplotou 60°C treba pridať do 100 litrov s teplotou 12°C , aby sa rybičky cítili komfortne?

Slovné úlohy na spoločnú prácu a pohyb

1. Peter by natrel plot za 6 hodín, Pavol za 4 hodiny. Aký čas by natierali plot, ak by pracovali spoločne?

2. Bazén sa naplní vodou jedným prítokom za 15 hodín, druhým za 10 hodín. Za koľko hodín sa naplní bazén, ak budú obidva prítoky otvorené súčasne?
3. Murársku prácu robí majster so svojím pomocníkom. Majster by danú prácu vykonal sám za 8 hodín. Pomocník by sám túto prácu urobil za 12 hodín. Aký dlhý čas im bude trvať táto práca, keď ju budú vykonávať spoločne?
4. Rybník by sa vyprázdnil prvým odtokom za 20 dní, druhým odtokom za 30 dní. Za koľko dní by sa rybník vyprázdnil, keby boli súčasne otvorené obidva odtoky?
5. Jednou rúrou natečie do umelého rybníka za 1 minútu 0,5 hl vody, druhou 0,75 hl. Za aký čas natečie oboma rúrami do rybníka 40 hl?
6. Vodojem sa naplní prvým prítokom za 40 hodín, druhým za 30 hodín, tretím za 15 hodín. Za koľko sa vodojem naplní do troch štvrtín objemu, ak budú všetky tri prítoky otvorené súčasne?
7. V tepelnej elektrárni majú vytvorené zásoby uhlia. Ak bude v činnosti iba 1. elektrárenský blok, vystačia zásoby uhlia na 24 dní. Ak bude v činnosti len 2. elektrárenský blok, vystačia zásoby na 30 dní, a ak bude v činnosti len 3. elektrárenský blok, vystačia zásoby na 20 dní. Na koľko dní vystačia zásoby uhlia, ak budú v činnosti všetky tri elektrárenské bloky súčasne?
- 
8. Strýko Peter a jeho syn Milan natreli garážové dvere za 6 hodín. Peter by dvere natrel sám za 10 hodín. Za koľko hodín by plot natrel Milan sám?
9. Malíkovci potrebovali v sade vykopať tri rovnaké jamy na výsadbu ovocných stromov. Prvú jamu vykopal otec sám za 15 hodín. S druhou mu pomohol syn a spolu to zvládli za 6 hodín. Tretiu kopal syn sám. Ako dlho mu to trvalo, ak obaja pracovali stále rovnako výkonne?
10. Robotník Zdeno by splnil danú úlohu za 10 hodín, Fero by tú istú prácu urobil za 12 hodín. Pretože práca mala byť hotová čo najskôr, pribrali do partie ešte Mira a všetci traja dokončili prácu za 4 hodiny. Za koľko hodín by danú úlohu splnil Miro sám?
11. Traja majstri položili v hale plávajúcu podlahu za 2 hodiny. Prvý z nich by túto prácu vykonal sám za 9 hodín, druhý za 6 hodín. Za koľko hodín by splnil danú úlohu tretí robotník, keby pracoval sám?

- 12.** Pán Sivý si nechal u strojárenskej firmy vyrobiť súčiastky. Prvý stroj ich môže urobiť za 24 hodín, druhý za 16 hodín. Prvý stroj začal pracovať o 6.00, druhý o 10.00. O koľkej hodine boli všetky súčiastky hotové?
-
- 13.** Jeden traktorista by zoral pole za 15 hodín, druhý, s výkonnejším traktorom, by tú istú prácu urobil za 12 hodín. Za aký čas stihnú orbu spoločne, ak druhý začne o 2 hodiny neskôr ako prvý?
-
- 14.** Firma Hlboko by vykopala jamu za 12 dní, firma Široko za 15 dní, firma Plytko za 20 dní a firma Úzko za 24 dní. Prácu začali spoločne firmy Plytko a Úzko, ale po troch dňoch sa pripojili aj firmy Hlboko a Široko. Ako dlho trval výkop?
-
- 15.** Vodná nádržka sa naplní prvým prítokom za 1 hodinu 20 minút, druhým za 60 minút. Za aký čas sa naplní prázdna nádržka do polovice svojho objemu obidvoma prítokmi, ak druhý prítok bude otvorený o 12 minút neskôr?
-
- 16.** V jednej dielni urobia danú prácu za 15 dní, v druhej dielni, v ktorej pracuje viac ľudí, by danú prácu urobili za 10 dní. Po troch dňoch spoločnej práce pokračovala v zadanej práci iba väčšia dielňa. Koľko dní pracovala väčšia dielňa?
-
- 17.** Administratívna pracovníčka potrebuje na archiváciu materiálov 20 hodín, druhá by túto prácu vykonala za 30 hodín. Niekoľko hodín pracovali spoločne, potom prvú pracovníčku odvolali a druhá dokončila prácu sama za ďalších 5 hodín. Koľko hodín pracovali spoločne?
-
- 18.** Na úprave terénu okolo nových rodinných domov pracujú dve stavebné firmy. Prvá by celú prácu vykonala sama za 12 dní, druhá za 20 dní. Ako dlho budú pracovať spoločne, ak prvá začala pracovať vtedy, keď druhá už odpracovala 4 dni?
-
- 19.** Naplnenie prázdnej nádrže trvá 3 hodiny, vyprázdnenie 4 hodiny. Pri naplňaní prázdnej nádrže zabudli vypúšťací otvor uzavrieť. Koľko hodín im trvalo naplnenie nádrže, keď bol súčasne otvorený napúšťací aj vypúšťací otvor?
-
- 20.** V jeden veterný deň namerali rýchlosť vetra 90 km/h. Vyjadri rýchlosť vetra v m/s.
-
- 21.** Auto sa pohybovalo priemernou rýchlosťou 50 km/h. Koľko kilometrov prešlo auto za 4 hodiny?
-
- 22.** Autobus prešiel 336 kilometrov priemernou rýchlosťou 80 km/h. Ako dlho mu to trvalo?

23. Akou priemernou rýchlosťou sa pohybovalo auto, ktoré za 3 hodiny prešlo 195 kilometrov?
-
24. Ktorá z rýchlostí $v_1 = 100 \text{ km/h}$, $v_2 = 30 \text{ m/s}$ je väčšia?
-
25. Osobný vlak sa pohybuje priemernou rýchlosťou 54 km/h . Koľko kilometrov prejde za 35 minút?
-
26. Vzdialenosť Bratislavy a Ilavy je 144 km . Dodávkové auto vyštartovalo z Bratislavy o 7.35 a do Ilavy dorazilo o 9.50. Akou priemernou rýchlosťou sa pohybovalo dodávkové auto? Koľko minút by mu trvala cesta, ak by jeho priemerná rýchlosť bola 60 km/h ?
-
27. Rýchlosť svetla je $3 \cdot 10^5 \text{ km/s}$. Koľko kilometrov preletí svetlo za 365 dní?
-
28. Vodičovi osobného auta trvala cesta z Turian do Radošinej 3 hodiny pri priemernej rýchlosti 44 km/h . O koľko km/h by musel zvýšiť rýchlosť, aby skrátil čas jazdy o 48 minút?
-
29. Rýchlik prejde vzdialenosť od východiskovej po konečnú stanicu za 4 h 20 min. Osobný vlak, ktorého priemerná rýchlosť je o 30 km/h menšia, prejde túto trasu za 7 h 40 min. Aká je priemerná rýchlosť rýchlika a aká osobného vlaku?
-
30. Za traktorom, ktorý ide priemernou rýchlosťou 12 km/h , vyslali o 3,5 hodiny neskôr osobné auto, ktoré dobehlo traktor za 45 minút. Akou priemernou rýchlosťou išlo auto?
-
31. O 6.45 vyplával z prístavu priemernou rýchlosťou 12 km/h parník. Presne o 10.00 za ním vyplával motorový čln, ktorý plával priemernou rýchlosťou 42 km/h . O koľkej hodine dobehne čln parník?
-
32. Zo Žiliny smerom na Banskú Bystricu vyšiel o 8.00 autobus priemernou rýchlosťou 40 km/h . O 8.30 vyšlo za ním osobné auto priemernou rýchlosťou 50 km/h . O koľko hodín dobehne auto autobus, ak pôjde po tej istej trase?
-
33. Vetroň vzlietol nad letisko o 10.00 a letel k vytýčenému cieľu vzdialenému 102 km rýchlosťou 80 km/h . O polhodiny neskôr vzlietlo za ním motorové lietadlo rýchlosťou 180 km/h . Kedy „dobehe“ motorové lietadlo vetroň a v akej vzdialenosti pred cieľom to bude?
-
34. Skupina turistov vyšla o 8.00 h na túru rýchlosťou 4 km/h . O pol desiatej vyštartovala za nimi po tej istej trase skupina cyklistov, ktorá dobehla prvú skupinu o 10.50. Akou priemernou rýchlosťou išli cyklisti?

35. Cyklista vyšiel z mesta rýchlosťou 18 km/h. O 1,5 hodiny vyšlo za ním auto a dobehlo ho za 30 minút. Akou priemernou rýchlosťou sa pohybovalo auto?
-
36. Kamión ide po diaľnici z Košíc do Bratislavy priemernou rýchlosťou 72 km/h. V okamihu, kedy je kamión od Košíc vzdialený 54 km, vychádza z Košíc osobné auto, ktoré ide tiež do Bratislavy a jeho priemerná rýchlosť je 90 km/h. Kedy a na ktorom kilometri diaľnice Košice – Bratislava (keď už bude diaľnica dokončená) dobehne auto kamión?
-
37. Z Prievidze do Levíc išiel autobus priemernou rýchlosťou 50 km/h. Súčasne s ním vyšlo priemernou rýchlosťou 40 km/h nákladné auto a prišlo do Levíc o 33 minút neskôr ako autobus. Aká je vzdialenosť medzi Prievidzou a Levicami?
-
38. Keď gepard začal prenasledovať antilopu, bola medzi nimi vzdialenosť 120 m. Napriek tomu, že antilopa bežala rýchlosťou 72 km/h, gepard ju dobehol za 12 sekúnd. Akou priemernou rýchlosťou bežal gepard (v km/h)?
-
39. Z dvoch miest vzdialených 15,6 km vyšli súčasne oproti sebe dvaja chodci priemernými rýchlosťami 5 km/h a 1,5 m/s. Za aký čas sa stretnú?
-
40. Z Topoľčian vyšlo smerom k Breznu nákladné auto rýchlosťou 58 km/h. V tom istom čase vyšlo oproti nemu z Brezna osobné auto rýchlosťou 64 km/h. Kedy sa stretnú a ako ďaleko od Topoľčian to bude, ak vzdialenosť Topoľčany – Brezno je 183 km?
-
41. Vzdialenosť Púchova od Trnavy je 105 km. Z Púchova, smerom do Trnavy, vyšiel o 17.00 autobus priemernou rýchlosťou 40 km/h. Oproti nemu vyšlo o 17.30 z Trnavy osobné auto rýchlosťou 60 km/h. Kedy a kde sa stretne autobus s autom?
-
42. O 7.00 vyjde nákladné auto z Martina rýchlosťou 40 km/h. Oproti nemu zo Senca vyjde po tej istej trase o 8.30 osobné auto rýchlosťou 70 km/h. Vzdialenosť Senca a Martina je 225 km. Kedy a v akej vzdialenosti od Senca sa stretnú?
-
43. Dve lietadlá štartujúce súčasne z letísk v Bratislave a v Berlíne letia navzájom oproti sebe a „stretnú“ sa o 20 minút. Vzdialenosť týchto letísk je približne 560 km. Vypočítaj rýchlosti oboch lietadiel, ak rozdiel ich rýchlostí je 60 km/h.
-
44. Dva vlaky idú oproti sebe. Jeden ide rýchlosťou 60 km/h a druhý 40 km/h. V akej vzdialenosti budú 30 minút pred stretnutím?
-
45. Cyklista prešiel určitú vzdialenosť za 9 hodín. Koľko hodín potrebuje automobil, aby prešiel štyrikrát väčšiu vzdialenosť, ak sa pohybuje trikrát rýchlejšie?

46. Na ceste z Bratislavy, časť Podunajské Biskupice, do Trebišova (440 km) vyšli oproti sebe dve autá. Auto z Bratislavy vyšlo o 8.00 a auto z Trebišova o 9.00. Stretli sa o 11.00. Auto z Trebišova prešlo každú hodinu o 25 km menej než druhé auto. Aké priemerné rýchlosti mali obidve autá a v akej vzdialenosti od Trebišova sa stretli?
-
47. Martin dovolenkoval s kamarátmi v prenajatej drevenici na Kysuciach. Povedal, že ak z drevenice vyrazia presne o 7.00 h a pôjdu rýchlosťou 4 km/h, prídu na zastávku autobusu 3 minúty po odchode autobusu. Ak však pôjdu rýchlosťou 6 km/h, prídu tam 7 minút pred odchodom autobusu. Ako ďaleko je drevenica od autobusovej zastávky a o koľkej má autobus odchod?
-
48. Vlak dlhý 95 m ide cez most rýchlosťou 45 km/h. Od okamihu, keď začne prechádzať cez most lokomotíva, až do okamihu, keď most opustí posledný vagón súpravy, uplynie 12 sekúnd. Aký dlhý je tento železničný most?
-
49. Bandžuchovcom trvala cesta autom z domu na chatu 4 hodiny. Keby boli išli priemernou rýchlosťou o 20 km/h vyššou, boli by v celi o hodinu skôr. Ako ďaleko od domu majú Bandžuchovci chatu?
-
50. Richard sa ráno ponáha na zastávku autobusu vzdialenú 1,8 km od domu rýchlosťou 120 m za minútu. O koľkej musí odísť z domu, ak autobus odchádza o 7.20 a Richard chce na zastávku doraziť 3 minúty pred odchodom autobusu?
-
51. Cyklista, ktorý vyšiel z dediny o 9 hodine 15 minúte, došiel do mesta o 10.30. Prvú tretinu cesty išiel prevažne do kopca rýchlosťou 9 km/h. Zvyšok cesty išiel rýchlosťou 30 km/h. Aká je vzdialenosť medzi dedinou a mestom?
-
52. Vodič sanitky si vypočítal, že pri priemernej rýchlosti 60 km/h príde do nemocnice za 50 minút. Po 25 km sa zdržal 5 minút v lekární. Akou rýchlosťou musel ísť zvyšok cesty, aby zdržanie nahradil?
-
53. Jednu etapu pretekov prešli cyklisti priemernou rýchlosťou 45 km/h. Pretekár Cyklúš stratil pre defekt na galuske 4 minúty. Ako dlho musel ísť rýchlosťou 50 km/h, aby dobehol pelotón?
-
54. Turista by prešiel trasu zo Skalnatého plesa na Hrebienok rovnomernou rýchlosťou za 2 hodiny. Jeho kamarát by prešiel tú istú trasu z Hrebienka na Skalnaté pleso za 3 hodiny. Kedy sa stretnú, ak obaja vyrazia na túru o 9.00?
-
55. Bratia Karol a Peter navštevujú tú istú základnú školu. Karol išiel do školy prvý a cesta mu trvala 20 minút. Petrovi trvá cesta do školy 15 minút. Kedy dobehne Peter Karola, ak Peter išiel z domu o 3 minúty neskôr?

Podobnosť

Podobnosť geometrických útvarov

1. Zisti, či sú trojuholníky BCD a KLM podobné.
a) $|BC| = 6 \text{ dm}$, $|LM| = 30 \text{ cm}$, $|BD| = 8 \text{ dm}$, $|CD| = 75 \text{ cm}$, $|KM| = 37,5 \text{ cm}$, $|KL| = 40 \text{ cm}$
b) $|CD| = 16 \text{ dm}$, $|BD| = 21 \text{ dm}$, $|BC| = 42 \text{ dm}$, $|KL| = 4,8 \text{ m}$, $|LM| = 8 \text{ dm}$, $|KM| = 42 \text{ dm}$
2. Obdĺžnik $ABCD$ má rozmery 4 cm a 9 cm . S ktorým z nasledujúcich útvarov je podobný?
a) obdĺžnik $KLMN$ s rozmermi 7 cm a 12 cm
b) obdĺžnik $PQRS$ s rozmermi 2 cm a $4,5 \text{ cm}$
c) obdĺžnik $EFGH$ s rozmermi 14 cm a 19 cm
d) ľubovoľný obdĺžnik
e) štvorec $EFGH$ so stranou dĺžky 6 cm
3. Zisti, či je štvorec so stranou $a = 6 \text{ cm}$ podobný so štvorcom, ktorého dĺžka strany je 24 cm .
4. Obdĺžnik $BLOK$ ($4,8 \text{ cm} \times 7,4 \text{ cm}$) zväčší s koeficientom $k = 3,6$. Aké budú rozmery zväčšeného obdĺžnika?
5. Obdĺžnik $CDEF$ ($4,8 \text{ cm} \times 7,4 \text{ cm}$) zmenší s koeficientom $k = 0,9$. Aké budú rozmery zmenšeného obdĺžnika?
6. Rám obrazu je vyrobený z lišty širokej 4 cm . Rozmery kresby sú 54 cm a 67 cm . Over, či sú vonkajšie a vnútorné okraje rámu podobné obdĺžniky.
7. Urč, či sú štvoruholníky $KLMN$ a $PQRS$ podobné. Ak áno, urč koeficient podobnosti.
a) $k = 4 \text{ cm}$, $l = 5 \text{ cm}$, $m = 8 \text{ cm}$, $n = 7 \text{ cm}$
 $p = 75 \text{ mm}$, $q = 120 \text{ mm}$, $r = 105 \text{ mm}$, $s = 60 \text{ mm}$
b) $k = 4 \text{ cm}$, $l = 5 \text{ cm}$, $m = 8 \text{ cm}$, $n = 7 \text{ cm}$
 $p = 8 \text{ cm}$, $q = 16 \text{ cm}$, $r = 10 \text{ cm}$, $s = 14 \text{ cm}$
8. Zisti, ktoré z trojuholníkov sú navzájom podobné. Urč koeficient podobnosti.
 $\triangle XYZ$: $x = 4 \text{ cm}$, $y = 3 \text{ cm}$, $z = 6 \text{ cm}$
 $\triangle ABC$: $a = 12 \text{ cm}$, $b = 16 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$
 $\triangle RST$: $r = 7,5 \text{ cm}$, $s = 10 \text{ cm}$, $t = 15 \text{ cm}$
9. Najmenší uhol trojuholníka MNO má veľkosť 40° . Každú jeho stranu sme zväčšili 5-krát. Akú veľkosť bude mať najmenší uhol zväčšeného trojuholníka?
10. Trojuholník PQR je podobný s trojuholníkom ABC s koeficientom podobnosti $k = 2$. Aká je veľkosť najmenšieho uhla trojuholníka PQR , ak vnútorné uhly trojuholníka ABC majú veľkosti 30° , 80° a 70° ?



