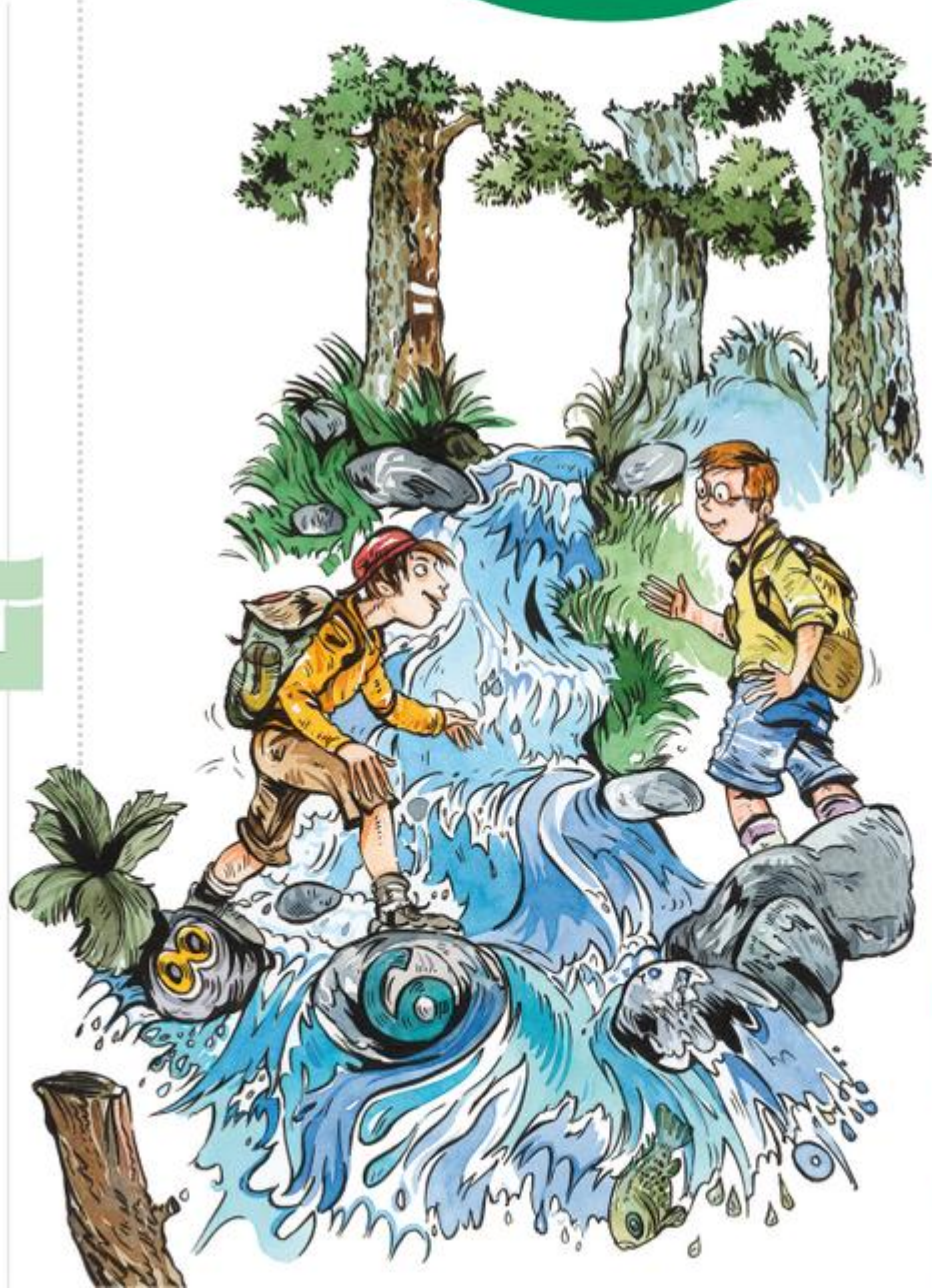


2. časť

Matematika pre 5. ročník ZŠ

Orbis PictusIstropolitana



Autori

PaedDr. Ján Žabka
RNDr. Pavol Černek, CSc.

Lektori

PaedDr. Dagmar Andová
Mgr. Eva Bausová
doc. RNDr. Peter Bero, PhD.
Mgr. Jarmila Dovcová
Mgr. Jana Fraasová, PhD.
RNDr. Mgr. Ludmila Matoušková
PaedDr. Martina Totkovičová, PhD.

Grafická koncepcia, cover
Ladislav Blecha

Design

Ing. Vladimír Pakši

Illustrations

Mgr. art. Juraj Martiška

Foto

Archív Orbis Pictus Istropolitana
Photos.com

Vydal ©

Orbis Pictus Istropolitana, spol. s r. o.
Miletičova 7, 821 08 Bratislava
v roku 2019 (N)

Zodpovedný redaktor

Mgr. Branislav Hriňák

Jazykový redaktor

Mgr. Lubomír Lábj

Skeny

TYPOSET, s. r. o., Bratislava

Zalomenie a predtlačová príprava
DE SIGNO s. r. o., Bratislava

Schválilo Ministerstvo školstva,
vedy, výskumu a športu SR
pod č. 2019/4500:1-1001 ako učeb-
nicu *Matematika pre 5. ročník
základných škôl, 2. časť*.
Schvaľovacia doložka nadobúda
účinnosť 31. augusta 2019
a má platnosť 5 rokov.

Všetky práva vyhradené!

Kopírovať, rozmnožovať a šíriť
toto dielo alebo jeho časť
v akejkoľvek podobe bez sú-
hlasu majiteľa práv je trestné.

ISBN 978-80-8120-706-8



Milé piatačky, milí piatáci,

práve čítate druhú časť učebnice *Matematika pre 5. ročník ZŠ*. Podobne ako v 1. časti sa budete na hodinách stretávať najmä s číslami a s geometrickým útvarmi. Čísla sa naučíte sčítovať, odčítovať, násobiť a deliť. Pomôckou vám bude pri písomnom počítaní pero a papier a na urýchlenie výpočtov alebo kontrolu písomných výpočtov kalkulačka.

Pripomeniete si rysovanie rovnobežiek a skúsate si už aj rysovanie kolmíc. Nebudete však iba rysovať, čaká vás aj meranie úsečiek, plotov okolo záhrad a iné užitočné veci. Naučíte sa premieňať rôzne jednotky, ktoré sa pri meraní používajú, aby ste vždy vedeli použiť tie, ktoré sa vám najviac hodia.

Čaká vás hra na kopírky, zväčšovanie a zmenšovanie rôznych obrázkov a všeličo zaujímavé o kocke, kvádri, guli a niektorých ďalších telesách.

V učebnici nájdete aj veľa úloh súvisiacich s bežným životom okolo nás. Dozviete sa niečo o kalendári, skúsate si, či by ste boli dobrí v pílení lát, ukladaní dlaždíc, alebo či by sa vám darilo v tombole. Spoznáte ešte veľa užitočných vecí, ale tie sa nám už do tohto úvodu nepomestili.

Aj v tejto knihe používame značky – piktogramy, aby ste sa lepšie orientovali. Podľa nich ľahko spoznáte, či ide o:



opakovanie



objavovanie
a vysvetľovanie
učiva



úlohy na pre-
cvičenie



úlohy pre tých, ktorých
téma zaujala



hry



námety na prácu
v skupinách



námety na prácu
pri počítači

Na konci učebnice sú rovnako ako v 1. časti riešenia úloh. Používajte ich s rozumom. Použite ich vtedy, keď si nebudete vedieť rady alebo keď ste chýbali a chcete učivu lepšie rozumieť. Nemá však zmysel odpísať výsledky bez toho, aby ste sa pokúsili úlohy riešiť sami.

Veríme, že sa vám aj druhá časť učebnice bude páčiť.

Autori

Ján Žabka – Pavol Černek

Matematika

pre 5. ročník ZŠ

2. časť



Orbis Pictus Istropolitana
Bratislava

Vážené kolegyně, vážení kolegovia!

Učebnica *Matematika pre 5. ročník ZŠ* je rozdelená na dve časti. Každá z nich je samostatnou publikáciou. Druhá časť práve držíte v rukách.

V tejto časti učebnice začneme geometrickou témou: meraním dĺžky a jeho presnosťou, rôznymi jednotkami dĺžky a ich premieňaním. Nasleduje zoznamenie sa s geometrickými útvarmi (trojuholník, štvorec, obdĺžnik) a výpočtom obvodov týchto ako aj zložitejších útvarov. Zo základných rysovacích zručností opakujeme rysovanie rovnobežiek a naučíme žiakov zostrojovať kolmice. Priebežne pracujeme s údajmi, ich zhromažďovaním, usporadúvaním a grafickým spracovaním. Venujeme sa aj pravdepodobnostným hrám, pokusom a pozorovaniam a stredovej a osovej súmernosti.

V celej učebnici vedome rozdeľujeme jednotlivé učivá na viac častí. Napríklad rysovanie je rozdelené na rovnobežnosť a rovnobežnosť v 1. polroku a rysovanie kolmíc v 2. polroku. Sme totiž presvedčení, že žiaci si lepšie osvoja učivo, keď sa s ním stretnú viackrát. Z toho istého dôvodu je písomné počítanie rozdelené na štyri časti: sčítanie a odčítanie, násobenie jednociferným číslom, násobenie dvoj- a viacciferným číslom a písomné delenie. Úlohy z kombinatoriky a pravdepodobnosti sú „roztrúsené“ v rubrikách, pretože ich chápeme ako propedeutiku týchto učív.

Podobne ako v 1. časti učebnice sme zaradili aj úlohy s väčším počtom riešení, úlohy, ktoré nemajú riešenie a úlohy s nadbytočnými údajmi. Chceme tak žiakom čo najviac priblížiť situácie z reálneho života.

V kapitole *Presnosť merania* sa venujeme komplikáciám, ktoré nastávajú pri sčítaní a odčítaní dĺžok úsečiek, nameraných len s istou presnosťou. V školskej matematike je to pomerne nová téma, preto sme niektoré úlohy označili piktogramom *Pre záujemcov*.

Premieňanie jednotiek dĺžky začíname krátkym historicko-geografickým exkurzom. Spomenieme v ňom niektoré historické jednotky dĺžky (kráľovský laket, dlaň, siaha...) aj jednotky bežne používané v iných krajinách (anglická míľa) či pri veľkých vzdialenostiach (astronomická jednotka, svetelný rok). Chceme, aby si žiaci uvedomili, že jednotky, ktoré sa používajú v súčasnosti u nás, sa nepoužívali vždy a nie sú to jediné jednotky dĺžky. Zmyslom učiva nie je skúšať žiakov, či ovládajú, koľko stôp má 1 siaha. Premena jednotiek robí mnohým žiakom problémy, preto je

lené na menšie časti venované jednotlivým jednotkám. Zaradili sme sem aj úlohy s kontextom z bežného života (porovnávanie rozmerov mobilných telefónov, vzdialenosti na mapách...). Priestor tiež dostala práca s textom (článok o motýľoch).

V kapitolách, v ktorých sa venujeme *písomnému počítaniu*, nájdete veľa úloh na precvičovanie. Ak majú žiaci získať dostatočnú zručnosť v písomnom počítaní, je potrebné, aby prešli dostatok úloh. V cvičeniach vedome uvádzame úlohy s menšími aj väčšími číslami. Je na zvážení učiteľa, aby vybral úlohy primeranej obťažnosti.

Pri písomnom odčítaní úmyselne používame najskôr formuláciu „6 a koľko chýba do 9?“, lebo formulácia „6 a koľko je 9?“ zväčša niektorých žiakov na sčítanie. Keďže túto formuláciu žiaci môžu poznať, uvádzame aj ju, ale vždy až v poslednom kroku.

Uvedomujeme si, že takéto počítanie nie je pre žiakov zaujímavé. Preto sme písomné počítanie rozdělili v učebnici na 4 časti. Ako motiváciu sme použili aj veku primeranú rozprávku. Odporúčame tiež používať rôzne matematické súťaže (napr. bingo). Možné námety nájdete napr. na stránke www.ucmeradi.sk.

Naďalej využívame sčítacie, odčítacie, násobiace a deliace rodinky, machuľkové a kartičkové príklady. Okrem precvičovania výpočtov v inom kontexte sú aj veľmi dôležitou propedeutikou rovníc.

Spustením písomného počítania je aj práca s kalkulačkou. Zaráďujeme aj prácu s kalkulačkou v mobilnom telefóne, pretože to je kalkulačka, ktorú má väčšina žiakov neustále pri sebe. Pre učiteľa môže byť práca s kalkulačkami v rôznych typoch mobilných telefónov náročná, preto odporúčame rozdeliť žiakov na skupiny podľa typu či výrobcu telefónu a nechať ich objavovať počítanie na kalkulačkách v týchto skupinách.

Niektoré kalkulačky majú nastavenie – režim, v ktorom vedú deliť so zvyškom. Je užitočné, aby žiaci tento mód vedeli zapnúť, vypnúť aj používať. Tento režim však nemusí byť súčasťou kalkulačiek všetkých žiakov, preto ho spomínáme len v úlohe pre záujemcov. Odhady pri delení využívajú delenie dvojciferným násobkom čísla 10, trojciferným násobkom čísla 100 a pod. Budú náplňou učiva v 6. ročníku. Preto zatiaľ uvádzame len ukážku pre šikovnejších žiakov. Práci s kalkulačkou sa budeme opäť venovať v 6. ročníku.

Pri písomnom sčítaní nechávame na zváženie učiteľa, či znamienko sčítania bude uvádzať vždy, alebo sa so žiakmi dohodne, že ho môžu vynechať. To isté platí aj pri sčítaní viac ako dvoch čísel.

Pri písomnom násobení a delení sme dbali na to, aby sme známe algoritmy neuvádzali ako hotovú vec, ale aby žiaci

postupne objavovali výhody skráteného zápisu. Sme presvedčení, že nie všetci žiaci sú schopní, aby mohli používať najkratší spôsob zápisu. Preto odporúčame umožniť žiakom používať ktorýkoľvek z možných spôsobov zápisu.

Hlavný dôraz pri prioritě operácií v 5. ročníku kladieme na pochopenie faktu, že prioritě operácií je len dohoda. Svedčí o tom napríklad aj výpočet číselného výrazu $2 + 3 \cdot 4$ na kalkulačke. Niektoré kalkulačky používajú dohodu o prioritě násobenia pred sčítaním (ich výsledok je 14) a iné počítajú zaradom (ich výsledok je 20) – napr. kalkulačka bežne nainštalovaná v počítačoch. Preto v príkladoch, kde vystupuje násobenie aj sčítanie, používame na určenie priority sčítania aj násobenia zátvorku. Od 6. ročníka, kde sa žiaci dozvedia konkrétnu dohodu o prioritě násobenia a delenia pred sčítaním a odčítaním, to už nebude potrebné.

V kapitolách *Rysovanie a Kolmice* kladieme hlavný dôraz na prepojenie s bežným životom. Preto sme zaradili úlohy o cestách či skladačku origami, ako prácu podľa kresleného návodu. Na motiváciu používame aj optické klamy.

V týchto kapitolách označujeme body viacerými spôsobmi: krížikom, plným a prázdny krúžkom. S rôznymi označeniami sa žiaci môžu stretnúť nielen v matematike (pri rezoch telies, označení bodu v súradnicovej sústave, označení krajných bodov intervalu, pri práci s programom CABRI geometria...), ale aj v bežnom živote (rôzne plány a náčrty).

Naším cieľom teda nebolo naučiť žiakov euklidovskú geometriu s jediným spôsobom rysovania či označovania ani naučiť ich značky používané pri zápisoch konštrukčných úloh, s ktorými sa stretnú vo vyšších ročníkoch. (To neumožňuje ani štátny vzdelávací program, ktorý má táto učebnica rozsahom pokrývať.)

V kapitole *Rysujeme kolmice* sa stretneme s definíciou štvorca a obdĺžnika. Je možné k nim pristupovať dvoma rôznymi spôsobmi:

1. možnosť: Pravouhlé štvoruholníky sa delia na obdĺžniky a štvorce. Množina obdĺžnikov a množina štvorcov sú disjunktné.

2. možnosť: Všetky pravouhlé štvoruholníky nazývame obdĺžniky. Ak má obdĺžnik susedné strany rovnako dlhé, nazveme ho štvorec.

S týmito dvoma možnosťami sa stretneme nielen v slovenských učebniciach, ale aj v zahraničnej literatúre a na internete.

V učebnici sme sa priklonili k 2. možnosti. Rovnaký prístup sme zvolili aj v učebnici pre 6. ročník ZŠ.

Jedným z dôvodov sú úlohy, v ktorých hľadáme obdĺžnik

daných vlastností, pričom riešením je štvorec. Ak by sme pripustili 1. možnosť, takéto úlohy by nemali riešenie.

Je na zvážení učiteľa, ktorú možnosť uprednostní. Za dôležité považujeme, aby o tom so žiakmi diskutoval.

Kapitola *Zväčšovanie a zmenšovanie geometrických útvarov v štvorčekovej sieti* je propedeutikou podobnosti. Preto je spracovaná hravejšou formou (aj vzhľadom na množstvo výpočtov v predchádzajúcich kapitolách venovaných písomnému počítaniu). Pri riešení úloh odporúčame používať štandardný štvorčekový papier (so štvorčkami s rozmermi 0,5 cm) aj štvorčekový papier s väčšími štvorčkami (so stranou 1 cm). Kapitola je ukončená hrou na kopírky.

Hra na kopírky je nesúťažná matematická aktivita. Jej cieľom je tréning presného vyjadrovania a úspornej komunikácie. Žiaci si musia tiež dobre rozvrhnúť čas na prácu. Matematickým cieľom je práca podľa návodu a propedeutika podobnosti. Nadväzuje na úlohy s podobnosťou, s ktorými sa už žiaci stretli. Jej cieľom teda nie je naučiť žiakov podobnosť. Hra je určená pre dvojice hráčov. Trieda sa po oboznámení s pravidlami rozdelí do dvojíc. Rozdelenie môžeme nechať na žiakov. Treba však uistiť, aby nevznikla dvojica mlčanlivejších žiakov, pretože by mohla mať s hrou problémy a neužila by si ju. Každá dvojica si určí, kto z nej bude „hovorca“ a kto „kresliť“. Niekedy je dobré žiakom pomôcť pri rozdeľovaní. Ten, ktorý je zhorčivejší, by mal začínať ako hovorca.

Každá dvojica si sadne na stoličky tak, aby jej členovia boli otočení rovnakým smerom, teda jeden sa pozerá na chrbát druhého. Hráč, ktorý sedí vpredu, je kresliť. Hráč, ktorý sedí vzadu, je hovorca.

Keďže všetky dvojice majú rovnaký vzor, mali by všetci sedieť tak, aby žiaden kresliť nevidel originál v rukách žiadneho hovorcu a zároveň žiadny kresliť nevidel to, čo kreslia ďalší kresliči.

Hovorca dostane vzorový obrázok nakreslený na štvorčekovom papieri z malých štvorčekov – originál. Kresliť dostane nepokreslený štvorčekový papier z veľkých štvorčekov. Úlohou každej dvojice je prekresliť obrázok (útvár) z malého štvorčekového papiera na veľký štvorčekový papier. Vzor však vidí len hovorca a ten musí diktovať jeho obsah kresličovi. Kresliť sa snaží čo najlepšie zvládnuť pokyny hovorcu a kresliť presne to, čo počuje. Ani hovorca nesmie vidieť, čo kresliť kreslí.

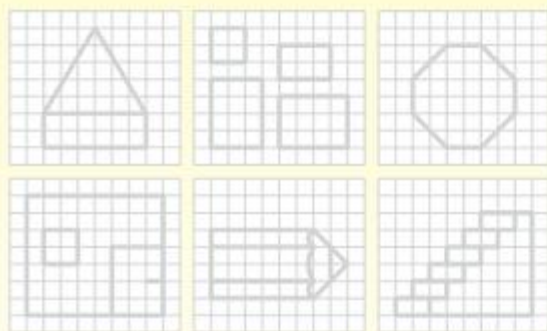
Dôležitá informácia je, že hodnotné budú kópie, ktoré sa čo najviac zhodujú so zväčšeným originálom. Čím viac sa kópia podobá na kópiu zhotovenú zväčšením na kopírke, tým je kvalitnejšia. Cení sa teda kvalita, nie rýchlosť.

Žiaci pri hre zistia, aké je ťažké presne sa vyjadriť a tiež presne pochopiť slová hovorcu.

V priebehu hry je vhodné sledovať prácu dvojice, presnosť vyjadrovania i spracovávanie informácií kresličom. Po hre alebo po každom kole je možné žiakom poradiť, ako spresniť svoje vyjadrovanie. Žiaci si prirodzeným spôsobom cibria používanie strán (vpravo, vľavo), slovies incidence rôznych typov (dotýka sa, leží na, je hneď vedľa...). Pri tejto hre môžeme objaviť žiakov, ktorí majú ešte problémy napr. so stranami (vpravo, vľavo).

Okrem vysvetlenia pravidiel, usadenia a rozdania papierov, ktoré spolu trvajú približne 5 minút, prebieha niekoľkokrát „kopírovanie“ cca 20 minút. Žiaci by sa mali po každom kole porozprávať: čo im išlo dobre a čo im robilo problémy, ako diktovali, ako využívali štvorčeky. Po jednom kole si hovorca a kreslič vymenia úlohy a pracujú znovu na inom obrázku.

Námety na obrázky (útvary) nájdete nižšie. Nie je nutné využiť všetky. Záleží na skúsenostiach žiakov s podobnými aktivitami. Vzorové obrázky môžeme nechať pripraviť aj žiakov.



Posledných 15 minút (po uprataní triedy) odporúčame urobiť výstavku zhotovených kópií a položiť žiakom otázky uvedené ako úlohy v učebnici. Upozorňujeme, že otázka v úlohe 1 je položená úmyselne neurčito. Preto očakávame odpovede: „zväčšili sa“. V tom prípade žiadajte presnejšiu odpoveď. V otázke z úlohy 2 predpokladáme, že žiaci počas hry pracovali aj s obrázkom obsahujúcim štyri obdĺžniky.

V kapitole *Telesá* žiakov podrobnejšie oboznamujeme so základnými priestorovými telesami: kockou, kvádom, ihlanom, kužeľom, guľou, valcom a s niektorými ich základnými vlastnosťami. Vysvetľujeme pojmy vrchol, hrana a stena telesa. V niektorých úlohách používame aj zložitejšie názvy (napr. 5-boký ihlan). Cieľom však nie je naučiť uvedené názvoslovie, ale rozvoj priestorovej predstavivosti a schopnosti zovšeobecňovať. V tejto kapitole sa žiaci stretnú aj s Eulerovou vetou (Počet vrcholov + počet stien – počet hrán = 2.). Nie je potrebné, aby ju žiaci ovládali. Ak ich však tento fakt zaujme, je to ďalší námet na vyhľadávanie informácií na internete.

V kapitole *Párne a nepárne čísla* ponúkame aj aktivitu, ktorá umožní žiakom bádať, experimentovať, objavovať a dôvodiť – dokazovať. Pri objavovaní vzťahov odporúčame používať kamienky alebo iné drobné predmety. Preto v texte spomínáme aj Pytagora, ktorý túto kamienkovú metódu (pséfóriu) používal. Aktivity sú vhodné aj na skupinovú prácu.

V časti *Súmernosť v rovine* v kapitole *Čo je pekné a čo nie?* pôjde o prvé stretnutie so súmernosťou – zatiaľ na úrovni estetiky. Žiaci majú skúsenosť s osovou súmernými útvarmi, touto kapitolou chceme túto skúsenosť „oživiť“. Okrem diskusie v skupinách sme zaradili aj námety konkrétnych aktivít s využitím IKT aj bez IKT.

Cieľom kapitoly *Súmernosti v matematike* je objaviť základné vlastnosti osovej súmernosti: úsečka sa zobrazí do úsečky, spojnice vzoru a obrazu je kolmá na os súmernosti. Tieto vlastnosti by žiaci mali objaviť sami. Aby ich nemiatla terminológia, túto zavedieme až v ďalšej kapitole, v ktorej zavedieme osovú súmernosť aj so základnou terminológiou. Využijeme pri tom preklápanie z predchádzajúcej kapitoly. Žiaci objavia aj to, ako nájsť os súmernosti, ak je daná jedna dvojica vzor – obraz.

Podobnú štruktúru využívame aj pri stredovej súmernosti. Obe kapitoly dopĺňame námetom na hry.

Na záver niekoľko poznámok k úlohám v rubrike. Tieto úlohy (odlišené farebným podkladom) sme do učebnice zaradili z viacerých dôvodov. Niektoré sú dlhodobou propedeutikou učiva, ktoré bude nasledovať. Žiaci by sa mali s podobnými úlohami stretnúť s časovým predstihom, aby sa im „uležali v hlave“. Hlavným zámerom ďalších úloh rubriky je práca s textom a riešenie úloh s reálnym kontextom. Upozorňujeme, že väčšina z nich vyžaduje na hodine viac času, ako sa na prvý pohľad môže javiť (skrátiť tento čas tým, že učiteľ bude žiakom prezentovať riešenia namiesto toho, aby ich objavili žiaci sami, by bolo v rozpore s cieľom týchto úloh).

Veľkú časť úloh z rubriky tvoria témy, ktoré sú dlhodobou propedeutikou pravdepodobnosti a štatistiky (*Tombola*, *Kto vyhrá auto? a Guľky*).

Úloha 3 z rubriky *Tombola 1* sa na prvý pohľad môže zdať, že je v rozpore s textom pred zadáním úlohy. Základná odlišnosť (na ktorú žiaci majú prísť) je v tom, že tento text hovoril o tej istej tombole, naproti tomu v našej úlohe ide o dve rôzne tomboly. Hlavnou úlohou žiakov je vymyslieť, v čom sa učiteľská a hasičská tombola líšia.

V úlohe 1 v rubrike *Tombola 3* odporúčame, aby žiaci riešili prvých päť úloh (riadkov v tabuľke) samostatne, zvyšné štyri riadky sú vhodné na prácu v skupinách. Predtým je

potrebné presvedčiť sa, či všetci rozumejú, čo majú do tabuľky doplniť. Keďže cieľom úlohy je okrem propedeutiky zlomkov najmä utvrdenie a zafixovanie úvahy z predchádzajúceho textu, odporúčame, aby žiaci pri riešení používali kalkulačku. Čísla (okrem piateho riadka) sme úmyselne volili tak, aby výsledky delenia boli prirodzené čísla.

Žiaci v prvých piatich riadkoch postupne riešia „rovnice“:

1. riadok: $300 : 4 = 600 : ?$

2. riadok: $300 : 5 = ? : 7$

3. riadok: $400 : 8 = ? : 9$

4. riadok: $700 : ? = 900 : 18$

5. riadok: $500 : ? = 320 : 4$

V riadkoch, kde je viac možností, uvádzame niektoré z nich. Zodpovedajúce dvojice sú napísané v príslušnom poradí. Žiaci by mali svoje riešenia vedieť obhájiť pred ostatnými spolužiakmi.

Pre uľahčenie kontroly správnosti učiteľom uvádzame aj všeobecné riešenie:

6. riadok: $600 : 12 = x : y$, teda $x = 50 \cdot y$

7. riadok: $450 : x = 675 : y$, teda $3x = 2y$

8. riadok: $440 : x = y : 8$, teda $x \cdot y = 3\,520$

9. riadok: $x : 12 = y : 14$, teda $7x = 6y$.

Úloha 2 tejto rubriky je náročná tým, že výsledky výpočtov nie sú prirodzené čísla. Žiaci však môžu deliť so zvyškom – v tom prípade im vyjde, že v prvej tombole mám približne každý 66. – 67. žreb ($200 : 3 = 66$, zv. 2) a v druhej tombole mám každý 65. žreb ($520 : 8 = 65$).

V Hre 1 z rubriky *Gulky I* odporúčame vyhodnotiť aktivitu za celú triedu, teda sčítat výsledky jednotlivých dvojíc. Žiakom by malo byť intuitívne jasné, že – keďže červených guliek je viac – väčšiu šancu vyhrať má Filip (teda ten, kto vyhrá v prípade, že sa vytiahne ako prvá červená guľka). Výsledok simulácie v triede však nemusí byť rovnaký ako toto intuitívne očakávanie. V tom prípade je to dobrý námet na diskusiu o rozdiel medzi teoretickým výsledkom a konkrétnou realizáciou. Žiaci by mali mať skúsenosť napríklad s tým, že aj keď šanca, že sa narodí chlapec a dievča, je rovnaká, neznamená to, že v každej rodine s dvoma deťmi je jeden chlapec a jedno dievča. Podobných príkladov by žiaci mali vedieť nájsť viac.

Pri Hre 2 tejto rubriky už nemusí byť intuitívne jasné, kto má väčšiu šancu na výhru. Simulácia hry má u žiakov opäť budovať spôsobilosť rozlišovať medzi teoretickým výpočtom a konkrétnou realizáciou. Žiaci si trénujú aj zapisovanie a zaznamenávanie údajov (výsledky simulácie).

Rubrika *Kto vyhrá auto?* je vhodná ako práca v skupinách po cca 4 – 6 žiakov. Pred začatím aktivity je potrebné pripraviť triedu a rozsadit žiakov do týchto skupín.

Veríme, že aj v 2. časti učebnice pre 5. ročník ZŠ nájde každá kolegyňa a každý kolega dostatok námetov, úloh a aktivít pre svojich žiakov. V prípade záujmu o ďalšie námety pre talentovaných žiakov odporúčame zacieliť ich pozornosť na súťaže organizované Jednotou slovenských matematikov a fyzikov (napr. www.sezam.sk).

Želáme vám veľa spokojných žiakov na hodinách matematiky.

Autori

Literatúra:

Kubáček, Z. – Černek, P. – Žabka, J. a kol.: *Matematika a svet okolo nás – zbierka úloh*. Vydavateľstvo: Mgr. Pavol Cibulka, Bratislava, rok vydania: 2008, počet strán: 200.

8. časť MERANIE



Vedieť odmerať výšku človeka, veľkosť skrine či vzdialenosť medzi mestami je veľmi užitočné. Ľuďom namerané údaje pomáhajú pri rozhodovaní, aké oblečenie alebo skriňu majú kúpiť alebo pri odhadovaní, ako dlho bude trvať cesta. Pozrime sa spoločne na meranie vzdialeností podrobnejšie.

Meranie v bežnom živote



Na obrázku je znázornená naša nová záhrada s 500-krát menšími rozmermi, ako sú v skutočnosti.

- 1 Zistíte, koľko metrov pletiva asi potrebujeme na jej oplotenie. Počítajte s pletivom aj na mieste, kde je bránka, teda okolo celej záhradky.



Ako ste pri riešení postupovali? Nezabudli ste na žiadnu časť plota? Pozrite sa, ako úlohu riešila Tamara:

Tamarino riešenie:

Najskôr odmeriam dĺžky štyroch strán na obrázku.

Vychádza mi 63 mm, 54 mm, 49 mm a 56 mm.

Kedže rozmery na obrázku sú 500-krát menšie, v skutočnosti budú rozmery záhrady: 31 500 mm, 27 000 mm, 24 500 mm a 28 000 mm.

Spolu je to $31\,500 + 27\,000 + 24\,500 + 28\,000 = 111\,000$ mm.

A to je 111 m.

Vyšli vám pri meraní také isté čísla ako Tamara? Dalo sa pri riešení postupovať aj inak?

Kamil postupoval inak ako Tamara. Aj jeho výsledok je iný.

Kamilovo riešenie:

Ja som nameral 63 mm, 55 mm, 49 mm a 58 mm.

Tieto veľkosti som sčítal, vyšlo mi 225 mm.

$225 \cdot 500 = 112\,500$

Po premenení na metre je to 112 a pol metra.



Nakoniec sme kúpili 120 metrov pletiva, pretože v obchode predávali balenia po 20 metrov. Dobré sme urobili, pretože sa ukázalo, že na oploenie záhradky sme potrebovali až skoro 117 metrov pletiva.

- 2** Ako je možné, že Kamilovi a Tamare nevyšli rovnaké výsledky, napriek tomu, že neurobili pri výpočte chybu? Prečo bolo v skutočnosti potrebných až 117 metrov pletiva?



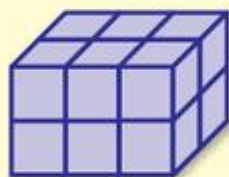
Presnosť merania

Videli ste, že meranie nemusí byť presné. V rôznych situáciách potrebujeme merať s rôznou presnosťou – ak odhadujeme veľkú vzdialenosť, postačia kilometre, pri stavbách použijeme presnosť na milimetre alebo centimetre. Vedci pri niektorých experimentoch merajú s väčšou presnosťou ako na milimetre, niekedy až s presnosťou na mikrometre alebo dokonca na ešte menšie jednotky.