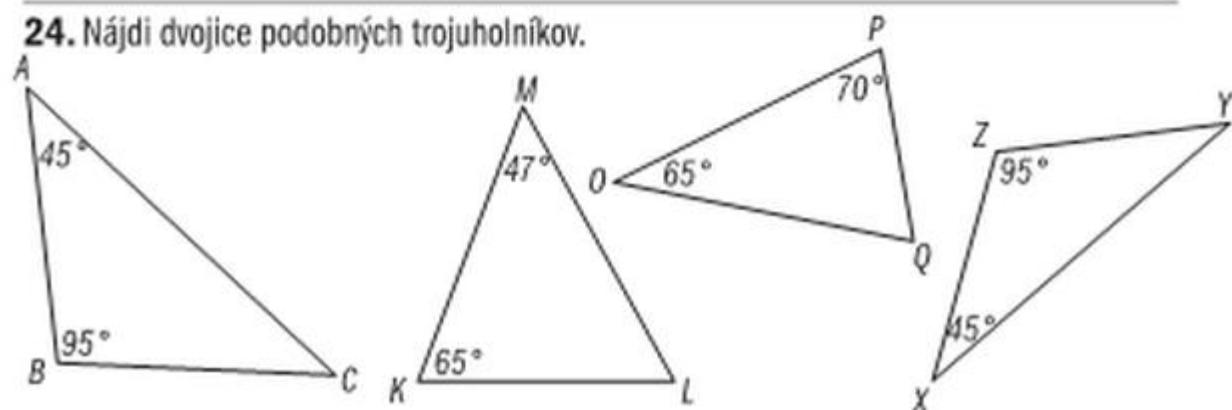
Vety o podobnosti trojuholníkov

1. Zisti, ktoré z trojuholníkov sú podobné. Zapiš ich koeficient podobnosti.
 $\triangle ABC$: $a = 24 \text{ cm}$, $b = 30 \text{ cm}$, $c = 36 \text{ cm}$
 $\triangle EFG$: $e = 20 \text{ cm}$, $f = 30 \text{ cm}$, $g = 26 \text{ cm}$
 $\triangle KLM$: $k = 24 \text{ cm}$, $l = 20 \text{ cm}$, $m = 16 \text{ cm}$
2. Urči koeficient podobnosti trojuholníkov, ktoré sú podobné.
 $\triangle ABC$: $a = 8 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$
 $\triangle XYZ$: $x = 16 \text{ cm}$, $y = 12 \text{ cm}$, $z = 10 \text{ cm}$
 $\triangle KLM$: $k = 3,1 \text{ cm}$, $l = 4,5 \text{ cm}$, $m = 2,2 \text{ cm}$
 $\triangle VOP$: $v = 54 \text{ mm}$, $o = 26,4 \text{ mm}$, $p = 37,2 \text{ mm}$
 $\triangle PES$: $e = 15 \text{ dm}$, $p = 24 \text{ dm}$, $s = 15 \text{ dm}$
 $\triangle FIT$: $f = 32 \text{ mm}$, $i = 24 \text{ mm}$, $t = 20 \text{ mm}$
3. Trojuholníky ABC a $A'B'C'$ sú podobné. Dĺžky ich strán sú vyjadrené v rovnakých jednotkách. Vypočítaj dĺžky chýbajúcich strán oboch trojuholníkov.
a) $a = 10$, $b = 14$, $a' = 15$, $c' = 30$
b) $a = 8$, $c = 12$, $b' = 6$, $c' = 8$
c) $b = 64$, $c = 40$, $c' = 48$, $a' = 42$
4. Trojuholníky ABC a XYZ sú podobné. Vypočítaj dĺžky strán trojuholníkov, ktoré nie sú zadané, ak $a = 4 \text{ cm}$, $x = 2 \text{ cm}$, $b = 3,5 \text{ cm}$, $z = 1,5 \text{ cm}$.
5. Trojuholníky DEF a GHI sú podobné: $d = 8 \text{ cm}$, $e = 6,4 \text{ cm}$, $f = 9 \text{ cm}$, $g = 20 \text{ cm}$.
Dopočítaj chýbajúce dĺžky strán týchto trojuholníkov.
6. Vypočítaj rozmery trojuholníka RST , ktorý je podobný s trojuholníkom $R'S'T'$, ak $k = 0,4$ a trojuholník RST má strany dlhé 7 cm , 5 cm a 10 cm .
7. Podľa dostupných údajov zisti, či sú trojuholníky ABC a KLM podobné.
 $\triangle ABC$: $|AB| = 7 \text{ cm}$, $|AC| = 6,3 \text{ cm}$, $|BC| = 4 \text{ cm}$
 $\triangle KLM$: $|KL| = 3 \text{ cm}$, $|LM| = 4 \text{ cm}$, $|KM| = 2,7 \text{ cm}$
8. V trojuholníku ABC platí: $|\angle BAC| = 25^\circ$ a $|\angle ABC| = 61^\circ$. Trojuholník $A'B'C'$ je podobný s trojuholníkom ABC . Zisti veľkosť uhla $A'B'C'$.
9. Zisti, či platí: $\triangle TUV \sim \triangle EFG$.
 $\triangle TUV$: $|\angle TVU| = 68^\circ$, $|\angle VUT| = 28^\circ$
 $\triangle EFG$: $|\angle GEF| = 68^\circ$, $|\angle EFG| = 28^\circ$

10. Pre rovnoramenné trojuholníky platí: $\triangle ABC \equiv \triangle KLM$. V trojuholníku ABC má základňa dĺžku 6 cm a rameno dĺžku 5 cm. V trojuholníku KLM meria výška na základňu 2 cm. Aký je koeficient podobnosti týchto trojuholníkov?
-
11. O trojuholníku ABC vieš: $|AB| = 10$ cm, $|BC| = 20$ cm, $|\angle ABC| = 48^\circ$.
 O trojuholníku EFG vieš: $|EF| = 2$ cm, $|FG| = 4$ cm, $|\angle EFG| = 48^\circ$.
 Rozhodni, či platí: $\triangle ABC \equiv \triangle EFG$.
-
12. Zisti, či sú trojuholníky GJH a $G'J'H'$ podobné, ak:
 $|\angle GJH| = 66^\circ$, $g = 8/3$ cm, $j = 9/3$ cm a $g' = 4$ cm, $j' = 9/2$ cm a $|\angle G'J'H'| = 66^\circ$.
-
13. V trojuholníku IJK je dané $|\angle IJK| = 29^\circ$ a $|\angle JKI| = 104^\circ$. V trojuholníku PQR majú uhly veľkosti: $|\angle PQR| = 29^\circ$, $|\angle RPQ| = 47^\circ$. Over, či sú tieto trojuholníky podobné.
-
14. Nájdi dvojice podobných trojuholníkov. Svoje tvrdenia zdôvodni.
 $\triangle ABC$: $|\angle ABC| = 63^\circ$, $|\angle BCA| = 56^\circ$
 $\triangle DEF$: $|\angle DEF| = 61^\circ$, $|\angle FDE| = 62^\circ$
 $\triangle KLM$: $|\angle KLM| = 61^\circ$, $|\angle KML| = 56^\circ$
-
15. Jeden z dvoch pravouhlých trojuholníkov má veľkosť jedného vnútorného uhla 80° , druhý pravouhlý trojuholník má veľkosť vnútorného uhla 10° . Sú tieto trojuholníky podobné?
-
16. Trojuholníky ABC a MNO sú podobné. Trojuholník ABC má rozmery 12 cm, 24 cm, 30 cm. Aký je ich pomer podobnosti, ak obvod trojuholníka MNO je 44 cm?
-
17. Strany trojuholníka ABC sú dlhé 5 m, 7 m a 9 m. Obvod trojuholníka KLM , ktorý je s trojuholníkom ABC podobný, je 84 m. Aký je koeficient podobnosti týchto trojuholníkov?
-
18. Trojuholník KLM a trojuholník $K'L'M'$ sú podobné. Trojuholník KLM má strany dlhé 8,1 cm, 6,9 cm a 6 cm. Obvod trojuholníka $K'L'M'$ je 63 cm. Vypočítaj dĺžky strán trojuholníka $K'L'M'$.
-
19. Trojuholník PLK má veľkosti strán $p = k = l = 11,8$ cm. Trojuholník SDC je rovnostranný trojuholník so stranou dĺžkou 37,76 cm. Sú tieto trojuholníky podobné? Ak áno, urči ich pomer podobnosti.
-
20. Trojuholník ABC má obsah 12 cm². Každú jeho stranu zdvojnásobíme. Aký bude mať obsah zväčšený trojuholník?

- 21.** Obsah trojuholníka ABC je 30 cm^2 . Dĺžka strany BC je 6 cm . Trojuholník $A'B'C'$ je podobný s trojuholníkom ABC s koeficientom podobnosti $k = 2$. Vypočítaj obsah trojuholníka $A'B'C'$.
- 22.** Vypočítaj obvod a obsah trojuholníka, ak trojuholník vytvorený zo stredných priečok tohto trojuholníka má obvod 13 cm a obsah 10 cm^2 . (Stredná priečka trojuholníka je spojnica stredov dvoch susedných strán.)
- 23.** Daný je pravouhlý trojuholník ABC s pravým uhlom pri vrchole C , bod $M \in AC$, priamka p , ktorá je rovnobežná s BC a prechádza bodom M . Označme L priesečník p s AB . Zdôvodni, že $\triangle ABC \sim \triangle ALM$.

- 24.** Nájdi dvojice podobných trojuholníkov.



Využitie podobnosti

- 1.** Zostroj trojuholník ABC , ak $a = 5 \text{ cm}$, $b = c = 8 \text{ cm}$. Zostroj trojuholník MNQ , ktorý je s trojuholníkom ABC podobný, ak pre koeficient podobnosti k platí
- | | | | |
|------------|--------------|----------------------|------------|
| a) $k = 2$ | b) $k = 0,5$ | c) $k = \frac{1}{3}$ | d) $k = 3$ |
|------------|--------------|----------------------|------------|
- 2.** Štvorec $ABCD$ ($a = 3 \text{ cm}$) zmeň v pomere podobnosti
- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| a) $1 : 2$ | b) $1 : 4$ | c) $2 : 1$ | d) $3 : 2$ |
|------------|------------|------------|------------|
- 3.** Rieš výpočtom aj graficky. Úsečku s dĺžkou $11,2 \text{ cm}$
- | | |
|---------------------------------|------------------------------|
| a) rozdeľ v pomere $3 : 4$. | c) zmenši v pomere $3 : 4$ |
| b) rozdeľ na 6 rovnakých častí. | d) zväčši v pomere $4 : 3$. |
- 4.** Rieš výpočtom aj graficky. Úsečku s dĺžkou 7 cm
- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| a) zmenš v pomere $3 : 5$. | c) zmenši v pomere $4 : 9$. |
| b) rozdeľ v pomere $5 : 7$. | d) zväčši v pomere $5 : 3$. |

5. Zvislá dvojmetrová tyč vrhá tieň dlhý 2,5 m. V tom istom čase a vo vodorovnom teréne stojí strom neznámej dĺžky, ktorého tieň je 6,8 m dlhý. Aký vysoký je strom?
6. Tieň 240 cm dlhého stípa meria 0,60 m. Aký vysoký je smrek, ktorý vrhá tieň 720 cm v tom istom čase približne na tom istom mieste?
7. Je daná kružnica $I(S, 5,6 \text{ cm})$. Zmeň ju koeficientom $k = 3,2$.
8. Trojuholník ABC a trojuholník PQR sú podobné trojuholníky, ich pomer podobnosti je 6. Over, aký je pomer jeho obvodov.
9. Je obdĺžnik s rozmermi 6 cm x 10 cm podobný s obdĺžnikom s rozmermi 9 cm x 15 cm?
10. Trojuholník T_1 má rovnaké vnútorné uhly ako trojuholník T_2 . Trojuholník T_2 má rovnaké dĺžky strán ako trojuholník T_3 . Aký vzťah je medzi trojuholníkmi
 a) T_1 a T_2 ? b) T_2 a T_3 ? c) T_1 a T_3 ?
11. Peter najskôr narysoval útvar U_1 . Potom narysoval útvar U_2 zhodný s útvarom U_1 . Nakoniec narysoval útvar U_3 podobný s útvarom U_2 . Aký je vzťah medzi U_1 a U_3 ?
12. Over, či v lichobežníku $ABCD$, ktorého uhlopriečky sa pretínajú v bode S , platí:

$$\frac{|SA|}{|SC|} = \frac{|SB|}{|SD|} = \frac{|AB|}{|CD|}.$$



Nerovnice

Nerovnosti na číselnej osi

-
1. V kine s 200 sedadlami už predali na večerné predstavenie 185 lístkov. Koľko lístkov ešte môžu predaf tak, aby všetci diváci sedeli?
-
2. Od rázcestia je miesto A vzdialené $8\frac{7}{8}$ km, miesto B 8,9 km a miesto C $8\frac{13}{15}$ km. Ktoré miesto je od rázcestia najďalej a ktoré najbližšie?
-
3. Z danej skupiny čísel vyber všetky prirodzené čísla x , ktoré vyhovujú nerovnici.
- a) $\frac{x}{7} < 2$ $x \in \{52; -1,1; 1; 26; -2; 0; 14\}$
- b) $\frac{9}{x} > 1$ $x \in \{-3; 7,3; 11; 14,5; 0; 5; 15; 9,5\}$
- c) $\frac{x}{2} \leq -3$ $x \in \{-1; -6; \frac{18}{3}; \frac{9}{4}; -\frac{14}{2}; -4; -7,5; 3\}$
- d) $\frac{60}{x} \geq 5$ $x \in \{7; -13; 33; 11; -2,5; 14,5; 3; 12\}$
-
4. Z množiny čísel vyber všetky prirodzené čísla x , ktoré vyhovujú nerovnici.
- a) $3x + 1,7 > 8$ $x \in \{5; 1; 2,2; 8; 2; 0,5; -3\}$
- b) $5 < 2x - 3,2$ $x \in \{7; 50; 4,1; -3; 5,5; -7; \frac{5}{4}\}$
- c) $0,6x + 4 \leq 10$ $x \in \{78; 9,3; 10; 20,3; 15; -7; 0,75\}$
- d) $7 \geq 0,25x + 3$ $x \in \{20; -3; 15,5; 23; 16; 0; 28\}$
-
5. Pre ktoré $x \in \{0; -3; 9; 0,3\}$ platí nerovnosť $\frac{x}{2} < \frac{3}{5}$?
-
6. Na číselnej osi vyznač všetky prirodzené jednociferné čísla, ktoré vyhovujú nerovnici.
- a) $x < 8$ b) $6 > u$ c) $y \geq 3$ d) $-3 \leq z$
-
7. Na číselnej osi vyznač obrazy všetkých prirodzených čísel, ktoré vyhovujú nerovnici.
- a) $x < 10$ b) $x \leq 10$ c) $x < 7$ d) $x \leq 7$
-
8. Spomedzi všetkých prirodzených čísel nájdí aspoň jedno x tak, aby platila nerovnosť.
- a) $x - 12 < 8$ b) $55 - x < 33$ c) $10x + 0 > 15$ d) $2x + 1 > 10$
-
9. Nájdí aspoň jedno prirodzené číslo x , ktoré vyhovuje nerovnici.
- a) $5x + 2 > 8$ b) $2x + 3 > 0$ c) $x + 245 < 345$ d) $708 + x > 1\,000$
-
10. Nájdí najmenšie prirodzené číslo, ktoré vyhovuje nerovnici $0 > 6 - 3c$.
-
11. Ktoré najmenšie párne číslo vyhovuje nerovnici $-x \leq -2$?
-

12. Nájdi množinu celých jednociferných čísel, ktoré sú riešením nerovnice.

a) $-\frac{2}{5} < \frac{x}{3}$

b) $-\frac{2}{3} \geq \frac{y}{7}$

c) $\frac{4}{3} \geq \frac{z}{4}$

d) $\frac{1}{3} > \frac{-u}{8}$

13. Urč tri celé párne čísla, ktoré sú riešením nerovnice.

a) $-x \leq -4$

b) $-y > 8$

c) $-x < 7$

d) $-y \geq -2$

14. Urči tri celé záporné nepárne čísla x , ktoré vyhovujú nerovnici.

a) $x \geq -5$

b) $-x > 6$

c) $-x \leq -3$

d) $x < |-10|$

15. Napíš, ktoré celé čísla sú riešením nerovnice.

a) $|x| < 8$

b) $|y| > -11$

c) $|x| \leq 5$

d) $9 < |y|$

16. Nájdi všetky prirodzené čísla x , pre ktoré súčasne platia podmienky I a II.

I. $116 < x \leq 124$

II. x deliteľné 4

17. Zapiš všetky prirodzené čísla n , pre ktoré platí:

$29 < n < 50$ a súčasne je n násobkom čísla 7.

18. V obore prirodzených čísel nájdi množinu všetkých riešení nerovnice $5,6 \leq x < 1$.
Množinu riešení znázorni na číselnej osi.

19. Nájdi všetky také prirodzené čísla, pre ktoré platí:

Ak odčítame od tohto čísla 2 a výsledok vydelíme 3, dostaneme zlomok, ktorý je menší ako 1.

20. Znázorni na číselnej osi množinu všetkých riešení nerovnice.

a) $x > -\frac{2}{3}$

b) $y < -\frac{5}{4}$

c) $z \leq -\frac{1}{2}$

d) $-\frac{4}{5} < k \leq \frac{1}{2}$

21. Znázorni na číselnej osi, ktoré reálne čísla vyhovujú nerovnici a zapiš ich intervalom.

a) $-2 < x < 5$

b) $x \geq 3$

c) $-2,5 > x > -10$

d) $-1,2 < x < -0,5$

$-7 < y \leq 4$

$y \leq -5$

$4 \leq y \leq 5$

$-3,1 > y \geq -4,6$

22. Znázorni na číselnej osi a vysvetli.

a) $x \in (5; 9)$

b) $x \in (0; 5)$

c) $x \in \langle -7; 0 \rangle$

d) $x \in \langle 5; 16 \rangle$

23. Napíš, ktoré najmenšie a ktoré najväčšie prirodzené číslo leží v zadanom intervale.

a) $\langle 3; 8 \rangle$

b) $\langle -2; 4 \rangle$

c) $\langle -4; 3 \rangle$

d) $\langle 2,7; 15 \rangle$

24. V množine všetkých reálnych čísel nájdi riešenie nerovnice $2 \leq 3 - 2x$ a výsledok znázorni na číselnej osi.

13. Pomocou ekvivalentných úprav rieš v množine všetkých reálnych čísel (R).

a) $5x - 3 < 2x + 10$

c) $2,4 + 3y \geq 6 - y$

e) $3x - 6 < 2x + 3,8$

b) $7x + 8 \leq 4 + 4x$

d) $0,7 - 2x > 1,5 - 5x$

f) $5x - 3,2 > 2x - 1,7$

14. Rieš nerovnice.

a) $x + 6 \leq 7$

c) $1 + 4x \leq 2x + 6$

e) $3x + 6 > 4x - 2$

b) $3x - 5 > 3$

d) $2x - 7 \leq 5x - 3$

f) $1,5x - 3,1 \geq 4,5x - 6,4$

15. Rieš nerovnicu $x - 2 > 3(2x - 19)$

a) v množine prirodzených čísel. b) v množine reálnych čísel.

16. Ktoré celé záporné čísla vyhovujú nerovnici?

a) $4 - 5x < 29$

b) $2b + 11 \geq -3b - 4$

c) $2a - 7 < 8 + 5a$

17. Rieš v množine reálnych čísel.

a) $5(x - 1) \leq 1 - 3(x + 2)$

c) $4(b - 1,5) - 1,2 > 2b - 1$

b) $4(a + 8) - 7(a - 1) < 12$

d) $1,7 - 3(1 - m) < -(m - 1,9)$

18. Pre ktoré prirodzené čísla n je rozdiel $(2 - 1,2n) - (0,5n - 6,5)$ kladný?

19. Pre ktoré prirodzené čísla n je súčet $(-27,1 + 3n) + (7,1 + 5n)$ záporný?

20. Nájdi množinu tých záporných reálnych čísel x , pre ktoré platí nerovnica $0,75 - x < 1,5 - 0,5x$.

21. Nájdi množinu tých kladných reálnych čísel x , pre ktoré platí nerovnica $1,2(y - 5) < 0,5y + 0,1$.

22. Rieš v $\mathbb{N}$ nerovnice.

a) $15(x + 4) - 5x < 10x$

c) $3x + 7 > (x + 2) + (2x + 1)$

b) $31(2x + 1) - 12x > 50x$

d) $12x - 1 < 3(4x - 3)$

23. Koľko riešení má nerovnica $\frac{3y - 1 - 2(2y - 3)}{4} > 0$ v množine celých čísel ($\mathbb{Z}$)?

24. V $\mathbb{R}$ rieš nerovnicu $2(4x - 1) + 3 \leq 3 + 4(2x + 3)$.

25. Ktoré celé záporné čísla vyhovujú nerovnici $x - 13 < 2 - 3(1 - x)$?

26. Rieš nerovnicu v $\mathbb{R}$: $2(1 - a) + 3 \leq -3(5 + a)$.

27. Vyznač na číselnej osi a zapíš všetky celočíselné riešenia nerovnice

$$\frac{7-x}{2} - 3 > \frac{3+4x}{5} - 4.$$



28. V množine reálnych čísel rieš nerovnice.

a) $x - 2 > 3(2x - 19)$

c) $2(x - 6) < 3x - 19$

b) $5(1 + 4x) > 7 + 12x$

d) $\frac{15x - 4}{2} < 1 + 6x$

29. Pre ktoré $x \in \mathbb{R}$ je hodnota výrazu $\frac{3x + 7}{5}$ menšia ako hodnota výrazu $\frac{23 + 6x}{15}$?

30. Pre ktoré $x \in \mathbb{R}$ je hodnota výrazu $\frac{11x - 10}{4}$ menšia ako hodnota výrazu $\frac{8x - 7}{3}$?

31. Pre ktoré $y \in \mathbb{R}$ je zlomok $\frac{7 - 2y}{6}$ väčší ako zlomok $\frac{3y - 7}{12}$?

32. Pre ktoré reálne čísla je hodnota výrazu $\frac{4,5 - 2y}{5} - 5$ menšia ako hodnota výrazu $\frac{2 - 3y}{10}$?

33. Pre ktoré x je hodnota výrazu $\frac{2x - 3}{2}$ nezáporná?

34. Pre ktoré reálne čísla x sú hodnoty daného výrazu kladné?

a) $3x - 5$

c) $\frac{x + 3}{2} - \frac{2x + 1}{3}$

e) $x - \frac{2x}{5}$

b) $(x + 1) \cdot 2 - 3$

d) $\frac{x + 1}{2} - 4$

f) $(x + 2) \cdot 3 - \frac{x - 2}{3}$

35. Pre ktoré reálne čísla y sú hodnoty daných výrazov záporné?

a) $4y - (y - 7)$

b) $(y + 2) \cdot 4 - 5$

c) $\frac{y + 1}{3} - 5$

36. Nerovnice rieš v $\mathbb{N}$.

a) $\frac{7 - x}{3} - 3 \geq \frac{3 + 4x}{5} - 4$

c) $\frac{2x - 1}{5} - \frac{3 - 2x}{4} < 3 - \frac{x - 1}{2}$

b) $\frac{x + 1}{5} - \frac{x - 2}{2} < \frac{2x + 4}{2}$

d) $\frac{2x - 1}{7} \geq \frac{5}{7}x - \frac{5(3 + x)}{21}$

37. Vypočítaj v množine reálnych čísel.

a) $5(x + 7) - 2x > 4(x + 13) - 2(3x - 4)$

c) $\frac{3x + 4}{6} - \frac{x + 5}{2} > \frac{2(x + 4)}{3} - 7$

b) $(x - 4)(x - 5) > (x - 6)(x - 7)$

d) $\frac{1}{2}(7 - x) < \frac{1}{4}(2x - 3) - \frac{1}{5}(1 - 2x)$

38. Urči riešenie nerovnice v zadanom obore čísel.

a) $4x - \frac{1}{3} > 15 - \frac{x}{4}$

v množine $\mathbb{N}$

f) $\frac{7 - x}{2} > \frac{2x - 3}{4} - \frac{1 - 2x}{5}$

v množine $\mathbb{R}^+$

b) $x + \frac{1}{5} > 2x - 7$

v množine $\mathbb{Z}$

g) $\frac{2}{3}(x - 1) - 3 < 0$

v množine $\mathbb{R}^-$

c) $6x - 5 < 4x - 3$

v množine $\mathbb{N}$

h) $\frac{2 + 27x}{6} > \frac{5}{2} + \frac{12x + 1}{3}$

v množine $\mathbb{Z}^+$

d) $\frac{x - 1}{5} - \frac{4x}{3} < 7 - \frac{x - 12}{5}$

v množine $\mathbb{R}$

i) $\frac{4x}{3} \leq \frac{2}{3} + x$

v množine $\mathbb{R}_0^+$

e) $\frac{x}{6} \geq \frac{x}{4} - \frac{x}{3}$

v množine $\mathbb{Z}_0^+$

j) $\frac{11x + 33}{6} - \frac{13 - x}{2} \leq \frac{7x}{3} - \frac{3x - 1}{5}$

v množine $\mathbb{N}$

39. Vážením sa zistilo, že 50 metrov kábla má väčšiu hmotnosť ako 10 metrov toho istého kábla s cievkou, ktorá má hmotnosť 50 kg. Zostav nerovnicu a vypočítaj hmotnosť 1 metra kábla.
-
40. Urč množinu všetkých prirodzených čísel deliteľných 8 a zároveň 9, pre ktoré platí: $100 < x < 300$.
-
41. Urč množinu všetkých prirodzených čísel x deliteľných číslom 37, ktoré vyhovujú nerovnici: $100 < x < 300$.
-
42. Obvod obdĺžnika je $4n$ cm. Jedna strana má o 4 cm väčšiu dĺžku ako druhá. Pre ktoré hodnoty n má úloha zmysel?
-
43. Z prístavu na brehu rieky vyplávali turisti na motorovej loďke v smere toku rieky. Rýchlosť toku rieky je 2 km/h a vlastná rýchlosť loďky je 18 km/h. Do akej vzdialenosti od prístavu môžu turisti doplávať, aby plavba netrvala dlhšie ako 3 hodiny?
-
44. Nájdi všetky dvojciferné čísla väčšie ako 40 a súčasne menšie ako 80, ktorých číslica na mieste jednotiek je o 4 menšia ako číslica na mieste desiatok.
-
45. Ak turista zvýši rýchlosť o 1 km/h, za 4 hodiny prejde vzdialenosť väčšiu ako 20 km. Ak zmenší rýchlosť o 1 km/h, za 5 hodín prejde vzdialenosť menšiu ako 20 km. Akou rýchlosťou išiel turista?
-
46. V dvojcifernom čísle číslica na mieste jednotiek je o 1 menšia ako číslica na mieste desiatok. Ak k tomuto číslu pričítame číslo 7, nové číslo bude väčšie ako 19 a súčasne menšie ako 51. Nájdi všetky pôvodné dvojciferné čísla s uvedenými vlastnosťami.



Štatistika

1. Na začiatku školského roka meral učiteľ telesnej výchovy výšku všetkých žiakov v triede. Namerané hodnoty zapísal do tabuľky (údaje sú v centimetroch).

Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8	Z_9	Z_{10}
156	158	166	170	169	155	170	166	169	165
Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}	Z_{16}	Z_{17}	Z_{18}	Z_{19}	Z_{20}
166	170	166	165	171	166	171	158	169	156

- a) Urči, čo v popísanej situácii predstavuje:
štatistický súbor, najvyššiu početnosť,
štatistický znak, relatívna početnosť javu – výška 166 cm.
b) Ktorá hodnota mala najvyššiu a ktorá najnižšiu početnosť?
c) Vypočítaj relatívnu početnosť výskytu výšky 170 cm.
d) Akú priemernú výšku mali deviataci?

2. Do finále pretekov v streľbe postúpili štyria pretekári. Bodové hodnoty ich streľby sú zaznamenané v tabuľke.

Slávo	8	5	10	9	10
Juraj	10	4	6	5	5
Filip	2	6	8	9	9
Richard	1	10	9	8	10

- a) Koľko bodov nastrieľali všetci spolu?
b) Koľko bodov priemerne nastrieľal jeden pretekár?
c) Koľkokrát trafili pretekári 10 bodov?
d) Ktorý počet bodov má najmenšiu početnosť?
e) Ktorý počet bodov má najväčšiu relatívnu početnosť?
f) Koľko percent zo všetkých zásahov tvoril zásah do kruhu s hodnotou 9?
g) Aká bola relatívna početnosť trafenia 6 bodov?

3. Žiaci vymieňali nazbieraný starý papier za kuchynské utierky. Po ukončení zberu vyhotovil Pavol tabuľku o množstve prineseného papiera.

Množstvo papiera [kg]	35	37	39	45	46	50	59	70	75
Počet žiakov	6	4	6	2	1	7	1	1	2

- a) Koľko kilogramov papiera nazbierali žiaci spolu?
b) Koľko kilogramov priemerne odovzdal každý žiak?
c) Koľko žiakov prinieslo najviac papiera?
d) Vypočítaj relatívnu početnosť javu: „priniesol/a 39 kg papiera“.
e) Koľko balíčkov kuchynských utierok dostali za papier, ak za každých 10 kg papiera obdržali jeden balíček utierok?

4. V 9. A na konci školského roku malo na vysvedčení 10 žiakov jednotku z matematiky, 11 malo dvojku, 4 trojku a jeden žiak dostal štvorku. Všetci boli klasifikovaní.
- Aká bola priemerná známka z matematiky na vysvedčení v tejto triede?
 - Koľko percent žiakov malo na vysvedčení jednotku?
 - Koľko žiakov navštevovalo 9. A?
 - Koľko percent žiakov malo z matematiky horšiu známku ako jednotku?
 - Početnosti známok znázorni stĺpcovým diagramom.

5. V krajskom kole matematickej olympiády reprezentovali našu školu piati žiaci: Barbara, Gabika, Miroslav, Adam a Michal. Najvyšší počet bodov, ktoré mohli získať za každú úlohu, bol 6. Ich výsledky zo štyroch riešených úloh sú uvedené v tabuľke.

Meno	Úloha č. 1	Úloha č. 2	Úloha č. 3	Úloha č. 4
Barbara	5	6	4	2
Gabika	3	5	6	6
Miroslav	4	1	1	6
Adam	5	3	5	6
Michal	1	2	6	6

- Ktoré z detí dopadlo na súťaži najlepšie?
 - Ktorá úloha bola pre deti najľahšia?
 - Aký priemerný počet bodov získali zástupcovia našej školy?
 - Aká je najvyššia početnosť získaných bodov?
 - Zisti relatívnu početnosť získania šiestich bodov.
6. Klub navštevuje 30 karatistov – juniorov. Ich priemerná výška je 169 cm. Aká bude priemerná výška juniorov v klube, ak dvaja z nich, vysokí 165 cm a 170 cm, prestúpia medzi dospelých?
7. Na študentskej konferencii je priemerný vek zúčastnených študentov 17 rokov. Chlapcov je štyrikrát viac ako dievčat. Vekový priemer dievčat je 16 rokov. Aký je vekový priemer chlapcov?
8. Počas cvičenia zo štatistiky sledovali žiaci autá, ktoré prišli na parkovisko pri obchodnom reťazci v čase od 12.00 do 12.30. V tabuľke sú zapísané výsledky ich prieskumu.