Zistite na internete, čo je to mikrometer a dĺžku čoho vyjadrujeme v mikrometroch.

Hráme sa s kockami 6

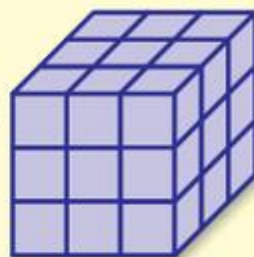
Úloha 1: Na obrázku je kváder zlepený z kociek, ktorý sme celý ponorili do farby. Potom sme ho rozrezali na menšie rovnaké kocky podľa obrázka.



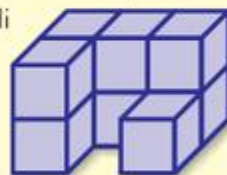
Odpovedzte na otázky:

- Koľko malých kociek sme dostali?
- Koľko z nich má zafarbené presne tri steny?
- Koľko z nich má zafarbené presne dve steny?
- Koľko z nich nemá zafarbenú ani jednu stenu?

Úloha 2: Riešte predchádzajúcu úlohu pre kocku na obrázku.



Úloha 3: Aj teleso na obrázku zlepené z 9 kociek sme ponorili do farby a potom rozlepili.



- Spočítajte zafarbené steny na všetkých malých kockách.
- Zistite, koľko kociek bude mať zafarbenú presne 1 stenu, koľko kociek bude mať zafarbené práve 2 steny, 3 steny, 4 steny, 5 stien a všetkých 6 stien.

Experiment 1:

Odmerajte pravítkom výšku, šírku a hrúbku učebnice matematiky. Na domácu úlohu ju odmerajte ešte aspoň dvakrát. Použite pri tom rôzne meradlá: krajčírsky meter, rôzne pravítka, drevený skladací meter (hovorí sa mu aj *cólštok*)...

Porovnajte svoje merania v rámci celej triedy. Vyšli všetkým rovnaké rozmery? Aké najmenšie a aké najväčšie rozmery vyšli? Ktorý rozmer je najčastejší? Na akých rozmeroch učebnice sa nakoniec v triede dohodnete?

Pravdepodobne ste zistili, že rôzne meradlá nemusia merať rovnako. Merajú teda nepresne. Je potrebné na to pri každom meraní pamätať.

Experiment 2:

Odmerajte čo najpresnejšie pomocou pravítka šírku triedy. Každý z vás môže merať trikrát. Aké výsledky dostanete? Aká široká je vaša trieda? Vyšlo vám vždy rovnaké číslo?

Napriek snahe ste asi nedostali rovnaké výsledky. Či chceme, alebo nie, ani rovné úseky neodmeriame úplne presne. A čo potom s krivými úsekmi?

Napriek našej prirodzenej nepresnosti sa snažíme pracovať s presnosťou, akú potrebujeme. Tá je v rôznych situáciách rôzna:

- keď vyrábame poličku do skrine, nesmie byť širšia ako šírka skrine a nesmie byť ani oveľa užšia;



- keď robíme búdku pre vtáčiky, potrebujeme laty dlhé okolo 30 cm;



- keď ideme opekať, potrebujeme približne metrové palice na opekanie.



- keď objednávame dvere na mieru, snažíme sa priestor pre ne odmerať s presnosťou na milimetre;

- 1 Uveďte aspoň dva príklady, čo meriame s presnosťou na a) milimetre, b) centimetre, c) metre, d) kilometre.



- 2** Odmerajte úsečky na obrázkoch s presnosťou na milimetre.



- 3** Aké sú dĺžky úsečiek z úlohy 2 s presnosťou na centimetre?

- 4** Odmerajte šírku a dĺžku triedy s presnosťou na a) 10 cm, b) metre.

- 5** Určte s presnosťou na milimetre dĺžky strán trojuholníkov na obrázku.



- 6** S presnosťou na centimetre určte dĺžky strán a uhlopriečok obdĺžnika na obrázku.



- 7** Paula mala zistiť dĺžku úsečky s presnosťou na centimetre. Vyšlo jej, že úsečka meria 14 cm. Koľko milimetrov mohla táto úsečka merať v skutočnosti, ak je Paulin výsledok správny? Uveďte aspoň tri možnosti. Použite rovnakú dohodu ako pri zaokrúhľovaní čísel.

- 8** Janka mala medzi riešeniami úlohy 7 aj dĺžku 134 mm. Je toto riešenie správne?

- 9** Karol mal zasa riešenie 144 mm. Je jeho riešenie správne?

- 10** Vypíšte, ktoré z uvedených dĺžok by mohli byť riešením úlohy 7.

135 mm 140 mm 145 mm 149 mm

- 11** Nájdite všetky riešenia úlohy 7.

- 12** V turistickom sprievodcovi sme sa dočítali, že vzdialenosť medzi Žilinou a Bratislavou je približne 200 km. Aká môže byť skutočná vzdialenosť medzi týmito mestami podľa tohto údaju?

- 13** Zistite skutočnú vzdialenosť v kilometroch medzi Žilinou a Bratislavou. Uvádzajú všetky zdroje rovnakú vzdialenosť?





- 14** Koľko milimetrov môže merať v skutočnosti úsečka, ak ste pri meraní s presnosťou na centimetre zistili, že meria a) 12 cm, b) 21 cm, c) 10 cm?

- 15** Jarka zisťovala s presnosťou na centimetre, koľko spolu merajú strany trojuholníka. Odmerala postupne všetky tri strany trojuholníka. Namerala dĺžky: 7 cm, 9 cm a 5 cm. Koľko merajú spolu všetky tri strany trojuholníka?

*Pavol povedal, že ľahšiu úlohu ešte nevidel:
Keď strany merajú 7 cm, 9 cm a 5 cm, spolu merajú
predsa 21 cm, lebo $7 + 9 + 5 = 21$.*

- 16** Ako sa vám pozdáva Pavlova úvaha?

*Jarka si pri riešení úlohy uvedomila, že dĺžka
7 cm neznamena, že strana trojuholníka
meria presne 7 cm. Jej veľkosť je niekde medzi
6,5 cm (vrátane) a 7,5 cm. Podobne veľkosť
strany, ktorej veľkosť bola nameraná ako 9 cm,
je niekde medzi 8,5 cm (vrátane) a 9,5 cm.
Posledná strana meria medzi 4,5 cm (vrátane)
a 5,5 cm. Všetky tri strany merajú najmenej
 $6,5 + 8,5 + 4,5 = 19,5$ cm a menej ako $7,5 + 9,5 + 5,5 = 22,5$ cm. S presnosťou na centimetre
merajú 20, 21 alebo 22 cm.*



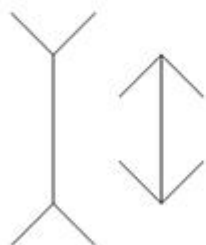
- 17** Koľko najmenej a koľko najviac centimetrov môžu spolu merať strany štvoruholníka, ak sme pri meraní s presnosťou na centimetre namerali:

- a) 6 cm, 4 cm, 5 cm, 7 cm,
b) 8 cm, 6 cm, 10 cm, 9 cm?

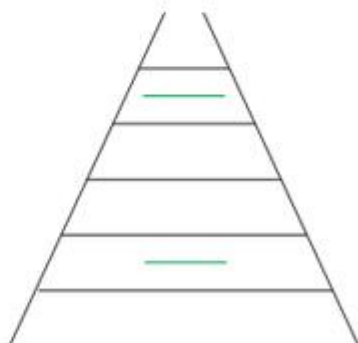
- 18** S akou presnosťou musíme merať úsečky, ak potrebujeme mať určený súčet dĺžok týchto dvoch úsečiek s presnosťou na decimetre?

Nedajte sa oklamať vlastným zrakom.

- 19** Ktorá zo zvislých úsečiek je dlhšia? Presvedčte sa meraním.



- 20** Ako je to so zelenými úsečkami na obrázku? Ktorá z nich je dlhšia?



PREMIEŇANIE JEDNOTIEK

Už ste sa určite stretli s tým, že pri meraní používame rôzne jednotky. Napríklad pri meraní hmotnosti môžeme použiť gramy, kilogramy, tony aj iné jednotky. Hmotnosť nákladného auta uvedieme v tonách na rozdiel od hmotnosti človeka, ktorú budeme uvádzať v kilogramoch.

JEDNOTKY DĹŽKY

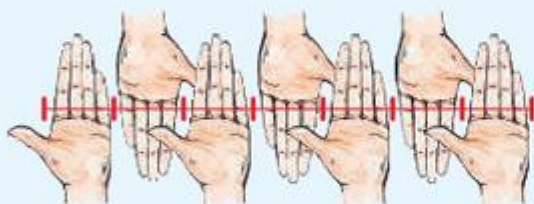
Vari najčastejšie potrebujeme v živote odmerať dĺžku nejakého predmetu alebo vzdialenosť dvoch miest. Túto dĺžku alebo vzdialenosť budeme vyjadrovať v jednotkách, ktoré sa nám budú hodiť.

1 Vymenujte jednotky dĺžky, ktoré poznáte. Ktoré z nich poznáte všetci?

V akých jednotkách merali a merajú ľudia dĺžku?



Ľudia v rôznych dobách a v rôznych krajinách merali dĺžku v mnohých jednotkách. Napríklad v starovekom Egypte používali jednotku **kráľovský lakeť**, ktorý sa delil na **7 dlaní**. Každá dlaň mala **4 prsty**.



1 kráľovský lakeť = 7 dlaní

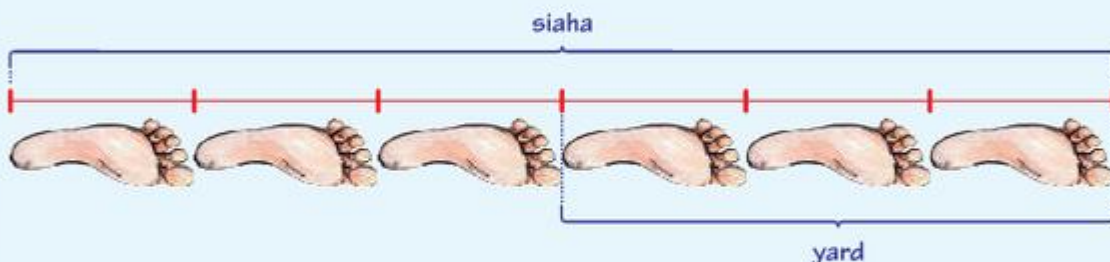


1 dlaň = 4 prsty



1 Koľko dlaní sú tri kráľovské lakte?
Koľko je to prstov?

Inou jednotkou dĺžky, ktorá sa používala a stále používa, je **siaha**. Táto jednotka bola odvodená od výšky dospelého človeka. Niektoré historické zdroje uvádzajú, že šlo o rozpätie paží dospelého človeka. Siaha bola kedysi bežne používaná miera, jej dĺžka sa však líšila od krajiny ku krajine, dokonca od mesta k mestu. Jedna siaha meria približne 183 centimetrov. Delí sa na dva yardy, šesť stôp alebo 72 palcov.



1 siaha $\approx$ 183 cm



1 stopa
12 palcov

1 siaha = 2 yardy = 6 stôp = 72 palcov



- 2** a) Koľko stôp sú tri siahy?
b) Koľko siah je 24 stôp?

- 3** a) Koľko yardov sú štyri siahy?
b) Koľko siah je desať yardov?

Tombola 2

Pozrite sa, ako úlohu č. 3 z *Tomboly 1* (nájdete ju na strane 18) riešil Martin: Vo Vierinej tombole musí byť viac žrebov. Predstavme si, že v Petrovej tombole sa žrebuje z 300 žrebov a vo Vierinej tombole zo 600 žrebov.

Dá sa povedať, že Peter vlastní každý stý žreb, pretože má z tristo žrebov presne tri a $300 : 3 = 100$.

Viera vlastní až každý stopäťdesiaty žreb, pretože má zo šesťsto žrebov presne štyri a $600 : 4 = 150$. Peter má preto väčšiu šancu vyhrať prvú cenu.

Úloha 1: Ako by sa zmenili šance na výhru, keby v Petrovej tombole bolo 300 žrebov a vo Vierinej tombole by nebolo 600, ale iba a) 500, b) 360 žrebov?

Úloha 2: Aký by musel byť počet žrebov vo Vierinej tombole v úlohe 1, aby mala Viera väčšiu šancu na výhru prvej ceny ako Peter? Nájdite tri rôzne riešenia. Potom sa pokúste nájsť všetky riešenia.

Úloha 3: Doplňte správne vetu. Ak si kúpim štyri žreby v tombole, v ktorej je spolu tristo žrebov, mám rovnakú šancu na výhru prvej ceny, ako keď si kúpim žrebov v tombole, v ktorej je spolu šesťsto žrebov.

- 4 a) Koľko stôp sú tri yardy?
b) Koľko yardov je 27 stôp?

- 5 a) Koľko palcov je jeden yard?
b) Koľko palcov je jedna stopa?

- 6 Vyplňte tabuľku podľa vzoru.

Siaha	Yard	Stopa	Palec
1	2	6	72
	1		
6	8		
		42	
			144

- 7 Jednotka stopa je odvodená od dĺžky ľudského chodidla. Približne koľko centimetrov meria jedna stopa, ak sa jedna siaha skladá zo šiestich stôp?

Inou jednotkou dĺžky, s ktorou sa môžete stretnúť, je **míľa**. Existujú dve základné míle: námorná míľa a anglická míľa.

Jedna námorná míľa meria približne 1 852 metrov.

Jedna anglická míľa meria približne 1 609 metrov.



1 námorná míľa $\approx$ 1 852 m



1 anglická míľa $\approx$ 1 609 m

- 8 Približne koľko metrov je
a) 10 námorných míľ,
b) 10 anglických míľ?

- 9 Ak je na anglických cestách najvyššia povolená rýchlosť 40 míľ za hodinu, približne aká je to rýchlosť v kilometroch za hodinu?

- 10 Zistite, aké jednotky dĺžky sa používajú vo Veľkej Británii.

- 11 Nájdite jednotky dĺžky, ktoré sa niekde vo svete používajú a ešte ste o nich nepočuli.

- 12 Zistite, či je vo vašom mobilnom telefóne aplikácia, ktorá umožňuje premieňať rôzne jednotky dĺžky. Dokážete s ňou pracovať?



METRE, CENTIMETRE, KILOMETRE, DECIMETRE A MILIMETRE

V rôznych krajinách sa môžete stretnúť s rôznymi jednotkami dĺžky. U nás a tiež vo väčšine Európy sa na meranie dĺžky najčastejšie používa meter a jeho časti alebo násobky: decimeter, centimeter, milimeter a kilometer. Výnimkou v Európe je napr. Veľká Británia.

O metri, decimetri, centimetri a milimetri ste sa už veľa dozvedeli v predchádzajúcich ročníkoch. V nasledujúcich úlohách si niečo z toho zopakujeme.



- 1 a) Správne prečítajte: 23 m, 4 cm, 11 dm, 18 mm.
b) Akú skratku majú meter, milimeter, centimeter a decimeter?

- 2 Narysujte úsečky s dĺžkou 2 dm, 6 cm, 38 mm.

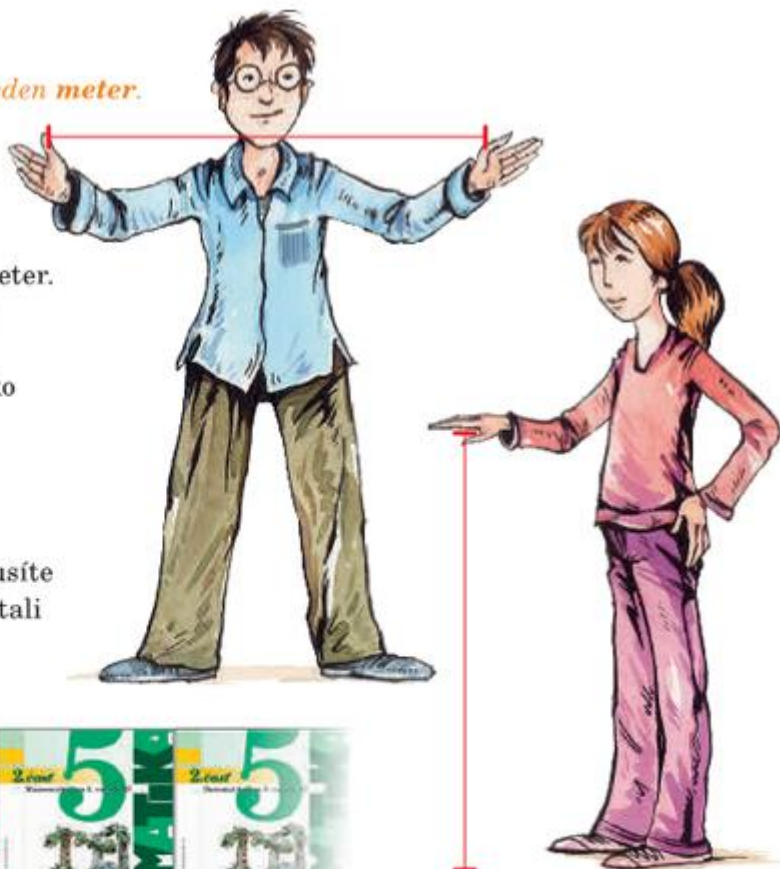
Meter

Základnou jednotkou dĺžky je jeden meter.
Jeho skratka je m.



- 1 Ukážte rukami dĺžku jeden meter.
Ukážte, v akej výške od zeme je jeden meter.
Skontrolujte meraním, nakoľko presne viete meter ukázať.

- 2 Koľko učebníc matematiky musíte položiť vedľa seba, aby ste dostali približne jeden meter?



Centimeter

Menšia jednotka, s ktorou sa bežne stretnete, je **centimeter**.
Jeho značka je **cm**.



- 1** Odhadnite, koľko centimetrov meria ceruzka, ktorú máte v peračníku.
Skontrolujte svoj odhad pomocou pravítka.

Do jedného metra sa vmestí presne 100 centimetrov.

Môžeme to zapísať:

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

- 2** Doplňte chýbajúce slová alebo čísla.
Jeden meter je 100-krát ako jeden centimeter.
Jeden centimeter je-krát menší ako jeden meter.

- 3** Koľko centimetrov a) sú tri metre,
b) je šesť metrov, c) je sto metrov?

- 4** Koľko metrov je a) 400 cm,
b) 2 100 cm, c) 30 000 cm?

- 5** Porovnajte a správne doplňte jeden zo znakov <, >, =.

40 m 400 cm

2 000 cm 2 m

300 cm 3 m

14 000 cm 14 m

960 cm 69 m

6 921 cm 69 m

Tombola 3

Najprv si pripomeňte úlohy z *Tombole 2* (nájdete ju na strane 28).

Úloha 1: Doplňte tabuľku tak, aby šanca vyhrať hlavnú cenu v prvej tombole bola rovnaká ako šanca na výhru hlavnej ceny v druhej tombole (v tom istom riadku). Ak je viac možností, doplňte aspoň tri.

Prvá tombola			Druhá tombola	
Počet žrebov v tombole	Počet kúpených žrebov		Počet žrebov v tombole	Počet kúpených žrebov
300	4	je rovnaká šanca ako	600	
300	5	je rovnaká šanca ako		7
400	8	je rovnaká šanca ako		9
700		je rovnaká šanca ako	900	18
500		je rovnaká šanca ako	320	4
600	12	je rovnaká šanca ako		
450		je rovnaká šanca ako	675	
440		je rovnaká šanca ako		8
	12	je rovnaká šanca ako		14

Úloha 2: V jednej tombole, v ktorej je spolu dvesto žrebov, som si kúpil tri žreby. V inej, v ktorej bolo presne päťstodvadsať žrebov, som si kúpil osem žrebov. V ktorej tombole mám väčšiu šancu na výhru prvej ceny?



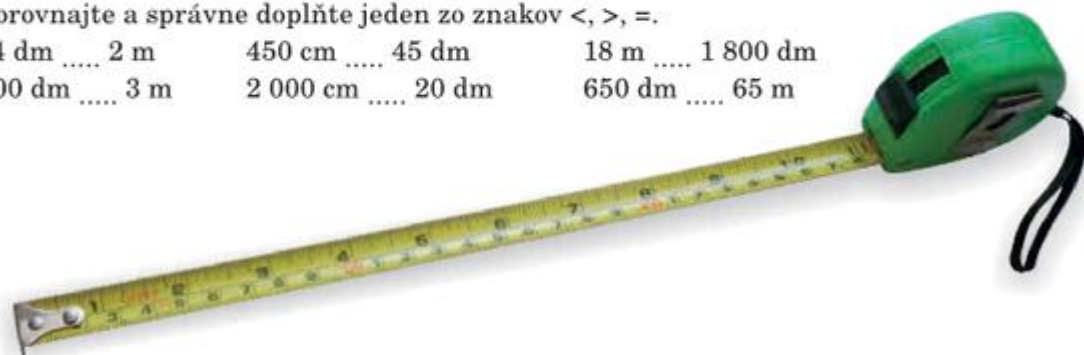
Decimeter

Niekedy potrebujeme merať v jednotkách, ktoré sú menšie ako meter a väčšie ako centimeter. Takouto jednotkou je **decimeter**. Jeho skratka je **dm** a platí, že 1 meter má 10 decimetrov.

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$$



- 1 Ukážte rukami, aký veľký je približne jeden decimeter.
- 2 Koľko centimetrov má jeden decimeter?
- 3 Približne koľko decimetrov meria učebnica matematiky?
Najskôr odhadnite a potom svoj odhad skontrolujte meraním.
- 4 Doplníte chýbajúce slová alebo čísla.
Jeden meter je-krát väčší ako jeden decimeter.
Jeden centimeter je-krát menší ako jeden decimeter.
Jeden decimeter je 10-krát menší ako jeden
Jeden centimeter je 10-krát menší ako jeden
- 5 Koľko decimetrov a) sú tri metre, b) je šesť metrov, c) je sto metrov?
- 6 Koľko metrov je a) 100 decimetrov, b) 80 decimetrov, c) 4 200 decimetrov?
- 7 Koľko centimetrov a) je 400 dm, b) sú 2 dm, c) je 74 dm?
- 8 Koľko decimetrov je a) 400 cm, b) 20 cm, c) 75 cm?
- 9 Porovnajte a správne doplníte jeden zo znakov <, >, =.
14 dm 2 m 450 cm 45 dm 18 m 1 800 dm
300 dm 3 m 2 000 cm 20 dm 650 dm 65 m



Milimeter

A

k potrebujeme merať niečo veľmi malé, často použijeme ešte menšiu jednotku, ako je decimeter alebo centimeter. Touto jednotkou je **milimeter**. Jeho skratka je **mm**. Je desaťkrát menší ako centimeter.

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$



- 1 Ukážte na pravítku jeden milimeter.
- 2 Odhadnite, koľko milimetrov meria guma, ktorú máte v peračníku. Svoj odhad skontrolujte meraním.
- 3 Koľko milimetrov má jeden decimeter? Koľko milimetrov je v jednom metri?
- 4 Doplňte chýbajúce slová alebo čísla.
Jeden meter je 1 000-krát ako jeden milimeter.
Jeden milimeter je -krát menší ako jeden decimeter.
Jeden je 10-krát menší ako jeden centimeter.
Jeden decimeter je 100-krát väčší ako jeden
- 5 Koľko milimetrov a) sú štyri metre, b) je osem metrov, c) je desať metrov?
- 6 Koľko centimetrov je a) 40 milimetrov, b) 700 milimetrov, c) 6 300 milimetrov?
- 7 Koľko milimetrov je a) 13 dm, b) 6 dm, c) 99 dm?
- 8 Koľko milimetrov je a) 400 cm, b) 20 cm, c) 75 cm?
- 9 Porovnajte a doplňte správne jeden zo znakov <, >, =.
450 mm 45 dm 210 cm 21 mm 6 400 mm 46 m
3 383 mm 383 cm 7 m 70 000 mm 500 dm 50 000 mm
- 10 Ktorý z mobilov na obrázku je dlhší, ktorý širší a ktorý hrubší? O koľko milimetrov?



Rozmery
(d x š x h):

104 mm x 45 mm x 19 mm



Rozmery
(d x š x h):

99 mm x 53 mm x 21 mm

Opakovanie všetkého, čo už viete o metri, decimetri, centimetri a milimetri, zakončíme niekoľkými úlohami na prevody týchto jednotiek.

Znova v nich využijete, že:

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm}$$



- 11** Premeňte na milimetre.
6 cm, 8 dm, 2 m, 40 cm, 70 dm,
12 m, 38 cm, 100 cm

- 13** Premeňte na decimetre.
30 cm, 600 mm, 8 m, 400 cm,
20 m, 2 000 cm, 2 000 mm, 800 m

- 15** Doplníte chýbajúce čísla do tabuľky tak, aby v každom riadku bola vyjadrená vždy rovnaká dĺžka.

m	dm	cm	mm
3			
	500		
		400	
			10 000
			2 500
		300	
	700		
20			

- 16** Doplníte chýbajúce jednotky.
30 cm = 3 400 mm = 4 5 = 50 dm
6 300 mm = 63 820 = 82 cm 40 m = 4 000

- 17** Prečítajte si článok o motýľoch. Nájdite v texte všetky údaje o dĺžkach. Nakreslite obrázky motýľov a húseníc v skutočnej veľkosti podľa údajov uvedených v článku.



Za najväčšieho motýľa sa považuje juhoamerická mora *Thysania agrippina*, ktorá dosahuje v rozpätí krídel až dvadsaťsedem centimetrov. Rod motýľov okáňovitých má iný rekord: jeho húsenica je najväčšia spomedzi všetkých húseníc, pretože presahuje dĺžku jeden decimeter. Z našich motýľov je najväčší okáň hruškový. Najmenšími motýľmi sú príslušníci čeľade ploskáčikovitých, v rozpätí merajú asi jeden centimeter. Medzi motýľmi sú však aj veľké rozdiely v dĺžke jednotlivých orgánov. Tykadlá príslušníkov čeľade blyštekovitých niekoľkonásobne prevyšujú dĺžku tela. Najdlhší cuciak majú lišaje, pričom cuciak madagaskarského poddruhu *Macrosila morgani praedicta* je dlhý až dvestodvadsaťpäť milimetrov.

(<http://motyl-butterfly.szm.sk/zaujímavost.htm>)

Kilometer

Pri meraní vzdialeností medzi mestami či pri cestovaní by sme si s metrom a s menšími jednotkami nevystačili. Preto používame aj väčšiu jednotku ako meter. Je to **kilometer**. Jeho skratka je **km** a platí:

$$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$$

- 1 Zistite kilometrické vzdialenosti medzi a) Košicami a Prešovom, b) Žilinou a Banskou Bystricou, c) Trnavou a Trenčínom.

- 2 Doplňte.

$$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m} = \dots \text{ dm} = \dots \text{ cm} = \dots \text{ mm}$$

- 3 Premeňte na kilometre.

a) 4 000 m b) 600 000 cm c) 400 000 dm d) 6 000 000 mm

- 4 Súčasťou olympijských hier je aj maratónsky beh. Ide o beh na dlhú vzdialenosť – až 42 km a 195 metrov. Dĺžka maratónu nebola vždy rovnaká. Pred sto rokmi sa táto dĺžka menila a na olympijských hrách v rôznych rokoch bola rôzna.

Rok	Dĺžka
1896	40 km
1900	40 km 260 m
1904	40 km
1906	41 km 860 m
1908	42 km 195 m
1912	40 km 200 m
1920	42 km 750 m
1924	42 km 195 m

- a) V ktorom roku sa bežal najkratší maratón?
 b) V ktorom roku sa bežal najdlhší maratón?
 c) Aký bol rozdiel (v metroch) medzi dĺžkou najdlhšieho a najkratšieho maratónskeho behu?
 d) V ktorom roku bola dĺžka maratónu rovnaká, ako je dnes?

- 5 Na internete sme našli tieto údaje:

Vzdialenosť Bratislava – Trnava je 53 km.

Vzdialenosť Trnava – Žilina je 152 km.

Vzdialenosť Bratislava – Žilina je 198 km.

Ale $53 \text{ km} + 152 \text{ km} = 205 \text{ km}$ a to je viac ako 198 km. Ako je to možné? Majú na stránke chybu? Musí to byť chyba alebo môžu byť uvedené údaje správne?



Na zápis obrovských vzdialeností medzi hviezdami sa používajú ešte väčšie jednotky ako kilometer. Jednou z nich je **astronomická jednotka (AU)**. Jedna astronomická jednotka meria približne 149 597 871 km. Táto jednotka udáva vzdialenosť medzi Zemou a Slnkom.

Inou jednotkou je **svetelný rok**. Napriek tomu, že rok používame na meranie času, **svetelný rok je vzdialenosť**, ktorú prejde svetelný lúč za jeden rok.

Jeho skratka je **ly**, z anglického light year.

Platí, že $1 \text{ ly} = 63\,241 \text{ AU}$.



6 Približne koľko kilometrov meria jeden svetelný rok?

Oplotenie záhrady 1

Záhrada má obdĺžnikový tvar. Chystáme sa ju oplotiť pletivom, ktoré upevníme na stĺpiky.

Úloha 1: Na pláne je znázornená záhrada aj s dvoma stĺpikmi na bránku do záhrady. Rozmery sú oproti skutočnosti 400-krát menšie. Aké rozmery má záhrada v skutočnosti? Zapište svoj výpočet.



Úloha 2: Na uchytenie oplotenia záhrady máme ešte ďalších a) 20, b) 24 stĺpikov. Navrhnete, ako ich máme rozmiestniť. Vysvetlite, prečo ste zvolili to-ktoré rozmiestnenie.

Ak sa stretneme s veľkými číslami, málokedy sa nám podarí správne s nimi počítať spamäti. Vtedy si môžeme pomôcť – buď použijeme pero a papier a výpočty urobíme písomne, alebo použijeme kalkulačku. Pozrime sa najskôr na písomné sčítanie a odčítanie.

PÍDOMNÉ SČÍTANIE A ODČÍTANIE VÄČŠÍCH ČÍSEL

Opakujeme si počítanie spamäti

Zopakujte si najskôr počítanie spamäti, pri ktorom počítame v duchu a píšeme len výsledok. Začneme sčítaním.

1 Zapisujte do zošita len výsledky.

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| a) $567 + 2$ | $3\,536 + 8$ | $5\,789 + 6$ | $4\,245 + 9$ |
| b) $567 + 20$ | $3\,536 + 80$ | $5\,789 + 60$ | $4\,245 + 90$ |
| c) $567 + 200$ | $3\,536 + 800$ | $5\,789 + 600$ | $4\,245 + 900$ |

Pozrite sa, ako podobné úlohy s veľkými číslami počíta Tomáš. Aj vy by ste počítali takto?



Idem vypočítať
 $673\,746 + 80\,000$.

$$673\,746 + 80\,000 =$$

$$673\,746 + 80\,000 = \dots 3\,746$$

Odpíšem 3 746 a počítam

$$67 + 8 = 75$$

$$673\,746 + 80\,000 = 753\,746$$

Vyskúšajte si sčítanie Tomášovou metódou. Do zošita zapisujete iba výsledky.

2 Vypočítajte.

- | | |
|------------------------------|-------------------------|
| $3\,653\,867 + 40\,000$ | $3\,495\,409 + 7\,000$ |
| $3\,653\,867 + 400\,000$ | $3\,495\,409 + 70\,000$ |
| $38\,437\,981 + 300\,000$ | $564\,986 + 50\,000$ |
| $38\,437\,981 + 3\,000\,000$ | $564\,986 + 500\,000$ |



Pripomeňme si teraz odčítanie spamäti.

3 Do zošita zapisujte len výsledky.

- | | | | |
|-------------------|----------------|----------------|----------------|
| a) $3\,212 - 4$ | $4\,307 - 8$ | $8\,612 - 9$ | $3\,004 - 6$ |
| b) $3\,212 - 40$ | $4\,307 - 80$ | $8\,612 - 90$ | $3\,004 - 60$ |
| c) $3\,212 - 400$ | $4\,307 - 800$ | $8\,612 - 900$ | $3\,004 - 600$ |

Pozrite sa, ako Tomáš počíta úlohy na odčítanie.