Značka	Farba	Počet osôb
Suzuki	modrá	2
BMW	čierna	1
Škoda	biela	1
Opel	biela	3
Škoda	červená	2
Volkswagen	čierna	1

Značka	Farba	Počet osôb
Volkswagen	červená	1
Renault	biela	2
Suzuki	červená	2
BMW	červená	1
Renault	biela	1
Škoda	modrá	1

Značka	Farba	Počet osôb
Škoda	červená	2
Volkswagen	biela	2
Opel	biela	1
Suzuki	modrá	1
Renault	čierna	1
Opel	biela	3

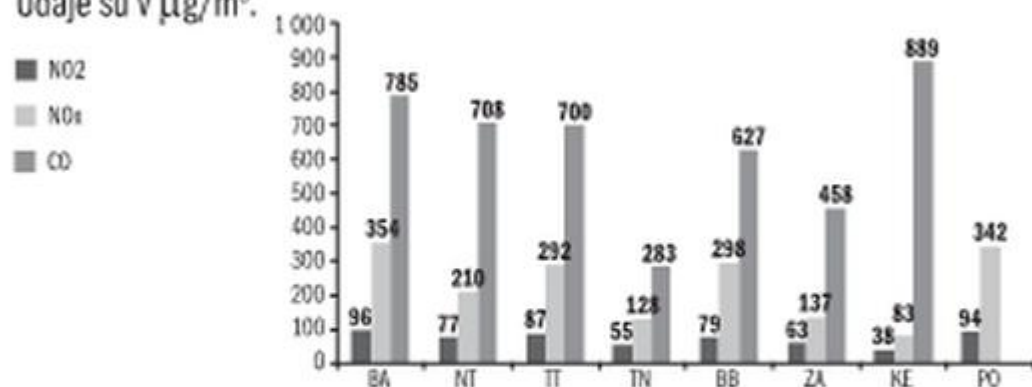
- Výskyt ktorej farby vykazoval najväčšiu a ktorej najmenšiu početnosť? Koľko?
- Ktorá značka vykazovala najväčšiu a ktorá najmenšiu relatívnu početnosť? Koľko?
- Aký bol priemerný počet osôb v jednom aute?
- Početnosť sledovaného javu „počet osôb v aute“ znázorni stĺpcovým diagramom.
- Aký veľký uhol by prislúchal značke Škoda, keby sme znázornili podiel značiek áut na parkovisku kruhovým diagramom?

9. Nasledujúci graf (zdroj: www.i.sme.sk) odzrkadľuje, aká bola priemerná hrubá mzda profesií v školstve v porovnaní s priemerom v ekonomike na základe údajov za 1. až 3. kvartál roku 2015. Údaje sú uvedené v eurách.

- Ktoré zo znázornených profesií mali mesačný príjem vyšší, ako bola priemerná mzda v ekonomike?
- Aká bola priemerná hrubá mzda pracovníkov v školstve v spomínanom období?



10. Nasledujúci graf a tabuľka (zdroj: www.shmu.sk) vyjadrujú znečistenie ovzdušia niektorými nebezpečnými plynmi v krajských mestách dňa 9. 2. 2018 o 14.00. Údaje sú v $\mu\text{g}/\text{m}^3$.



- Aké bolo priemerné znečistenie ovzdušia oxidom dusičitým v krajských mestách?
- Ktoré hodnoty a z ktorých miest neboli dodané na spracovanie?
- V ktorom z miest má znečistenie oxidom dusičitým najväčšiu relatívnu početnosť v porovnaní s inými mestami? Koľko?
- V ktorom meste má znečistenie oxidom dusičitým najväčšiu relatívnu početnosť vzhľadom k plynom sledovaným v každom meste?

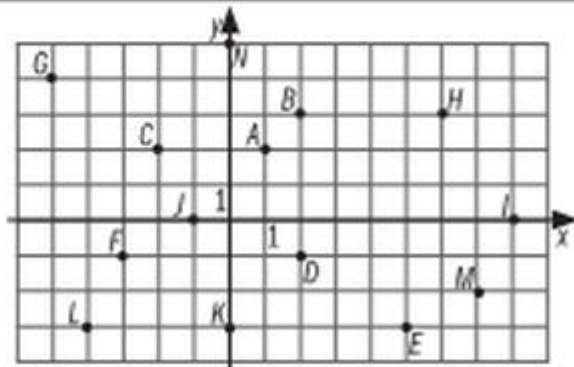
Závislosti medzi veličinami

Pravouhlá sústava súradníc

1. Znázorni dané body do pravouhlej súradnicovej sústavy.

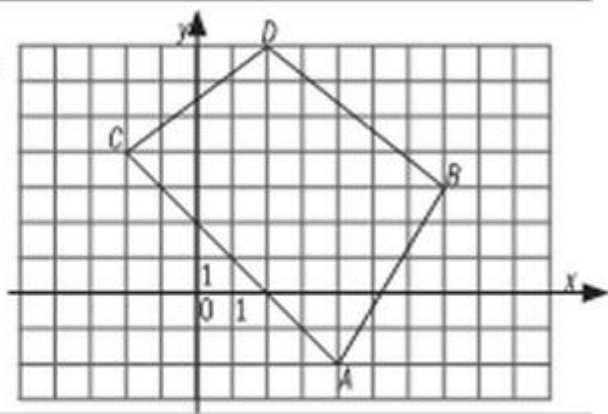
A [3; 4]	D [-1; 5]	H [-1; 1]	K [0; 3]	N [8; -8]	R [5; -7]
B [5; 2]	E [10; -10]	I [-1; -1]	L [3; 0]	O [-6; -4]	S [7; 7]
C [3; 3]	G [1; 1]	J [1; -1]	M [5; -1]	P [-9; 4]	T [-4; 6]

2. Zapiš súradnice bodov vyznačených v grafe.



3. a) V pravouhlej súradnicovej sústave vyznač body A[0; -1]; B[-2; -1]; C[-2; -3]; D[-4; -3]; E[-4; -2]; F[0; 3] a spoj ich podľa abecedy.
b) Ku každému zo zakreslených bodov nájdi bod osovú súmerný podľa osi y (označ ho ako pôvodný bod s čiarokou). Body s čiarokou spoj podľa abecedy.
4. a) V pravouhlej sústave súradníc vyznač dané body A[-3; -1]; B[4; -3]; C[6; -2]; D[-4; -2]; E[-1; -2]; F[-3; -1]; G[6; -1]; H[-1; 6] a spoj ich podľa abecedy.
b) Ku každému zo znázornených bodov nájdi bod stredovo súmerný podľa bodu [0; 0].

5. Ktorá zo znázornených úsečiek na obrázku spája body so súradnicami
a) [-2; 4], [7; 3]?
b) [4; -2], [2; 7]?
c) [7; 3], [-2; 4]?



6. Narysuj v pravouhlej súradnicovej sústave trojuholníky ABC a EFD.

Vypočítaj ich obsahy.

A[1; 1]; B[4; 5]; C[1; 5]; D[3; 3]; E[6; 6]; F[3; 6]

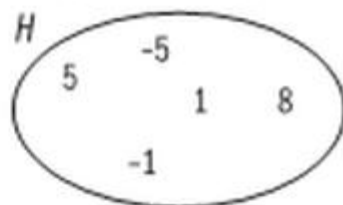
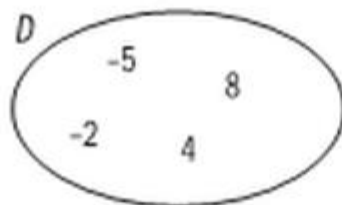
7. Znázorni v pravouhlej súradnicovej sústave trojuholníky KLM a PQR.

Vypočítaj ich obsahy. P[0; 0]; Q[2; 0]; R[7; 6]; K[3; 6]; L[5; 6]; M[5; 0]

8. V pravouhlej súradnicovej sústave narysuj štvoruholníky $ABCD$ a $MNRS$.
Urči ich obsahy.
 $A[1; 1]; B[5; 1]; C[3; 5]; D[1; 5]; M[7; 2]; N[9; 1]; R[9; 4]; S[7; 5]$
-
9. a) Urči obsah štvoruholníka $ABCD$, ktorého vrcholy v pravouhlej sústave súradníc sú:
 $A[0; 0]; B[4; 1]; C[3; 4]; D[1; 5]$.
b) Zakresli obraz štvoruholníka $ABCD$
I. podľa osi x . II. podľa osi y . III. podľa bodu $[0; 0]$.
-
10. Trojuholník KLM má v pravouhlej sústave súradníc vrcholy $K[2; -4]; L[2; 3]; M[-5; 3]$.
O aký typ trojuholníka ide? Vypočítaj obsah tohto trojuholníka.

Funkcia

1. Pre hodnoty $x \in \{-1; 0; 2; 4\}$ urči podľa rovnice $y = 2x + 3$ príslušajúce hodnoty y .
-
2. Prirad' každému prvku z množiny D prvok z množiny H tak, aby priradenie vyhovovalo rovnici $y = -x + 3$.



3. Rozhodni, ktorou z tabuliek je určená funkcia. Zdôvodni.

a)

x	Δ	$\odot$	$\square$	$*$	$\textcircled{R}$	$\oplus$
y	0	1	2	3	4	5

b)

x	a	e	d	c	f	H
y	-1	2	-1	2	-1	2

c)

x	1	2	3	2	1	0	-1
y	0	1	2	3	4	5	6

4. Prirad' prvkom y z množiny $\{-12; -10; -1; 8; 11\}$ príslušajúci prvok x z množiny $\{-3; -2; 1; 4; 5\}$ tak, aby priradenie zodpovedalo funkcii $f: y = 3x - 4$.
-
5. Zapiš množinu hodnôt (obor hodnôt) funkcie g danej rovnicou $g: y = 2x - 1$, ak definičný obor danej funkcie je $D = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.
-
6. Napíš hodnoty funkcie $f: y = 4 - 5x$, ak jej definičný obor je $D = \{1; 2; 10; 12; 15; 20\}$.

7. Rozhodni, ktoré z uvedených tabuliek sú zadaním funkcie. Svoje tvrdenie odôvodni. Zapiš príslušné definičné obory funkcií.

a)

x	1	2	3	4	5
y	2	3	4	5	6

b)

x	-2	-1	0	1	2
y	4	2	0	2	4

c)

x	1	2	3	3	4
y	5	4	3	2	1

d)

x	-2	-1	0	1	1
y	4	4	4	4	4

Priama a nepriama úmernosť

- Rozhodni, či ide o priamu alebo nepriamu úmernosť.
 - spotreba benzínu a prejdená dráha vozidla
 - pracovný výkon a mzda robotníka
 - počet robotníkov a čas, za ktorý vykonajú tú istú prácu
 - množstvo rovnakého tovaru a cena tovaru
 - rýchlosť auta a čas jazdy, ak nezmeníme dráhu
- V ktorej z možností sú uvedené dve veličiny, ktoré nie sú navzájom priamo úmerné?
 - dĺžky strán štvorca a jeho obvod
 - dĺžky strán rovnostranného trojuholníka a jeho obvod
 - priemer kružnice a jej dĺžka
 - polomer kruhu a jeho obsah

3. V tabuľke sú dané hodnoty premennej y , ktorá je priamo úmerná premennej x . Urči koeficient priamej úmernosti, napíš jej rovnicu a doplň tabuľku.

x			17	0,5	2,03	5/9	10	12
y	12	30	51					

- Zostroj graf priamej úmernosti, ktorá je zadaná predpisom (rovniciou).
 - $y = 2x$
 - $y = 0,5x$
 - $y = 6x$
 - $y = 40x$
- Zostroj graf nepriamej úmernosti, ktorá je zadaná rovnicou.
 - $y = \frac{2}{x}$
 - $y = \frac{1}{x}$
 - $y = \frac{3}{x}$
 - $y = \frac{5}{x}$

6. Napíš rovnicu priamej úmernosti, ak poznáš súradnice bodu ležiaceho na grafe tejto funkcie.

a) $[16; 48]$

c) $[0,3; 300]$

b) $[6; 2]$

d) $[45; 90]$

Lineárna funkcia

1. Rozhodni, ktorá z funkcií je lineárna.

a) $y = 5x; x \in R$

d) $y = 6; x \in R$

g) $y = \frac{x-8}{5}; x \in R$

b) $y = 3 - x; x \in R$

e) $y = 0x + 8; x \in R$

h) $y = \frac{x-6}{x-1}; x \in R, x \neq 1$

c) $y = 6 - x^2; x \in R$

f) $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}; x \in R$

2. Zostroj priesečníky grafov funkcií s osou y.

a) $y = 6x$

c) $y = \frac{2}{3}x + 2$

e) $y = -x + 5$

b) $y = -4x - 7$

d) $y = 0,5x + 3$

f) $y = \frac{2x-5}{7}$

3. Zostroj graf funkcie $f: y = 3x + 1$ a zisti, ktorými z bodov $A[0; 1]; B[-1; 3]; C[1; 4]$ prechádza.

4. Zisti, či dané body ležia na grafe lineárnej funkcie.

a) $A[-1; 0]$

f: $y = 3x$

c) $C[7; 0]$

h: $y = x + 7$

b) $B[6; -5]$

g: $y = 5x - 6$

d) $D[8; -1]$

i: $y = 2x - 17$

5. Napíš rovnicu lineárnej funkcie, ktorej graf prechádza začiatkom súradnicovej sústavy a zadaným bodom A.

a) $A[1; 1]$

b) $A[3; 2]$

c) $A[-3; -1]$

6. Urči súradnice bodu, v ktorom graf lineárnej funkcie pretína os y.

a) f: $y = 4x - 3$

b) g: $y = 3x - 1$

c) h: $y = 4 - 3x$

d) i: $y = 3x + 2$

7. Napíš súradnice bodu, v ktorom graf lineárnej funkcie pretína os x.

a) f: $y = 3x - 6$

b) g: $y = 4x + 1$

c) h: $y = 5x$

d) j: $y = -2x + 3$

8. Urči priesečníky grafu funkcie $g: y = x + 2$ s osami súradnicovej sústavy.

9. Pre nasledovné funkcie

a) urči, či sú lineárne.

b) urči ich definičný obor.

f: $y = \frac{2}{3}x$

h: $y = \frac{3x+1}{x-2}$

j: $y = \frac{3}{2x-3}$

l: $y = \frac{x-2}{3x+1}$

g: $y = \frac{1}{x-2}$

i: $y = 3x + 4$

k: $y = x + \frac{1}{3}$

m: $y = \frac{x-2}{2}$

- 10.** Je daná funkcia $f: y = \frac{2x+3}{4}$.
- Vypočítaj hodnotu funkcie pre $x \in \{0; -1; -0,02; 2,2; 63\}$.
 - Vyhľadaj hodnotu premennej x , pre ktorú je hodnota funkcie y z množiny $\{0; -10; 10; \frac{3}{4}; -0,1\}$.
 - Vypočítaj, pre ktoré x sú funkčné hodnoty menšie ako 1.
 - Vypočítaj, pre ktoré x sú funkčné hodnoty nezáporné.
-
- 11.** Je daná funkcia $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$, $D = \langle -2; 1 \rangle$.
Rozhodni, ktoré z čísel $\{-2; -1; 0; 0,25; 0,5; 2\}$ patria
- do definičného oboru tejto funkcie.
 - do oboru hodnôt tejto funkcie.
-
- 12.** Zisti chýbajúcu súradnicu bodu $A[x, -5]$, ak bod A leží na grafe funkcie danej predpisom $h: y = 2x + 4$.
-
- 13.** Výpočtom urči priesečník grafu funkcie $y = 2x + 8$ s osou x . Over graficky.
-
- 14.** Dopln chýbajúcu súradnicu bodu, ktorý leží na grafe lineárnej funkcie $f: y = 2x + 1$.
- $A[2; y]$
 - $B[4; y]$
 - $C[-2; y]$
 - $D[-3; y]$
-
- 15.** Nájdi chýbajúcu súradnicu bodu, ktorý leží na grafe lineárnej funkcie $g: y = 2x - 7$.
- $A[x; -7]$
 - $B[x; -1]$
 - $C[x; -9]$
 - $D[x; 1]$
-
- 16.** Zisti, ktorý z nasledujúcich bodov leží a ktorý neleží na grafe lineárnej funkcie $h: y = 2x - 2$.
- $A[-2; -4]$
 - $B[2; -2]$
 - $C[1; 0]$
 - $D[0; 1]$
-
- 17.** Urč číslo b v predpise funkcie $f: y = 3x + b$, ak jej graf prechádza zadaným bodom A .
- $A[0; -2]$
 - $A[3; 4]$
 - $A[-3; -5]$
 - $A[1; 3]$
-
- 18.** Urč číslo a v predpise funkcie $g: y = a \cdot x - 2$, ak jej graf prechádza zadaným bodom A .
- $A[1; -4]$
 - $A[2; 4]$
 - $A[-3; -5]$
-
- 19.** Vypočítaj obsah trojuholníka, ktorý je ohraničený súradnicovými osami x a y a grafom funkcie f .
- $f: y = -0,4x + 2$
 - $f: y = \frac{5}{2}x - 4$
-
- 20.** Napíš rovnice lineárnej funkcie, ktorej graf pretína osi x a y v zadaných bodoch.
- $A[-1; 0]; B[0; 3]$
 - $A[-4; 0]; B[0; 1]$
 - $A[\frac{5}{2}; 0]; B[0; 5]$
 - $A[\frac{2}{3}; 0]; B[0; 1,5]$