Idem vypočítať
 $4\,265\,573 - 70\,000$.

$$4\,265\,573 - 70\,000 =$$

$$4\,265\,573 - 70\,000 = \dots 5\,573$$

Odpíšem 5 573 a počítam
 $426 - 7 = 419$

$$4\,265\,573 - 70\,000 = 4\,195\,573$$

Opäť si vyskúšajte Tomášovu metódu.

4 Vypočítajte po stĺpcoch. Do zošita píšete iba výsledky.

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| $3\,321\,212 - 4\,000$ | $4\,307\,801 - 8\,000$ |
| $3\,321\,212 - 40\,000$ | $4\,307\,801 - 80\,000$ |
| $3\,321\,212 - 400\,000$ | $4\,307\,801 - 800\,000$ |
| $56\,728\,612 - 90\,000$ | $37\,506\,004 - 60\,000$ |
| $56\,728\,612 - 900\,000$ | $37\,506\,004 - 600\,000$ |
| $56\,728\,612 - 9\,000\,000$ | $37\,506\,004 - 6\,000\,000$ |

5 Vyplňte tabuľku. Predtým, ako ju začnete vyplňať, si premyslite, ktoré čísla je potrebné sčítať, ktoré stačí iba odpísať a ako pri vyplňaní stĺpca využiť predchádzajúce stĺpce.

A	B	C	D	A+B	A+B+C	A+B+C+D
6 735	8	90	400			
3 846	6	70	300			
41 693	7	20	500			
74 833	80	300	7 000			
305 759	40	500	6 000			
8 362 156	80	900	50 000			

6 Vyplňte podobnú tabuľku na odčítanie.

A	B	C	D	A-B	A-B-C	A-B-C-D
6 735	8	90	400			
3 846	6	70	300			
41 693	7	20	500			
74 833	80	300	7 000			
305 759	40	500	6 000			
8 362 156	80	900	50 000			



Tomáš má vlastnú metódu aj na výpočet iných úloh.



Pozrite, ako vypočítam príklad $567 + 326$.

Číslo 326 si predstavím ako $6 + 20 + 300$.

Najskôr pripočítam k číslu 567 iba číslo 6:
 $567 + 6 = 573$

Potom k výsledku pripočítam číslo 20:
 $573 + 20 = 593$

Nakoniec pridám 300:
 $593 + 300 = 893$
A mám výsledok.

Vyskúšajte si takéto postupné sčítanie.

7

Vypočítajte.

$$405 + 397$$

$$528 + 366$$

$$922 + 184$$

$$1\,034 + 2\,156$$

$$5\,683\,294 + 54\,070$$



Táto metóda sa dá použiť aj pri odčítaní.

Ak mám vypočítať príklad $814 - 352$,

tak si číslo 352 predstavím ako $2 + 50 + 300$.

Najskôr odpočítam od čísla 814 iba číslo 2:
 $814 - 2 = 812$

Potom od výsledku odpočítam číslo 50:
 $812 - 50 = 762$

Nakoniec odoberiem 300:
 $762 - 300 = 462$
A mám výsledok.

Vyskúšajte si aj takéto postupné odčítanie.

8

Vypočítajte.

$$593 - 271$$

$$804 - 414$$

$$635 - 486$$

$$2\,541 - 1\,839$$

$$683\,295 - 30\,704$$

9

Prekreslite si do zošita tabuľku súčtov a rozdielov a vyplňte ju.

A	572	907	2 748	34 706	83 277	3 208 746
B	421	543	1 325	21 005	40 036	320 500
A + B						
A - B						

Písomné sčítanie pod sebou

Žofia počíta tak, že si zapisuje čísla pod seba. Potom sčíta jednotky s jednotkami, desiatky s desiatkami a stovky so stovkami.



1.
Idem
počítať:

$$\begin{array}{r} 245 \\ + 351 \\ \hline \end{array}$$

2.
Začnem vpravo:
 $5 + 1 = 6$
Číslo **6** napíšem
na správne miesto:

$$\begin{array}{r} 245 \\ + 351 \\ \hline 6 \end{array}$$

3.
Pokračujem:
 $5 + 4 = 9$
Číslo **9** napíšem
na správne miesto:

$$\begin{array}{r} 245 \\ + 351 \\ \hline 96 \end{array}$$

4.
Dokončím:
 $2 + 3 = 5$
Číslo **5** zapíšem
na správne miesto:

$$\begin{array}{r} 245 \\ + 351 \\ \hline 596 \end{array}$$

1 Precvičte si Žofiinu metódu a sčítajte písomne pod sebou:
 $327 + 611$ $409 + 380$ $243 + 625$ $170 + 227$

Aj Juraj začal počítať ako Žofia a dopadlo to takto:

$$\begin{array}{r} 5\ 6\ 7 \\ + 2\ 9\ 5 \\ \hline 7\ 15\ 12 \end{array}$$

2 Určite viete, že to je nesprávne. Kde urobil Juraj chybu?

Juraj si nakoniec pomohol eurami:



Sčítam
jednotky: 12 eur,
to sú **2** eurá
a **1** desiatka.

$$\begin{array}{r} 5\ 6\ 7 \\ + 2\ 9\ 5 \\ \hline 1 \\ 2 \end{array}$$



Potom
sčítam desiatky:
 $6 + 9 + 1$ je 16 desiatok,
to je **6** desiatok
a **1** stovka.

$$\begin{array}{r} 5\ 6\ 7 \\ + 2\ 9\ 5 \\ \hline 1\ 1 \\ 6\ 2 \end{array}$$



Napokon
sčítam stovky:
 $5 + 2 + 1$ je **8** stoviek.

$$\begin{array}{r} 5\ 6\ 7 \\ + 2\ 9\ 5 \\ \hline 1\ 1 \\ 8\ 6\ 2 \end{array}$$



Niekedy sú výpočty trochu zložitejšie.
Vtedy môžeme postupovať ako Soňa.



1.

Dané čísla si napíšem pod seba:

$$\begin{array}{r} 567 \\ + 326 \\ \hline \end{array}$$

2.

Začnem vpravo:

$$7 + 6 = 13$$

3 zapíšem na správne miesto:

$$\begin{array}{r} 567 \\ + 326 \\ \hline 3 \end{array}$$

a 10 si zapamätám.

3.

Pokračujem:

$$60 + 20 = 80$$

10 mi ostalo, to je spolu 90:

$$\begin{array}{r} 567 \\ + 326 \\ \hline 93 \end{array}$$

4.

Dokončím:

$$500 + 300 = 800$$

$$\begin{array}{r} 567 \\ + 326 \\ \hline 893 \end{array}$$

3

Precvičte si Sonin postup a počítajte písomne.

$$423 + 361$$

$$537 + 204$$

$$672 + 329$$

$$749 + 353$$

Filip ešte vylepšil Soninu metódu.
Porovnajte jeho metódu so Soninou.



1.

Dané čísla si napíšem pod seba:

$$\begin{array}{r} 789 \\ + 536 \\ \hline \end{array}$$

2.

Začnem vpravo:

$$9 + 6 = 15$$

5 zapíšem na správne miesto:

$$\begin{array}{r} 789 \\ + 536 \\ \hline 5 \end{array}$$

a 1 si poznačím.

3.

Pokračujem:

$$8 + 3 = 11$$

1 mi ostala, to je spolu 12:

$$\begin{array}{r} 789 \\ + 536 \\ \hline 25 \end{array}$$

a 1 si poznačím.

4.

Dokončím:

$$7 + 5 = 12$$

1 mi ostala, to je spolu 13:

$$\begin{array}{r} 789 \\ + 536 \\ \hline 1325 \end{array}$$

4

Počítajte písomne ako Filip.

$$407 + 506$$

$$386 + 545$$

$$295 + 488$$

$$650 + 478$$

$$1803 + 471$$

$$2340 + 708$$

$$4579 + 3299$$

$$7498 + 1789$$

5

Kde urobil Robo chybu pri výpočte príkladu $1308 + 274$? Opravte jeho riešenie a vypočítajte príklad správne.

$$\begin{array}{r} 1308 \\ + 274 \\ \hline 4048 \end{array}$$

6

Počítajte písomne pod sebou. Výsledky si skontrolujte na kalkulačke.

$$\begin{array}{r} 2354 \\ + 1042 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5281 \\ + 2309 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2468 \\ + 1545 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6086 \\ + 2924 \\ \hline \end{array}$$



Sčítujeme pod sebou väčšie čísla



A j pri väčších číslach budeme postupovať ako Filip. Čísla si zapíšeme pod seba a budeme sčítovať jednotky s jednotkami, desiatky s desiatkami, stovky so stovkami, tisícky s tisíckami, desaťtisícky s desaťtisíckami... Ak má jedno z čísel menej miest ako druhé, môžeme si na správne miesta dopísať nuly. Pozrite sa, ako Filip počíta príklad $567\,496 + 9\,532$.



1. Dané čísla si napíšeme pod seba, a kam treba, doplním nuly:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ + 009\,532 \\ \hline \end{array}$$

2. Začnem vpravo: $2 + 6 = 8$
 8 zapíšem na správne miesto:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ + 009\,532 \\ \hline 8 \end{array}$$

3. Posuniem sa k desiatkam: $9 + 3 = 12$
Čífru 2 zapíšem na správne miesto a 1 si poznačím:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ + 009\,532 \\ \hline 28 \end{array}$$

4. Pokračujem stovkami: $4 + 5 = 9$, jedna stovka mi ostala $9 + 1 = 10$
Číslicu 0 zapíšem a 1 si poznačím:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ + 009\,532 \\ \hline 028 \end{array}$$

5. Nasledujú tisícky: $7 + 9 = 16$, jedna mi ostala, takže to je $16 + 1 = 17$
 7 zapíšem a 1 si poznačím:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ + 009\,532 \\ \hline 7028 \end{array}$$

6. Pokračujem: $6 + 0 = 6$, jedna desaťtisícka mi ostala: $6 + 1 = 7$

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ + 009\,532 \\ \hline 77028 \end{array}$$

7. Dokončím výpočet: $5 + 0 = 5$
 5 zapíšem na správne miesto a mám výsledok:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ + 009\,532 \\ \hline 577\,028 \end{array}$$



1 Vypočítajte. Čísla si zapíšte správne pod seba. Výsledky si skontrolujte na kalkulačke.

$483 + 2\,065$

$6\,787 + 350$

$23\,811 + 4\,972$

$629 + 14\,836$

2 Predtým, ako začnete počítat, všetky čísla správne prečítajte.

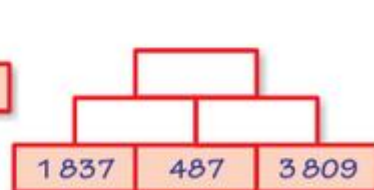
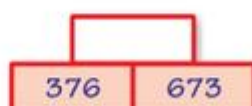
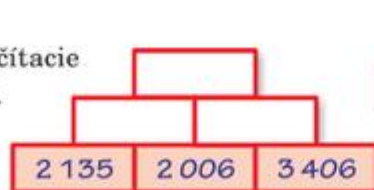
$$\begin{array}{r} 23\,458 \\ + 31\,683 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 409\,681 \\ + 304\,528 \\ \hline \end{array}$$

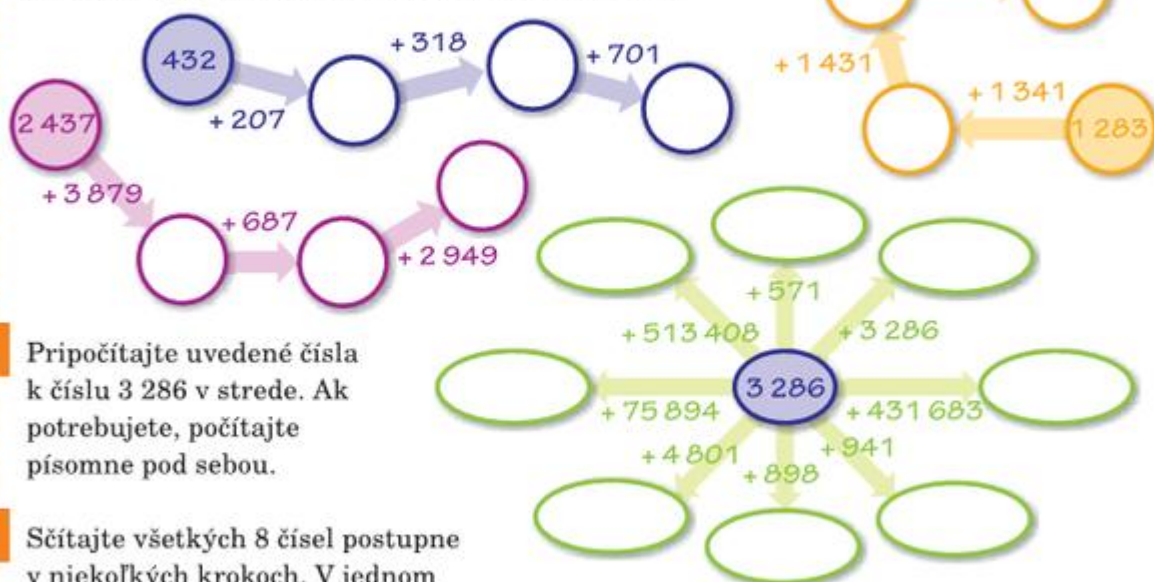
$$\begin{array}{r} 2\,308\,792 \\ + 4\,365\,874 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36\,485\,500 \\ + 78\,600\,000 \\ \hline \end{array}$$

3 Vyplňte sčítacie pyramídy.



- 4** Doplňte vynechané čísla. Ak potrebujete, počítajte písomne pod sebou. Výsledky si skontrolujte na kalkulačke.



- 5** Pripočítajte uvedené čísla k číslu 3 286 v strede. Ak potrebujete, počítajte písomne pod sebou.

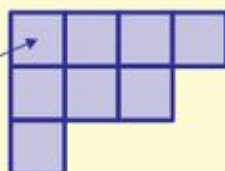
- 6** Sčítajte všetkých 8 čísel postupne v niekoľkých krokoch. V jednom kroku sčítajte vždy len dve čísla.

569 483 2 960 577 564 892 23 981 564
739 547 5 492 244 669 764 78 658

Ukladáme dlaždice 1

Obdĺžnikovú dlážku s rozmermi 445 cm x 365 cm chceme vydláždiť jednofarebnými štvorcovými dlaždicami s rozmermi 33 cm x 33 cm. Budeme ich ukladať tak, aby sa dotýkali jednou celou svojou stranou. S ukladáním začneme v rohu miestnosti.

Túto dlaždicu sme uložili ako prvú.



Úloha 1: Koľko celých dlaždíc sa pri takomto ukladaní zmestí na podlahu?

Úloha 2: Znázornite na štvorčekový papier situáciu z úlohy 1 (1 štvorček na štvorčekovom papieri = jedna dlaždica).

Keď sa pri postupnom ukladaní dlaždíc dostaneme k druhej stene, nezostane nám priestor na celú dlaždicu. Na pokrytie zvyšnej časti podlahy preto potrebujeme menšie dlaždice. Tie budú mať tvar

obdĺžnika. Vyrežeme ich z dlaždíc 33 cm x 33 cm, ktoré sme ešte nepoužili.

Zistili sme, že ak chceme pokryť celú dlážku, potrebujeme vyrezať menšie dlaždice troch rôznych veľkostí.

Úloha 3: Aké rozmery budú mať tieto menšie dlaždice?

Úloha 4: Zistíte, koľko kusov dlaždíc z každej z troch menších veľkostí potrebujeme.

Zadanie tejto úlohy bolo oproti realite trochu zjednodušené. V skutočnosti sa medzi stenou a dlaždicou a aj medzi susednými dlaždicami necháva trojmilimetrová medzera. Je to kvôli tomu, že pri zvýšení teploty sa dlaždice trochu roztiahnu.

Ukladaniu dlaždíc aj s medzerami sa budeme venovať neskôr.



Niekedy potrebujeme sčítať aj viac ako dve čísla.

Pozrite sa, ako si Filip poradil s príkladom $2\,659 + 9\,728 + 4\,676$.

1.

Čísla si napíšem správne pod seba:

$$\begin{array}{r} 2\,659 \\ + 9\,728 \\ + 4\,676 \\ \hline \end{array}$$

2.

Začnem vpravo:

$$9 + 8 + 6 = 23$$

3 zapíšem na správne miesto
a 2 si poznačím:

$$\begin{array}{r} 2\,659 \\ + 9\,728 \\ + 4\,672\underset{3}{6} \\ \hline \end{array}$$

3.

Pokračujem desiatkami:

$$5 + 2 + 7 = 14, \text{ ale ešte mi 2 desiatky ostali:}$$

$$14 + 2 = 16$$

Cifru 6 zapíšem na správne miesto
a 1 si poznačím:

$$\begin{array}{r} 2\,659 \\ + 9\,728 \\ + 4\,617\underset{6}{2}\underset{3}{6} \\ \hline \end{array}$$

4.

Presuniem sa k stovkám:

$$6 + 7 + 6 = 19, \text{ ale ešte mi 1 stovka ostala: } 19 + 1 = 20$$

Číslicu 0 zapíšem a 2 si poznačím:

$$\begin{array}{r} 2\,659 \\ + 9\,728 \\ + 42\underset{0}{6}17\underset{6}{2}\underset{3}{6} \\ \hline \end{array}$$

5.

Dokončím výpočet tisícami:

$$2 + 9 + 4 = 15, 2 \text{ tisícky ostali, takže to je:}$$

$$15 + 2 = 17$$

Číslo 17 zapíšem na správne miesto:

$$\begin{array}{r} 2\,659 \\ + 9\,728 \\ + 42\underset{0}{6}17\underset{6}{2}\underset{3}{6} \\ \hline \end{array}$$

7 Precvičte si sčítanie viacerých čísel. Výsledky skontrolujte na kalkulačke.

$$\begin{array}{r} 1\,739 \\ + 5\,398 \\ + 4\,895 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2\,836 \\ + 643 \\ + 6\,317 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 472\,891 \\ + 358\,219 \\ + 529\,754 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36\,807 \\ + 81\,053 \\ + 2\,468 \\ + 92\,066 \\ \hline \end{array}$$

8 Skontrolujte, či je tento štvorec magický. Môžete použiť kalkulačku.

1 063 985	263 514	944 827
638 284	757 442	876 590
570 057	1 251 370	450 899

Pripomíname si

Štvorec je magický, ak súčet čísel vo všetkých riadkoch, vo všetkých stĺpcoch aj v oboch uhlopriečkach je rovnaký.

9 Sčítajte postupne v niekoľkých krokoch všetkých sedem čísel tak, že v každom kroku sčítate práve tri čísla.

$$\begin{array}{ccccccc} 739\,547 & 2\,960\,571 & 564\,892 & 23\,981\,564 & & & \\ & 5\,492\,244 & 669\,764 & 78\,658 & & & \end{array}$$

10 V štvorci v úlohe 8, ktorý nie je magický, stačí zmeniť jedno číslo, aby sa stal magickým. Nájdite toto číslo a zmeníte ho tak, aby ste dostali magický štvorec.

Hľadáme vynechané číslice (Matematická rozprávka)

Čarodejník Cifroš Hviezdička má kúzelnú paličku. Keď ťukne na nejakú cifru v čísle, táto cifra sa zmení na hviezdičku. Keď na hviezdičku ťukne znovu, cifra sa zasa objaví.

Cifroš Hviezdička našiel pri svojej pravidelnej prechádzke pred základnou školou Majkin stratený zošit z matematiky. Rozhodol sa, že jej ho zanesie do triedy, ktorú mala našťastie napísanú na obale. Majka sa z nálezu zošita veľmi tešila. Ale podobne ako jej spolužiaci chcela vedieť, čo je Cifroš zač. Podľa oblečenia totiž vyzeral buď ako blázon, alebo ako skutočný čarodejník.

Majka nabrala odvahu a opýtala sa Cifroša, ako sa volá a či je čarodejník. Cifroš Hviezdička sa predstavil celým menom a chcel vysvetliť všetkým deťom, prečo sa volá tak zvláštne.

Rozhodol sa preto ukázať Majke aj jej spolužiakom, ako funguje jeho kúzelná palička. V mnohých výpočtoch zmenil cifry na hviezdičky. Zošit vyzeral úplne inak, ale stále veľmi pekne, samá hviezdička.

3 ★ 76

Deti boli prekvapené – väčšina z nich videla skutočného čarodejníka prvýkrát. Bolo ale po vyučovaní a deti mali ísť domov. Preto Majka poprosila Hviezdičku, aby zmenil všetky hviezdičky v jej zošite naspäť na cifry, ktoré tam boli predtým.

A vtom sa to stalo. Jeho palička sa pokazila. Cifroš Hviezdička ostal veľmi smutný. Opäť bude musieť zaniešať paličku do čarodejného servisu. Ešteže je palička v záruke! Ale ešte smutnejšia bola Majka. Bolo jej jasné, že do večera musí sama prísť na to, ktoré cifry sa skrývajú za jednotlivými hviezdičkami.

1 Skôr, než prejdeme k Majkiným príkladom, zistite, čo sa stane, ak v čísle 56 803 Cifroš ťukne na

- číslu 8 jedenkrát,
- na číslu 5 dvakrát,
- na číslu 6 štyrikrát,
- na číslu 0 dvadsaťkrát,
- na číslu 3 päťdesiatpäťkrát.

Majka sa pokúsila zistiť, ktoré cifry sa skrývajú za hviezdičkami v prvej úlohe:

$$\begin{array}{r} 3 \star 8 \\ \star 3 4 \\ \hline 862 \end{array}$$

$$8 + 4 = 12$$

2 sme zapísali a 1 ostala. Desiatok je vo výsledku 6.

Preto musí byť $\star + 3 + 1 = 6$. Je jasné, že $\star = 2$.

Stoviek je 8, preto musí byť $3 + \star = 8$.

Takže druhá hviezdička je 5.

Príklad teda vyzeral takto: $328 + 534 = 862$.

Pomôžete Majke s ďalšími úlohami?

- 2 Zistite, ktoré cifry boli pôvodne v príkladoch na sčítanie na miestach, kde sú teraz hviezdičky.

$$\begin{array}{r} 572 \\ 391 \\ \hline \star \star \star \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \star 2 \star \\ 2 \star 3 \\ \hline 967 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \star \star 30 \star \\ 3 \star \star 2 \\ \hline 5810 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \star 3 \star \star \\ \star 2 \star 4 2 \\ \hline 78076 \end{array}$$



Oplotenie záhrady 2

Pripomeňte si rubriku *Oplotenie záhrady 1* zo strany 36.



V obchode nám povedali, že stĺpiky môžu byť od seba vzdialené najviac 6 metrov.

Úloha 1: Najmenej koľko stĺpikov musí stáť na jednej z dlhších strán záhrady (tej, ktorá nemá bránku)?
(Rozmery záhrady ste si vypočítali v rubrike *Oplotenie záhrady 1*.)

Úloha 2: Najmenej koľko stĺpikov (okrem stĺpikov na bránku) potrebujeme na celú záhradu? Zapište svoj výpočet.

Úloha 3: Navrhnete rozmery obdĺžnikovej záhrady tak, aby mala čo najväčšiu plochu a na jej oplotenie nebolo potrebných viac ako 43 stĺpikov. Záhrada nebude mať bránku, stĺpiky môžu byť vzdialené od seba najviac 6 metrov. Svoju odpoveď zdôvodnite.



Písomné odčítanie

Janko a Monika sa učili písomne odčítať. Aj pri odčítaní najskôr odčítavame jednotky od jednotiek, desiatky od desiatok a stovky od stoviek.

Porovnajte ich postupy písomného odčítania.



1. Dané čísla si napíšem pod seba:

$$\begin{array}{r} 749 \\ - 536 \\ \hline \end{array}$$

2. Začnem vpravo:
 $9 - 6 = 3$
 3 zapíšem na správne miesto:

$$\begin{array}{r} 749 \\ - 536 \\ \hline 3 \end{array}$$

3. Pokračujem:
 $4 - 3 = 1$
 1 zapíšem na správne miesto:

$$\begin{array}{r} 749 \\ - 536 \\ \hline 13 \end{array}$$

4. Dokončím:
 $7 - 5 = 2$

$$\begin{array}{r} 749 \\ - 536 \\ \hline 213 \end{array}$$

1. Dané čísla si napíšem pod seba:

$$\begin{array}{r} 749 \\ - 536 \\ \hline \end{array}$$

2. Začnem vpravo:
 6 a koľko chýba do 9? Chýba 3.
 Zapíšem 3:

$$\begin{array}{r} 749 \\ - 536 \\ \hline 3 \end{array}$$

3. Pokračujem:
 3 a koľko chýba do 4? Chýba 1.
 Zapíšem 1:

$$\begin{array}{r} 749 \\ - 536 \\ \hline 13 \end{array}$$

4. Dokončím:
 5 a koľko je 7?
 5 a 2 je 7.
 Zapíšem 2:

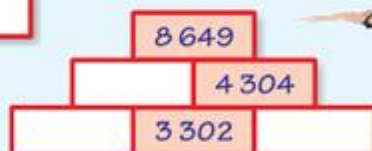
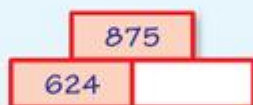
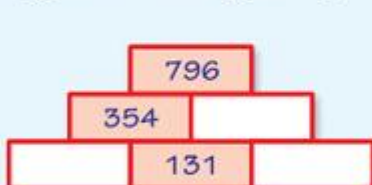
$$\begin{array}{r} 749 \\ - 536 \\ \hline 213 \end{array}$$



1 Precvičte si Filipov a Monikin postup a písomne odčítajte:

$$783 - 261 \quad 394 - 172 \quad 628 - 303 \quad 821 - 411$$

2 Vyplňte sčítacie pyramídy.



3 V jednom meste sú dve základné školy. Jedna je veľká – má až 968 žiakov. Druhá – menšia – má 352 žiakov. O koľko žiakov viac má väčšia škola?



Niekedy je výpočet trochu zložitejší.

1.

Idem počítat:

$$\begin{array}{r} 743 \\ -586 \\ \hline \end{array}$$

2.

Začnem vpravo:
3 - 6 sa nedá,
musím si 1 požičať
z desiatok.
 $13 - 6 = 7$,
7 napíšem a požiča-
nú 1 si poznačím
k 8:

$$\begin{array}{r} 743 \\ -58\overset{1}{6} \\ \hline 7 \end{array}$$

3.

Pokračujem:
 $4 - 8 - 1$ sa nedá,
musím si 1 požičať
zo stoviek.
 $14 - 8 - 1 = 5$,
5 napíšem a požiča-
nú 1 si poznačím
k 5:

$$\begin{array}{r} 743 \\ -5\overset{1}{8}\overset{1}{6} \\ \hline 57 \end{array}$$

4.

Dokončím:
 $7 - 5 - 1 = 1$
Nemusím si nič
požičiavať.
1 zapíšem na
správne miesto:

$$\begin{array}{r} 743 \\ -5\overset{1}{8}\overset{1}{6} \\ \hline 157 \end{array}$$

1.

Idem počítat:

$$\begin{array}{r} 743 \\ -586 \\ \hline \end{array}$$

2.

Začnem vpravo:
6 a koľko chýba
do 3? To sa nedá,
musím si 1 požičať
z desiatok:
6 a koľko chýba
do 13? Chýba 7.
7 napíšem a požiča-
nú 1 si poznačím
k 8:

$$\begin{array}{r} 743 \\ -58\overset{1}{6} \\ \hline 7 \end{array}$$

3.

Pokračujem:
 $8 + 1$ je 9.
9 a koľko chýba
do 4? To sa nedá,
musím si 1 požičať
zo stoviek:
9 a koľko chýba
do 14? 5.
5 napíšem a požiča-
nú 1 si poznačím
k 5:

$$\begin{array}{r} 743 \\ -5\overset{1}{8}\overset{1}{6} \\ \hline 57 \end{array}$$

4.

Dokončím:
6 a koľko je 7?
A 1. Nemusím
si nič požičovať,
1 zapíšem
na správne
miesto:

$$\begin{array}{r} 743 \\ -586 \\ \hline 157 \end{array}$$



4

Počítajte písomne pod sebou. Výsledky si skontrolujte na kalkulačke.

$$\begin{array}{r} 2354 \\ -1042 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2468 \\ -1545 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5281 \\ -2309 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6086 \\ -2924 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7821 \\ -3587 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8208 \\ -2459 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6880 \\ -3957 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6387 \\ -2854 \\ \hline \end{array}$$

Odčítajeme pod sebou väčšie čísla

A si vás neprekvapí, že Jankov a Monikin postup budeme používať aj pri písomnom odčítaní väčších čísel. Opäť je potrebné dať si pozor na to, aby sme mali čísla zapísané správne pod sebou. Ak to bude potrebné, dopíšeme si na správne miesta nuly. Pozrime sa, ako Monika počíta príklad $567\,496 - 9\,532$.



1.

Dané čísla si napíšem pod seba, a kam treba, doplním nuly:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ -009\,532 \\ \hline \end{array}$$

2.

Začnem vpravo: 2 a koľko chýba do 6? Chýba 4. 4 zapíšem na správne miesto:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ -009\,532 \\ \hline 4 \end{array}$$

3.

Posuniem sa k desiatkam: 3 a koľko je 9? Presne 6. Teda číslo 6 zapíšem na správne miesto:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ -009\,532 \\ \hline 64 \end{array}$$

4.

Pokračujem stovkami: 5 a koľko chýba do 4? To sa nedá, musím si 1 požičať. 5 a koľko chýba do 14? Je to 9 a 1 mi ostala, tak si ju poznačím:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ -009\,532 \\ \hline 964 \end{array}$$

5.

Nasledujú tisíce: $9 + 1 = 10$. 10 a koľko je 7? To sa nedá. Opäť si 1 požičiam: 10 a koľko je 17? Napíšem 7 a poznačím si 1:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ -0019\,532 \\ \hline 7964 \end{array}$$

6.

Pokračujem: $0 + 1 = 1$. 1 a koľko chýba do 6? Chýba 5. Zapišem 5 na správne miesto:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ -0019\,532 \\ \hline 57964 \end{array}$$

7.

Dokončím výpočet: 0 a koľko chýba do 5? Zapišem 5 a mám výsledok:

$$\begin{array}{r} 567\,496 \\ -0019\,532 \\ \hline 557964 \end{array}$$

Nezabúdajte na to, čo ostalo!



1

Vypočítajte. Čísla si zapíšte správne pod seba. Výsledky si skontrolujte na kalkulačke.

$2\,488 - 2\,065$

$6\,787 - 350$

$23\,811 - 4\,972$

$221\,629 - 14\,836$

2

Jedno z každej dvojice čísel je väčšie od druhého. O koľko?

a) $37\,821$

$49\,296$

b) $103\,807$

$36\,931$

c) $87\,654$

$96\,529$

3 Z uvedených čísel odčítajte najmenšie číslo od najväčšieho.

87 369 78 639 86 379 89 376 93 786 83 769

4 Postupne odčítajte.

a) $1\,693\,870 - 593\,271 - 486\,020 - 21\,500$

b) $4\,582\,075 - 3\,985\,704 - 27\,933 - 14\,874$

5 Doplňte čísla tak, aby ste dostali magický štvorec. Môžete použiť kalkulačku.

	459 635	
	717 796	
	975 957	792 326

6 Pamätáte si na čarodejníka Cifroša Hviezdičku? Podarí sa vám zistiť, ktoré cifry sa skrývajú pod hviezdikami v týchto úlohách?

$$\begin{array}{r} 695 \\ -481 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \star 4 \star \\ -2 \star 3 \\ \hline 512 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \star 73 \star \\ -4 \star \star 1 \\ \hline 1918 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \star 3 \star \quad 9 \star 7 \\ -1 \star 4 \quad \star 3 \star \\ \hline 552 \quad 889 \end{array}$$



Guľky 1

Filip a Svetlana vymysleli päť hier s vrekom guľiek. Pri prvých troch hrách používajú vrečko, v ktorom sú tri červené a dve modré guľky.

Hra 1: Náhodne so zavretými očami vyberú z vrečka jednu guľku. Ak je táto guľka modrá, vyhráva Svetlana. Ak je guľka červená, vyhráva Filip. Kto má väčšiu šancu na výhru?

Najprv odpovedzte, potom si zahrajte túto hru v dvojiciach v triede. Každá dvojica hrá aspoň desať hier. Porovnajete svoju odpoveď na prvú otázku s výsledkami hry v triede. Sú rovnaké?

Hra 2: Náhodne so zavretými očami vyberú postupne všetky guľky. Ak je posledná vybratá guľka modrá, vyhráva Svetlana. Ak je posledná vybratá guľka červená,

vyhráva Filip. Kto má teoreticky väčšiu šancu na výhru?