Lomený výraz

Úprava výrazov na súčin

1. Výraz rozlož na súčin.

a) $3x + 3y$

b) $5r - 10s$

c) $9pr - 18ps$

d) $3abn - 6amn$

e) $u^3 + u^2$

f) $a^5 - a^2$

2. Zapiš ako súčin.

a) $2a + 2b + 2c$

b) $3mn^2 - 6mn + 3m$

c) $7ab + 21a^2b - 14ab^2$

d) $24rs + 18qr + 36qrs$

e) $-6a - 1$

f) $-3x - 2y$

3. Rozlož na súčin.

a) $a(x + y) + b(x + y)$

b) $r(a + 3) + s(a + 3)$

c) $3d(c + ab) - 8(ab + c)$

d) $x(a - 1) + 2(1 - a)$

e) $4(x - y) + 7z(y - x)$

f) $y(2 - x) - (x - 2)$

4. Zapiš v tvare súčinu.

a) $9(1 - x^2) + 2a(x^2 - 1)$

b) $t(v + 2) - u(-v - 2)$

c) $y(3 + z) + 3 + z$

d) $m^2(p - 1) + p - 1$

e) $u(2 - v) - 2 + v$

f) $3x(4 + y) - 4 - y$

5. Rozlož na súčin.

a) $ax + bx + cx + dx$

b) $3a + 3b + ac + bc$

c) $pm - pq + 7m - 7q$

d) $2ay - 8az + 3xy - 12xz$

e) $qr + r + q + 1$

f) $5ab - 5ac + 4bc - 4c^2$

6. Rozlož na súčin podľa vzoru $A^2 - B^2 = (A - B) \cdot (A + B)$.

a) $x^2 - y^2$

b) $b^2 - 1$

c) $25a^2 - b^2$

7. Rozlož na súčin.

a) $x^2 - 1$

b) $2p^2 - 2q^2$

c) $3a^4 - 12$

8. Rozlož na súčin.

a) $x^2 + 2xy + y^2$

b) $z^2 + 9 + 6z$

c) $1 + 4t^2 - 4t$

d) $-20a - 100 - a^2$

e) $-b^2 - 2by - y^2$

f) $-2mn + m^2 + n^2$

Lomený výraz

1. Urči najväčší spoločný deliteľ výrazov.

a) 10; 15

28; 42

30; 52; 66

b) $2m; m^2$

$4mn; 6np; 10n$

$xy - y; 5y + yz$

c) $2a + 2b; 8c$

$4rs; 8r^2s + 20rs$

$3ax - 3ay; 5x - 5y$

2. Nájdi najmenší spoločný násobok výrazov.

a) ax ; ay
 $10ax$; $8ay$
 $4uv$; $6u^2v$

b) x ; x^2+x
 a^2b ; ab^2+2ab
 $15r^4s$; $20st$

c) $b-1$; $ab-a$
 $z+2$; $(z+2)$
 $6m+6n$; $9m-9n$

3. Urč, kedy sa daný výraz nerovná nule.

a) $2x-6$
b) $10-2a$

c) $4u+12$
d) $5z+25$

e) $r(s+7)$
f) $(a-2)(b+2)$

4. Pre ktoré hodnoty čísel a a b je daný výraz rôzny od nuly?

a) a^2-3a

b) a^2-4

c) a^2-b^2

5. Napíš, kedy majú dané výrazy zmysel.

a) $\frac{x}{3y}$

d) $\frac{8}{r+5}$

g) $\frac{s+1}{3s-9}$

b) $\frac{r}{p+1}$

e) $\frac{m}{n^3}$

h) $\frac{6a}{(v-2)(v+3)}$

c) $\frac{a+b}{a-b}$

f) $\frac{10}{x+9}$

i) $\frac{1}{p^2-p}$

6. Uprav lomené výrazy na základný tvar a urči, kedy má výraz zmysel.

a) $\frac{5u^3}{7u^2v}$

b) $\frac{16xy}{20x^2z}$

c) $\frac{7bc^2}{21bd^3}$

7. Uprav lomený výraz na základný tvar a urči podmienky.

a) $\frac{u(x-1)}{v(x-1)}$

b) $\frac{x-2}{5x-10}$

c) $\frac{3a+3b}{7a+7b}$

d) $\frac{4r^2-4}{r^2-1}$

8. Zjednoduš výraz a urči podmienky.

a) $\frac{25a-15b}{5}$

d) $\frac{ax+ay}{a^2}$

g) $\frac{x^2-4}{x+2}$

b) $\frac{6x+9}{3x}$

e) $\frac{a^2-9}{2a^2-6a}$

h) $\frac{3a^2-6a}{6a^2}$

c) $\frac{14x+21y}{7x-7y}$

f) $\frac{a^2-9}{2a^2+6a}$

i) $\frac{a^2-b^2}{ax+bx}$

9. Doplň chýbajúce členy výrazov.

a) $\frac{7}{9r} = \frac{\quad}{27r}$

c) $\frac{2c}{a^2b} = \frac{\quad}{a^3b^3}$

e) $\frac{1}{z-1} = \frac{z+1}{\quad}$

b) $\frac{12}{25} = \frac{12x}{\quad}$

d) $\frac{m}{m+n} = \frac{\quad}{m^2-n^2}$

f) $\frac{p-q}{p+q} = \frac{\quad}{p^2+2pq+q^2}$

10. Zjednoduš a urči podmínky.

a) $\frac{3p-3q}{(p-q)^2}$

c) $\frac{p^2-2pq+q^2}{5p-5q}$

e) $\frac{2(a+5)^2}{2a^2-50}$

b) $\frac{2u+2v}{2u^2-2v^2}$

d) $\frac{z^2-1}{az+a}$

11. Sčítaj/odčítaj lomené výrazy.

a) $\frac{r}{5} + \frac{s}{5}$

c) $\frac{c+5}{y} - \frac{3}{y}$

e) $\frac{a}{3} + \frac{a}{2}$

b) $\frac{2r}{3} + \frac{5s}{3} - \frac{r}{3}$

d) $\frac{r+3}{p} - \frac{r+1}{p}$

f) $\frac{u}{6t} - \frac{v}{8t}$

12. Vypočítaj.

a) $\frac{n-1}{2} + \frac{3n-1}{4} - \frac{5n-1}{6}$

b) $\frac{2a}{x^3} - \frac{3}{x}$

c) $\frac{2(r-s)}{3} - \frac{3(r-1)}{5} + \frac{s+1}{2}$

13. Zjednoduš výrazy.

a) $\frac{3r+9}{5r^2+s} - \frac{2r-11}{s+5r^2}$

d) $1 + \frac{1}{a+1}$

g) $\frac{5}{3(x+y)} + \frac{2}{x+y}$

b) $\frac{1}{u-v} + \frac{1}{v-u}$

e) $\frac{1}{1+y} - 1$

h) $\frac{x}{1-y} + \frac{y^2}{x(1-y)}$

c) $\frac{a-5}{a-3} + \frac{a+5}{3-a}$

f) $1 - \frac{2x}{x+1}$

i) $\frac{4r+1}{5(p-3)} - \frac{r}{2(p-3)}$

14. Vypočítaj.

a) $\frac{3a}{2a-2} - \frac{5a}{4a-4}$

b) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{x-y}{x+y}$

15. Vynásob výrazy.

a) $\frac{3ab}{4xy} \cdot \frac{10x^2y}{21ab^2}$

c) $\frac{r}{r+s} \cdot \frac{r^2+rs}{r-s}$

e) $\frac{2x+8}{x^3} \cdot \frac{x^2-xy}{x+4}$

b) $\frac{x^2y}{3(x+1)} \cdot \frac{2(x+1)}{xy^2}$

d) $\frac{a^2+ab}{a} \cdot \frac{b}{ab+b^2}$

f) $\frac{q-2}{p+q} \cdot \frac{2p+2q}{3q-6}$

16. Vypočítaj a uprav na základný tvar.

a) $\frac{a^2-b^2}{a+b} \cdot \frac{ab}{a-b}$

b) $\frac{(r+1)^2}{r-1} \cdot \frac{(r-1)^2}{r+1}$

17. Vydeľ výrazy.

a) $\frac{a}{3} : \frac{b}{4}$

c) $\frac{1}{2b} : \frac{b}{2}$

e) $\left(a \cdot \frac{1}{b}\right) : \left(b \cdot \frac{1}{a}\right)$

b) $a : \frac{1}{a}$

d) $\frac{c}{2d} : \left(-\frac{4}{d}\right)$

18. Vydeľ výrazy.

a) $\frac{b-2}{a+b} : \frac{3b-6}{2a+2b}$

c) $\left(\frac{x^2}{4} - 1\right) : \left(\frac{x}{2} + 1\right)$

b) $\frac{a^2+3}{2a} : \frac{a^3+3a}{4a^2}$

d) $\frac{x^2y}{5(x+1)} : \frac{xy^2}{2x+2}$

19. Zjednoduś.

a) $\frac{\frac{a}{a^2-4}}{\frac{a^2}{a+2}}$

b) $\frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}}$

20. Pre ktoré x sa hodnota výrazu $\frac{x-2}{4x+1}$ rovná 0?

21. Urči, pre ktoré x

a) sa hodnota výrazu rovná nule,

b) výraz nemá zmysel

c) sa hodnota výrazu rovná 1.

I.: $\frac{3x-5}{2x+1}$

II.: $\frac{3x-5}{2x-1}$

22. Daný je výraz $\frac{20-4x}{5x}$.

a) Vypočítaj hodnotu výrazu pre $x = -2$.

b) Pre ktoré x sa výraz rovná nule?

c) Pre ktoré x nemá výraz zmysel?



Výsledky

Mocniny

Druhá a tretia mocnina

1. a) 6^2 b) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ c) $(-8)^2$ d) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$ 2. 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400 3. 484; 0,000 4; 1 369; 0 4. a) = b) = c) > d) = e) = f) > 5. a) 29; 58; 48; 90; 64 b) 19; 700; 128; 36; 2 c) 100; 100; 50; 9; 2,25 6. a) 50; 0; -50 b) 0; 0; 0 c) 0; 1,62; -1,62 7. a) > b) < c) < 8. a) 0,25; 6,25; 7 056; 5 184 b) 0,16; 112,36; 0,313 6; 0,008 1 c) 13,69; 645,16; 2 872,96; 2 490,01 9. a) 689 000; 32 000; 0; 6 000; 266 000 b) 4 490; 2 030; 8 460; 10 610; 91 200 c) 34,8; 68,9; 237,2; 0,6; 0 10. a) 64; 64 b) 144; 144 c) 81; 81 d) 400; 400 11. a) 1 b) 1 c) 1 12. 356 m 13. a) 4-krát b) 9-krát c) 16-krát d) 100-krát 14. a) 9 b) 48 c) 0 d) -16 e) 195 f) -36 15. 677; 458 330 16. a) -20; -24 b) 5; -13 c) 15; 52 17. a) 4 900; 441; 441 b) -20; 100; -16 c) 144; 7 056; 576 18. a) kladná b) áno 19. a) $\frac{4}{3}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{9}{16}$; $\frac{4}{25}$ b) $\frac{3}{4}$; 25; $\frac{3}{4}$ 20. 40 % 21. 1 482,25 m² 22. 27 cm³ 23. a) 64; -8; 1,331 b) 152; 0; 72 c) 0; 0; 0,032 24. a) $\frac{1}{8}$; $\frac{8}{27}$; $\frac{27}{343}$ b) $\frac{27}{64}$; $-\frac{1}{125}$; $\frac{125}{216}$ c) $-\frac{1}{1000}$; $-\frac{1}{125}$; $\frac{1}{2}$ 25. a) 25; 49 b) 125; 65 c) 98; 8 d) 16; 48 26. a) 256; 256 b) 1 728; 1 728 c) 1 000; 1 000 d) 16; 16 27. a) 34; 64 b) 20; 4 c) 28; 196 d) 0,75; 9 28. a) 100 b) 216 c) 576 d) 8 000 29. a) $(5 + 2 \cdot 3)^2$ b) $(5 \cdot 6 \cdot 7)^2$ 30. a) áno, áno b) áno, áno c) áno, áno 31. a) 0,03; 0,009 6; 0,018 b) 0,002 4; 0,007 2; 0,009 6 32. a) 4; -6; $\frac{7}{5}$ b) -3; $\frac{1}{2}$; 30 33. a) $\frac{17}{14}$ b) $-\frac{5}{4}$ 34. a) $\frac{24}{15}$ b) -6 c) $-\frac{11}{2}$ d) $-\frac{25}{18}$ e) $\frac{9}{100}$ f) $\frac{1}{9}$

Druhá a tretia odmocnina

1. a) 7; 9; 8; 6; 4; 5; 1; 2 b) 4; 2; $\frac{4}{3}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{6}{5}$ c) 12; 22; 16; 36; 15; 33 2. a) 7; 4; 8; 94 b) 19; 12; 39; 48 c) 13; 85; 35; 49 d) 8; -1; 0,2; 0,7 3. a) $-\frac{3}{4}$; 0; $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{7}{9}$ 4. a) 12; 60; 120; 240 b) 0,6; 0,08; 0,09; 0,009 c) $3\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}$; $2\sqrt{5}$; $5\sqrt{2}$ 5. a) 1; 3; 0,2; $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{100}$ b) 8; 5; 0; 20 7. a) 2^3 ; 2^4 ; 2^7 b) 3^2 ; 3^4 ; 3^6 8. a) 24 b) -1 c) -2 d) 15 e) -2,8 f) -2,5 g) $-\frac{19}{54}$ h) 1,1 9. a) 27; 9 b) 8; 8 c) 6; 6 10. 6

Mocniny s prirodzeným exponentom

1. a) základ 2, mocniteľ 4; základ 2, mocniteľ 3; základ 2, mocniteľ 1 b) základ -0,5, mocniteľ 6; základ $8a - 3b$, mocniteľ 5; základ -5, mocniteľ $2n$ 2. a) 10^3 b) $(-0,5)^7$ c) 3 d) $(-2 + 3x)^{2n}$ 3. a) áno b) nie c) áno d) nie e) nie d) áno 4. a) $0,6^5$ b) $(0,3m)^4$ c) $\left(\frac{3}{4}\right)^6$ d) $(-2x)^5$ e) $(3x - 4)^4$ f) $(3ab^2)^6$ 5. a) $25x \cdot 25x \cdot 25x \cdot 25x \cdot 25x \cdot 25x$ b) $(2a - 3b) \cdot (2a - 3b) \cdot (2a - 3b) \cdot (2a - 3b)$ c) $(-3a^2b) \cdot (-3a^2b) \cdot (-3a^2b) \cdot (-3a^2b) \cdot (-3a^2b)$

d) $\frac{2x}{3y} \cdot \frac{2x}{3y} \cdot \frac{2x}{3y}$ e) $\frac{2x-y}{3} \cdot \frac{2x-y}{3} \cdot \frac{2x-y}{3}$ f) $(7a-3b) \cdot (7a-3b)$ 6. a) 16 807 b) 0,16
 c) 729 d) -0,000 01 7. a) $x^3 + y^3$; 316 b) $(x+y)^3$; 64 c) $3(x^3 + y^3)$; 1 110 d) $(3x)^3 - (3y)^3$;
 9 990 8. a) 10^5 b) 10^7 c) 10^{11} d) 10^{13} 9. a) $0,1^2$ b) $0,1^4$ c) $0,1^5$ d) $0,1^6$ 10. a) 705 302
 b) 63 350 802 c) 3 720 581 d) 816 120 e) 2 436 677 11. a) -8 100; -1 009 000;
 20 620 b) 1 423 000; 76 150; 477 160 12. a) 7 776; -7 776 b) -7 776; -248 832
 c) 46 656; 2 985 984 13. a) 1 672; 3 130 b) -1 672; 1 672 c) -3 130; 1 672
 14. a) -1; 1; 16 807; -128 b) 4; -49; 121; -7 15. 2 16. a) 3^4 b) a^5 c) $(x+1)^2$
 17. $6x^5y^2$ 18. a) 10^2 cm; 10^3 mm; 10^3 m b) 10^4 cm²; 10^6 mm²; 10^6 m² c) 10^6 cm³; 10^9
 mm³; 10^3 l 19. a) $2 \cdot 10^6$ mm²; $1,1 \cdot 10^5$ m²; $4,5 \cdot 10^8$ m²; $7,2 \cdot 10^5$ ha b) $2,1 \cdot 10^7$ cm³; $1,3$
 $\cdot 10^{10}$ mm³; $3,3 \cdot 10^4$ cm³; $2,4 \cdot 10^2$ m³ c) $3,2 \cdot 10^3$ g; $5,3 \cdot 10^2$ g; $4,5 \cdot 10^3$ kg; $2,5 \cdot 10^5$ kg
 20. a) $1,5 \cdot 10^4$ km b) $3,71 \cdot 10^5$ km² c) $7,75 \cdot 10^6$ km² 21. a) $1,3 \cdot 10^6$ J b) $4,5 \cdot 10^8$ W
 c) $3,1 \cdot 10^3$ mA d) $3,6 \cdot 10^5$ μ m e) $5,2 \cdot 10^8$ pF f) $2,1 \cdot 10^6$ nm 22. Merkúr $5,805 \cdot 10^{30}$ m,
 Venuša $1,084 5 \cdot 10^{11}$ m, Mars $2,28 \cdot 10^{11}$ m, Jupiter $7,8 \cdot 10^{11}$ m; Saturn $1,431 \cdot 10^{12}$ m,
 Urán $2,88 \cdot 10^{12}$ m, Neptún $4,515 \cdot 10^{12}$ m 23. $9,47 \cdot 10^{15}$ m

Súčin mocnín

1. a) 2^8 ; 4^4 ; 5^{10} b) 10^{10} ; 3^8 ; 2^5 c) 6^5 ; 9^8 ; 14^8 2. a) 8^7 ; 5^7 ; $(-1)^7$; $(-2)^{11}$ b) 10^9 ; $0,1^7$; $1,7^7$; x^{12}
 c) k^{13} ; a^2b^5 ; $6y^3$; $21z^{10}$ 3. a) 2^{10} ; -2^3 ; 2^5 ; -2^8 b) $15x^3y^3$; $-24x^3y^8$; $6a^{10}b^8c^9$; $-3a^3b^5c^6$ 4. a)
 m^5 ; p^4 ; a^4 ; h^7 ; q^9 b) $12u^5$; $12v^6$; $6z^2$; $2d^6$; $0,4x^5$ c) y^8 ; k^6 ; $10p^5$; $30a^5$; k^{10} 5. a) y^{10} ; x^{11} ; $6a^{10}$ b)
 $50r^{14}$; $-8g^4$; $-24k^6$ c) $-72s^{13}$; $-12n^{12}$; $0,5x^6y^6$ 6. a) x^2 ; $-3a^4$; $-y^5$; $5d^7$ b) x^5 ; x^8 ; $-u^3$; n^3 c) c^9 ;
 z^6 ; x^5n^4 ; $40k^{12}$ 7. a) $m^4 - 2m^2$ b) $a^6 - 2a^3$ c) $5x - 6x^2$ d) $5c^6 - 6c^3$ e) $n^6 - 3n^2$ 8. a) $(a+b)^7$;
 $(3-2x)^7$; $(8-5a)^9$ b) $(3x+8)^5$; $(1-2x)^9$; $-(a-3)^4$; c) $(3x-7)^{n+1}$; $(2a-1)^{n+2}$; $(6u-v)^{2n}$ d)
 $(8f-5)^{n+2}$; $-(3-4s)^{n+1}$; $(5p+7)^6$ 9. a) $(x-7)^{12}$; $(7-x)^5$ b) $(x-7)^3$; $-(x-7)^8$ alebo $-(7-x)^8$

Podiel mocnín

1. a) 2^2 ; 5^2 ; 10^5 b) $11^0 = 1$; $3^0 = 1$; 4^1 c) 13^5 ; 20^3 ; 8^0 2. a) 2^5 ; $0,1^7$; 10^1 ; 3^4 b) 6^5 ; $0,01^0$
 $= 1$; 1 ; $(-8)^5$ c) m^2 ; $12a^2$; $2m^4$; $-3,5m^3$ d) $3k^6$; $-13x$; $25b^2$; $-27y^4$ e) a^3b^3 ; $a^2b^2c^2 = a^2b^2$;
 $-1,5a^2b$; $-\frac{2}{3}ab^2$ 3. a) $4x^2$; $48y^4$ b) $-7z$; $4x^2$ c) $-48y^4$; $7z$ 4. a) $2m^2n^5$; $-15x^5yz^5$; $-3n^6$ b)
 $5xy^7$; $\frac{1}{2}ab^3c^2$; $-3,75a^7c$ 5. a) $\frac{3}{2}e^6f^6$; $4a^2b^7$; $-30x^2y^6$ b) $4,5u$; 2 ; $2gh^2$ c) $-0,5mn$; $-4t^2$; $\frac{1}{5}$
 a^2b^2 6. a) $(x+7)^6$; $(5-2b)^2$; $(3s+1)^3$ b) $(2k+1)^2$; $5k+3$; $(x-y)^2$ c) $(x-y)^2$; $(3a-4b)^2$;
 $-(3a-4b)$ d) $3a^2(2b+3)^2$; $4a^2(3b-4)^3$; $1,5m(2n-1)^2$ 7. $-x^6$ 8. a) $x = 3^6 = 729$ b) $x = 13,5$

Umocňovanie mocnín

1. a) 36 b) 1 000 c) 9 d) 8 2. $(a^3)^2 = a^3 \cdot a^3 = a^{3+3} = a^6$ 3. a) -3^6 ; 6^6 ; -7^{12} b) 2^8 ; -2^{10} ; 5^{12}
 c) 3^6 ; 6^5 ; 7^{12} d) 2^8 ; 2^{10} ; 5^{12} 4. a) 2^6 b) 2^3 c) 2^{15} d) 2^{12} e) 2^7 f) 2^1 5. a) 6; 4 b) 6; 8 c) 9; 10

6. a) 4 b) $\frac{1}{10}$ c) 1 d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{5}{4}$ f) 2 7. a) $16^{10} < 4^{25} < 8^{20}$ b) $81^2 < 27^3 < 9^5$ 8. a) $x^6; 2^3a^3; a^4; m^8;$
 b^6 b) $a^8b^4; 5^2u^4; s^3t^6; 9^2y^3; 10^3k^6$ c) $a^4b^2c^{10}; 0,2^2m^3n^2; 7^2x^4y^6z^2; 5^3x^6y^{12}z^9; \left(\frac{1}{2}\right)^3n^6$ 9. a) $9x^6;$
 $4y^{14}; 9s^{10}$ b) $0,0001a^{32}; 16c^{16}d^4; -u^{27}v^9$ c) $16x^2y^{20}; -0,008p^{18}r^3; -3125x^{10}y^{15}$ 10. a) $n^6; a^{12}$
b) $-p^{10}; 2^6s^{18}$ c) $-m^{24}; 3^4x^{16}y^{12}$ 11. a) $15^3; 24^3$ b) $-2^{11}; 2^{10}$ c) $1^{64}; -1^{33}$ 12. a) $3^3a^3b^3; 4^3a^9b^6$
b) $-2^7a^{35}b^7; (-5)^2x^4y^6$ c) $-x^{10}y^{15}z^{10}; (-2)^5x^5y^{15}z^{10}$ 13. a) 3; 3 b) 1; 3 c) 2; 2 a 8 14. a) $\frac{2^4a^4}{3^3};$
 $\frac{5^3a^6}{2^5}; \frac{3^2a^6b^2}{c^4}$ b) $\frac{3^2x^6}{y^4z^2}; \frac{x^2z^3}{y^3}; \frac{(-4)^3x^{12}y^3}{z^9}$ c) $\frac{1}{(x+1)^5}; \frac{(x-1)^3}{(y+1)^5}; \frac{x^6}{(y+1)^3}$ 15. a) $a^6(3b-1)^3; (a+1)^6(b-2)^3$ b) $2^2; 3^6a^{12}b^2; 3^4a^{12}(2b-1)^2$ 16. 2^{13} 17. a) $a^5; a^6; \frac{1}{a}$ b) $p^4; p^4; 2p^2$ c) $2x^3; 6x^6;$
 5^3x^9 d) $m^6; m^3; m^4 + m^2$ 18. a) $10x^4; 12a^6$ b) $64m^6; 7u^6v^5$ c) $-0,08p^3q^2; 4r^8s^8$

Počítanie s mocninami

1. a) $9x^2$ b) $18a^2 - a$ c) $6m^3 - 21m^2 + 11m$ d) $20a^2 - 37ab + 34b^2$ e) $x^2y - 4xy^2$
2. a) $1,3t^2; 4,9n^2 - 24,3n; 0,03k^3 - 0,51k^2 + 0,2k; 0,489a^3b - 0,28a^2b^2 - 0,48ab^3$ b) $4m^2$
 $+ 2m; 7k^3 + 5k^2; -21z^2 + 2z; -24r^2 + 4r$ c) $6x^2 + x - 5; -8a^2 - 29a + 16; y^3 - 11y^2 - 10y;$
 $6z^4 + 9z^3 - 13z^2 + 9z - 12$ d) $2b^2 - 41b - 8; 4n^4 + 2n^3 - 12n^2 + 3n - 4; 6d^3 - d^2 - 4d -$
 $15; -23x^2 - x - 6$ 3. a) $a = 3$ b) $a = 2$ 4. a) $\frac{7^2}{3^4 \cdot 5^2}; -\frac{5}{2^4}; 2 \cdot 7^2$ b) $\frac{3}{2^2} = \frac{3}{4}; -\frac{2^3}{3^2}; -14$
5. a) $\frac{2}{3ab^2}$ b) $\frac{-3^3a^4}{2b^2}$ c) $\frac{ac^5xz}{y^2}$ d) $\frac{a^4x^5}{b^5}$ 6. a) $\frac{1}{2^5}$ b) $2 \cdot 3^7$ c) 2^4 d) $\frac{2}{3}$ 7. a) $\frac{2a^3}{3b^2}$ b) $\frac{3x}{2y^2}$ 8. a)
 $\frac{1}{2}$ b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ c) $\frac{2^3}{3}$ 9. a) $\frac{-3^2}{2^3}$ b) $-5^2 \cdot 7^4$ c) $-\frac{1}{5^3}$ d) 2 10. $2 \cdot 3^5 = 486$ 11. b 12. c 13. d
14. b 15. d 16. c 17. c 18. d 19. b 20. d 21. d 22. a 23. c 24. e 25. d 26. c
27. b 28. d 29. b 30. d 31. a) 2^2 b) -2^3 c) 2^3 d) -2^2 32. b 33. d 34. a) c b) d c) c
35. a) b b) d 36. a) 99 b) 225 c) 2 d) 20 000 e) 200 000 37. a) 3 b) 2 38. a) $2^2 \cdot 3^2$
 $\cdot 5^2$ b) $2^2 \cdot 5^1 \cdot 7^2$ c) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^1$ d) $3^4 \cdot 5^2$ 39. a) 2^{90} b) 5^{13} c) 3^{34} d) 2^{50} 40. $3,4 \cdot 10^{24}$ km
41. 2^{28} km 42. 15 min 43. $1,901 \cdot 10^{27}$ kg

Využitie mocnín pri úprave výrazov

1. a) $2(x+1); 4(y-4); 5(25a+3b); 4(9b-4)$ b) $x(x+2); y(y-5); 3a(7a+1); 4b(b-5)$
c) $x(x^2-1); x^2(5x-1); 4a(36a^2+1); 17b^2(b+3)$ 2. a) $5(3x^2+x-1); 7(7y^3-y^2+3);$
 $p(15p^3+20p+1)$ b) $11(x^3+11x+7); 3y^2(8y^3+3y-9); a(ab^3-5a-4)$ c) $x^2y(x^3y^2+1);$
 $4a^2b(ab-3); 2pq(7p^3q^3+11)$ 3. a) $x^3; (2y)^4; (2z^2)^3$ b) $(x+1)^2; (2y-3)^4; (z+5)^3$ 4. a)
 $(x+3)(x+3) = x^2 + 6x + 9; (y-7)(y-7) = y^2 - 14y + 49$ b) $(x-11)(x-11) = x^2 - 22x +$
 $121; (y+7)(y+7) = y^2 + 14y + 49$ c) $(2x+4)(2x+4) = 4x^2 + 16x + 16; (4y-2)(4y-2)$
 $= 16y^2 - 16y + 4$ d) $(5x-7)(5x-7) = 25x^2 - 70x + 49; (3y+16)(3y+16) = 9y^2 + 96y +$
 36 5. a) $x^2 + 2x + 1; y^2 + 6y + 9; z^2 + 8z + 16$ b) $x^2 - 2x + 1; y^2 - 6y + 9; z^2 - 8z + 16$ c) $4x^2$

+ $4x + 1$; $16y^2 + 16y + 4$; $25y^2 + 50y + 25$ d) $9x^2 - 6x + 1$; $9y^2 - 24y + 16$; $49z^2 - 42z + 9$ 6. a) $16a^2 + 16a + 4$; $25b^2 - 40b + 16$; $144c^2 + 120c + 25$ b) $a^2 - 12a + 36$; $4b^2 - 20b + 25$; $49c^2 - 98c + 49$ c) $9x^2 + 12x + 4$; $16y^2 - 8y + 1$; $25z^2 + 40z + 16$ d) $25x^2 + 10xy + y^2$; $4y^2 - 4xy + x^2$; $36z^2 - 12az + a^2$ 7. a) 49; $4y^2$; $20z$; 4; $9q^2$; $6q$ b) x ; 5; $4y^2$; 9; $16z^2$; $2k$; $44k$ c) x ; $20x$; 100; 1; $4y^2$; $4y$; 7; $9z^2$; $42z$; $8p$; $48p$; 9 d) $4a$; $8ab$; b^2 ; $3x$; 4; $24x$; $5p$; $30pq$; $9q^2$; $3m$; 8; $9m^2$ 8. a) $3(x + 12)$; $12(4a - 3b)$; $5p(2q + 1)$; $24k(6k - 1)$ b) $(x + 6)^2$; $(y + 3)^2$; $(z - 11)^2$; $(s - 8)^2$ c) $(x - 13)^2$; $(y + 7)^2$; $(x + 9)^2$; $(y - 4)^2$ 9. a) $(2x - 5)^2$; $(3y + 7)^2$; $(5x - 7)^2$; $(4y - 5)^2$ b) $(2x + 8)^2$ alebo $4(x + 4)^2$; $(7y + 7)^2$ alebo $49(y + 1)^2$; $(5y - 5)^2$ alebo $25(y - 1)^2$; $(9x + 8)^2$ c) $2(y + 1)^2$; $3(3x - 5)^2$; $3(2x + 5)$; $5(4y - 7)^2$ 10. a) $x^2 - 30x + 225$; $y^2 + 12y + 36$; $z^2 - 9$ b) $4x^2 + 56x + 196$; $4y^2 - 9$; $25z^2 - 80z + 64$ 11. a) $(x - 4)(x + 4)$; $(y - 15)(y + 15)$; $(z - 9)(z + 9)$ b) $(2x - 6)(2x + 6)$ alebo $4(x - 3)(x + 3)$; $(6y - 7)(6y + 7)$; $(11z - 16)(11z + 16)$ c) $(3x - 5)^2$; $(5y - 3)(5y + 3)$; $(3z - 2)^2$

Pytagorova veta

Pravouhlý trojuholník

1. a) 250 mm b) 58 mm c) 53 mm 2. a) 11 m b) 40 cm c) 80 mm 3. 8 cm 4. nie je 5. a) nie b) áno, M c) áno, F d) nie e) nie f) nie 6. pravouhlé: a) c) d) 7. 9,43 cm 8. 12 m 9. 24 cm 10. $S = 24 \text{ m}^2$, $o = 24 \text{ m}$ 11. 41 cm 12. $S = 6 \text{ cm}^2$, $o = 12 \text{ cm}$ 13. áno 14. 117 mm 15. $b = 30 \text{ cm}$, $t_b = 39 \text{ cm}$ 16. 4,1 cm 17. 6,5 cm 18. 9,85 dm 19. 13 cm 20. 11,5 cm 21. $\sqrt{8}$

Pytagorova veta v rovine

1. 3 m 2. 3,3 cm 3. 60 cm 4. 7,38 cm 5. 60 cm^2 6. 27,31 cm 7. 48 cm^2 8. $o = 16 \text{ cm}$, $S = 12 \text{ cm}^2$ 9. 15 cm 10. 1,875 ha 11. $\sqrt{3} = 1,73 \text{ cm}^2$ 12. $43,3 \text{ cm}^2$ 13. $9,24 \text{ cm}^2$ 14. 2,5 cm 15. 84 cm^2 16. 16,9 cm 17. 2,4 cm 18. $a = 13 \text{ cm}$, $b = 6,4 \text{ cm}$, $c = 16 \text{ cm}$ 19. a) 6 cm^2 b) 12,77 cm 20. 5,7 cm 21. 4,99 m 22. 50 mm^2 23. 50 cm^2 24. 56 m 25. $S = 14 \text{ cm}^2$, $o = 13,64 \text{ cm}$ 26. 29,54 j. d. 27. $62,35 \text{ cm}^2$ 28. 10 cm 29. 51,97 m 30. 8,6 cm 31. 0,6 cm 32. 12 cm^2 33. 10,44 cm 34. 768 m^2 35. 10 dm 36. a) 48,3 mm b) 48,3 mm c) 946 mm^2 37. $S = 48 \text{ cm}^2$, $o = 30 \text{ cm}$ 38. 248 cm 39. $o = 17,2 \text{ cm}$, $S = 18 \text{ cm}^2$ 40. $12,98 \text{ cm}^2$ 41. 52 cm 42. 8,1 cm 43. 24 cm 44. 41,2 cm 45. 4,8 cm 46. 20 cm 47. $o = 40 \text{ cm}$, $S = 96 \text{ cm}^2$ 48. $411,582 \text{ cm}^2$ 49. 28 cm 50. $o = 64 \text{ cm}$, $S = 228 \text{ cm}^2$ 51. 99 cm^2 52. 13 cm, 20 cm 53. $u_1 = 5,83 \text{ cm}$, $u_2 = 9,49 \text{ cm}$, $r = 5 \text{ cm}$ 54. 876 55. 3 cm 56. 11,24 cm 57. 10,5 cm 58. 7,14 cm 59. 5 cm 60. $3,125 \text{ cm}^2$ 61. $1,905 \text{ cm}^2$ 62. 28 cm 63. 130 mm 64. 362,2932 mm 65. 36,31 %