Zahrajte si túto hru v dvojiciach v triede. Každá dvojica hrá aspoň desať hier. Porovnajete svoj teoretický výsledok s výsledkami hry v triede. Sú rovnaké?

Hra 3: Náhodne so zavretými očami vyberú postupne tri guľky. Ak je posledná vybratá guľka modrá, vyhráva Svetlana. Ak je posledná vybratá guľka červená, vyhráva Filip. Kto má väčšiu šancu na výhru?

Zahrajte si túto hru v dvojiciach v triede. Každá dvojica hrá aspoň desať hier. Porovnajete svoj teoretický výsledok s výsledkami hry v triede. Sú rovnaké?

Opakujeme si písomné sčítanie a odčítanie



1 Doplňte do viet správne čísla:

- Číslo 3 482 je o väčšie ako 1 945.
 Číslo 3 482 je o menšie ako 5 207.
 Číslo je o 4 502 väčšie ako 1 813.
 Číslo je o 3 298 menšie ako 5 217.
 Číslo 2 096 je o 1 783 väčšie ako
 Číslo 4 387 je o 2 306 menšie ako



2 Vráťme sa k tabuľke s počtami obyvateľov niektorých krajín, s ktorou ste sa stretli už v prvom polroku.

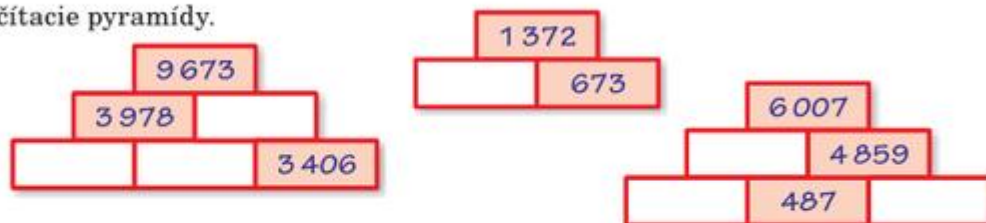
	rok 1950		rok 2000	odhad	rok 2050
Čína	554 760 000	Čína	1 275 133 000	India	1 572 055 000
India	357 561 000	India	1 008 937 000	Čína	1 462 058 000
USA	157 813 000	USA	283 230 000	USA	397 063 000
Rusko	107 702 000	Indonézia	212 092 000	Pakistan	344 170 000
Japonsko	83 625 000	Brazília	170 406 000	Indonézia	311 335 000

Vypočítajte písomne:

- a) koľko obyvateľov spolu mala Čína a Rusko v roku 1950,
 b) koľko obyvateľov spolu mala Čína a USA v roku 2000,
 c) koľko obyvateľov spolu bude mať pravdepodobne Čína a India v roku 2050,
 d) o koľko sa zväčšil počet obyvateľov USA od roku 1950 do roku 2000.

Výsledky si skontrolujte na kalkulačke.

3 Vyplňte sčítacie pyramídy.



4 Zistite, ktoré čísla sa skrývajú pod kartičkami.

- a) $3\,701 + \text{A} = 6\,813$ b) $5\,812 + \text{B} = 7\,104$ c) $\text{C} + 304 = 4\,081$
 d) $7\,813 - \text{D} = 4\,701$ e) $8\,104 - \text{E} = 6\,812$ f) $\text{F} - 3\,708 = 4\,895$

5 Vysvetlite, prečo sú výsledky častí a) a d) úlohy 4 rovnaké. Mali by byť ešte nejaké výsledky z predchádzajúcej úlohy rovnaké?

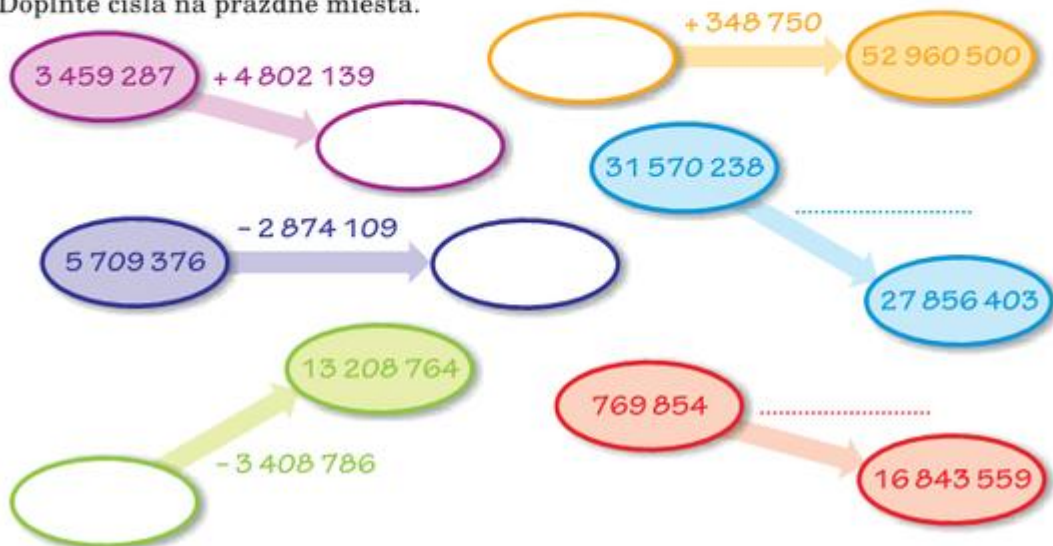




6 Zistite, ktoré čísla sa skrývajú pod machuľkami.

- a) $22\,222 + \text{machuľka} = 50\,505$ b) $34\,017 - \text{machuľka} = 19\,989$ c) $\text{machuľka} - 34\,004 = 89\,999$
 d) $24\,053 + \text{machuľka} = 33\,148$ e) $100\,783 - \text{machuľka} = 73\,992$

7 Doplňte čísla na prázdne miesta.



8 K dvom daným číslam nájdite tretie číslo, aby spolu tvorili sčítaciu rodinku. Nájdite vždy všetky riešenia.

- a) 487, 1 261 b) 4 508, 3 284 c) 6 319, 3 691

9 Odčítajte vždy dve susedné čísla. Pozor, je to až 5 príkladov.

- a) 32 785 14 903 76 396 121 804 873 365 549 068
 b) 684 295 387 607 210 212 806 936 12 387 565 3 468 953

10 Ktoré čísla sú pod kartičkami? Nájdite všetky možnosti.

a)
$$\begin{array}{r} 4 \text{ (blue)} \\ + 3 \text{ (red)} \\ \hline 7 \quad 2 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 4 \text{ (purple)} \\ + 2 \text{ (green)} \\ \hline 7 \quad 6 \end{array}$$

11 Ktoré cifry premenil Cifroš Hviezdička na hviezdičky v týchto úlohách?

$\begin{array}{r} 2 \text{ } 6 \text{ } \star 3 \star \\ 3 \star 5 \star 8 \\ \hline \star 3 \quad 1 \quad 1 \quad 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \text{ } 5 \star 7 \text{ } 8 \star 0 \\ \star \star \star 2 \text{ } 1 \text{ } \star 3 \star \\ \hline \star 2 \quad 3 \quad 5 \star \quad 2 \quad 5 \quad 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \text{ } 4 \text{ } \star 2 \star \\ - 4 \star 1 \star 2 \\ \hline \star 3 \quad 1 \quad 1 \quad 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \text{ } 5 \star 7 \text{ } 8 \star 0 \\ - \star \star \star 2 \text{ } 1 \text{ } \star 3 \star \\ \hline 2 \quad 3 \quad 5 \star \quad 2 \quad 5 \quad 3 \end{array}$
---	---	---	---

12 Vymyslite podobný príklad s hviezdičkami. Do každého stĺpca dajte jednu hviezdičku (ako to je v úlohe 11). Všetky vymyslené zadania dajte na nástenku. Kto z triedy vyrieši najviac spolužiakmi vymyslených úloh?

13 Poradíte si aj s písomným sčítaním farebných – modrých a červených čísel?

$267\,308 + 408\,219$	$873\,219 + 427\,390$	$1\,408\,700 + 590\,065$
$4\,810\,264 + 21\,350\,000$	$12\,592\,377 + 21\,295\,737$	$132\,870\,000 + 45\,293\,107$



POČÍTAME NA KALKULAČKE



O krem písomného sčítania a odčítania sme sa učili sčítovať a odčítovať aj spamäti. Často však potrebujeme výpočty urobiť rýchlejšie, presnejšie a s väčšími číslami. Vtedy použijeme na výpočet kalkulačku – zvlášť v dnešnej dobe, keď kalkulačku väčšina z nás nosí stále pri sebe v mobilnom telefóne.

Trochu z histórie kalkulačiek



A si tušíte, že kalkulačky neboli vždy také rozšírené ako v dnešnej dobe. Na výpočty sa používali rôzne mechanické pomôcky – počítadlá. Napríklad v Číne už pred viac ako 5000 rokmi používali pomôcku – abakus.



Počítadlo



Abakus

Vynález prvého počítacieho stroja – predchodcu dnešnej kalkulačky – sa pripisuje dvom ľuďom: Wilhelmovi Schickardovi a Blaiseovi Pascalovi. Pascalov vynález bol po ňom aj pomenovaný, volá sa Pascalina.



Blaise Pascal



Pascalina



Wilhelm Schickard a jeho kalkulačka



Ďalším známym tvorcom počítacieho stroja bol nemecký matematik Gottfried Wilhelm Leibniz.



Gottfried Wilhelm Leibniz a jeho počítací stroj



Pôvodné kalkulačky boli veľké stroje. V porovnaní s dnešnými kalkulačkami alebo mobilnými telefónmi, ktoré kalkulačku skrývajú v sebe, to boli skutoční obri.

Sčítujeme a odčítujeme na kalkulačke

A si každý z vás už počítal na kalkulačke. Okrem tlačidiel s ciframi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sú na kalkulačke tlačidlá pre matematické operácie **+**, **-**, **×**, **÷**, tlačidlo **=** a veľa iných tlačidiel.



Sčítovanie a odčítovanie ste si už vyskúšali na svojej kalkulačke veľakrát a asi sa vám to nezdá ťažké. No určite sa vám už stalo, že ste pri počítaní na kalkulačke dostali zlý výsledok. Napríklad sa vám mohlo stať, že ste nechtiac naľukali nesprávne číslo alebo slabo stlačili tlačidlo a číslca sa nezobrazila. Alebo ste zvolili nesprávnu počtovú operáciu.



1 Sčítajte na kalkulačke. Skúste sa nepomýliť.

$$5\,689\,765 + 8\,946\,778$$

$$5\,689\,765 + 894\,678$$

$$589\,765 + 8\,946\,778$$

$$569\,765 + 896\,778$$

$$568\,976 + 89\,467\,782$$

$$56\,897\,465 + 8\,946\,778$$

2 Odčítajte na kalkulačke. Skúste sa nepomýliť.

$$9\,533\,958 - 8\,862\,089$$

$$9\,533\,958 - 8\,562\,089$$

$$8\,953\,958 - 8\,862\,089$$

$$9\,953\,398 - 4\,862\,089$$

$$5\,339\,358 - 4\,620\,389$$

$$9\,533\,958 - 8\,632\,089$$

Čo robiť, keď sa pri stláčaní pomýlite?

Jedna z možností je všetko, čo ste doteraz naľukali, vymazať. Najčastejšie sa na to používa tlačidlo s označením **C** (z anglického clear – vymaž). Potom musíte zadať celý príklad ešte raz.

Často si môžete ušetriť veľa práce, ak nevymažete všetko, ale iba posledné vložené číslo alebo operáciu. Na to sa používa tlačidlo najčastejšie označené **CE** (z anglického clear entry – vymazanie posledného zadaného údaje). Na niektorých kalkulačkách nemusíte vymazať celé nesprávne vložené číslo, ale môžete vymazať iba časť tohto čísla, teda niekoľko chybných cifier.



3 Ak vaša kalkulačka nemá tlačidlo **C** alebo **CE**, pozrite sa do návodu na prácu s vašou kalkulačkou. Zistíte v ňom zodpovedajúce tlačidlá, resp. spôsob, ako opraviť chybné zadané číslo alebo jeho časť. Návod možno nájdete aj na internete.

4 Pri výpočte $6\,408 + 395$ stlačil Janko postupne tlačidlá:

a) **6 4 0 8 + 3 5**, b) **6 4 0 0 8 + 3 9 5**, c) **6 4 0 8 - 3 9 5**.

Stlačte aj vy postupne tieto tlačidlá a potom výpočet čo najjednoduchšie opravte tak, aby ste príklad vypočítali správne.

S kôr, ako sa naučíme niečo nové, zopakujeme si, čo by ste už mali vedieť narysovať.

- 1** Narysujte úsečku s dĺžkou
a) 4 cm, b) 6 cm, c) 75 mm, d) 1 dm.
- 2** Narysujte kružnicu k s polomerom 3 cm.
Jej stred označte S .

- 3** Narysujte do obrázka z úlohy 2 úsečky AB a CD tak, aby body A, B, C, D ležali na kružnici k a bod S ležal na úsečkách AB aj CD .

- 4** Zistite dĺžky úsečiek AB a CD z úlohy 3.

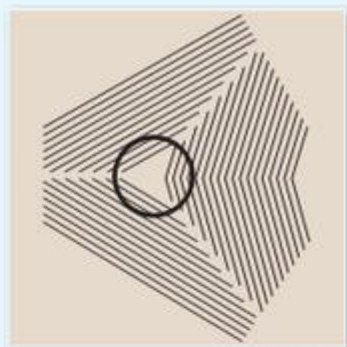
*Takú úsečku, akou je AB alebo CD v predchádzajúcich úlohách, voláme **priemer kružnice**.*

- 5** Sú nasledujúce vety pravdivé? Ak nie, čo najjednoduchšie ich opravte.
a) Priemer kružnice je trikrát dlhší ako jej polomer.
b) Každý priemer kružnice prechádza cez stred kružnice.

- 6** Narysujte kružnicu s priemerom 4 cm a celú plochu vnútri vyfarbite modrou farbou.

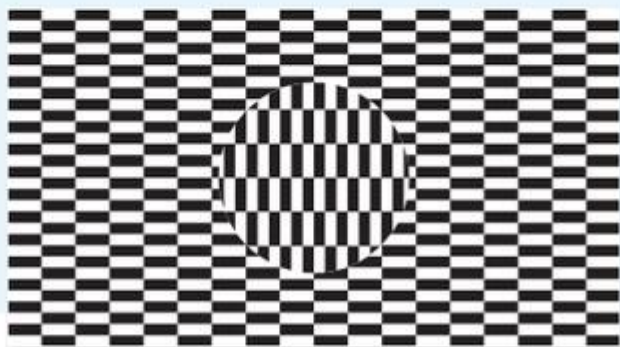
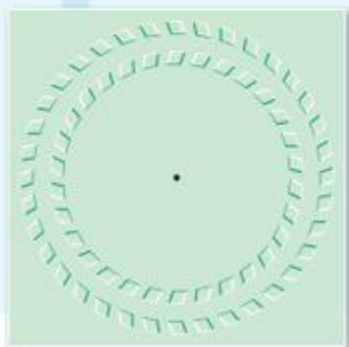
*To, čo vám po vyfarbení vzniklo, sa volá **kruh**.
Medzi kruhom a kružnicou je rozdiel: kružnica je iba čiara, kruh obsahuje túto čiaru a celý jej vnútrojšok.*

*Nenechajte sa oklamať zrakom!
Pozerať sa na bodku v strede obrázka a súčasne pohybujte hlavou dopredu a dozadu. Vidíte točiac sa útvary?*



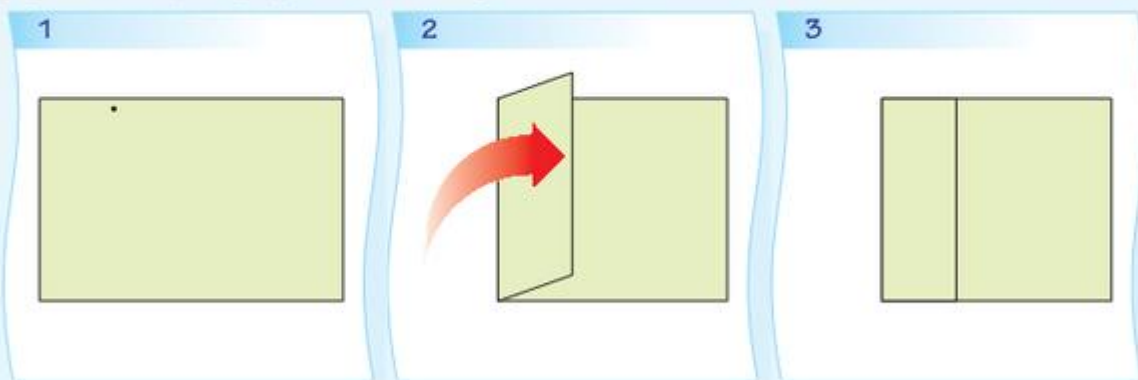
Zdá sa vám, že kružnica je krivá, nepresná? Skontrolujte ju kružidlom.

Zdá sa vám, že kruh je nad obdĺžnikom?



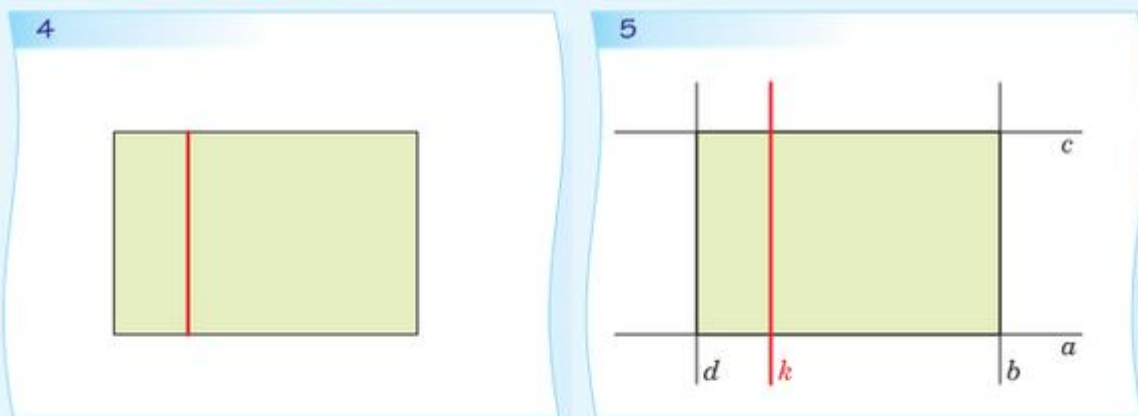
Kolmice

Zoberťte si hárok papiera. Na jeho okraji si zvolte bod. Potom v tomto bode prehnite papier tak, aby ste po prehnutí mali opäť obdĺžnik.



Teraz papier opäť vystřite. Miesto prehnutia sa javí ako časť priamky. Na obrázku sme ho zvýraznili.

Predĺžme na obrázku strany papiera aj miesto prehnutia. Dostaneme 5 priamok.



Priamky sme nazvali **a**, **b**, **c**, **d**, **k**.

Už viete, že priamky **a** a **c** sú rovnobežné. Rovnako aj priamky **b** a **d** sú rovnobežné.

Prezradíme vám, že priamka **a** je **kolmá** na priamku **k**. Hovoríme tiež, že priamka **a** je **kolmica** na priamku **k** alebo, jednoducho, že priamky **a** a **k** sú **navzájom kolmé**.



- Skúste vlastnými slovami čo najstručnejšie povedať, kedy hovoríme o nejakých priamkach p a q , že:
 - priamka p je **kolmá** na priamku q ,
 - priamka p **nie je kolmá** na priamku q .



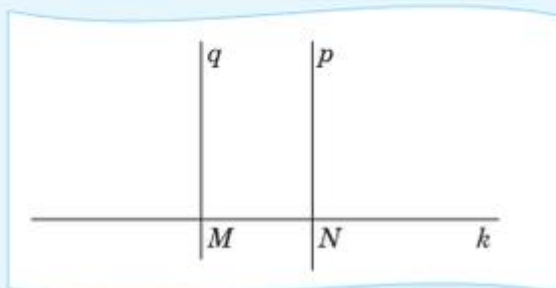
- 2** Na obrázku s priamkami a, b, c, d, k je ešte 5 dvojíc priamok, o ktorých môžeme povedať, že jedna z nich je kolmá na druhú. Nájdite ich čo najviac.

*Ak je jedna priamka kolmá na druhú, tak sa tieto dve priamky pretínajú v jednom bode.
Tento bod sa nazýva **päta kolmice**.*

Päta topánky
Päta kolmice



- 3** Ako sa na obrázku volá päta kolmice k na priamku a) p , b) q ?



Ako overíme, či sú dve narysované priamky r a s kolmé? Máme niekoľko možností. Tamara používa návod, ktorý jej povedal jej starší brat. Vyskúšajte si ho.

- 4** Narysujte do zošita dve priamky r a s . Podľa nasledujúceho návodu overte, či sú na seba kolmé.

Návod: Spoločný bod priamok r a s si označte napr. K . Na priamke r zvolte rôzne body A, B tak, aby mali rovnakú vzdialenosť od bodu K . Na priamke s si zvolte bod C (iný ako bod K). Odmerajte veľkosti úsečiek AC a BC .

Ak sú veľkosti úsečiek AC a BC rovnaké, tak priamky r a s sú na seba kolmé.

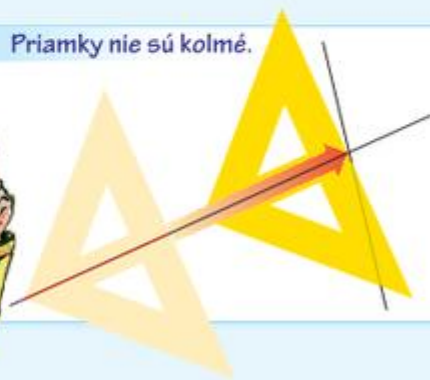
Ak sú veľkosti úsečiek AC a BC rôzne, tak priamky r a s nie sú na seba kolmé.

Iný spôsob, ako overiť kolmosť, používa Milan. Potrebuje pri tom trojuholníkové pravítko s ryskou.

Priamky sú kolmé.

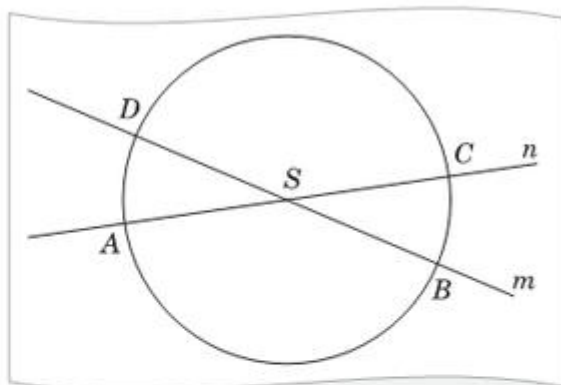


Priamky nie sú kolmé.



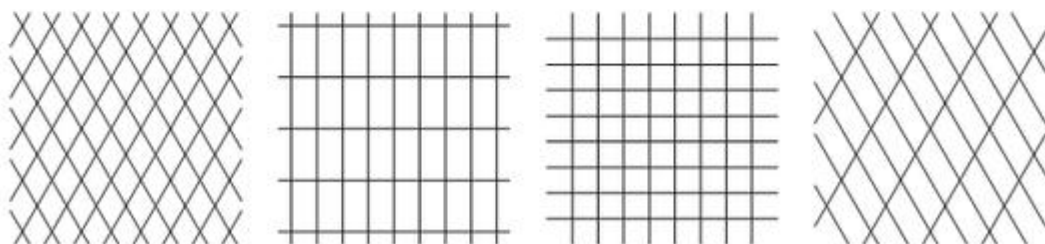


- 5** Narysujte dve priamky m a n . Ich priesečník označte S . Zostrojte kružnicu so stredom v bode S s polomerom 5 cm. Body, v ktorých sa priamky pretnú s kružnicou, označte A, B, C, D tak, ako vidíte na obrázku.



Narysujte priamky AB, BC, CD a AD . Zistite, či sú niektoré z nich navzájom kolmé. Vyšlo vám to všetkým v triede rovnako?

- 6** Na obrázku sú rôzne mriežky. Zistite, ktorá z nich je štvorčeková a ktorá obdĺžniková.



- 7** Narysujte tri rôzne štvoruholníky, ktorých každé dve susedné strany sú na seba kolmé.

- 8** Narysujte štvoruholník, ktorého každé dve susedné strany sú na seba kolmé, ale nie je obdĺžnik.

Zapamätajte si

Obdĺžnik je taký štvoruholník, ktorého každé dve susedné strany sú navzájom kolmé.

Kalendár 1

Kalendár, ktorý používame, sa nazýva *gregoriánsky*. Sú v ňom dva typy rokov: *priestupné* (tie majú 366 dní) a *nepriestupné* (tie majú 365 dní). Z rokov, ktoré končia dvoma nulami (napr. 1900, 2000...), sú priestupné len tie, ktoré sa dajú vydeliť bez zvyšku číslom 400. Z ostatných rokov sú priestupné tie, ktoré sa dajú vydeliť bez zvyšku číslom 4.

Úloha 1: Ktoré z rokov 2100, 2200, 2300, 2400, 2500, 2600 budú priestupné?

Úloha 2: Ktoré z rokov 2222, 2223, 2224, 2225, 2226, 2227, 2228, 2229 budú priestupné?

Úloha 3: Vypíšte priestupné roky.

1895, 1896, 1897, 1898, 1899, 1900, 1901, 1902, 1903, 1904, 1995, 1996, 1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004

Úloha 4: Viera tvrdí, že každý štvrtý rok je priestupný. Peter tvrdí, že nepriestupných môže byť aj 6 za sebou nasledujúcich rokov. Má niektorý z nich pravdu? Svoju odpoveď vysvetlite.



Kolmice okolo nás

S kolmicami sa stretávame veľmi často. Kolmé bývajú napríklad steny v byte, hrany stola alebo ulice v meste.

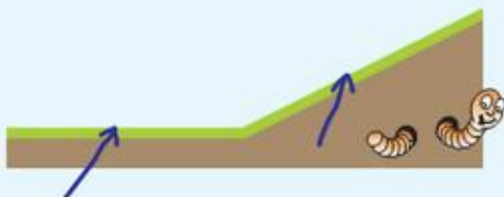


- 1** Pozrite si tri obrázky. Na každom z nich je rovná palica opretá o stenu.



Kam spadne palica, doľava alebo doprava?

- 4** Prekreslite si do zošita obrázok, na ktorom je svah ako na obrázku. Nakreslite do tohto obrázka dva stromy na vyznačenom mieste.



Na určenie kolmice na zem, na ktorej stojíme, sa používa olovnica. Je to kus olova alebo iný ťažší predmet, ktorý je zavesený na povrázku.

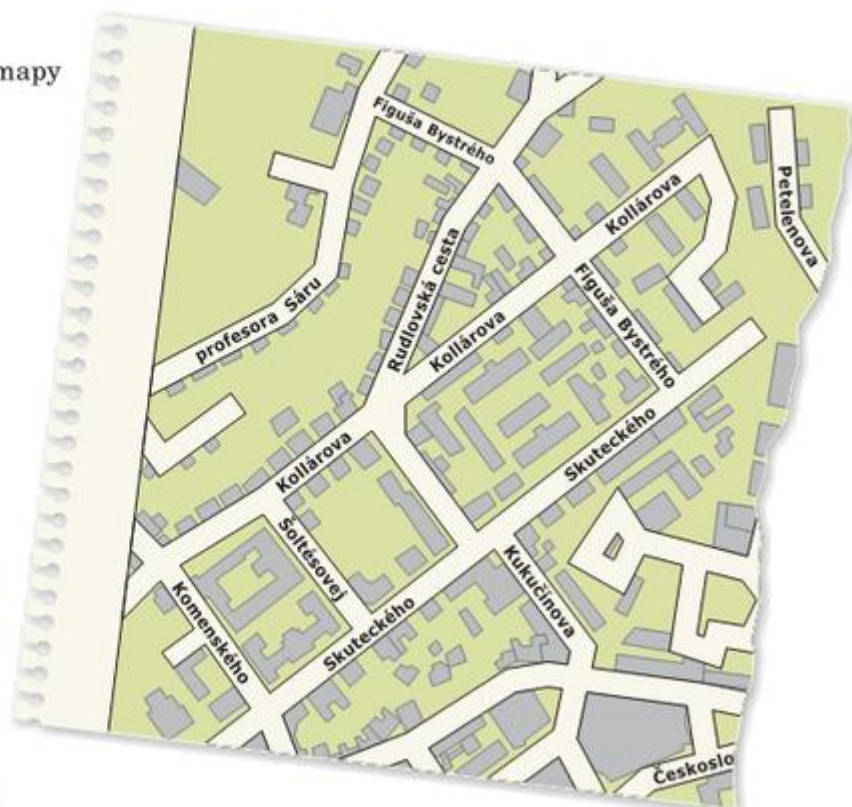
Na určenie rovnobežnosti so zemou – vodorovnosti – sa používa vodováha.



- 5** Ak máte doma vodováhu, skontrolujte pomocou nej, či sú podlahy bytu (domu), kde bývate, vodorovné. Potom zostrojte olovnicu z kúska povrázku a z nejakého ťažšieho predmetu. Pomocou nej skontrolujte, či sú steny bytu (domu), v ktorom bývate, kolmé na zem.



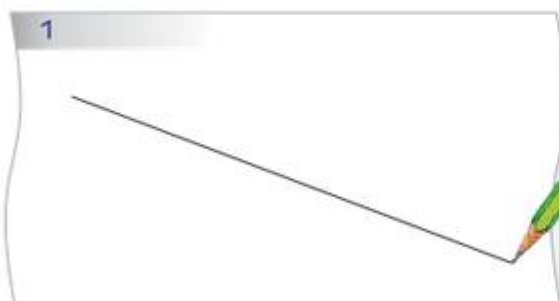
- 6 Na obrázku vidíte časť mapy Banskej Bystrice.



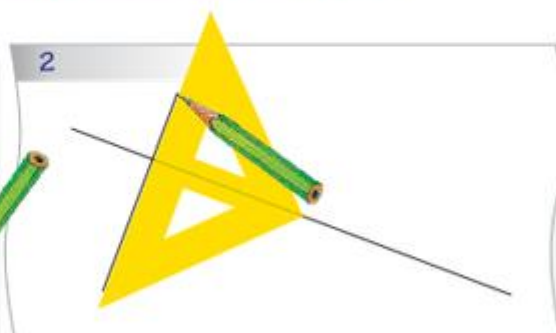
- Ktoré ulice sú kolmé na Skuteckého ulicu? Nájdete ich všetky? Je ich až päť.
- Ktoré ulice sú rovnobežné so Skuteckého ulicou?
- Ktoré ulice sú kolmé na ulicu Šoltésovej?

Rysujeme kolmice

S rysovaním kolmíc pomocou pravítka s ryskou ste sa už stretli v prvom polroku. Vtedy ste však ešte nevedeli, že rysujete kolmicu. Pripomeňme si tento postup.



Narysujeme priamku.



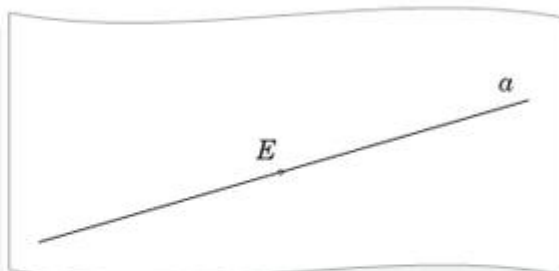
Priložíme trojuholníkové pravítko s ryskou k tejto priamke tak, ako vidíme na obrázku, a narysujeme priamku – kolmicu.

- 1 Narysujte do zošita priamku a a bod E tak, ako vidíte na obrázku. Narysujte priamku g kolmú na priamku a , ktorá prechádza cez bod E .

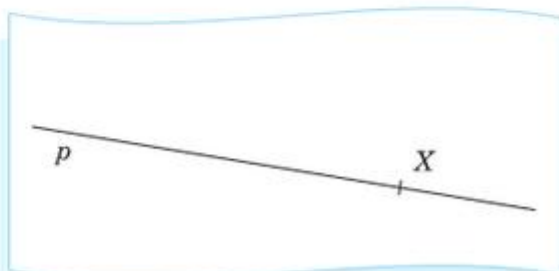
a)



b)



- 2 Na obrázku je priamka p a na nej bod X . Máme narysovať kolmicu na priamku p prechádzajúcu bodom X . Roman vie rysovať kolmice aj bez použitia rysky. Vyskúšajte si jeho postup a rysujte podľa jeho návodu.



1. krok Na priamke p zostrojím bod M tak, aby vzdialenosť MX bola 4 cm.
2. krok Zostrojím kružnicu so stredom v bode X a polomerom 3 cm.
3. krok Zostrojím kružnicu so stredom v bode M a polomerom 5 cm.
4. krok Body, v ktorých sa kružnice pretnú, označím A a B .
5. krok Zostrojím priamku AB .

Ak ste presne rysovali, priamka AB je kolmá na priamku p a prechádza bodom X .

- 3 Zistíte dĺžky strán trojuholníka AXM z konštrukcie v úlohe 2.

Vedeli ste, že podobný postup na zostrojovanie kolmíc pomocou trojuholníka so stranami 3, 4 a 5 vraj používali už Egypťania pri stavbe pyramíd?



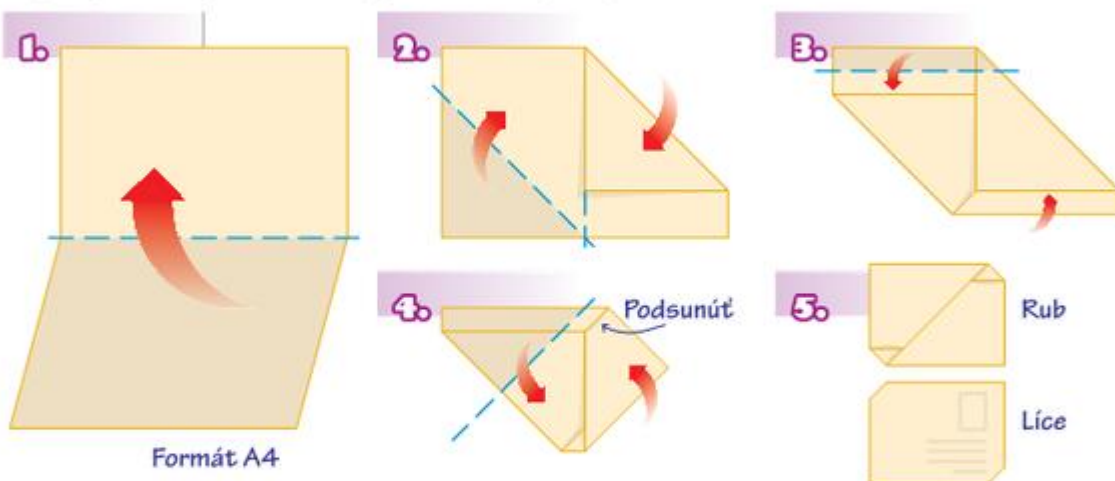
- 4** Roman vie bez použitia pravítka s ryskou narysovať aj kolmicu na priamku p , ktorá prechádza bodom X ležiacim mimo priamky p . Vyskúšajte si aj tento jeho postup.



- 1. krok** Daná je priamka p a bod X , ktorý na nej neleží.
- 2. krok** Na priamke p zostrojím ľubovoľný bod M .
- 3. krok** Narysujem úsečku XM .
- 4. krok** Meraním určím stred úsečky XM . Označíme ho S .
- 5. krok** Zostrojím kružnicu k so stredom v bode S , ktorá prechádza bodom M (aj X).
- 6. krok** Priesečník kružnice k a priamky p označím Y .
- 7. krok** Priamka XY je hľadanou kolmicou na priamku p .

Skontrolujte pomocou pravítka s ryskou svoju presnosť narysovania kolmice podľa Romanovho návodu.

- 5** Viete, čo je to *origami*? Je to umenie skladania papiera, pri ktorom sa obvykle nepoužívajú nožnice ani lepidlo. Niektoré skladačky sú jednoduché, iné zložitejšie. Skúste si poskladať obálku z jedného kusa papiera. Tu je návod, ako na to: Papier preložte podľa modrej prerušovanej čiary.



Rozložte poskladanú obálku a nájdite všetky kolmice, ktoré pri skladaní vznikli.

- 6** Ak sa vám skladačka páčila, nájdite si na internete aj ďalšie návody a vyskúšajte si ich.

7 Narysujte priamku a . Potom narysujte priamku b , ktorá je kolmá na priamku a . Napokon narysujte priamku c , ktorá je kolmá na priamku b . Čo viete povedať o priamkach a a c ? Presvedčte sa o správnosti svojho tvrdenia. Vyšlo vám to v triede všetkým rovnako?

8 Keď ste zvládli úlohu 7, viete dokončiť túto vetu:
Dve priamky kolmé na tú istú priamku sú

9 Narysujte dve rovnobežné priamky m a n . Zostrojte priamku k kolmú na priamku m . Zistite, či je táto priamka kolmá aj na priamku n . Máte všetci rovnaký výsledok?

10 Z úlohy 9 vidno, ktoré slovo treba doplniť do vety:
Priamka kolmá na jednu z rovnobežiek je aj na druhú z rovnobežiek.

11 Narysujte priamku f . Zostrojte priamku g , ktorá je kolmá na priamku f . Narysujte priamku r , ktorá je rovnobežná s priamkou g . Zistite, či aj priamka r je kolmá na priamku f .

12 Z úlohy 11 vidno, ktoré slovo vo vete chýba. Doplníte vetu:
Priamka rovnobežná s kolmicou na danú priamku je na danú priamku.

Pripomínáme

Štvorec je obdĺžnik, ktorého všetky strany sú rovnako dlhé.

Každé dve susedné strany obdĺžnika sú navzájom kolmé.

Každé dve protilahlé strany obdĺžnika sú rovnobežné.

Protilahlé strany obdĺžnika sú rovnako dlhé.

13 Narysujte štvorec *SOVA* so stranou dlhou 4 cm. Aby to nebolo také jednoduché, musíte pri rysovaní splniť túto podmienku: a) môžete narysovať nanajvýš jednu kolmicu, b) nesmiete rysovať rovnobežky.

14 Narysujte obdĺžnik *RYBA*, v ktorom úsečka RY meria 6 cm a úsečka YB meria 3 cm.

15 Zostrojte jeden šesťuholník *KOBYLA*, ktorého každé dve susedné strany sú navzájom kolmé.

16 Narysujte šesťuholník, ktorého každé dve susedné strany sú navzájom kolmé a štyri jeho susedné strany merajú zaradom 5 cm, 4 cm, 3 cm a 2 cm. Koľko centimetrov merajú zvyšné dve strany?

17 Koľko riešení má úloha 16? Môžete si pomôcť štvorčekovým papierom.



PRI DELENÍ OBČAS NIEČO ZVÝŠI

Zopakujte si, ako sme rozdeľovali na rovnaké časti. Najskôr si ale pripomenieme, ako súvisí násobenie s delením.

Čísla, ktoré sú výsledkom násobenia číslom 7, voláme násobky čísla 7.

- 1 Vymenujte všetky výsledky do 100, ktoré môžeme dostať pri násobení čísla 7.
- 2 Nájdite štyri násobky čísla a) 5, b) 9, c) 13, d) 43, e) 583.
- 3 Pokračujte vo vypisovaní násobkov. Vypíšte vždy 10 ďalších násobkov.
 - a) 3, 6, 9...
 - b) 4, 8, 12...
 - c) 6, 12, 18...
 - d) 8, 16...
 - e) 11, 22...
- 4 a) Je číslo 61 násobkom čísla 4 (5, 7)?
 b) Je číslo 39 násobkom čísla 3 (4, 6)?
 c) Je číslo 96 medzi násobkami čísla 10 (9, 8)?



- 5 Dávajte si v triede podobné otázky ako v úlohe 4. Všetky čísla nech sú menšie ako 100. Kto bude mať najviac správnych odpovedí?

- 6 Nájdite tri čísla, ktorých násobkom je číslo 12.
- 7 Nájdite násobok čísla 8, ktorý je menší ako 59 a je k číslu 59 čo najbližšie.

- 8 Deti sa na výlete mali rozdeliť do rovnako početných skupín. Koľko detí by bolo v jednej skupine, keby:
 - a) detí bolo 32 a skupín má byť 8?
 - b) detí bolo 42 a skupín má byť 8?
 - c) detí bolo 53 a skupín má byť 7?



Aj vám vyšlo, že 42 detí sa nedá rozdeliť do ôsmich rovnakých skupín ani 53 detí do siedmich rovnakých skupín? V živote sa často stane, že rozdeľovanie nevyjde tak, aby v každej časti bolo rovnako veľa detí, predmetov... V takom prípade si väčšinou vyberáme z dvoch možností:

- rozdelíme len to, čo sa dá rozdeliť (zvyšok, teda to, čo sa už nedá rozdeliť, dáme bokom);
- rozdelíme všetko tak, aby sa počty v skupinách líšili čo najmenej, teda najviac o 1.



Jarmila vám ukáže, ako zvládla tieto dve možnosti pri rozdeľovaní 42 detí do 8 skupín.

$42 : 8$ sa nedá vypočítať.

Najbližšie menšie číslo, ktoré sa dá deliť ôsmimi, je 40:
 $40 : 8 = 5$

Podľa prvej možnosti zostali 2 deti ($42 - 40 = 2$), ktoré nezaradíme do žiadnej skupiny. V tomto prípade by deti asi ostali smutné, preto skúsme radšej druhú možnosť.

Podľa nej aj tieto dve deti rozdelíme po jednom do niektorých z 8 skupín. Potom v jednotlivých skupinách bude 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6 a 6 detí.

- 9 Nájďte obe možnosti pri rozdeľovaní a) 59 detí do 8 skupín, b) 59 detí do 7 skupín, c) 59 detí do 6 skupín, d) 77 detí do 9 skupín.

- 10 Doma sme mali 50 fliaš kompótov. Máme ich odniesť do pivnice. Na jedenkrát odnesieme najviac 6 kompótov. Koľkokrát budeme musieť ísť do pivnice? Ukážte, že počet ciest do pivnice, ktorý uvediete, sa už nedá zmenšiť.

- 11 Koľkokrát budeme musieť ísť do pivnice, keď doma máme:
a) 30 kompótov a naraz dokážeme odniesť najviac 7 kompótov?
b) 40 kompótov a naraz dokážeme odniesť najviac 9 kompótov?
c) 61 kompótov a naraz dokážeme odniesť najviac 8 kompótov?

- 12 Koľko vajíčok zostane pri rozdeľovaní a) 43, b) 63, c) 54, d) 47, e) 70, e) 50 vajíčok do obalov po 6 kusoch?



Mám spravodlivo rozdeliť 47 jabĺk medzi 7 detí. Zvyšok, ktorý sa nebude dať rozdeliť, si nechám pre seba.

Všetky jablká sa nedajú rozdeliť, lebo 47 nie je medzi násobkami čísla 7.

Najbližší menší násobok siedmich je 42. To znamená, že každé zo 7 detí dostane $42 : 7 = 6$ jabĺk a mne zostane zvyšok $47 - 42 = 5$ jabĺk.

Celý tento výpočet budeme stručne zapisovať: $47 : 7 = 6$, zvyšok 5. Budeme ho volať **delenie so zvyškom**.



- 13** Vymyslite podobnú úlohu, ktorej skráteneý zápis bude a) $52 : 7 = 7$, zvyšok 3; b) $47 : 8 = 5$, zvyšok 7; c) $69 : 12 = 5$, zvyšok 9.

- 14** Deľte so zvyškom.

16 : 3 18 : 4 20 : 5 23 : 6 65 : 7

Pozrite sa, ako Paľo delil so zvyškom v príklade 65 : 7.

Násobok čísla 7 menší ako 65 je napríklad 56.

$$\rightarrow 56 : 7 = 8$$

$$\rightarrow 65 - 56 = 9$$

Potom $65 : 7 = 8$, zvyšok 9.

- 15** Rozhodnite, či počítal Paľo správne. Svoju odpoveď vysvetlite.

Paľo si neskôr uvedomil, že číslo 9 môže ešte rozdeliť na 7 častí a zvyšok tak bude $9 - 7 = 2$. Preto jeho druhé riešenie bolo: $65 : 7 = 9$, zv. 2.

Aby sme sa vyhli podobným veľkým zvyškom, ktoré by sme museli ďalej rozdeľovať, uzavrieme dohodu:

Dohoda

Zvyšok musí byť menší ako číslo, ktorým delíme (ako deliteľ).

- 16** Precvičte si zápis delenia so zvyškom a zapíšte všetky príklady z úlohy 11 o kompótoch.



Samo a Majka mali za domácu úlohu vypočítať so zvyškom príklad $42 : 5$.

Majka postupovala tak, že postupne odčítavala číslo 5 od čísla 42:

37, 32, 27, 22, 17, 12, 7, 2.

Keď sa už odčítat nedá, napíšem výsledok.

Odčítavať sa dalo 8-krát a zvýšilo 2, preto $42 : 5 = 8$, zv. 2.

Samo postupoval tak, že si hovoril násobky čísla 5 a našiel taký, ktorý bol najbližšie k číslu 42 a súčasne bol menší ako 42.

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40.

Je to číslo 40.
Hneď vidím, že zvyšok bude 2.
Výsledok teda bude 8, pretože
 $40 : 5 = 8$.

Preto mala úloha riešenie:
 $42 : 5 = 8$, zv. 2.



17 Vyskúšajte si oba spôsoby na nasledujúcich príkladoch.

37 : 5 43 : 7 50 : 11 63 : 7 65 : 8 75 : 9

Obidve metódy možno použiť aj pre väčšie čísla.

18 Vyskúšajte si oba spôsoby na nasledujúcich príkladoch:

65 : 14 78 : 17 123 : 22 186 : 33 475 : 80 917 : 120

19 Koľko jabĺk som rozdeľoval siedmim deťom, ak som použil výpočet

  : 7 = 5, zvyšok 4?

Milan riešil úlohu 19 takto:

Každé zo siedmich detí
dostalo 5 jabĺk.

Spolu deti dostali
 $7 \cdot 5 = 35$ jabĺk.

Štyri jablká neboli rozdelené,
preto muselo byť spolu
 $35 + 4 = 39$ jabĺk.



20 Nájdite vynechané čísla v príkladoch na delenie so zvyškom.

Počítajte po riadkoch.

  : 7 = 5, zvyšok 2
  : 8 = 5, zvyšok 4
  : 12 = 7, zvyšok 9
  : 10 = 8, zvyšok 5
  : 23 = 20, zvyšok 16

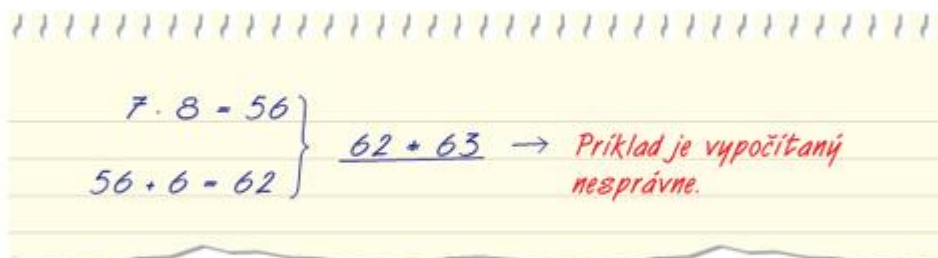
  : 7 = 6, zvyšok 4
  : 9 = 9, zvyšok 7
  : 8 = 12, zvyšok 7
  : 6 = 10, zvyšok 3
  : 11 = 11, zvyšok 4

21 Nájdite chybné vypočítané príklady a opravte ich.

$17 : 5 = 3$, zvyšok 1 $27 : 4 = 6$, zvyšok 3 $63 : 8 = 7$, zvyšok 6 $58 : 9 = 6$, zvyšok 4
 $21 : 3 = 7$, zvyšok 0 $36 : 7 = 5$, zvyšok 2 $63 : 5 = 11$, zvyšok 8 $63 : 12 = 4$, zvyšok 3

Aj vy ste robili kontrolu tak, že ste príklady prepočítali?

Peter to robil inak. Kontroloval správnosť príkladu $63 : 8 = 7$, zvyšok 6 takto:



$$\left. \begin{array}{l} 7 \cdot 8 = 56 \\ 56 + 6 = 62 \end{array} \right\} \underline{62 \neq 63} \rightarrow \text{Príklad je vypočítaný nesprávne.}$$

Skúste vysvetliť, prečo je Petrov postup správny.

Tak, ako to robil Peter, budeme robiť kontrolu vlastných výpočtov.

Pri výpočtoch musíme mať stále na pamäti, že zvyšok je menší ako číslo, ktorým delíme.

22 Deľte so zvyškom a urobte kontrolu. Príklady počítajte po riadkoch.

$23 : 5$ $47 : 3$ $38 : 9$ $73 : 8$ $49 : 6$
 $62 : 10$ $37 : 2$ $55 : 7$ $48 : 11$ $65 : 12$

$21 : 3 = 7$, zvyšok 0 je správne vypočítaný aj zapísaný príklad.
 Aj $21 : 3 = 7$ je správne vypočítaný aj zapísaný príklad.

23 Nájdite tri čísla, z ktorých po delení siedmimi zostane zvyšok 2.



Najskôr
si vypíšem tri násobky čísla 7:
napr. 7, 14, 21.

Keď má ostať po delení siedmimi
zvyšok 2, musí byť hľadané číslo o 2 väčšie
ako niektorý z násobkov čísla 7.
K násobkom daného čísla
teda stačí pridať 2.

Riešením sú napríklad
čísla 9, 16, 23.

- 24** Nájdite tri a) dvojciferné, b) trojciferné čísla, z ktorých po delení ôsmimi zostane zvyšok 4.
- 25** a) Nájdite najväčšie dvojciferné číslo, ktoré po delení šiestimi dáva zvyšok 4.
b) Nájdite najmenšie trojciferné číslo, ktoré po delení deviatimi dáva zvyšok 2.
- 26** Doplňte chýbajúce čísla.
 $34 : 5 = \dots$, zv. $\dots$ $\dots : 6 = 7$, zv. 1 $42 : \dots = 5$, zv. 2

- 27** Deľte so zvyškom. Počítajte po stĺpcoch.

20 : 6	11 : 7	20 : 8	30 : 9
31 : 6	44 : 7	50 : 8	66 : 9
51 : 6	55 : 7	70 : 8	96 : 9



Janka si všimla, že úlohy v poslednom riadku už nemusela počítat. Stačilo sčítať výsledky predchádzajúcich dvoch úloh, ako aj ich zvyšky. Rozmýšľala, či je to tak vždy.

- 28** Skúste sami vypočítať niekoľko podobných príkladov a zistite, či má Janka vždy pravdu.

Janka si skúsila výpočet v prvom stĺpci predstaviť ako riešenie úlohy o rozdeľovaní detí.

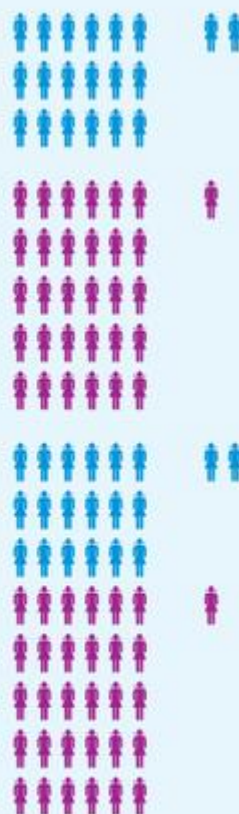


Keď mám 20 detí rozdeliť do 6 radov, v každom rade budú 3 deti a 2 deti ostanú nezaradené.

Keď mám 31 detí rozdeliť do 6 radov, v každom rade bude 5 detí a 1 dieťa ostane nezaradené.

A keď budeme mať rozdeliť všetkých 51 detí do 6 radov, tak si stačí obrázky nakresliť pod seba.

Dostaneme 6 radov a v každom bude 3 + 5, teda 8 detí. Nezaradené deti budú 2 + 1, teda 3.



Vtom si Janka uvedomila, že keby pri prvom aj druhom delení ostalo veľa nezaradených detí, mohli by spolu vytvoriť ďalší rad.



Keby som napríklad rozdeľovala najprv 23 a potom 34 detí vždy do 6 radov, vyzeralo by to takto:

$$23 : 6 = 3, \text{zv. } 5$$

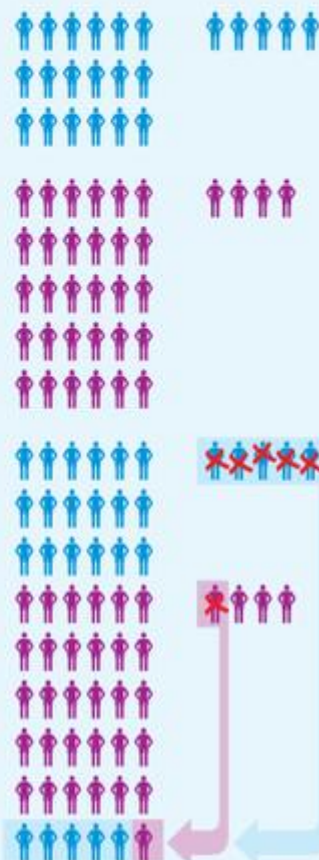
$$34 : 6 = 5, \text{zv. } 4$$

$$57 : 6 = 8, \text{zv. } 9$$

Porušili by sme dohodu, že zvyšok musí byť menší ako číslo, ktorým delíme. Šesť z 9 detí, ktoré ostali, vytvorí ďalší rad.

Preto

$$57 : 6 = 9, \text{zv. } 3.$$



29 Bez delenia doplňte čísla do tretieho riadka.

$$21 : 5 = 4, \text{zv. } 1$$

$$35 : 8 = 4, \text{zv. } 3$$

$$49 : 5 = 9, \text{zv. } 4$$

$$24 : 5 = 4, \text{zv. } 4$$

$$30 : 8 = 3, \text{zv. } 6$$

$$49 : 5 = 9, \text{zv. } 4$$

$$45 : 5 = \dots, \text{zv. } \dots$$

$$65 : 8 = \dots, \text{zv. } \dots$$

$$98 : 5 = \dots, \text{zv. } \dots$$

30 Delte so zvyškom po stĺpcoch. Čo pozorujete?

$$56 : 6$$

$$65 : 8$$

$$39 : 7$$

$$73 : 5$$

$$47 : 4$$

$$1 : 12$$

$$560 : 60$$

$$650 : 80$$

$$390 : 70$$

$$730 : 50$$

$$470 : 40$$

$$10 : 120$$

31 Poradíte si aj s týmito úlohami?

$$45 : 21$$

$$134 : 37$$

$$218 : 20$$

$$505 : 150$$

$$21 : 45$$

$$37 : 134$$

$$20 : 218$$

$$150 : 505$$

32 Nájdite trojciferné číslo, ktoré po delení číslom 8 dáva zvyšok 5 a zároveň po delení číslom 3 dáva zvyšok 1. Nájdete aspoň 5 takých čísel?



Pamätáte si na úlohu, v ktorej sme počítali dĺžku pletiva, ktoré máme kúpiť na oplotenie záhrady?



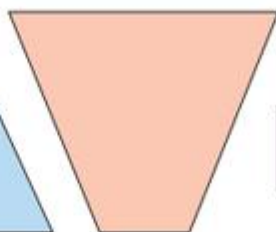
- 1** Určte, koľko metrov pletiva by sme mali kúpiť, ak chceme oplotiť záhradku, ktorej plán je na obrázku. Rozmery na obrázku sú oproti skutočnosti 1 000-krát zmenšené. Pletivo predávajú balené po 20 metrov.



*Dĺžka plota okolo záhradky sa nazýva **obvod** záhradky. Podobne budeme definovať aj obvod mnohouholníka.*

Obvod mnohouholníka sa rovná súčtu dĺžok všetkých jeho strán.

- 2** Určte obvody mnohouholníkov na obrázkoch v milimetroch.



- 3** Narysujte jeden mnohouholník, ktorý má obvod 12 cm.



- 4** Narysujte jeden mnohouholník, ktorý má obvod 12 cm. Nesmie to byť štvorec ani obdĺžnik.

Guľky 2

Spomeňte si na hry s guľkami zo strany 50.

Hra 4: Vo vrečku sú tri červené a dve modré guľky. Z vrečka sú náhodne vybraté dve guľky. Ak sú tieto guľky rovnakej farby, vyhráva Filip. Inak vyhráva Svetlana. Kto má teoreticky väčšiu šancu na výhru? Zahrajte si túto hru v dvojiciach v triede. Každá dvojica hrá aspoň desať hier. Porovnajte svoj teoretický výsledok s výsledkami hry v triede. Sú rovnaké?

Hra 5: Pozor, Svetlana a Filip teraz budú hrať s vrečkom, v ktorom sú tri červené a šesť modrých guľiek. Náhodne so zavretými očami vyberú dve guľky. Ak sú tieto guľky rovnakej farby, vyhráva Svetlana. Inak vyhráva Filip. Kto má teoreticky väčšiu šancu na výhru? Zahrajte si túto hru v dvojiciach v triede. Každá dvojica hrá aspoň desať hier. Porovnajte svoj teoretický výsledok s výsledkami hry v triede. Sú rovnaké?



OBVOD ŠTVORCA A OBDĚLNÍKA

Jedným z útvarov, s ktorým sa stretneme pri výpočtoch často, je obdĺžnik.



- 1** Určte obvod obdĺžnika ABCD na obrázku.



- 2** Alena sa chválila, že pri zisťovaní obvodu nemerala všetky štyri strany, ale odmerala iba dve. Viete to vysvetliť?

Filip:

Ja som odmeral stranu AB. Nameral som 9 cm. Keďže aj strana CD meria rovnako, už som ju merať nemusel. Stačilo dĺžku 9 cm započítať dvakrát. Podobne to bolo aj so stranou BC. Tá meria 4 cm. Strana, ktorá leží oproti, meria rovnako. Preto aj 4 cm započítam dvakrát. Obvod potom je:

$$9 \text{ cm} + 9 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 26 \text{ cm}.$$

Alena:

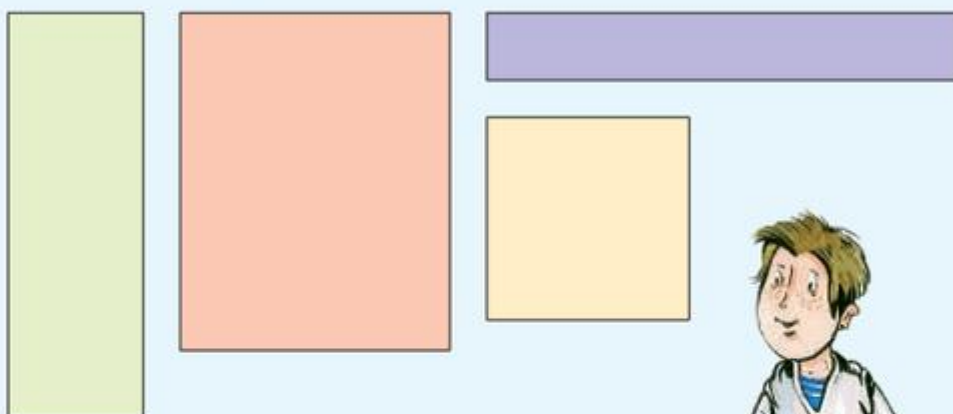
Filip to povedal takmer tak isto, ako som to počítala. Ja som zarátala stranu dlhú 9 cm dvakrát aj stranu dlhú 4 cm dvakrát, ale zapísala som:

$$2 \cdot 9 \text{ cm} + 2 \cdot 4 \text{ cm} = 18 \text{ cm} + 8 \text{ cm} = 26 \text{ cm}.$$

Tamara:

Ja som odmerala strany AB a BC a ich dĺžky som sčítala. Vyšlo mi $9 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$. Strany CD a AD merajú rovnako ako strany AB a BC, preto by výsledok mal byť $2 \cdot 13 \text{ cm} = 26 \text{ cm}$.

- 3** Precvičte si Alenin, Filipov aj Tamarin spôsob a určte obvody obdĺžnikov na obrázkoch:



*Nezľakli ste sa štvorca
v predchádzajúcej úlohe?*

Najľahšie bolo určiť obvod
posledného obdĺžnika, vlastne štvorca.
Keďže všetky strany štvorca merajú
rovnako, stačilo merať

- 4** Dokončite Filipovu úvahu.



Kalendár 2



Pripomeňte si, ktoré roky sú priestupné
a ktoré nepriestupné.

Úloha 1: V roku 1987 pripadol 1. január
na štvrtok. Na aký deň pripadol 1. január
v rokoch 1988, 1989? Svoju odpoveď
zdôvodnite.

Úloha 2: Doplňte tabuľku.

Rok	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Posun		+1	+2								
1. január bol	štvrtok	piatok	nedela								

Úloha 3: Kedy prvýkrát po roku 1987
pripadol 1. január opäť na štvrtok? Svoju
odpoveď zdôvodnite.

Úloha 4: Kedy druhýkrát po roku 1987
pripadol 1. január opäť na štvrtok?



- 5** Určte obvod štvorca, ktorého strana meria a) 6 cm, b) 9 cm, c) 2 dm.
- 6** Aká dlhá je strana štvorca, ktorého obvod meria a) 20 cm, b) 88 mm, c) 10 cm?
- 7** Určte obvod obdĺžnika, ktorého strany merajú a) 2 cm a 12 cm, b) 7 cm a 8 cm, c) 3 cm a 15 mm.

- 8** Vypočítajte dĺžku strán obdĺžnika, ktorého obvod meria presne 18 cm.

Podarilo sa vám nájsť riešenie úlohy 8? Máte ho rovnaké ako vaši spolužiaci? Pravdepodobne ste prišli na to, že ak poznáme obvod obdĺžnika, nedá sa jednoznačne určiť, aké dlhé budú jeho strany.

- 9** Určte dĺžku zvyšných strán obdĺžnika, ktorého obvod je 18 cm a jedna jeho strana meria a) 5 cm, b) 2 cm, c) 6 cm.



Jakub si uvedomil, že v úlohe 9 bude počítat 3-krát to isté, len s iným číslom. Preto svoj postup rozdelil do dvoch krokov:

1. krok Od 18 odčítam -krát dĺžku danej strany obdĺžnika.

2. krok Výsledok z 1. kroku číslom a dostanem dĺžku druhej strany obdĺžnika.

- 10** Doplňte do Jakubovho postupu chýbajúce čísla a slová.

- 11** Určte druhú stranu obdĺžnika, ak a) jeho obvod je 26 cm a jedna strana meria 7 mm, b) jeho obvod je 44 mm a jedna strana meria 2 cm.

- 12** Obvod obdĺžnika, ktorý sa dá rozdeliť na a) 3 štvorce, b) 6 štvorcov, je 168 cm. Určte dĺžky jeho strán. Stačí, keď nájdete jednu možnosť.

- 13** Rozdeľte štvorcovú záhradu s obvodom 124 m na dve obdĺžnikové záhrady tak, aby plot jednej záhrady bol o 10 m dlhší ako plot druhej záhrady. Aké rozmery budú mať tieto obdĺžnikové záhrady?

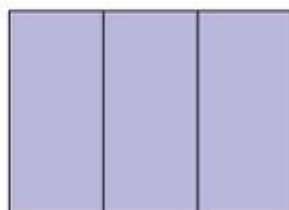
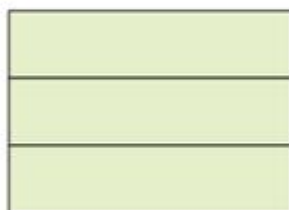
- 14** Jedna strana obdĺžnika má dĺžku 8 cm. Keď rozmery tohto obdĺžnika 4-krát zväčšíme, dostaneme obdĺžnik s obvodom presne 1 m. Koľko milimetrov meria druhá strana nezväčšeného obdĺžnika? Pomôžete si tipovaním?



- 15** Nech váš sused v lavici narysuje úsečku AB , ktorá meria menej ako 5 cm, ale nech vám neprezradí jej dĺžku. Narysujte obdĺžnik $ABCD$, ktorý má obvod 20 cm a dĺžka úsečky AB je zhodná s úsečkou, ktorú narysoval váš sused. Pri rysovaní môžete merať iné úsečky, ale dĺžku úsečky AB odmerať nesmiete.

- 16** Rozdeľte obdĺžnik so stranami dlhými 60 mm a 84 mm na tri obdĺžniky s rovnakým obvodom.