Pytagorova veta v priestore

1. 10,38 cm **2.** 3,46 mm **3.** 11,67 cm **4.** a) 150 cm² b) 125 cm³ c) 70,7 mm d) 86,5 mm **5.** 10 cm **6.** 39 cm **7.** a) 10,5 cm b) 18,19 cm c) 7,07 dm d) 6,71 m **8.** 8,4 cm **9.** 294,52 cm² **10.** a) 2 890 cm² b) 9 826 cm³ c) 24,04 cm d) 41,6 cm **11.** $S = 992 \text{ cm}^2$, $V = 1\,920 \text{ cm}^3$ **12.** $V = 489\,600 \text{ cm}^3$, $S = 42\,654 \text{ cm}^2$ **13.** $V = 288 \text{ cm}^3$, $S = 224 \text{ cm}^2$ **14.** 216 000 cm² **15.** $S = 535,2 \text{ cm}^2$, $V = 436,8 \text{ cm}^3$ **16.** $S = 1,68 \text{ m}^2$, $V = 0,12 \text{ m}^3$ **17.** $S = 408 \text{ cm}^2$, $V = 360 \text{ cm}^3$ **18.** 12 000 l **19.** 1,74 cm

Pytagorova veta v praktických úlohách

1. 1,4 m **2.** 8 m **3.** 150,6 m **4.** 18,75 km **5.** 45,49 km **6.** 32 km **7.** 0,5 hod **8.** 8,33 m **9.** 41,58 kg **10.** 16 m **11.** 4,96 m **12.** 1 300 m **13.** D1: 8,2 km, D2: 6,05 km, D3: 3,04 km

Telesá

Valec

1. 56,52 dm³ **2.** a) 1 884 hl b) 4 m **3.** 5,652 dm³ **4.** 2,355 l **5.** 6 217,2 cm³ **6.** 2,87 m **7.** $S_{pl} = 3\,768 \text{ cm}^2$, $V = 37\,680 \text{ cm}^3$ **8.** 727,852 cm² **9.** 339,12 m² **10.** 1 294,465 cm² **11.** 100 l **12.** 2,52 l **13.** 345,4 kg **14.** 904,32 l **15.** 78,5 % **16.** áno **17.** 19,5 cm; 17,9 cm **18.** 19,95 cm; 34,2 % **19.** 1,08 m³ **20.** a) 134 min b) 1,004 8 m² **21.** 60-krát **22.** áno **23.** 282,6 m³ **24.** 10 cm **25.** $r = 1,69 \text{ cm}$, $S_{pl} = 53,066 \text{ cm}^2$ **26.** nezmení sa **27.** 1 318,8 cm² **28.** o 28,7 % **29.** 5,35 cm **30.** $S = 1\,884 \text{ cm}^2$, $V = 6\,280 \text{ cm}^3$ **31.** $V = 392,5 \text{ cm}^3$, $S = 314 \text{ cm}^2$ **32.** 8-krát **33.** 8,3 m² **34.** 157,80 €

Kolmý ihlan

1. 4,5 dm **2.** $V = 384 \text{ cm}^3$, $S = 384 \text{ cm}^2$ **3.** 52,92 cm **4.** 46,8 kg **5.** 216,7 m³ **6.** 105,165 cm³ **7.** 1,45 m **8.** 63 m² **9.** 46,86 m² **10.** 20 cm **11.** 22,5 cm **12.** 206,21 cm² **13.** 17,93 € **14.** 340,56 € **15.** rovnako **16.** $S = 215,5 \text{ cm}^2$, $V = 183,2 \text{ cm}^3$ **17.** 6 cm **18.** 27,7 cm² **19.** 164,16 cm³ **20.** 9,8 cm **21.** 122,4 cm²

Kužeľ a guľa

1. 130 mm **2.** $S = 301,44 \text{ cm}^2$, $V = 301,44 \text{ cm}^3$ **3.** 7,64 cm **4.** 36 cm **5.** $V = 2\,411,52 \text{ cm}^3$, $S = 1\,205,76 \text{ cm}^2$ **7.** 6 cm **6.** $V = 2\,546,96 \text{ cm}^3$, $S = 3\,355,34 \text{ cm}^2$ **8.** $S = 452,16 \text{ cm}^2$, $V = 401,92 \text{ cm}^3$ **9.** a) 1 436,03 m³ b) 176 kg **10.** a) 2 550 l b) 84,8 cm **11.** 11,34 cm, 9,9 cm

Rovnice

Jednoduché rovnice

- 1.** a) 60; -5 b) -4; 10 c) 0,5; 1,5 d) -9; 8 **2.** a) 8; 15; 6 b) 18; 21; -40 c) 12; 4; 7 d) 3; -60; -12 **3.** a) 8; -8; 27 b) 41; 0,5; 60 c) -14; 6; 2,2 **4.** a) 7; 19 b) $-\frac{1}{6}$; 7 c) 1; 11 **5.** a) f) h) i) **6.** a) -54; 60; 3 b) 19; $\frac{1}{3}$; 3 c) 6; ∞ veľa riešení; 1 d) 0; 8; -4 **7.** a) $-\frac{5}{4} < \frac{11}{62} < 3 < 5$ b) $12,5 > 6 > 3 > -1$ **8.** a) 8; 1; 12 b) 5; -1; 1 **9.** a) 8 b) 1 c) $1\frac{38}{57}$ d) 8 e) 24 **10.** a) 2; nemá r. b) -4; -3

Rovnice s neznámou v menovateli

- 1.** a) 2 [$x \neq 0$]; 16 [$y \neq 0$]; $-\frac{5}{3}$ [$z \neq 0$] b) 8 [$x \neq 0$]; 15 [$y \neq 0$]; 29 [$z \neq 0$] c) 9,6 [$x \neq 0$]; 65 [$y \neq 0$]; $-\frac{16}{13}$ [$z \neq 0$] **2.** a) 9 [$x \neq 8$]; $\frac{7}{9}$ [$y \neq -1$]; nemá riešenie v R [$a \neq \frac{1}{3}$] b) nemá r. [$x \neq -1$]; všetky R okrem 1,5 [$x \neq 1,5$]; 1 [$a \neq \frac{3}{8}$] c) $\frac{3}{2}$ [$x \neq \frac{3}{4}$]; nemá r. [$y \neq -\frac{2}{3}$]; všetky R okrem $\frac{3}{2}$ [$a \neq \frac{3}{2}$] **3.** a) 3 [$x \neq 0$]; 6 [$y \neq 0$]; $\frac{1}{6}$ [$z \neq 0$] b) $\frac{7}{6}$ [$x \neq 0$]; $-\frac{1}{3}$ [$y \neq 0$]; nemá r. [$z \neq 0$] c) $-\frac{1}{3}$ [$x \neq 0$]; $\frac{7}{4}$ [$y \neq 0$]; 1 [$z \neq 0$] **4.** a) 3 [$x \neq \pm 1$]; -8 [$y \neq -3; 2$]; 4,4 [$z \neq 5; 6$] b) $\frac{1}{2}$ [$x \neq 1\frac{1}{4}; 1\frac{1}{2}$]; 3 [$y \neq -4$]; -13 [$z \neq 1\frac{3}{4}; \frac{1}{2}$] c) všetky R okrem -4 [$x \neq -4$]; $-\frac{1}{3}$ [$y \neq -3$]; nemá r. [$z \neq 5$]

Vyjadrenie neznámej zo vzorca

- 1.** a) $F = \frac{W}{s}$ b) $s = \frac{W}{F}$ **2.** a) $m = \frac{E}{c^2}$ b) $c = \sqrt{\frac{E}{m}}$ **3.** $v = \frac{S}{2\pi r} - r$ **4.** a) $v = \frac{S}{a}$ b) $u_1 = \frac{S}{u_2}$ **5.** $v_a = \frac{b \cdot v_b}{a}$ **6.** a) $b = \frac{2rs}{ac}$ b) $S = \frac{abc}{2r}$ **7.** a) $l = \frac{RS}{\delta}$ b) $R = \frac{\delta l}{S}$

Slovné úlohy

- 1.** a) $10x = 81$; $x = 8,1$ b) $x + x + 9 = 42$; $x = 16,5$ c) $3x - 23 = 40$; $x = 21$ d) $5x - 20 = 15$; $x = 7$ e) $5x - 39 = 2x$; $x = 13$ f) $0,15x = 2,4$; $x = 16$ g) $0,07x + 26 = 0,12x$; $x = 520$ **2.** 1 300 € **3.** espresso 66, kapučíno 54 **4.** 18 a 22 **5.** 18 **6.** 210 ha **7.** 8 **8.** B = 100 €, L = 600 €, L = 300 € **9.** 428, 214, 642 € **10.** 36 **11.** spolu 60, 1.deň 20, 2.deň 10, 3.deň 30 **12.** trvalé bydlisko 384, kontaktná adresa 384 **13.** 4 **14.** 20 **15.** Michal 16, Jozef 48 **16.** 16 cm, 12 cm, 20 cm **17.** $a = 8$ cm, $c = 6$ cm, $b = d = 5$ cm **18.** $130^\circ 30'$; $49^\circ 30'$ **19.** 95 € **20.** 3 **21.** 150 l **22.** 252 **23.** 8 000 €, 10 000 €, 10 500 € **24.** 5 t; 6 t; 7,2 t **25.** 1 200; 1 380; 1 548 **26.** ostrouhlý **27.** história 5, matematici 15 **28.** 1.druh 9, 2.druh 7 **29.** lieskové 6,25 kg, kešu 3,75 kg **30.** lacnejšia 20 kg, drahšia 15 kg **31.** 10 kg **32.** 60 % **33.** 7,2 l **34.** 0,9 % **35.** 85

Slovné úlohy na spoločnú prácu a pohyb

1. 2 hod 24 min **2.** 6 hod **3.** 4 hod 48 min **4.** 12 dní **5.** 32 min **6.** 6 dní **7.** 8 dní
8. 15 hod **9.** 10 hod **10.** 15 hod **11.** 4,5 hod **12.** 18:00 **13.** $7\frac{7}{9}$ hod **14.** 6 dní **15.** 24 min
16. 8 dní **17.** 10 hod **18.** 6 dní **19.** 12 hod **20.** 25 m/s **21.** 200 km **22.** 4 hod 12 min
23. 65 km/h **24.** v_2 **25.** 31,5 km **26.** 64 km/h, 144 min **27.** $9,4608 \cdot 10^{12}$ km
28. 16 km/h **29.** r. 69 km/h, os. 39 km/h **30.** 68 km/h **31.** 11:18 **32.** 2 hod
33. 10:54, 30 km **34.** 8,5 km/h **35.** 72 km/h **36.** 3 hod, 270 km **37.** 110 km **38.** 108 km/h
39. 1,5 hod **40.** 1,5 hod, 87 km **41.** 18:21, 54 km od PU/51 km od TT **42.** 10:00, 105 km
43. 810 km/h, 870 km/h **44.** 50 km **45.** 12 hod **46.** 98 km/h, 73 km/h, 146 km
47. 2 km, 7:27 **48.** 55 m **49.** 240 km **50.** 7:02 **51.** 21,1 km **52.** 75 km/h **53.** 36 min
54. 10:12 **55.** 12 min

Podobnosť

Podobnosť geometrických útvarov

1. a) áno b) $\triangle BCD$ neexistuje **2.** PQRS **3.** áno **4.** 17,28 x 26,64 cm **5.** 4,32 x 6,66 cm
6. nie **7.** a) nie b) áno, $k = 2$ **8.** $\triangle XYZ \sim \triangle SRT$ **9.** 40° **10.** 30°

Vety o podobnosti trojuholníkov

1. $\triangle ABC \sim \triangle MLK$, $k = \frac{2}{3}$ **2.** $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$, $k = 2$; $\triangle ABC \sim \triangle FIT$, $k = \frac{2}{5}$; $\triangle XYZ \sim \triangle FIT$, $k = \frac{1}{5}$; $\triangle KLM \sim \triangle VOP$, $k = 1,2$ **3.** a) $c = 20$, $b' = 21$ b) $b = 9$, $a' = 5\frac{1}{3}$ c) $a = 35$, $b' = 76,8$ **4.** $c = 3$ cm, $y = 1,75$ cm **5.** $i = 22,5$ cm, $h = 16$ cm **6.** 17,5 cm, 12,5 cm, 25 cm **7.** nie **8.** 94° **9.** $\triangle TUV \sim \triangle GFE$ **10.** 0,5 **11.** áno (sus) **12.** áno **13.** áno (uu)
14. $\triangle ABC \sim \triangle KLM$ (uu) **15.** áno (uu) **16.** $k = \frac{2}{3}$ **17.** $k = 4$ **18.** 24,3 cm, 20,7 cm, 18 cm **19.** áno, $k = 3,2$ **20.** 48 cm^2 **21.** 120 cm^2 **22.** $o = 26$ cm, $S = 40 \text{ cm}^2$ **23.** (uu)
24. $\triangle ABC \sim \triangle YXZ$ (uu)

Využitie podobnosti

5. 5,44 m **6.** 28,8 m **8.** 6 **9.** áno **10.** a) sú podobné b) sú zhodné c) sú podobné **11.** sú podobné **12.** áno, $\triangle ABS \sim \triangle CDS$ (uu)

Nerovnice

Nerovnosti na číselnej osi

1. 1; 2; 3...15 **2.** najbližšie C, najďalej B **3.** a) -1,1; 1; -2; 0 b) 7,3; 5 c) -6; -7,5 d) 7; 11; 3; 12 **4.** a) 5; 2,2; 8 b) 7; 50; 5,5 c) 9,3; 10; -7; 0,75 d) -3; 15,5; 16; 0 **5.** 0; -3; 0,3 **6.** a) {1; 2...7} b) {1; 2...5} c) {3; 4...9} d) {1; 2; ...} **7.** a) {1; 2...9} b) {1; 2...10}

c) $\{1; 2 \dots 6\}$ d) $\{1; 2 \dots 7\}$ **8.** a) $\{1; 2 \dots 19\}$ b) $\{23; 24 \dots\}$ c) $\{2; 3 \dots\}$ d) $\{5; 6 \dots\}$ **9.** a) $\{2; 3 \dots\}$ b) $x \in \mathbb{N}$ c) $\{1; 2 \dots 99\}$ d) $\{293; 294 \dots\}$ **10.** 3 **11.** 2 **12.** a) $\{-1; 0 \dots 9\}$ b) $\{-9; -8 \dots -5\}$ c) $\{-9; -8 \dots -5\}$ d) $\{-2; -1 \dots 9\}$ **13.** a) $\{4; 6 \dots\}$ b) $\{\dots -12; -10\}$ c) $\{-6; -4 \dots\}$ d) $\{\dots 0; 2\}$ **14.** a) $\{-5; -3 \dots\}$ b) $\{\dots -9; -7\}$ c) $x \in \{\}$ d) $\{\dots -3; -1\}$ **15.** a) $\{-7; -6 \dots 7\}$ b) $y \in \mathbb{Z}$ c) $\{-5; -4 \dots 4; 5\}$ d) $\{\dots -11; -10; 10; 11 \dots\}$ **16.** 120; 124 **17.** 35; 42; 49 **18.** $x \in \{\}$ **19.** 1; 2; 3; 4 **21.** a) $x \in (-2; 5); y \in (-7; 4)$ b) $x \in \langle 3; \infty); y \in (-\infty; -5)$ c) $x \in (-10; -2,5); y \in \langle 4; 5)$ d) $x \in (-1,2; -0,5); y \in \langle -4,6; -3,1)$ **23.** a) 3; 8 b) 1; 4 c) 1; 2 d) 3; 15 **24.** $x \in (-\infty; 0,5)$