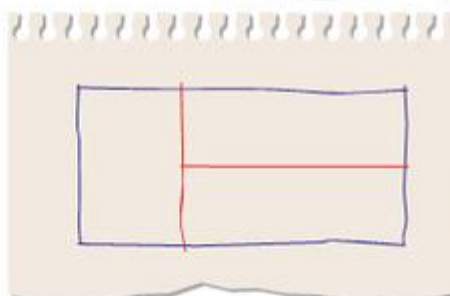
Janko našiel až dve riešenia tejto úlohy:



- 17** Určte rozmery obdĺžnikov na Jankových obrázkoch.

- 18** Skúste načrtnúť jedno iné riešenie, ako boli Jankove riešenia.

Janko nazrel do Vierinho zošita a uvidel takýto náčrtok:



Ale ja mám iné dve riešenia.

- 19** Zistite, či takáto poloha môže byť riešením.



Jano Tie dva obdĺžniky nad sebou musia byť rovnaké.

Palo Prečo?

Jano Lebo jednu stranu majú spoločnú. Takže aj jej susedné strany musia byť rovnaké.

Palo Potom už viem jeden rozmer každého z obdĺžnikov. Ten obdĺžnik, ktorý je vľavo, má dlhšiu stranu rovnú 60 mm. Dva rovnaké obdĺžniky vpravo majú teda kratšiu stranu rovnú 30 mm.

Jano Tak polovicu úlohy už máme!

Paľo Ale tú ľahšiu! Ďalej už mi nič nenapadá.

Jano Ja si myslím, že dlhšia strana tých dvoch rovnakých obdĺžnikov je dlhá 50 mm.

Paľo Neverím ti!

Jano Tak ma presvedč, že to nemám dobre!

Paľo Ak by dlhšia strana merala 50 mm, potom kratšia strana obdĺžnika vľavo by merala $84 - 50 = 34$
a ich obvody by boli:
 $2 \cdot (50 + 30) = 160$ $2 \cdot (60 + 34) = 188$
Nevyšli rovnaké obvody, takže 50 mm nebol dobrý tip.

Jano Dobré, ale je mi jasné, že to bude viac ako 50 mm. Myslím si, že to bude 58 mm.

Paľo Potom by kratšia strana obdĺžnika vľavo merala $84 - 58 = 26$
a ich obvody by boli:
 $2 \cdot (58 + 30) = 176$ $2 \cdot (60 + 26) = 172$
Už je to bližšie, ale stále nie rovnako.

Jano To som prehnal. Musím hádať menej. Ale len o trochu. Skúsím 57 mm.

Paľo Potom kratšia strana obdĺžnika vľavo by merala $84 - 57 = 27$.
A ich obvody by boli:
 $2 \cdot (57 + 30) = 174$ $2 \cdot (60 + 27) = 174$

Jano A máme to!

Paľo Len na 3 pokusy!



20 Podobne ako Janko s Paľom nájdite druhé Vierino riešenie.

21 Koľko rôznych obdĺžnikov s celočíselnými stranami v **cm** má obvod presne 1 000 cm? (Obdĺžnik so stranami 50 cm a 450 cm považujeme za taký istý ako obdĺžnik so stranami 450 cm a 50 cm.)

22 Koľko rôznych obdĺžnikov s celočíselnými stranami v **mm** má obvod presne 1 000 cm?

23 Rozdeľte obdĺžnikový pozemok s rozmermi 1 200 m a 800 m na 20 rovnakých obdĺžnikových záhrad, aby ste spolu na oplatenie všetkých záhrad potrebovali čo najmenej pletiva.

PÍŠOMNÉ NÁSOBENIE

Opakujeme si násobenie

Karol potreboval zistiť, na koľko rovnakých kúskov – tabličiek sa mu podarí rozlúpať čokoládu. Chcel ju totiž rozdeliť po jednom kúsku medzi všetkých žiakov v triede.

Spomenul si, že počet týchto tabličiek môže zistiť pomocou násobenia.



- 1** Pomôžte Karolovi a povedzte, ako pomocou násobenia zistí počet tabličiek, z ktorých sa skladá čokoláda.

V triede je 29 žiakov. Karol môže každému v triede dať jeden kúsok a ešte mu aj nejaké ostanú.

- 2** Precvičte si malú násobilku.

$3 \cdot 2$	$6 \cdot 8$	$7 \cdot 5$	$4 \cdot 9$	$8 \cdot 7$	$7 \cdot 8$	$6 \cdot 5$
$9 \cdot 4$	$8 \cdot 5$	$7 \cdot 7$	$4 \cdot 3$	$7 \cdot 4$	$6 \cdot 6$	$3 \cdot 9$

- 3** Zvládnete aj čísla s veľkým počtom núl?

$6 \cdot 7$	$6 \cdot 70$	$6 \cdot 700$	$6 \cdot 7\,000$	$6 \cdot 70\,000$
$8 \cdot 5$	$80 \cdot 5$	$800 \cdot 5$	$8\,000 \cdot 5$	$80\,000 \cdot 5$

- 4** Ktorá úloha je pre vás ťažšia:
 $6 \cdot 800$ alebo $600 \cdot 8$?

$6 \cdot 800$ je vlastne $6 \cdot 8$ a dve nuly.
 $600 \cdot 8$ je tiež $6 \cdot 8$ a dve nuly.

→ Je to teda rovnaké.

- 5** A čo keď budú nuly v oboch číslach? Výsledky skontrolujte na kalkulačke.

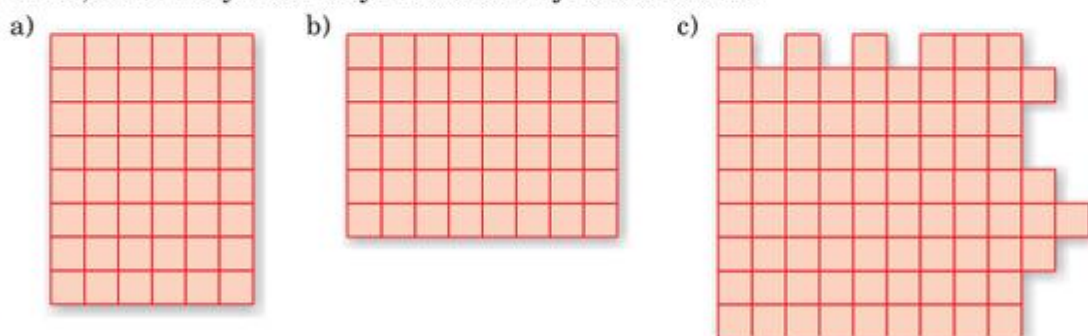
$20 \cdot 70$	$80 \cdot 400$	$70 \cdot 2\,000$	$40\,000 \cdot 50$
$80 \cdot 70$	$200 \cdot 60$	$50 \cdot 600$	$300 \cdot 700$

6 Pamätáte sa aj na násobenie väčších čísel?

$$\begin{array}{ccccccc} 12 \cdot 2 & 3 \cdot 13 & 2 \cdot 16 & 19 \cdot 3 & 21 \cdot 4 & 35 \cdot 2 & 2 \cdot 41 \\ 6 \cdot 11 & 12 \cdot 7 & 3 \cdot 18 & 31 \cdot 2 & 16 \cdot 6 & 7 \cdot 13 & 12 \cdot 8 \end{array}$$

7 Predstavte si násobenie ako sčítanie a bez veľkého počítania povedzte, o koľko viac je:
a) $4 \cdot 142$ ako $3 \cdot 142$, b) $12 \cdot 31$ ako $11 \cdot 31$, c) $9 \cdot 302$ ako $8 \cdot 302$.

8 Určte, koľko malých červených štvorčekov je na obrázkoch.

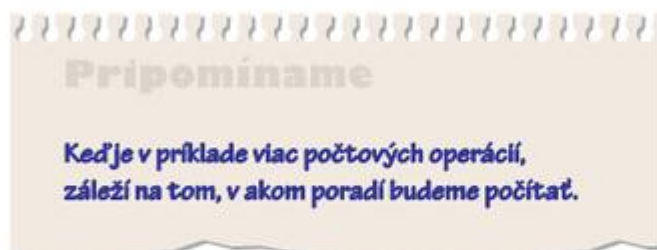


9 Vypočítajte príklad $3 + 4 \cdot 5$ tak, že budete najskôr a) sčítavať, b) násobiť.
Vyšli vám rovnaké výsledky?

10 Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Vypočítajte príklad	tak, že budete najskôr	
a) $7 \cdot 4 + 3$	sčítavať:	násobiť:
b) $9 - 3 \cdot 7$	odčítavať:	násobiť:
c) $6 \cdot 9 - 7$	odčítavať:	násobiť:
d) $8 \cdot 4 - 6$	odčítavať:	násobiť:
e) $9 + 2 \cdot 5$	sčítavať:	násobiť:

V predchádzajúcich dvoch úlohách ste videli, že keď je v príklade viac početových operácií, výsledok závisí od poradia, v akom ich urobíme.

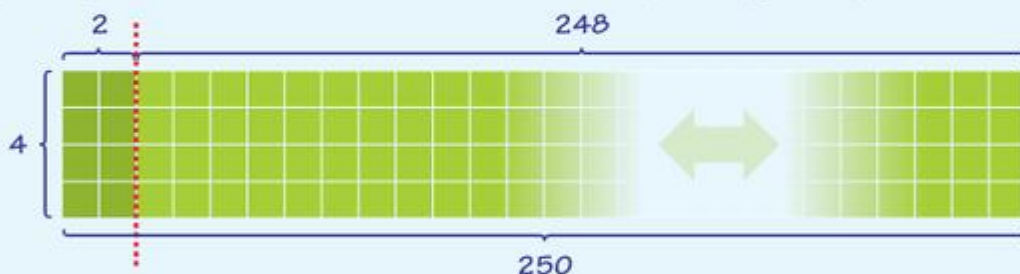


11 Doplňte do príkladu $\square \cdot 2 + 5$ číslo tak, aby vyšiel rovnaký výsledok, aj keď začneme násobením, aj keď začneme sčítaním. Aký bude tento výsledok?

12 Doplňte do príkladu $6 + \square \cdot 3$ číslo tak, aby vyšiel rovnaký výsledok, aj keď budeme najskôr sčítavať a potom násobiť, aj keď to urobíme naopak.

Roznásobenie pomáha

Niektoré násobenia nám utkvajú v pamäti bez toho, aby sme sa o to snažili. Napríklad Eugen vie spamäti, že $250 \cdot 4 = 1\,000$. Potom ale veľmi rýchlo vypočíta aj $248 \cdot 4$.



Môžeme to zapísať takto:

$$248 \cdot 4 = (250 \cdot 4) - (2 \cdot 4) = 1\,000 - 8 = 992$$

- Skúste vypočítať ďalšie úlohy s využitím toho, že $250 \cdot 4 = 1\,000$.
 $251 \cdot 4$ $247 \cdot 4$ $256 \cdot 4$ $261 \cdot 4$ $238 \cdot 4$
- Lívia si zase pamätá, že $77 \cdot 13 = 1\,001$. Vypočítajte pomocou tohto príkladu, koľko je:
 $78 \cdot 13$ $77 \cdot 14$ $79 \cdot 13$ $75 \cdot 13$ $77 \cdot 12$
- Karolovi sa páči príklad $27 \cdot 37 = 999$. Určte pomocou tohto súčinu, koľko je:
 $25 \cdot 37$ $29 \cdot 37$ $27 \cdot 39$ $27 \cdot 35$ $26 \cdot 38$

- Vypočítajte súčet 5 683 sedmičiek.

Janka počítala takto:

5 683 sedmičiek si môžem predstaviť ako 4 skupiny: 5 000 sedmičiek, 600 sedmičiek, 80 sedmičiek a 3 sedmičky. To už vypočítam ľahko:

5 000 sedmičiek je spolu	$5\,000 \cdot 7 =$	35 000
600 sedmičiek je spolu	$600 \cdot 7 =$	4 200
80 sedmičiek je spolu	$80 \cdot 7 =$	560
3 sedmičky sú spolu	$3 \cdot 7 =$	21
		39 781

Výsledok je $35\,000 + 4\,200 + 560 + 21 = 39\,781$

- Počítajte ako Janka. Vypočítajte súčet a) 673 osmičiek, b) 917 deviatok, c) 4 694 šestiek, d) 2 863 sedmičiek, e) 23 567 štvoriek, f) 59 683 trojok.





Pozrite sa, ako si násobenie $472 \cdot 6$ zapisuje Monika.

Počítam, akoby som sčítala 472 šestiek.
Tie si rozdelím na skupiny 400, 70 a 2.

$$472 \cdot 6 = (400 \cdot 6) + (70 \cdot 6) + (2 \cdot 6) = 2\,400 + 420 + 12 = 2\,832$$

6 Vypočítajte ako Monika:

$68 \cdot 7$

$312 \cdot 4$

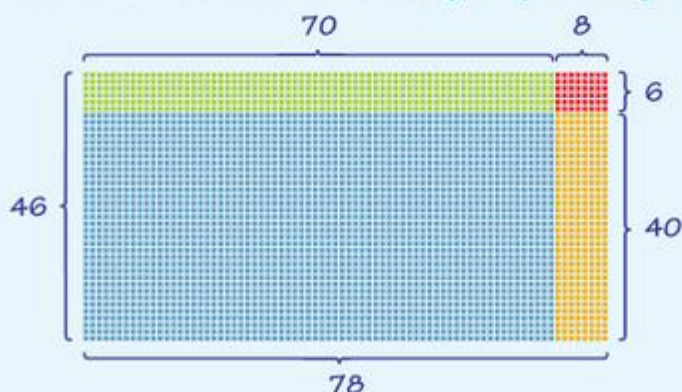
$648 \cdot 8$

$507 \cdot 6$

$3\,769 \cdot 4$



Malá násobilka a roznásobovanie stačia aj na vyriešenie príkladu $78 \cdot 46$.



Počet všetkých malých štvorčiekov zistíme tak, že sčítame počet zelených, modrých, červených a žltých štvorčiekov.

Vidíme, že **modrých je $70 \cdot 40 = 2\,800$,**

zelených je $70 \cdot 6 = 420$,

žltých je $8 \cdot 40 = 320$,

červených je $8 \cdot 6 = 48$.

Spolu ich je $(70 \cdot 40) + (70 \cdot 6) + (8 \cdot 40) + (8 \cdot 6) = 2\,800 + 420 + 320 + 48 = 3\,588$

Takže

$$78 \cdot 46 = 3\,588.$$



7 Vypočítajte.

$32 \cdot 41$

$54 \cdot 63$

$73 \cdot 28$

$79 \cdot 84$

8 Trúfnete si aj na a) $103 \cdot 47$, b) $283 \cdot 62$, c) $563 \cdot 42$?

Písomné násobenie jednociferným číslom



Filip počíta príklady na násobenie ako Monika, len výpočet si zapisuje pod seba. Keď si výpočet zapíše pod seba, čísla sa mu potom lepšie sčítajú. Porovnajzte zápisy Moniky a Filipa pri výpočte $386 \cdot 4$.



$$386 \cdot 4 = 1200 + 320 + 24 = 1544$$

$$\begin{array}{r} 386 \cdot 4 = \\ 24 \\ 320 \\ 1200 \\ \hline 1544 \end{array}$$



1 Vysvetlite, ako sa do výpočtu dostali čísla 24, 320 a 1 200.

2 Precvičte si Filipov spôsob zápisu. Vypočítajte.
 $282 \cdot 3$ $479 \cdot 6$ $782 \cdot 7$ $803 \cdot 9$ $2\,378 \cdot 5$

Dominika počíta ako Filip, len nepíše nuly. Vie, že si musí dávať pozor, aby čísla zapísala na správne miesta. Porovnajzte Filipov a Dominikin zápis.



$$\begin{array}{r} 639 \cdot 8 = \\ 72 \\ 240 \\ 4\,800 \\ \hline 5\,112 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 639 \cdot 8 = \\ 72 \\ 24 \\ 48 \\ \hline 5\,112 \end{array}$$



3 Vyskúšajte si aj Dominikin spôsob počítania.

76 · 9 513 · 4 287 · 8 607 · 9 6 729 · 3

Vierka si príklad 607 · 9 zapísala takto:

$$\begin{array}{r} 607 \cdot 9 \\ \hline 63 \\ 54 \\ \hline 603 \end{array}$$



4 Výsledok Vierku prekvapil. Viete prečo? Kde urobila chybu? Opravte jej výpočet.

5 Vynásobte každé dve susedné čísla. Pozor, je to až 6 príkladov.

538 6 297 7 3 729 8 2 073



Pílime laty 1



Ak chceme rozpíliť latu na niekoľko menších kúskov, nesmieme zabudnúť, že každý rez má určitú šírku. O túto šírku sa lata pri rezaní skráti. Napríklad lata dlhá 1 meter sa nedá rozpíliť na dve laty dlhé presne pol metra, lebo rez ju skráti o niekoľko milimetrov.

Úloha 1: Z laty dlhej 2 085 mm chceme odrezať:

a) 5 rovnako dlhých menších latiek,

b) 7 rovnako dlhých menších latiek.

Každý rez je široký 2 mm. Akú najväčšiu dĺžku v celých milimetroch môžu mať odrezané latky?

Úloha 2: Latu dlhú 3 194 mm chceme rozrezať na latky dlhé 455 mm. Každý rez je široký 3 mm. Najviac koľko takýchto latiek možno z pôvodnej laty odrezať?

Šetríme miesto pri násobení

Kamil sa snaží už počas jednotlivých násobení aj sčítovať.



$$\begin{array}{r} 472 \\ \cdot 6 \\ \hline \end{array}$$

$6 \cdot 2 = 12$
2 napíšem,
1 desiatka ostala.

$$\begin{array}{r} 472 \\ \cdot 6 \\ \hline \end{array}$$

$6 \cdot 7 = 42$
 $42 + 1 = 43$
3 napíšem,
4 stovky ostali.

$$\begin{array}{r} 472 \\ \cdot 6 \\ \hline \end{array}$$

$6 \cdot 4 = 24$
 $24 + 4 = 28$
výpočet končí,
zapišem 28.

Výsledok je 2 832.



1 Počítajte ako Kamil. Začneme najskôr dvojčifernými číslami.

$36 \cdot 6$

$27 \cdot 8$

$96 \cdot 5$

$88 \cdot 7$

$73 \cdot 9$

2 Poradíte si aj s väčšími číslami?

$951 \cdot 8$

$466 \cdot 5$

$908 \cdot 7$

$2\,458 \cdot 9$

$32\,078 \cdot 4$

Janka počíta ako Kamil, ale výsledok píše do jedného riadka.



$472 \cdot 6$

$472 \cdot 6 =$ 12, lebo $6 \cdot 2 = 12$, 2 napíšem, 1 mi ostala.

$472 \cdot 6 =$ 43 12, lebo $6 \cdot 7 = 42$, $42 + 1 = 43$, 3 napíšem, 4 mi ostali.

$472 \cdot 6 =$ 2 8 43 12, lebo $6 \cdot 4 = 24$ a $24 + 4 = 28$, napíšem 28.

Výsledok je 2 832.

3 Vyskúšajte si aj Jankin spôsob výpočtu.

$64 \cdot 7$

$308 \cdot 2$

$487 \cdot 6$

$6\,071 \cdot 8$

$64\,398 \cdot 2$

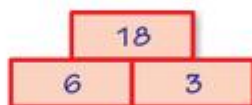
Odteraz počítajte tak, ako vám to najviac vyhovuje.



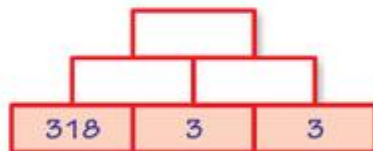
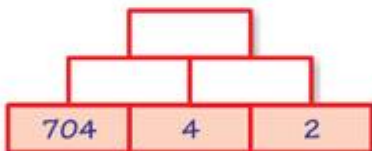
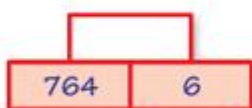


- 4 Vypočítajte akýmkoľvek spôsobom. Výsledky si skontrolujte na kalkulačke.
 $48 \cdot 8$ $371 \cdot 9$ $209 \cdot 5$ $2\,794 \cdot 3$ $12\,539 \cdot 6$

- 5 V násobiacej pyramíde platí, že súčin čísel, ktoré sú v tom istom riadku vedľa seba, je napísaný v políčku nad nimi.



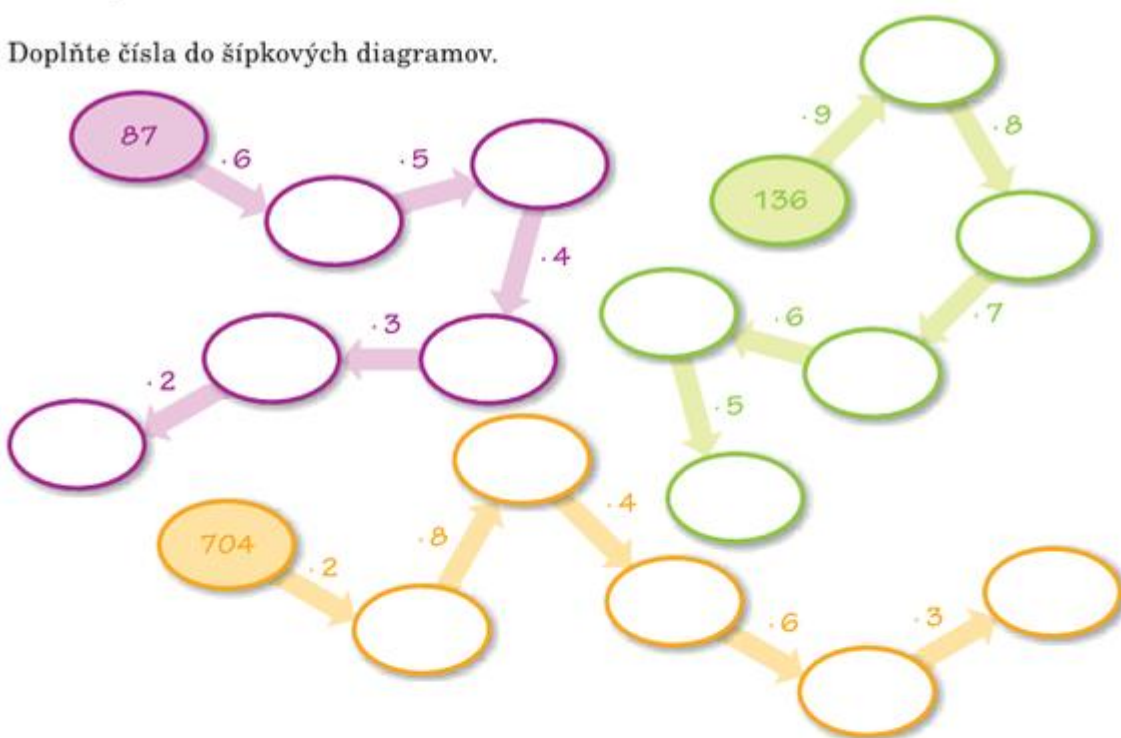
Vyplňte násobiace pyramídy.



- 6 Jarmila brigádovala pol roka. Každý mesiac zarobila rovnako, presne 128 €. Koľko zarobila za šesť mesiacov?

- 7 František brigádoval až osem mesiacov. Každý mesiac zarobil 117 €. Koľko zarobil spolu?

- 8 Doplníte čísla do šípkových diagramov.



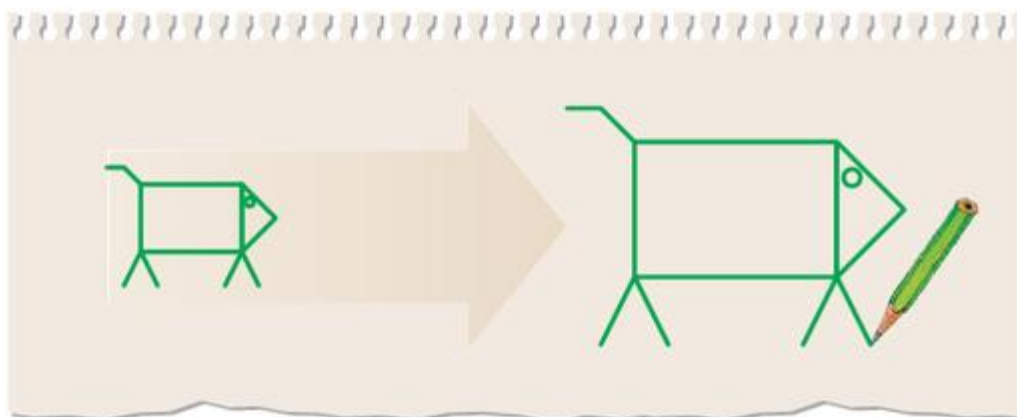
- 9 Vypočítajte.
 $(456 \cdot 7) + (456 \cdot 40)$ $(729 \cdot 8) + (729 \cdot 30)$ $(862 \cdot 3) + (862 \cdot 50)$

- 10 Najskôr odhadnite výsledky a potom postupne vypočítajte.
 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ (16 dvojok)
 $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ (10 trojok)
 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$

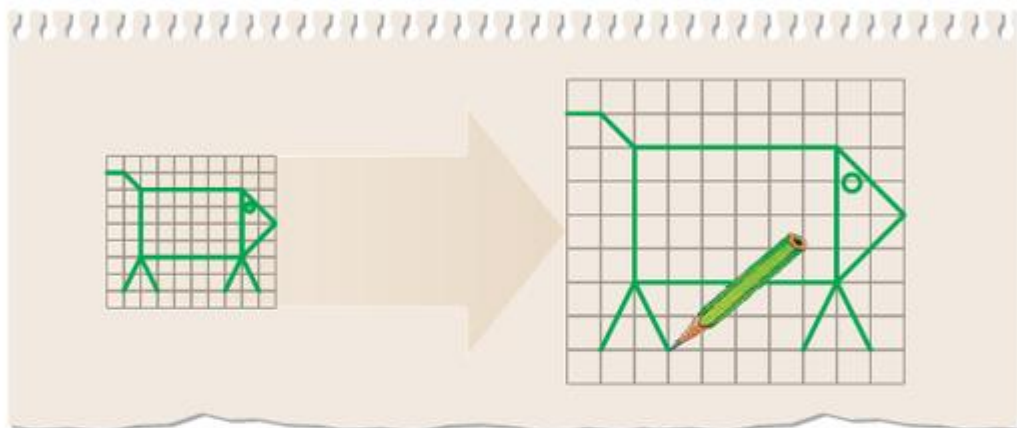


15. časť ZVÄČŠOVANIE A ZMENŠOVANIE GEOMETRICKÝCH ÚTVAROV V ŠTVORČEKOVEJ SIETI

Už ste niekedy potrebovali prekresliť nejaký obrázok? Možno ste si poradili tak, že ste na papier, na ktorom je obrázok nakreslený, položili druhý papier a obrázok ste naň jednoducho (proti svetlu) prekreslili. Ako by ste postupovali, keby ste chceli obrázok zväčšiť?



Pomôcť si môžete tak, že obrázok nakreslíte do štvorčekovej siete.



Ak sa chcete naučiť zväčšovať (alebo zmenšovať) obrázky pomocou štvorčekovej siete, je dobré začať jednoduchými obrázkami.

Všetky obrázky nájdete ako kopírovateľné prílohy na www.orbispictus.sk v anotácii učebnice alebo na http://www.orbispictus.sk/new/pdf/M5_Internet_1.pdf.

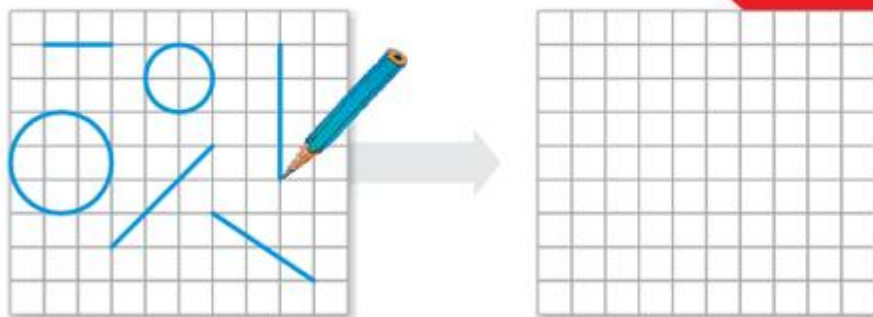


Prenášame jednoduché útvary

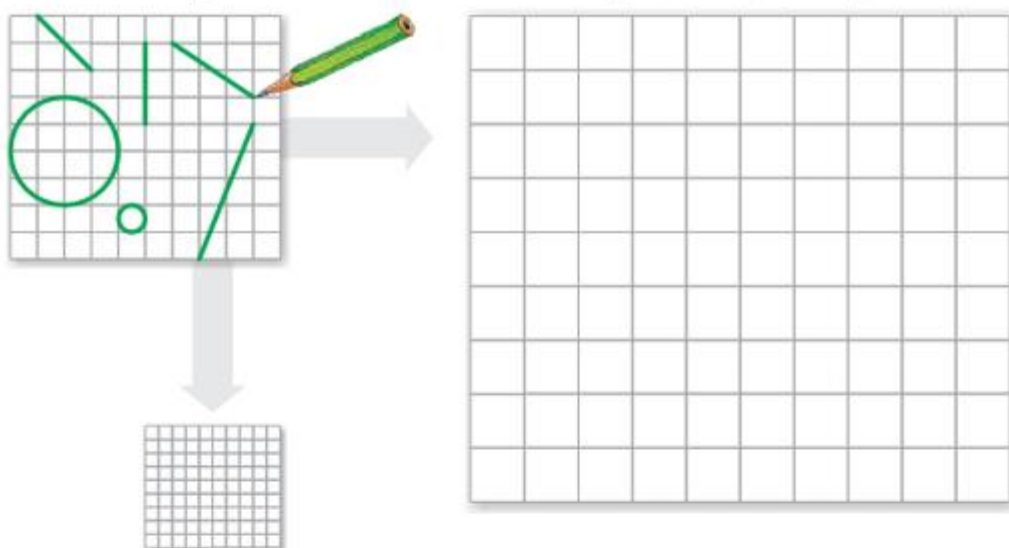
Z ačneme jednoduchými útvarmi.

Nekreslite priamo do učebnice!
Obrázky a štvorcové siete k úlohám si prekopírujte z prílohy na stranách 114 – 118.

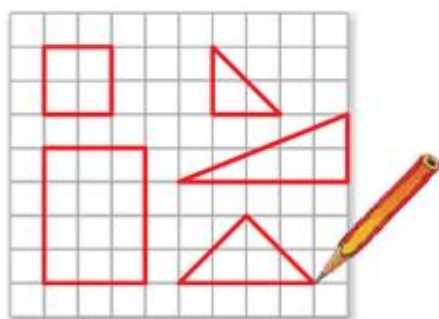
1 Prekreslite úsečky a kružnice do takej istej siete.



2 Prekreslite úsečky a kružnice do dvakrát a) väčšej, b) menšej mriežky.



3 Prekreslite geometrické útvary do takej istej siete.

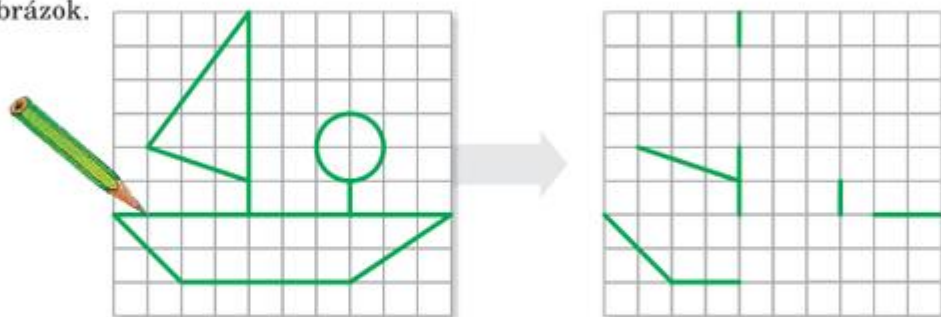


4 Prekreslite útvary do dvakrát a) väčšej, b) menšej mriežky.



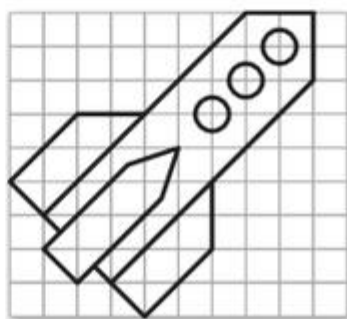
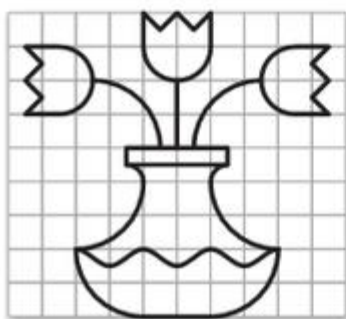
Predtým, ako skúsíte prekresliť nejaký svoj obrázok, skúste dokončiť obrázky, ktoré nie sú prekreslené celé.

5 Dokončíte obrázok.



6 Ten istý obrázok prekreslite do väčšej aj menšej siete.

7 Skúste prekresliť obrázky najskôr do takej istej siete, potom do dvakrát väčšej aj dvakrát menšej.



Kto vyhrá auto? (1. časť)

V televíznej súťaži sa do finále dostali traja najlepších súťažiaci. Pred nimi je troje dverí. Za jednými z nich je auto.

Doteraz najlepší súťažiaci si vyberie jednu dvere. Ak uhádne dvere, za ktorými je auto, získa ho. Ak neuhádne, vyberá zo zvyšných dvoch dverí doteraz druhý najlepší hráč. Ak uhádne správne dvere, auto je jeho. Ak nie, auto vyhráva tretí hráč.

Úloha 1: Kto z troch finalistov má najväčšiu šancu na výhru? Svoj odhad napíšte na papier a odovzdajte ho učiteľovi.

Úloha 2: Navrhnite, ako túto situáciu zahrať v triede.

Úloha 3: Realizujte svoj návrh a urobte niekoľkokrát experiment. Tento experiment spracujte (zapište výsledky).

Úloha 4: Na základe výsledkov experimentu napíšte opäť odhad, kto z troch finalistov má najväčšiu šancu na výhru. Svoj odhad opäť napíšte na papier a odovzdajte ho učiteľovi.

Úloha 5: Spracujte výsledky experimentov spoločne za celú triedu.

Úloha 6: Pokúste sa vyriešiť úlohu výpočtom, úvahou.



Hra na kopírky



Pravidlá



Hra je určená pre dvojice hráčov. Trieda sa po oboznámení s pravidlami rozdelí do dvojíc. Každá dvojica si určí, kto z nej bude „hovorca“ a kto „kreslič“.

Obaja členovia dvojice si sadnú na stoličky tak, že budú otočení rovnakým smerom, teda jeden sa pozerá na chrbát druhého. Hráč, ktorý sedí vpredu, je kreslič. Hráč, ktorý sedí vzadu, je hovorca.

Hovorca dostane vzorový obrázok nakreslený na štvorčekovom papieri z malých štvorčekov – originál. Kreslič dostane nepokreslený štvorčekový papier z veľkých štvorčekov. Úlohou každej dvojice je prekresliť obrázok (útvár) z malého štvorčekového papiera na veľký štvorčekový papier. Vzor však vidí len hovorca a ten musí diktovať jeho obsah kresličovi. Kreslič sa snaží čo najlepšie zvládnuť pokyny hovorca a kresliť presne podľa jeho pokynov. Ani hovorca nesmie vidieť, čo kreslič kreslí.

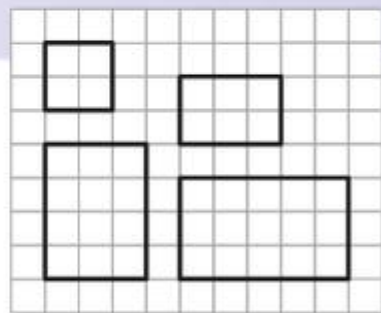
Ak ste pripravení, môžete začať s hrou.

Po skončení hry vyriešite nasledujúce úlohy.

1 Ako sa zmenili rozmery obrázkov na kópii oproti originálu?

2 Pozrite sa na vzor aj kópiu so štyrmi obdĺžnikmi. Z koľkých malých štvorčekov sa skladajú obdĺžniky na vzorovom obrázku? Z koľkých veľkých štvorčekov sa skladajú obdĺžniky na kópii?

3 Z koľkých **malých** štvorčekov sa skladajú obdĺžniky na zväčšenej kópii? Ak potrebujete, dorysujte si ich.



PÍDOMNÉ NÁSOBENIE VIACCIFERNÝM ČÍSLOM

Násobenie dvojciferným číslom



Podobne, ako násobíme jednociferným číslom, budeme násobiť aj dvojciferným číslom. Veronika si s násobením $638 \cdot 92$ poradila takto:

$$92 = 90 + 2$$

Veronika:

Stačí, keď číslo 638 postupne vynásobím číslami 90 a 2. Oba výsledky potom sčítam:

$$\begin{array}{r} 638 \cdot 2 = 1\,276 \\ 638 \cdot 90 = 57\,420 \\ \hline 58\,696 \end{array}$$



- 1** Vyskúšajte si Veronikin spôsob a vypočítajte:
 $27 \cdot 84$ $357 \cdot 28$ $502 \cdot 76$ $739 \cdot 84$

*Kamil celý výpočet píše vzorne pod seba.
Pomáha si pri tom nulami.*



$$\begin{array}{r} 638 \\ \cdot 92 \\ \hline 1276 \\ 57420 \\ \hline 58696 \end{array}$$

- 2** Vyskúšajte si, či aj vám vyhovuje Kamilov spôsob zápisu.
 $96 \cdot 69$ $284 \cdot 35$ $693 \cdot 28$ $397 \cdot 51$

Janka si výpočet tiež píše pod seba, ale niektoré nuly nepíše. Vie, že namiesto jednej nuly musí posunúť číslo o jedno miesto doľava.

$$\begin{array}{r}
 638 \\
 \cdot 92 \\
 \hline
 12716 \\
 57342 \\
 \hline
 58696
 \end{array}$$

Všimnite si, že číslo 5 742 je posunuté o jedno miesto doľava oproti číslu 1 276.



- 3 Zvládnete aj Jankin spôsob zápisu s posúvaním čísla? Vypočítajte.

$$57 \cdot 83 \quad 681 \cdot 29 \quad 306 \cdot 82 \quad 957 \cdot 46$$



Karol povedal, že počíta úplne inak ako Janka. Pozrite sa do jeho zošita.

$$\begin{array}{r}
 638 \\
 \cdot 92 \\
 \hline
 57342 \\
 12716 \\
 \hline
 58696
 \end{array}$$

Čo povie na jeho zápis? Všimli ste si, že Karol počítal podobne ako Janka, len násobil najskôr číslom 9 a až potom číslom 2?

- 4 Vyskúšajte si aj Karolov spôsob výpočtu.

$$37 \cdot 29 \quad 65 \cdot 48 \quad 486 \cdot 73 \quad 839 \cdot 46$$

Aj vo vašej triede sa niektorým spolužiakom páči viac Veronikin alebo Kamilov zápis a iným Karolov či Jankin spôsob počítania?

Násobenie viacciferným číslom

Písomné násobenie viacciferným číslom vyzerá podobne ako násobenie dvojciferným číslom. Musíme si však dávať väčší pozor, aby sme sa nepomýlili. Pozrite sa ešte raz na výpočty Veroniky, Kamila a Janky. Všetci traja počítali príklad $724 \cdot 386$.

$$386 = 300 + 80 + 6$$

Stačí, keď číslo 724 postupne vynásobím číslami 300, 80 a 6 a výsledky sčítam:

$$\begin{array}{r} 724 \cdot 6 = \quad 4\,344 \\ 724 \cdot 80 = 57\,920 \\ \underline{724 \cdot 300 = 217\,200} \\ 279\,464 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 7\,2\,4 \\ \cdot 3\,8\,6 \\ \hline 4\,3\,14\,24 \\ 57\,19\,52\,0 \\ \underline{217\,12\,0\,0} \\ 279\,4\,6\,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7\,2\,4 \\ \cdot 3\,8\,6 \\ \hline 4\,3\,14\,24 \\ 57\,19\,52 \\ \underline{217\,12} \\ 279\,4\,6\,4 \end{array}$$



1 Počítajte takým spôsobom, ktorý vám najviac vyhovuje. Výsledky si skontrolujte na kalkulačke.

$273 \cdot 546$

$307 \cdot 298$

$1\,332 \cdot 642$

$809 \cdot 504$

2 Kde urobila Janka chybu?

Druhý riadok
môžem vynechať, sú tam
len nuly.

$$\begin{array}{r} 809 \\ \cdot 504 \\ \hline 3236 \\ 4045 \\ \hline 43686 \end{array}$$

3 Spomínate si na čarodejníka Cifroša Hviezdičku? Niektoré cifry vie svojou kúzelnou paličkou nahradiť hviezdíčkou. Opravte zápisy, ktoré po jeho čarovaní ostali v učebnici.

$$\begin{array}{r} 37 \\ \cdot 64 \\ \hline \star\star 8 \\ \star\star 2 \\ \hline \star\star\star\star \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \cdot \star 7 \\ \hline 294 \\ 84 \\ \hline \star\star\star\star \end{array}$$

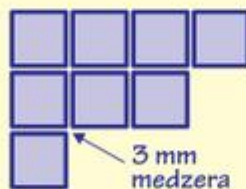
$$\begin{array}{r} 2\star 4 \\ \cdot \star 1\star \\ \hline 508 \\ \star\star\star \\ \hline 762 \\ \star\star\star\star \end{array}$$

Ukladáme dlaždice 2

Pripomeňte si úlohy o ukladaní dlaždíc zo strany 43.

Chceme vydláždiť obdĺžnikovú dlážku s rozmermi 445 cm x 365 cm jednofarebnými štvorcovými dlaždicami s rozmermi 33 cm x 33 cm. V skutočnosti sa medzi stenou a dlaždicou a aj medzi susednými dlaždicami necháva trojmilimetrová medzera, pretože pri zvýšení teploty sa dlaždice trochu rozťahnu. Ak chceme pri ukladaní všetkých dlaždíc dodržať túto medzeru, musia mať menšie dlaždice iné rozmery, než sme vypočítali v úlohách z rubriky *Ukladáme dlaždice 1*.

Úloha 1: Aké rozmery budú mať teraz menšie dlaždice?



Pri vyrezávaní malých dlaždíc sa snažíme minúť čo najmenej celých dlaždíc.

Úloha 2: a) Najmenej koľko dlaždíc s rozmermi 33 cm x 33 cm potrebujeme, aby sme z nich mohli vyrezať dostatočný počet malých dlaždíc? Svoju odpoveď vysvetlite.
b) Najmenej koľko dlaždíc s rozmermi 33 cm x 33 cm spotrebujeme pri pokrývaní podlahy?

Úloha 3: Keď sme si vypočítali, koľko dlaždíc budeme potrebovať, zašli sme do obchodu. Dlaždice s rozmermi 33 cm x 33 cm sa balia do škatúl po deviatich kusoch. Podľa odporúčania predavača sme sa rozhodli kúpiť aspoň o jednu dvadsatinu dlaždíc viac, než sme vypočítali. Koľko škatúl máme kúpiť?

Poznámka: Moderné kachličky majú skutočné rozmery v porovnaní s udávanými rozmermi v obchode zmenšené o šírku škáry (3 mm). Takže pri počítaní sa nemusíme zaoberať šírkou medzery na škárovanie.

Písomne násobiť môžeme aj inak

V niektorých krajinách sa v minulosti pri násobení používali aj iné zápisy. Napríklad v 14. storočí sa v Európe používala takzvaná mriežková metóda. Táto metóda sa nazýva aj **Indické násobenie**.

Ak chceme vynásobiť napr. číslo 348 číslom 437, vytvoríme najskôr tabuľku 3×3 . Každé jej políčko rozdelíme ako na obrázku. Nad jednotlivé stĺpce napíšeme čísla 3, 4, 8 a vedľa jednotlivých riadkov vpravo čísla 4, 3, 7.

Potom do každého políčka vpíšeme súčin čísla nad stĺpcom s číslom vedľa riadka. Desiatky píšeme do hornej polovice políčka (nad deliacu čiaru), jednotky do spodnej polovice.

	3	4	8	
4	12	16	32	4
3	9	12	24	3
7	21	28	56	7

Po vyplnení všetkých políčok sčítavame čísla v jednotlivých pásoch (na obrázku sú vyznačené zelený, červený a modrý pás). V zelenom páse je jediné číslo: 6. Súčet čísel v červenom páse je $4 + 5 + 8 = 17$. Ten zapíšeme tak, že jednotky (číslu 7) zapíšeme do červeného pásu, desiatky (číslu 1) pripíšeme do nasledujúceho pásu (na obrázku je táto cifra vyznačená červenou farbou). V modrom páse potom sčítame všetky čísla vrátane pripísanej (červenej) cifry 1.

	3	4	8	
4	12	16	32	4
3	9	12	24	3
7	21	28	56	7

106

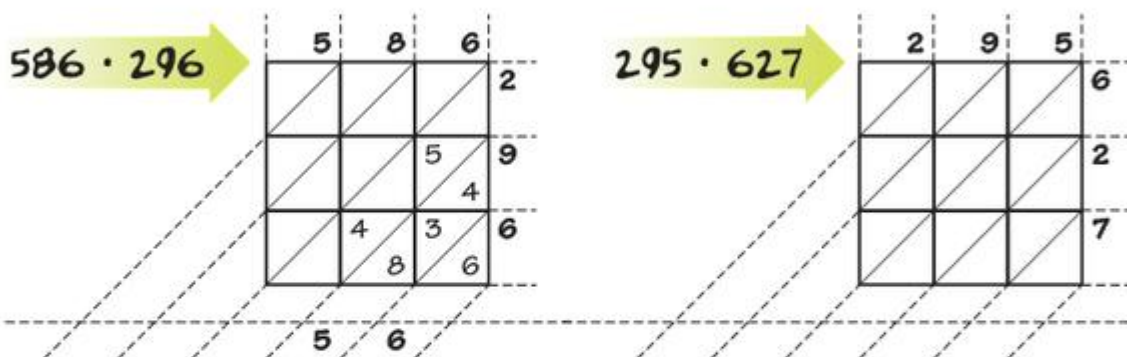
Uvedeným postupom dostávame výsledok:

$$348 \cdot 437 = 152\,076$$





1 Dokončíte začaté násobenie.



2 Skontrolujte výsledky príkladov z úlohy 1 tak, že ich vypočítate ešte raz. Použite pri tom zápis násobenia pod sebou.

3 Precvičte si mriežkovú metódu. Výsledky si skontrolujte na kalkulačke.

23 · 46 538 · 41 27 · 609 379 · 874

Ďalšia možnosť, ako vynásobiť dve čísla, je tzv. **roľnícka** (tiež ruská alebo etiópka) **metóda** násobenia. Pod týmito názvami sa skrýva postup výpočtu súčinu, ktorý vyžaduje len násobenie a delenie dvoma:

- Jedno číslo napíšeme do stĺpca A, druhé do stĺpca B.
- Číslo v stĺpci A zdvojnásobíme, číslo v stĺpci B vydelíme 2 a výsledok zaokrúhlime nadol.
- Tento krok opakujeme tak dlho, kým v stĺpci B nedostaneme číslo 1.
- Ak v stĺpci B vyšlo párne číslo, zakrúžkujeme ho.
- Príslušné riadky s párnymi číslami prečiarkneme v oboch stĺpcoch.
- Sčítame všetky neprečiarknuté čísla v stĺpci A.
- Výsledok je hľadaný súčin.

Ak použijeme uvedený postup na výpočet $75 \cdot 49$, dostaneme:

A	B
75	49
150	24
300	12
600	6
1 200	3
2 400	1
3 675	

Číslo 3 675 v poslednom riadku ľavého stĺpca je súčet $75 + 1\,200 + 2\,400$, ten sa rovná hľadanému súčinu: $75 \cdot 49 = 3\,675$.

4 Precvičte si tento spôsob násobenia. Výsledky si skontrolujte na kalkulačke.

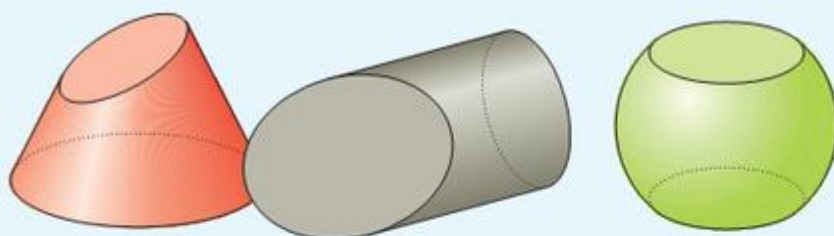
37 · 52 41 · 68 39 · 67 29 · 87 45 · 63

Vyberáme a skladáme

N a obrázku vidíte rôzne telesá.



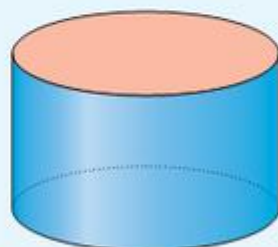
- 1 Ktoré z telies na obrázku je a) valec, b) kužeľ, c) guľa?
- 2 Ktoré z telies na obrázku vám pripomínajú a) valec, b) kužeľ, c) guľu?



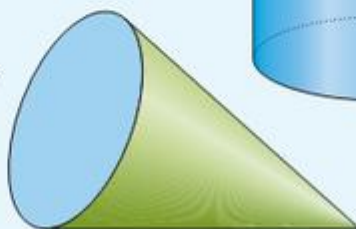
- 3 Prekreslite voľnou rukou telesá z úlohy 2 do zošita a dokreslite ich tak, aby vznikol valec, kužeľ alebo guľa.

Keď teleso spadne do farby, jeho zafarbená časť sa nazýva povrch.

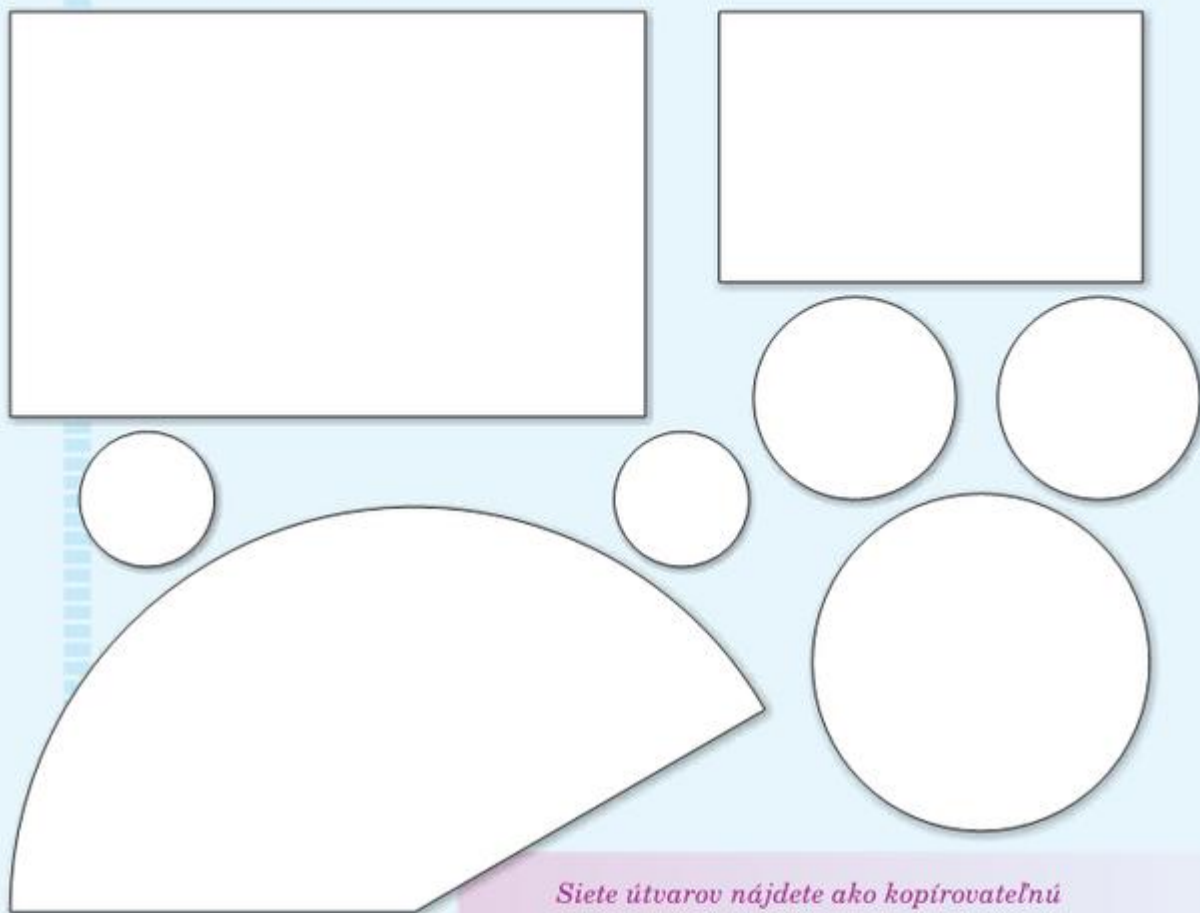
- 4 Na obrázku je dvojfarebný valec z papiera. Načrtnite, čo dostaneme, keď vystrieme jednotlivé vyfarbené časti povrchu tohto valca.



- 5 Načrtnite, čo dostaneme, keď vystrieme vyfarbené časti kužeľa na obrázku.



- 6** Útvary na obrázku si presne prerysujte na papier, vystrihnite ich a zlepte z nich dva valce a jeden kužeľ.



Siete útvarov nájdete ako kopírovateľnú prílohu na strane 119.

Pílime laty 2

Spomínate si, že pri pílení lát vznikajú piliny, takže laty, ktoré vzniknú, merajú spolu menej ako pôvodná lata?

Úloha 1: Z dvoch lát dlhých 1 463 mm a 1 080 mm chceme odrezať celkom 3 rovnako dlhé latky. Každý rez je široký 2 mm. Akú najväčšiu dĺžku v celých milimetroch môžu mať tieto latky? Zapište svoj výpočet.

Úloha 2: Z dvoch lát dlhých 1 463 mm a 1 080 mm chceme odrezať 4 rovnako

dlhé latky. Každý rez je široký 2 mm. Akú najväčšiu dĺžku v celých milimetroch môžu mať tieto latky? Zapište svoj výpočet.



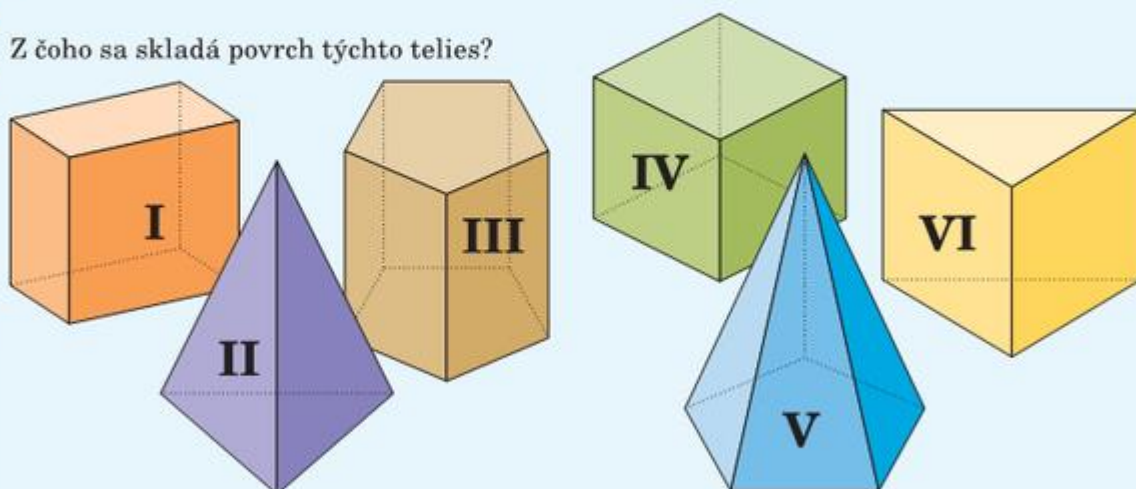
Úloha 3: Z dvoch lát dlhých 1 463 mm a 1 080 mm chceme odrezať celkom 10 rovnako dlhých latiek. Každý rez je široký 2 mm. Akú najväčšiu dĺžku v celých milimetroch môžu mať tieto latky? Zapište svoj výpočet.

Hranaté telesá

Už viete, že povrch telesa je to, čo sa zafarbí, keď teleso ponoríme do farby.



- 1** Z čoho sa skladá povrch týchto telies?



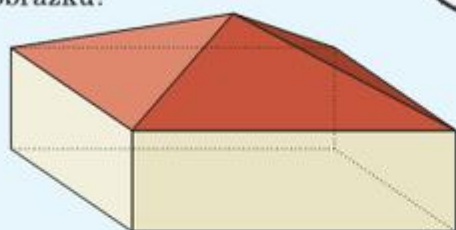
Útvary, ktoré ste opísali v úlohe 1, sa nazývajú **steny telesa**.

- 2** Opište teleso, ktoré má presne a) päť stien, b) šesť stien. Podarí sa vám nájsť viac možností?

Spoločné strany susedných stien telesa sa volajú **hrany telesa**.

- 3** Koľko hrán majú telesá z úlohy 1?

- 4** Koľko hrán má teleso na obrázku?



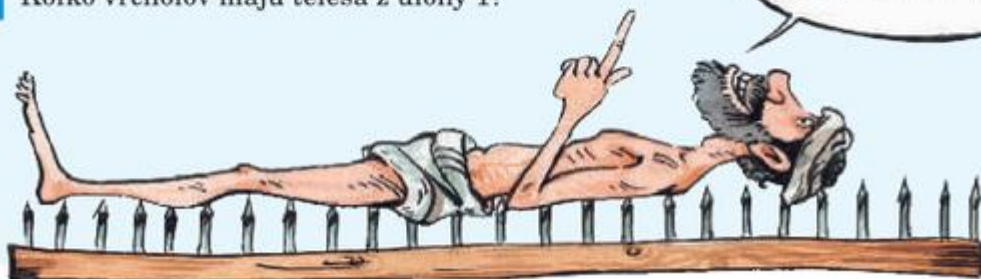
HRANA JE TO, NA ČOM
SA DÁ POREZAŤ.



VRCHOL JE TO, NA ČOM
SA DÁ POPICHAŤ.

Spoločné krajné body hrán sa volajú **vrcholy telesa**.

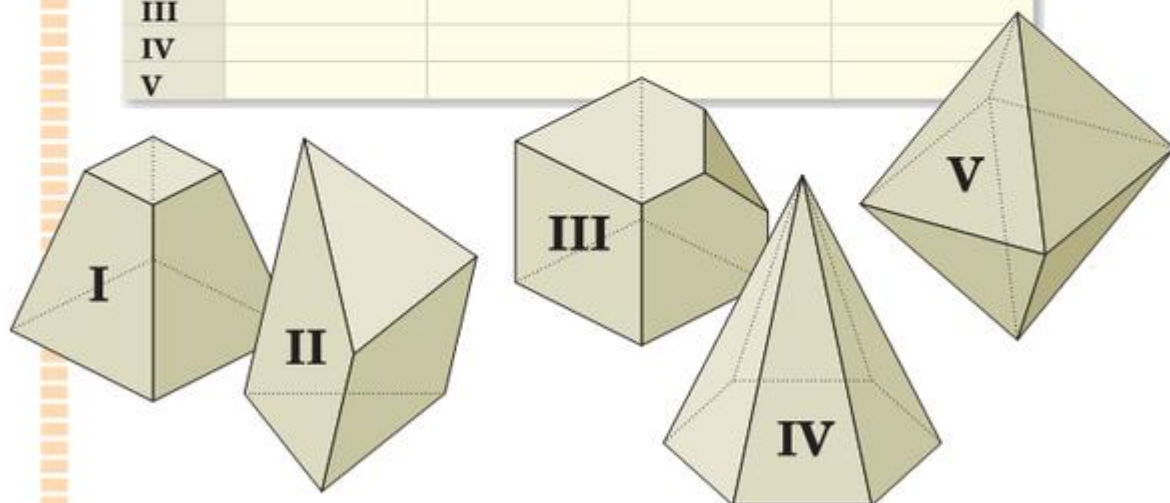
- 5** Koľko vrcholov majú telesá z úlohy 1?





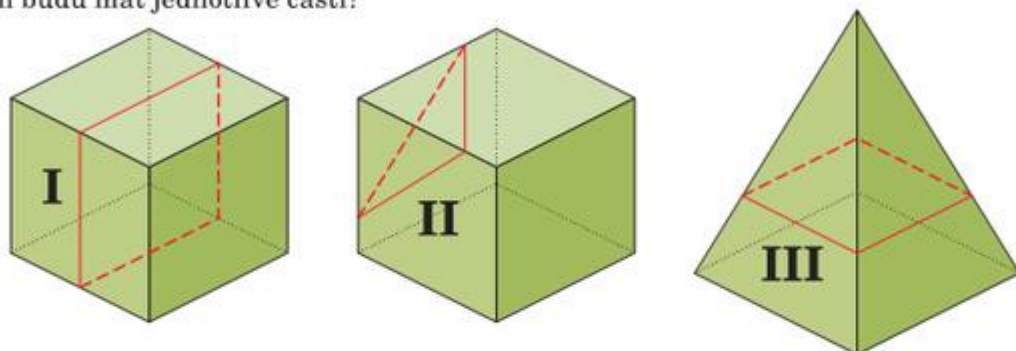
- 6** Koľko vrcholov, hrán a stien majú telesá na obrázku? Prekreslite si do zošita tabuľku a vyplňte ju. Posledný stĺpec zatiaľ nevyplňajte.

Teleso	Počet vrcholov	Počet hrán	Počet stien	
I				
II				
III				
IV				
V				



- 7** Pre každé teleso z úlohy 6 sčítajte počet vrcholov s počtom stien a od výsledku odčítajte počet hrán. Výsledok zapíšte do príslušného riadka posledného stĺpca tabuľky. Vyšlo vám niečo zaujímavé?

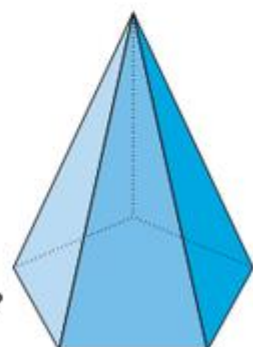
- 8** Červené čiary naznačujú, ako rozrežeme teleso na dve telesá. Koľko hrán, vrcholov a stien budú mať jednotlivé časti?



- 9** Skontrolujte, či aj pre časti telies, ktoré vznikli v úlohe 8, platí, že **počet vrcholov + počet stien – počet hrán = 2**.

- 10** Na obrázku je teleso, ktoré sa volá 5-boký ihlan.

- Koľko má hrán, vrcholov a stien?
- Predstavte si 6-boký ihlan. Koľko má hrán, vrcholov a stien?
- Predstavte si 7-boký ihlan. Koľko má hrán, vrcholov a stien?
- Predstavte si 10-boký ihlan. Koľko má hrán, vrcholov a stien?
- Predstavte si 100-boký ihlan. Koľko má hrán, vrcholov a stien?



11 Koľkoboký ihlan má a) 444 stien, b) 444 vrcholov, c) 444 hrán?

12 Na obrázku je teleso, ktoré sa volá 5-boký hranol.

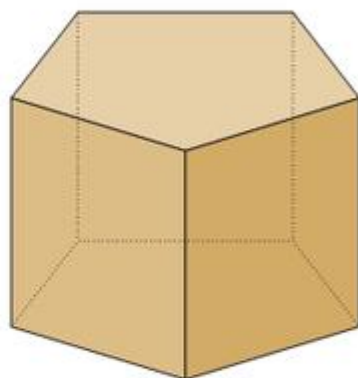
a) Koľko má hrán, vrcholov a stien?

b) Predstavte si 6-boký hranol. Koľko má hrán, vrcholov a stien?

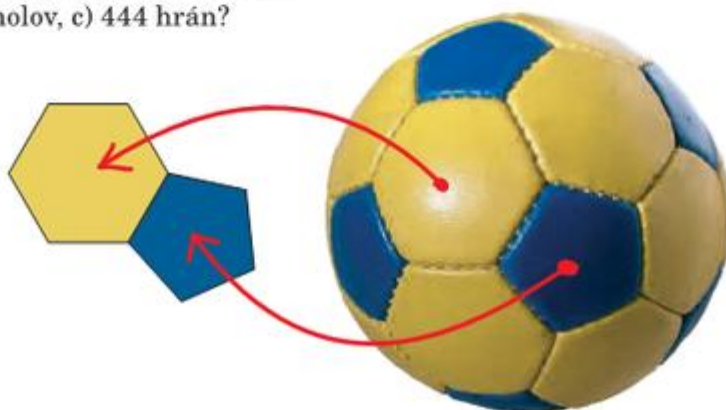
c) Predstavte si 7-boký hranol. Koľko má hrán, vrcholov a stien?

d) Predstavte si 10-boký hranol. Koľko má hrán, vrcholov a stien?

e) Predstavte si 100-boký hranol. Koľko má hrán, vrcholov a stien?