Riešenie nerovnic

1. a) 1; 2 b) -2; -1; 0; 1 c) žiadne d) 2 **2.** 33 **3.** -19 **4.** a) I. $(2; \infty)$ II. $(-\frac{2}{3}; \infty)$ III. $(-\infty; \frac{1}{2})$ IV. $(-\infty; \frac{3}{2})$ b) I. $(-\infty; 2)$ II. $(-\infty; -\frac{2}{3})$ III. $(\frac{1}{2}; \infty)$ IV. $(\frac{3}{2}; \infty)$ **5.** $(1; \infty)$ **6.** a) $\langle 0,8; \infty)$ b) $\langle 0,6; \infty)$ **7.** a) $\{1; 2; 3\}$ b) $\{\}$ c) $\{1; 2 \dots 5\}$ d) $\{1; 2 \dots 27\}$ e) $\{1; 2 \dots 5\}$ f) $\{1; 2; 3\}$ **8.** a) $\{1; 2 \dots 12\}$ b) $\{1; 2 \dots 8\}$ c) $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ d) $\{1; 2 \dots 8\}$ **9.** a) $\{\dots 0; 1\}$ b) $\{1\}$ c) $(-\infty; 2)$ **10.** $(-\infty; 2\frac{2}{3})$; 2; $2\frac{4}{7}$ **11.** napr. 55 a 45 **12.** a) $(8; \infty)$ b) $(-\infty; 4)$ c) $(-\infty; 6)$ d) $(-\infty; 4)$ **13.** a) $(-\infty; 4\frac{1}{3})$ b) $(-\infty; -1\frac{1}{3})$ c) $\langle 0,9; \infty)$ d) $(\frac{4}{15}; \infty)$ e) $(-\infty; 9,8)$ f) $(0,5; \infty)$ **14.** a) $(-\infty; 1)$ b) $(2\frac{2}{3}; \infty)$ c) $(-\infty; 2,5)$ d) $(-1\frac{1}{3}; \infty)$ e) $(-\infty; 8)$ f) $(-\infty; 1,1)$ **15.** a) $\{1; 2 \dots 10\}$ b) $(-\infty; 11)$ **16.** a) $\{-4; -3; -2; -1\}$ b) $\{-3; -2; -1\}$ c) $\{-4; -3; -2; -1\}$ **17.** a) $(-\infty; 0)$ b) $(9; \infty)$ c) $(3,1; \infty)$ d) $(-\infty; 0,8)$ **18.** $\{1; 2; 3; 4\}$ **19.** $\{1; 2\}$ **20.** $(-1,5; 0)$ **21.** $(0; 10)$ **22.** a) $\{\}$ b) $\mathbb{N}$ c) $\mathbb{N}$ d) $\{\}$ **23.** ∞ veľa **24.** R **25.** $\{-5; -4; -3; -2; -1\}$ **26.** $(-\infty; -20)$ **27.** $\{\dots 1; 2\}$ **28.** a) $(-\infty; 11)$ b) $(0,25; \infty)$ c) $(7; \infty)$ d) $(-\infty; 2)$ **29.** $(-\infty; \frac{3}{2})$ **30.** $(-\infty; 2)$ **31.** $(-\infty; 3)$ **32.** $(-43; \infty)$ **33.** $\langle 1,5; \infty)$ **34.** a) $(1\frac{2}{3}; \infty)$ b) $(\frac{1}{2}; \infty)$ c) $(-\infty; 7)$ d) $(7; \infty)$ e) $(0; \infty)$ f) $(-2\frac{1}{2}; \infty)$ **35.** a) $(-\infty; -2\frac{1}{3})$ b) $(-\infty; -\frac{3}{4})$ c) $(-\infty; 14)$ **36.** a) $\{1; 2\}$ b) $\mathbb{N}$ c) $\{1; 2; 3\}$ d) $\{1; 2; 3\}$ **37.** a) $(5; \infty)$ b) $(5,5; \infty)$ c) $(-\infty; 3,75)$ d) $(0; 3\frac{5}{28})$ **38.** a) $\{4; 5 \dots\}$ b) $\{\dots 6; 7\}$ c) $\{\}$ d) $(-10\frac{2}{7}; \infty)$ e) $\mathbb{Z}_0^+$ f) $(0; 3\frac{5}{28})$ g) $\mathbb{R}^-$ h) $\{6; 7 \dots\}$ i) $\langle 0; 2\rangle$ j) $\{1; 2\}$ **39.** $(1,25; \infty)$ **40.** $\{144; 216; 288\}$ **41.** $\{111; 148; 185; 222; 259; 296\}$ **42.** $n > 2$ **43.** do 60 km **44.** 51; 62; 73 **45.** $4 < v < 5$ km/h **46.** 21; 32; 43

Štatistika

1. a) žiaci v triede, výška, 166, 25 % b) 166 cm a 155 cm c) $\frac{3}{20} = 15$ % d) 165,1 cm

2. a) 144 b) 36 c) 5 d) 1; 2; 4 e) 10 f) 20 % g) 10 % **3.** a) 1 357 b) 45,23 c) 2 d) 20 % e) 135 **4.** a) 1,85 b) 38,46 % c) 26 d) 61,54 % **5.** a) Gabika b) č. 4 c) 16,6 d) 7 (6 bodov) e) 35 % **6.** 169,11 cm **7.** 17,25 **8.** a) max. biela = 7; min. modrá a čierna = 3 b) max. Škoda = 22,2%; min. BMW = 11,1 % c) 1,56 e) 80° **9.** a) riadiaci pracovníci, VS učitelia, metodici a inšpektori b) nevieme zistiť **10.** a) 73,625 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ b) oxid uhľnatý, Prešov c) Bratislava, 16,3 % d) Prešov, 21,6 %

Závislosti medzi veličinami

Pravouhlá sústava súradníc

2. A [1; 2], B [2; 3], C [-2; 2], D [2; -1], E [5; -3], F [-3; -1], G [-5; 4], H [6; 3], I [8; 0], J [-1; 0], K [0; -3], L [-4; -3], M [7; -2], N [0; 5] **5.** a) CB b) AD c) BC **6.** $S_{ABC} = 6$; $S_{EFD} = 4,5$ **7.** $S_{PQR} = 6$; $S_{KLM} = 6$ **8.** $S_{ABCD} = 12$; $S_{MNPS} = 6$ **9.** a) 12 **10.** rovnoramenný, pravouhlý; $S = 24,5$

Funkcia

1. $y \in \{1; 3; 7; 11\}$ **2.** $-5 \rightarrow 8$; $-2 \rightarrow 5$; $4 \rightarrow -1$; $8 \rightarrow -5$ **3.** c), priradenie medzi reálnymi číslami **4.** $-3 \rightarrow -12$; $-2 \rightarrow -10$; $1 \rightarrow -1$; $4 \rightarrow 8$; $5 \rightarrow 11$ **5.** $H = \{-7; -5; -3; -1; 1; 3; 5\}$ **6.** $H = \{-96; -71; -56; -46; -6; -1\}$ **7.** a) $D = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ b) $D = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

Priama a nepriama úmernosť

1. a) PU b) PU c) NU d) PU e) NU **2.** d) **3.** $k = 3$; $y = 3x$ **6.** a) $y = 3x$ b) $y = \frac{1}{3}x$ c) $y = 1000x$ d) $y = 2x$

Lineárna funkcia

1. a) b) d) f) g) **2.** a) [0; 0] b) [0; -7] c) [0; 2] d) [0; 3] e) [0; 5] f) $[0; -\frac{5}{7}]$ **3.** C **4.** a) nie b) nie c) nie d) áno **5.** a) $y = x$ b) $y = \frac{2}{3}x$ c) $y = \frac{1}{3}x$ **6.** a) [0; -3] b) [0; -1] c) [0; 4] d) [0; 2] **7.** a) [2; 0] b) $[-\frac{1}{4}; 0]$ c) [0; 0] d) [1,5; 0] **8.** [-2; 0]; [0; 2] **9.** a) lineárna: f, i, k, m b) $D(f) = R$; $D(g) = R - \{2\}$; $D(h) = R - \{2\}$; $D(i) = R$; $D(j) = R - \{\frac{3}{2}\}$; $D(k) = R$; $D(l) = R - \{-\frac{1}{3}\}$; $D(m) = R$ **10.** a) $y \in \{\frac{3}{4}; \frac{1}{4}; 0,74; 1,85; 32,25\}$ b) $x \in \{-\frac{3}{2}; -21,5; 18,5; 0; -1,7\}$ c) $x \in (-\infty; \frac{1}{2})$ d) $x \in (-\frac{3}{2}; \infty)$ **11.** a) -2; -1; 0; 0,25; 0,5 b) -2; -1; 0; 0,25 **12.** -4,5 **13.** [-4; 0] **14.** a) 5 b) 9 c) -3 d) -5 **15.** a) 0 b) 3 c) -1 d) 4 **16.** a) neleží b) leží c) leží d) neleží **17.** a) -2 b) -5 c) 4 d) 0 **18.** a) -2 b) 3 c) 1 **19.** 5 jd^2 b) 3,2 jd^2 **20.** a) $y = 3x + 3$ b) $y = \frac{1}{4}x + 1$ c) $y = -2x + 5$ d) $y = -2,25x + 1,5$

Úprava výrazov. Lomený výraz

Úprava výrazov na súčin

1. a) $3(x+y)$ b) $5(r-2s)$ c) $9p(r-s)$ d) $3an(b-2m)$ e) $u^2(u+1)$ f) $a^2(a^3-1)$ 2. a) $2(a+b+c)$ b) $3m(n^2-2n+1) = 3m(n-1)^2$ c) $7ab(1+3a-2b)$ d) $6r(4s+3q+6qs)$ e) $-(6a+1)$ f) $-(3x+2y)$ 3. a) $(x+y)(a+b)$ b) $(a+3)(r+s)$ c) $(c+ab)(3d-8)$ d) $(a-1)(x-2)$ e) $(x-y)(4-7z)$ f) $(2-x)(y+1)$ 4. a) $(1-x^2)(9-2a)$ b) $(v+2)(t+u)$ c) $(3+z)(y+1)$ d) $(p-1)(m^2+1)$ e) $(2-v)(u-1)$ f) $(4+y)(3x-1)$ 5. a) $x(a+b+c+d)$ b) $(a+b)(3+c)$ c) $(p+7)(m-q)$ d) $(2a+3x)(y-4z)$ e) $(r+1)(q+1)$ f) $(5a+4c)(b-c)$ 6. a) $(x-y)(x+y)$ b) $(b-1)(b+1)$ c) $(5a-b)(5a+b)$ 7. a) $(x-1)(x+1)$ b) $2(p-q)(p+q)$ c) $3(a^2-2)$ d) (a^2+2) 8. a) $(x+y)(x+y)$ b) $(z+3)(z+3)$ c) $(1-2t)(1-2t)$ d) $-(a+10)(a+10)$ e) $-(b+y)(b+y)$ f) $(m-n)(m-n)$

Lomený výraz

1. a) 5; 7; 2 b) m ; $2n$; y c) 2; $4rs$; $x-y$ 2. a) axy ; $40axy$; $12u^2v$ b) $x(x+1)$; $a^2b(b+2)$; $60r^4st$ c) $a(b-1)$; $z+2$; $18(m+n)(m-n)$ 3. a) $x \neq 3$ b) $a \neq 5$ c) $u \neq -3$ d) $z \neq -5$ e) $r \neq 0$, $s \neq -7$ f) $a \neq 2$, $b \neq -2$ 4. a) $a \neq 0$; 3 b) $a \neq \pm 2$ c) $a \neq \pm b$ 5. a) $y \neq 0$ b) $p \neq -1$ c) $a \neq b$ d) $r \neq -5$ e) $n \neq 0$ f) $x \neq -9$ g) $s \neq 3$ h) $v \neq -3$; 2 i) $p \neq 0$; 1 6. a) $\frac{5u}{7v}$, $u \neq 0$, $v \neq 0$ b) $\frac{4y}{5xz}$, $x \neq 0$, $z \neq 0$ c) $\frac{c^2}{3d^3}$, $b \neq 0$, $d \neq 0$ 7. $\frac{u}{v}$, $v \neq 0$, $x \neq 1$ b) $\frac{1}{5}$, $x \neq 2$ c) $\frac{3}{7}$, $a \neq -b$ d) 4, $r \neq \pm 1$ 8. a) $5a-3b$ b) $\frac{2x+3}{3}$, $x \neq 0$ c) $\frac{2x+3}{x-y}$, $x \neq y$ d) $\frac{x+y}{a}$, $a \neq 0$ e) $\frac{a+3}{2a}$, $a \neq 0$; 3 f) $\frac{a-3}{2a}$, $a \neq 0$; -3 g) $x-2$; $x \neq -2$ h) $\frac{a-2}{2a}$, $a \neq 0$ i) $\frac{a-b}{x}$, $x \neq 0$; $a \neq -b$ 9. a) 21 b) $25x$ c) $2ab^2c$ d) $m(m-n)$ e) $(z+1)(z-1)$ f) $(p-q)(p+q)$ 10. $\frac{3}{p-q}$, $p \neq q$ b) $\frac{1}{u-v}$, $u \neq \pm v$ c) $\frac{p-q}{5}$, $p \neq q$ d) $\frac{z-1}{a}$, $a \neq 0$; $z \neq -1$ e) $\frac{a+5}{a-5}$, $a \neq \pm 5$ 11. a) $\frac{r+s}{5}$ b) $\frac{r+5s}{3}$ c) $\frac{c+2}{y}$, $y \neq 0$ d) $\frac{2}{p}$, $p \neq 0$ e) $\frac{5a}{6}$ f) $\frac{4u-3v}{24t}$, $t \neq 0$ 12. a) $\frac{5n-7}{12}$ b) $\frac{2a-3x^2}{x^3}$, $x \neq 0$ c) $\frac{2r-5s+33}{30}$ 13. a) $\frac{r+20}{5r^2+s}$, $s \neq -5r^2$ b) 0; $u \neq v$ c) $\frac{-10}{a-3}$, $a \neq 3$ d) $\frac{a+2}{a+1}$, $a \neq -1$ e) $-\frac{y}{1+y}$, $y \neq -1$ f) $\frac{1-x}{x+y}$, $x \neq -1$ g) $\frac{11}{3(x+y)}$, $x \neq -y$ h) $\frac{x^2+y^2}{x(1-y)}$, $x \neq 0$; $y \neq 1$ i) $\frac{3r+2}{10(p-3)}$, $p \neq 3$ 14. a) $\frac{a}{4(a-1)}$, $a \neq 1$ b) $\frac{2xy}{(x+y)(x-y)}$, $x \neq \pm y$ 15. a) $\frac{5x}{14b}$, $a \neq 0$; $b \neq 0$; $x \neq 0$; $y \neq 0$ b) $\frac{2x}{3y}$, $x \neq -1$; 0; $y \neq 0$ c) $\frac{r^2}{r-s}$, $r \neq \pm s$ d) 1; $a \neq 0$; $-b$; $b \neq 0$ e) $\frac{2(x-y)}{x^2}$, $x \neq -4$; 0 f) $\frac{2}{3}$; $q \neq -p$; 2 16. a) ab ; $a \neq \pm b$ b) r^2-1 ; $r \neq \pm 1$ 17. a) $\frac{4a}{3b}$; $b \neq 0$ b) a^2 ; $a \neq 0$ c) $\frac{1}{b^2}$; $b \neq 0$ d) $-\frac{c}{8}$; $d \neq 0$ e) 1; $a \neq 0$; $b \neq 0$ 18. a) $\frac{2}{3}$; $a \neq -b$; $a \neq 2$ b) 2; $a \neq 0$ c) $\frac{x-2}{2}$; $x \neq -2$ d) $\frac{2x}{5y}$, $x \neq -1$; 0; $y \neq 0$ 19. a) $\frac{1}{a(a-2)}$, $a \neq 0$; ± 2 b) 1; $a \neq \pm b$ 20. $x = 2$ 21. I.: a) $x = \frac{5}{3}$ b) $x = -\frac{1}{2}$ c) $x = 6$ II.: a) $x = \frac{5}{3}$ b) $x = \frac{1}{2}$ c) $x = 4$ 22. a) -2,8 b) $x = 5$ c) $x = 0$

Pravidlá počítania s mocninami

$$a^0 = 1$$

$$(a^r)^s = a^{(r \cdot s)}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$a^r \cdot a^s = a^{(r+s)}$$

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{(r-s)}$$

$$a \neq 0$$

Vzorce na výpočet druhých mocnín výrazov

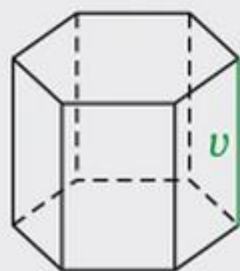
$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

Povrch a objem telies

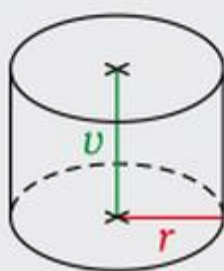
Kolmý hranol



$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

$$V = S_p \cdot v$$

Valec



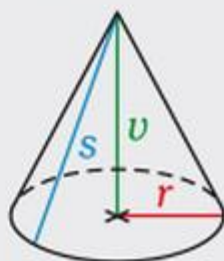
$$S = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

$$S = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r v$$

$$V = S_p \cdot v$$

$$V = \pi r^2 \cdot v$$

Kužeľ



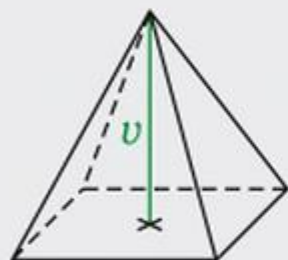
$$S = S_p + S_{pl}$$

$$S = \pi r^2 + \pi r s$$

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 v$$

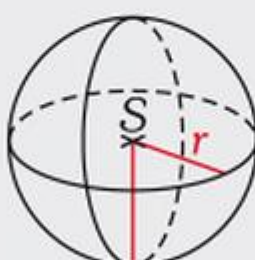
Ihlan



$$S = S_p + S_{pl}$$

$$V = \frac{1}{3} S_p \cdot v$$

Guľa



$$S = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

OBSAH

Mocniny	2
Pytagorova veta	22
Telesá	33
Rovnice	39
Podobnosť	52
Nerovnice	57
Štatistika	63
Závislosť medzi veličinami	66
Lomený výraz	71