13 Koľkoboký hranol má a) 444 stien, b) 444 vrcholov, c) 444 hrán?



Kto vyhrá auto? (2. časť)

V televíznej súťaži sa do finále dostali traja najlepší súťažiaci. Pred nimi je troje dverí. Za jednými z nich je auto, za druhými motorka a za tretími bicykel.

Doteraz najlepší súťažiaci si vyberie jednu dvere ako prvý. Čo sa za nimi skrýva, je jeho výhra. Potom si zo zvyšných dvoch dverí vyberá doteraz druhý najlepší hráč. To, čo ostane, je výhrou tretieho hráča.

Úloha 1: Kto z troch finalistov má najväčšiu šancu vyhrať auto, kto motorku a kto bicykel? Svoj odhad napíšte na papier a odovzdajte ho učiteľovi.

Úloha 2: Navrhните, ako túto situáciu zahrať v triede.

Úloha 3: Realizujte svoj návrh a urobte niekoľkokrát experiment. Tento experiment spracujte (zapíšte výsledky).

Úloha 4: Na základe výsledkov experimentu napíšte opäť odhad, kto z troch finalistov má najväčšiu šancu vyhrať auto, kto motorku a kto bicykel. Svoj odhad opäť napíšte na papier a odovzdajte ho učiteľovi.

Úloha 5: Spracujte výsledky experimentov spoločne za celú triedu.

Úloha 6: Pokúste sa vyriešiť úlohu výpočtom, úvahou.



POČÍTAME PÍSOMNE A NA KALKULAČKE

Písomné delenie



Výplatu za brigádu 438 eur máme rozdeliť medzi kamarátov Adama, Betku a Cecíliu tak, aby každý dostal rovnako. Mohli by sme si eurá rozmeniť na 438 jedoeurových mincí a postupne ich rozdeliť. Praktickejší a rýchlejší však bude nasledujúci postup:

Podiel budeme trom kamarátom vyplácať čo najväčšími bankovkami.

Postup:

Začneme stoeurovou.

- 1** Viete, prečo nezačínáme dvestoeurovou?

Každý dostane **1 bankovku v hodnote 100 eur**.
Zostane nám rozdeliť $438 - 300 = 138$ eur.



- 2** Ukážte, že nemôžeme pokračovať päťdesiateurovou.

Teraz rozdelíme medzi Adama, Betku a Cecíliu dvadsaťeurovky. Každý môže dostať až **dve bankovky v hodnote 20 €**, tri by už bolo veľa. Takto rozdáme $3 \cdot 20 = 60$ eur.
Zostane nám rozdeliť $138 - 60 = 78$ eur.

- 3** Akou bankovkou môžeme pokračovať?

Rozdeľujeme 78 € medzi troch kamarátov.
Každý môže dostať **jednu päťeurovku**.
Na rozdelenie ostane ešte $78 - 15 = 63$ eur.



Každý z nich dostane **1 euro**.

Každý z kamarátov spolu dostane 1 stoeurovku, 2 dvadsaťeurovky, 1 päťeurovku a jednu mincu v hodnote 1 €. To je spolu $100 + (2 \cdot 20) + 5 + 1 = 146$ €.

Postup, ktorý sme použili, vychádza z toho, že deliť nemusíme naraz, ale môžeme to robiť po častiach. Pritom si vyberáme také časti, ktoré vieme deliť.

Napríklad, ak má Vilo vydeliť $1\,722 : 7$, postupuje takto:

1.

Využijeme, že 700 vieme vydeliť siedmimi a že $700 : 7 = 100$.

$$\begin{array}{r} 1\,722 : 7 = 100 \\ - 700 \\ \hline 1\,022 \end{array}$$

Zostáva ešte vydeliť 1 022.

2.

Opäť môžeme využiť, že vieme rozdeliť 700.

$$\begin{array}{r} 1\,722 : 7 = 100 + 100 \\ - 700 \\ \hline 1\,022 \\ - 700 \\ \hline 322 \end{array}$$

Zostáva ešte vydeliť 322.

3.

Teraz môžeme využiť, že 280 vieme vydeliť siedmimi a že $280 : 7 = 40$.

$$\begin{array}{r} 1\,722 : 7 = 100 + 100 + 40 \\ - 700 \\ \hline 1\,022 \\ - 700 \\ \hline 322 \\ - 280 \\ \hline 42 \end{array}$$

Zostáva ešte vydeliť 42.

4.

Stačí už len vydeliť $42 : 7 = 6$.

$$\begin{array}{r} 1\,722 : 7 = 100 + 100 + 40 + 6 \\ - 700 \\ \hline 1\,022 \\ - 700 \\ \hline 322 \\ - 280 \\ \hline 42 \\ - 42 \\ \hline 0 \end{array}$$

Keby si Vilo pamätal, že $1\,400 : 7 = 200$, mohol prvé dva kroky urobiť naraz.

5.

Výsledok je $100 + 100 + 40 + 6 = 246$.



Riešená úloha bola bez zvyšku, všetky štyri nasledujúce príklady sú so zvyškom.

4

Vyskúšajte si takéto postupné delenie.

$653 : 8$

$1\,376 : 6$

$2\,487 : 9$

$4\,267 : 5$



Šetríme miesto aj pri delení

Petra rozdeľuje po stovkách, potom po desiatkach a nakoniec po jednotkách.
Pozrite sa, ako počíta $749 : 3$.



Mám 7 stoviek. $7 : 3 = 2$, zvyšok 1.

To znamená, že každý dostane $2 \cdot 100 = 200$.

Rozdelila som už $3 \cdot 200 = 600$, treba ešte rozdeliť $749 - (3 \cdot 200) = 149$.
To je 14 desiatok a 9 jednotiek.

14 desiatok rozdelím na tri časti:

$14 : 3 = 4$, zvyšok 2. To sú 4 desiatky a zvýšili 2 desiatky.

K výsledku treba pridať $4 \cdot 10 = 40$.

Ostáva ešte $149 - (3 \cdot 40) = 29$. $29 : 3 = 9$, zvyšok 2.

Výsledok je $200 + 40 + 9 = 249$. Zvyšok po delení je 2.

Zuzka niekedy takýto výpočet zapisuje ešte úspornejšie:

$$\begin{array}{r}
 749 : 3 = 249 \\
 \underline{-6} \quad -2 \cdot 3 \quad 7 : 3 \\
 14 \qquad \qquad 14 : 3 \\
 \underline{-12} \quad -4 \cdot 3 \\
 29 \qquad \qquad 29 : 3 \\
 \underline{-27} \quad -9 \cdot 3 \\
 2 \longrightarrow \text{zvyšok}
 \end{array}$$

V zošite má často iba toto:

$$\begin{array}{r}
 \overline{749} : 3 = 249 \\
 14 \\
 29 \\
 2 \longrightarrow \text{zvyšok}
 \end{array}$$



1 Precvičte si písomné delenie jednociferným číslom.

$798 : 3$

$473 : 4$

$836 : 5$

$940 : 6$

$1482 : 7$

$3878 : 8$

Možno vám pomôže, keď si delenie znázorníme pomocou obrázkov.

438 eur chceme rozdeliť medzi 3 ľudí.



Ako postupne zapisujeme výpočet		Na jedného prípadne
1	Najprv rozdelíme 4 stovky: každý dostane 1, zostane nám 1 stovka, 3 desiatky a 8 jednotiek.	1 stovka
2	Zvyšnú stovku premeníme na desiatky, máme 13 desiatok a 8 jednotiek.	
3	Teraz rozdelíme 13 desiatok: každý dostane 4, zostane nám 1 desiatka a 8 jednotiek.	1 stovka a 4 desiatky
4	Zvyšnú 1 desiatku premeníme na jednotky, máme 18 jednotiek.	
5	Napokon rozdelíme 18 jednotiek: na každého prípadne 6 jednotiek.	1 stovka, 4 desiatky a 6 jednotiek



Párne a nepárne čísla

S číslami môžeme experimentovať a všeličo užitočné pri tom objaviť. Po krátkom opakovaní sa o to spoločne pokúsime.



1 Deľte so zvyškom.
 $13 : 2$ $15 : 2$ $18 : 2$ $23 : 2$ $26 : 2$ $30 : 2$

2 Nájdite dvojciferné číslo, ktoré po delení dvoma dáva zvyšok a) 0, b) 1, c) 2, d) 3, e) väčší ako 3.

3 Doplňte ústne vetu.
 Pri delení dvoma môžeme dostať len dva zvyšky. Sú to čísla a



Určite ste sami prišli na to, že pri delení dvoma môžeme dostať len zvyšky 0 a 1. Podľa toho, aký zvyšok dostaneme, rozdeľujeme čísla na:

- **párne** – pri delení dvoma zostane zvyšok 0;
- **nepárne** – pri delení dvoma zostane zvyšok 1.

4 Ktoré čísla z úlohy 1, ktoré sme delili dvoma, sú párne a ktoré sú nepárne?

5 Je číslo 0 párne alebo nepárne?

Peter si pri riešení úlohy 5 pomohol delením:

$$0 : 2 = 0, \text{ zv. } 0$$

Keďže je zvyšok 0, číslo 0 je párne číslo.



6 Nájdite nepárne číslo, ktorého posledná číslica je 8.

7 Milan si nechtiac zamachuloval šesticiferné číslo, o ktorom mal zistiť, či je párne alebo nepárne. Vidí z neho už len a) prvú číslicu 3, b) poslednú číslicu 3. Milan tvrdí, že aj tak vie zistiť, či zamachulované číslo je párne alebo nepárne. Viete to aj vy?

8 Odpíšte vety do zošita a dokončite ich.
 a) Párne čísla sú tie, ktoré končia číslicami
 b) Nepárne čísla sú tie, ktoré končia číslicami



Párne a nepárne čísla poznali ľudia už v starovekom Grécku. Jedným z veľmi známych matematikov, ktorí pracovali aj s párnymi a nepárnymi číslami, bol Pytagoras.

Pytagoras žil okolo roku 500 pred n. l. Čísla boli pre neho magické. Okrem párných a nepárných čísel rozlišoval aj čísla spravodlivé, mužské, ženské, trojuholníkové, štvorcové... Pri práci s číslami používal Pytagoras aj ďalší starogrécki matematici kamienky. Napríklad číslo 12 by znázornili takto:



9 Ktoré čísla sú znázornené na týchto obrázkoch?



Pytagoras vedel, že párne čísla môže uložiť do dvoch radov a žiadny kamienok nebude prevyšovať. Pri nepárnych číslach ich tiež môže uložiť do dvoch radov, ale jeden kamienok zvýši.

10



13



10 Znázornite pomocou kamienkov uložených do dvoch radov čísla 7, 14, 15, 19, 21 a 24.

Bádania a pokusy - párne a nepárne čísla



Dorka skúmala, aké číslo jej vyjde, keď sčíta dve párne čísla, dve nepárne čísla alebo párne číslo s nepárnym číslom

Bádanie 1:

Zistite, aké výsledky (párne, či nepárne) dostanete, ak sčítate:

- dve párne čísla,
- dve nepárne čísla,
- párne číslo s nepárnym číslom.

Dorka si svoje objavy zapísala.

- Zapíšte aj vy, na čo ste prišli. Doplňte vety.
Ak sčítame dve párne čísla, výsledok bude číslo.
Ak sčítame dve nepárne čísla, výsledok bude číslo.
Ak sčítame párne číslo s nepárnym, výsledok bude číslo.

- Overte predchádzajúce tvrdenia na týchto úlohách.

23 + 14	31 + 27	12 + 18	14 + 17
36 + 12	29 + 33	63 + 25	28 + 34

Dorka si chcela byť svojím objavom úplne istá. Preto chcela nejako zdôvodniť to, čo jej vyšlo. Pomohla si Pytagorovým nápadom – kamienkami.

Prišla na to, že každé párne číslo sa dá znázorniť takto:

A každé nepárne zasa takto:



Tieto obrázky Dorka použila, aby sa presvedčila o pravdivosti svojich tvrdení. Napríklad súčet dvoch nepárnych čísel Dorka znázornila takto:



To je to isté ako:



A to je to isté ako:



Dorka teda vyšlo, že súčet dvoch nepárnych čísel je číslo párne.

Bádanie 2:

Skúste podobným postupom vysvetliť, čo je súčtom dvoch párnych čísel a čo je súčtom párneho a nepárneho čísla.

Násobíme a delíme na kalkulačke

Pozrime sa spolu na násobenie a delenie na kalkulačke.



- 1** Peter mal vypočítať príklad $583 \cdot 698$. Preto na kalkulačke postupne stlačil tlačidlá **5 8 3 · 6 9 8** a nakoniec **=**. Urobte to aj vy. Čo ste dostali?

Petrova kalkulačka mu ukazovala **583.698**, ale vynásobiť to nechcela. Na kalkulačkách totiž tlačidlo **·** plní inú funkciu, ako je násobenie. Bližšie si o tom povieme v šiestom ročníku.

- 2** Zistite, ktoré tlačidlo na vašej kalkulačke zodpovedá operácii a) násobenie, b) delenie.

Pravdepodobne na svojej kalkulačke musíte použiť tlačidlo **×** alebo ***** ako symbol násobenia a niektoré z tlačidiel **/** alebo **÷** ako symbol delenia.

- 3** Vypočítajte na svojej kalkulačke príklady.
a) $86 \cdot 407$ b) $387 \cdot 2\,089$ c) $56\,789 \cdot 594\,587$ d) $287\,897 \cdot 905\,738$

Výsledky niektorých príkladov sú príliš veľké a väčšina kalkulačiek ich nevie zobrazíť na displeji celé.

Možno sa to stalo aj vám v častiach c) a d) úlohy 3.

Vtedy vám kalkulačka ukáže len časť výsledku alebo vám napíše:

ERROR - CHYBA

Čo robiť pri počítaní s takýmito veľkými číslami si povieme vo vyšších ročníkoch.

Spomínate si, ako sa dá opraviť časť výpočtu na kalkulačke, ak nechcete zadávať znovu celý príklad?

- 4** Pri výpočte $3\,872 \cdot 487$, resp. $3\,872 - 487$ stlačil Janko postupne tlačidlá: **3 8 7 2 × 4 7**, resp. **3 8 7 2 - 4 7**. Nájdite správne výsledky aj výsledky, ktoré dostal Janko, a porovnajte ich.

Pri riešení úlohy 4 ste videli, že keď sa pomýlite pri násobení, môže byť chyba omnoho väčšia, ako keď sa rovnako pomýlite pri odčítaní. V našom prípade sme pri násobení dostali namiesto správneho sedemciferného výsledku 1 885 664 nesprávny šesťciferný 181 984. Rozdiel medzi týmito výsledkami je očividný.

Aby sme takéto veľké chyby spoznali, je dobré si pomôcť odhadom výsledku.



Pozrite sa, ako odhadovali Samo a Soňa.

Číslo 3 872 je skoro 4 000,
číslo 487 je približne 500.

Preto
 $3\,872 \cdot 487$ bude
približne rovnako veľa
ako $4\,000 \cdot 500$.

To sú 2 000 000.
Preto je výsledok 181 984
očividne nesprávny, lebo je
asi 10-krát menší
ako odhad.



Ja pri odhade
nechám len prvé číslice,
ostatné zmením na nuly:
 $3\,000 \cdot 400 = 1\,200\,000$.

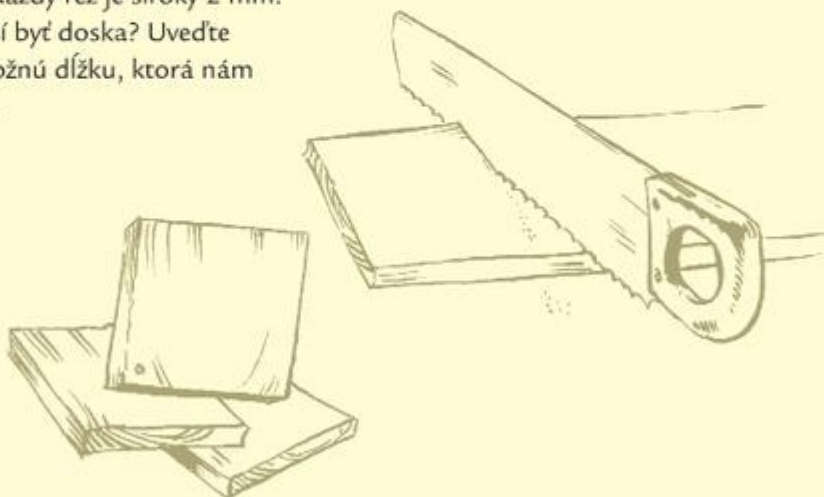
Aj mne vyšlo číslo omnoho
väčšie ako výsledok 181 984.
Preto som vedela, že výsledok
181 984 je nesprávny.

Pílime laty 3

Stáva sa, že namiesto rezania dlhej laty
na menšie latky potrebujeme vyrezať
z väčšej dosky menšie štvorcové doštičky.

Úloha 1: Potrebujeme 60 štvorcových
doštičiek s dĺžkou strany 36 mm. Budeme
ich rezať z dosky širokej a) 210 mm,
b) 280 mm. Každý rez je široký 2 mm.
Aká dlhá musí byť doska? Uveďte
najmenšiu možnú dĺžku, ktorá nám
ešte vyhovuje.

Úloha 2: Z obdĺžnikovej dosky s rozmermi
605 mm x 950 mm chceme rozpiľovaním
rovnobežným s jej stranami získať 34
rovnakých štvorcových doštičiek. Každý rez
je široký 1 mm. Akú najväčšiu dĺžku strany
(v celých milimetroch) môžu mať tieto
doštičky?





- 5** Doplňte odhady ďalších príkladov. Príklady potom vypočítajte na kalkulačke a výsledky porovnajte s odhadmi. Nezabudnite, že ak sa pomýlite, môžete použiť tlačidlo **CE**.

a) $97 \cdot 204 \approx 100 \cdot \dots = \dots$

b) $237 \cdot 341 \approx \dots \cdot \dots = \dots$

c) $2\,487 \cdot 1\,867 \approx \dots \cdot \dots = \dots$

d) $897 \cdot 3\,114 \approx \dots \cdot \dots = \dots$

- 6** Výsledky najskôr odhadnite a potom vypočítajte na kalkulačke. Viete počítať aj na kalkulačke vo svojom mobilnom telefóne?

$629 \cdot 746$

$783 \cdot 155$

$3\,295 \cdot 602$

$7\,403 \cdot 2\,262$

- 7** Vypočítajte na kalkulačke.

$2\,345 : 35$

$59\,049 : 729$

$21\,316 : 146$

$2\,097\,152 : 2\,048$



Janko sa rozhodol, že na kalkulačke bude počítať všetko. Pri výpočte $82 : 5$ mu kalkulačka ukázala takýto výsledok:

16.4

Janko do zošita napísal 16, zv. 4.

- 8** Je jeho výsledok správny? Svoju odpoveď zdôvodnite.

Jankovi sa to nezdalo, veď kalkulačka by mala počítať správne. Zuzka mu preto dala ďalší príklad $84 : 5$.



- 9** Čo ukázala Jankovi jeho kalkulačka? Aký výsledok videl Janko?

Janko najskôr seabedome povedal Zuzke výsledok: 16 zvyšok 8. Ale potom sa zháčil. Uvedomil si, že keď delíme číslom 5, nemôže byť zvyšok až 8. Zvyšok pri delení piatimi môže byť len niektoré z čísel 0, 1, 2, 3 alebo 4.

*Asi ste aj vy prišli na to, že Jankova kalkulačka (a pravdepodobne aj vaša) nepočíta so zvyškom, ale s trochu inými číslami. Tieto čísla s bodkou súvisia aj s tlačidlom **.** na kalkulačke, ktoré sme si už spomínali. Práci s týmito číslami sa budeme venovať v ďalšom ročníku.*



- 10** Zistite, či sa vaša kalkulačka dá nastaviť tak, aby pri delení ukazovala výsledky so zvyškom.

Ak sa vaša kalkulačka nedá nastaviť tak, aby počítala so zvyškom, nebudte smutní. Ukážeme vám postup, ako sa dá deliť so zvyškom na každej kalkulačke. Vypočítajme so zvyškom delenie $8\,774 : 23$.

1. krok Vypočítame delenie na kalkulačke. Kalkulačka ukáže niečo takéto:

381.4782608.

2. krok Všímame si len číslo pred bodkou, teda **381**.
Vynásobíme ho číslom, ktorým sme delili, teda číslom 23:
 $381 \cdot 23 = 8\,763$.

3. krok Od pôvodného čísla 8 774 odčítame posledný výsledok 8 763:
 $8\,774 - 8\,763 = 11$.

4. krok Napíšeme výsledok:
 $8\,774 : 23 = 381$, zv. 11.

11 Deľte zo zvyškom na kalkulačke.

$265 : 12$

$387 : 54$

$2\,094 : 182$

$32\,769 : 26$

Aj pri delení si môžete pomôcť odhadmi. Pozrite sa, ako Peter a Zuzka použili odhad pri výpočte podielu $1\,008 : 28$.

1 008 je približne 1 000,
28 je približne 30.

Takže
 $1\,008 : 28 \approx$
 $1\,000 : 30 =$
 $100 : 3 \approx 33$.

Výsledok delenia
by mal byť približne 33.



V čísle 1 008 nahradím
všetky cifry, okrem prvej,
nulami: 1 000.

To isté urobím
aj v čísle 28, dostanem
číslo 20.

Takže
 $1\,008 : 28 \approx$
 $1\,000 : 20 =$
 $100 : 2 \approx 50$.



12 Určte na kalkulačke podiel $1\,008 : 28$.

Vidíte, že aj odhad Petra aj odhad, ktorý spravila Zuzka, neboli ďaleko od správneho výsledku.

13 Doplňte odhady výsledkov ďalších príkladov. Príklady potom vypočítajte na kalkulačke a výsledky porovnajte so svojimi odhadmi.

a) $14\,336 : 28$

b) $52\,672 : 823$

c) $30\,976 : 256$

d) $85\,184 : 64$



Čo je pekné a čo nie?



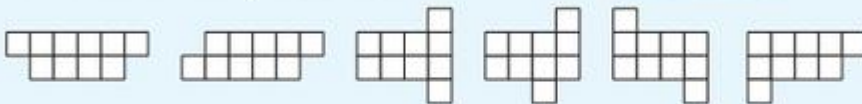
V živote sa nám niektoré veci javia estetické – pekné – a iné nie. Dokonca aj ten istý obrázok sa niektorým ľuďom môže zdať estetický a iným neestetický.

- 1** Diskutujte o obrázkoch. Ktoré z nich sa vám javia ako estetické a ktoré nie? Skúste povedať aj svoje dôvody.



Kto z vás mal najlepšie argumenty? Podobali sa na dôvody Karola alebo Sone?

- 2** Aký je váš názor na Sonin argument? Čo si vy predstavujete pod tvrdením, že obrázok je súmerný? Ktoré z týchto geometrických útvarov sa vám zdajú súmerné?



- 3** Pozrite si tri fotografie tváre. Javí sa vám niektorá z týchto tvárí súmerná a niektorá nie?



Mne sa zdajú estetické obrázky domu a mačky, lebo mi to pripomína domov.

Mne sa zasa páčia obrázky hôr a kvetu, lebo sú také pekné, súmerné.

Vyskúšajte si doma alebo v škole jednu z nasledujúcich aktivít.

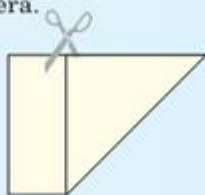
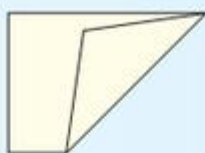
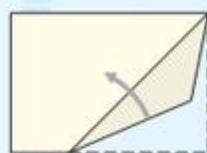
- 4** Ak viete pracovať s niektorým editorom obrázkov, pripravte si fotografiu tváre a otvorte ju v tomto editore (príp. použite textový editor, v ktorom sa dá pracovať s obrázkami). Rozdeľte fotografiu na dve polovice. Ľavú polovicu prekopírujte, prevráťte ju vodorovne a priložte k pôvodnej ľavej polovici. Dostanete tak fotografiu tváre zloženú z dvoch ľavých polovic. To isté urobte s pravými polovicami. (Ak máte k dispozícii tlačiareň, môžete si namiesto toho vytlačiť jedenkrát pôvodnú fotografiu tváre a druhýkrát tú istú fotografiu, ale vodorovne prevrátenú. Vytlačené fotografie potom prestrihnite v línii nosa a zlepte protilahlé polovice pôvodnej fotografie tváre a jej prevrátenej kópie.) Porovnajte tvár na pôvodnej fotografii s tvárou na fotografii, ktorá vznikla zložením z dvoch ľavých polovic a s tvárou z dvoch pravých polovic.

Sme presvedčení, že vám nevyšli rovnaké obrázky. Porovnajte výsledné tri obrázky s obrázkami v úlohe 3. Aj keď sa nám zdá naša tvár súmerná, z matematického hľadiska by bola súmerná len vtedy, keby nám vyšli tri rovnaké obrázky.

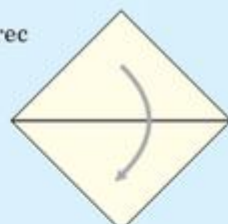
Predtým, ako si povieme viac o súmernostiach v matematike, vyskúšajte si z papiera poskladať origami – hlavu psa.

- 5** Pripravte si hárok papiera a skladajte podľa návodu. Počas celého skladania majte na pamäti, že čokoľvek skladáte na ľavej strane, musíte rovnako skladať aj na pravej strane.

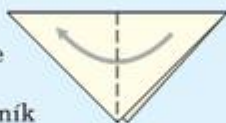
1. Pripravte si štvorcový kus papiera.



2. Preložte štvorec na polovicu.



3. Vzniknutý trojuholník preložte na polovicu tak, aby vznikla pomocná čiara. Potom trojuholník opäť rozložte.



4. Preložte ľavý aj pravý vrchol trojuholníka tak, aby vznikli uši.



5. Preložte spodný vrchol trojuholníka podľa obrázka. Malý trojuholník je rovnoramenný.



6. Preložte ešte raz spodný vrchol.



- 6** Ak vás toto origami zaujalo, nájdite na internete ďalšie a zložte si ešte jeden symetrický obrázok.

Súmernosti v matematike

V matematike aj v bežnom živote sa často stretnete so súmernými obrázkami či súmernými útvarmi. Poďme sa pozrieť na to, čo to súmernosť je, a aké vlastnosti majú súmerné útvary.

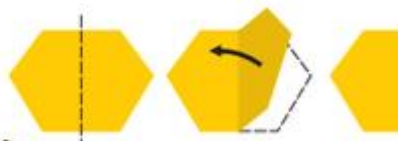
- 1** Pripravte si štvorčekový papier a prerysujte naň nasledujúce obrázky.



(Obrázky si môžete prekopírovať z prílohy na strane 120). Zistite, ktoré z týchto mnohouholníkov sú súmerné. Vysvetlite prečo. Ak potrebujete, pomôžte si strihaním a skladaním.

Porovnajte vaše riešenie s Petriným.

Ja som si tmavomodrý mnohouholník vystrihla a skúsila som ho prekladať. Nepodarilo sa mi to tak, aby sa jeho dve polovice prekryli. Pri žltom sa mi to podarilo.

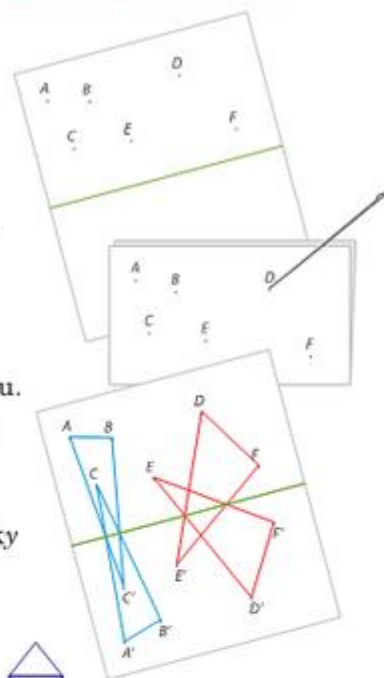


Teraz sa pokúsime objaviť, ako možno súmernosť overovať bez skladania a prekladania.

- 2** Zoberte si hárok papiera a narysujte priamku, ktorá ho rozdeľuje zhruba na dve rovnako veľké časti. V jednej časti narysujte body A, B, C, D, E, F . Pozdĺž narysovanej priamky preložte papier tak, aby body boli na vonkajšej strane preloženého papiera.

Preložený papier v každom zo šiestich bodov prepichnete ihlou. Bod, ktorý dostanete na druhej polovici preloženého papiera, označte rovnakým písmenom, len s čiarkou.

Papier opäť narovnajzte. Narysujte modrou farbou trojuholníky ABC' a $A'B'C$ a červenou farbou trojuholníky DEF' a $D'E'F'$. Je podľa vás a) modrý, b) červený obrázok súmerný? Svoju odpoveď vysvetlite.



- 3** Narysujte na jednu polovicu hárka papiera podobný obrázok:  Pomocou prekladania papiera a prepichovania ho narysujte na druhú polovicu papiera. Urobte čo najmenej prepichnutí.

Postupovali ste rovnako ako Milan?



Ja som zohnutý papier prepichol iba päťkrát – vo vrchoch domčeka. Potom už stačilo len pospájať príslušné body.

Úsečka sa preklopí do úsečky – stačí preniesť jej koncové body.

- 4 Zoberte si hárok papiera, narysujte a označte na ňom 8 bodov A, B, C, D, E, F, G, H (využite celý papier). Preložte papier tak, aby tieto body boli na vonkajšej strane papiera a na každej polovici boli štyri.

Preložený papier v každom z 8 bodov prepichnete. Každý bod, ktorý dostanete na druhej polovici preloženého papiera, označte rovnako, len s čiarkou: $A', B', C', D', E', F', G', H'$.

Papier opäť narovnajete. Čiara preloženia určuje priamku p . Narysujte spojnice tých bodov, ktorých označenie sa líši len v čiarke.



*Čo je na týchto spojniciach zaujímavé?
Zoberte si pravítko s ryskou, merajte a skúmajte.*

Prišli ste na to isté, čo objavili Viliam, Lívia a Janko?

Budeme hovoriť, že bod A sme preklopili do bodu A' podľa priamky p .



- 5 Overte pomocou pravítka tvrdenia Viliama, Viery a Janka.

Skúsime teraz tvrdenia Viliama, Viery a Janka overiť inak ako pravítkom a meraním. Sústredíme sa len na jednu dvojicu bodov, napr. D a D' .

- 6 Priesečník spojnice bodov D a D' s čiarou preloženia označte P . Papier znova preložte a pozorujte, čo platí pre úsečku DD' .

Spojnice bodu a k nemu preklopeného bodu je kolmá na čiaru, podľa ktorej sme preklápali. Vzdialenosť oboch preklopených bodov od tejto čiar je rovnaká.

Osová súmernosť, súmernosť podľa priamky



Pripomeňme si, čo sme sa naučili v predchádzajúcej kapitole. Tentokrát však namiesto prekladania papiera budeme rysovať.

- 1** Zvoľte si tri body A, B, C . Preklopte rysovaním bod A podľa priamky BC .

Kamila pri riešení predchádzajúcej úlohy využila vlastnosti preklápania z predchádzajúcej kapitoly.

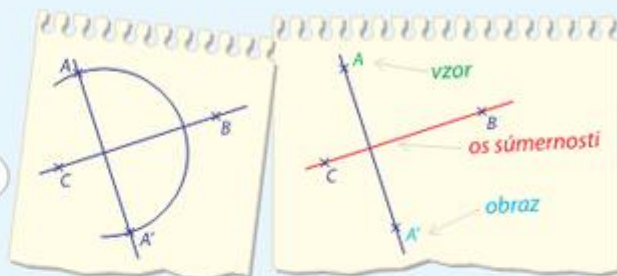
Najskôr narysujem priamku BC .

Teraz využijem, že spojnica bodov A a A' je kolmá na čiaru preklopenia, v tomto prípade priamku BC . Preto zostrojam kolmicu na priamku BC , ktorá prechádza bodom A . Takže bod A' bude ležať na tejto kolmici.

Ďalej využijem vlastnosť, že vzdialenosť bodu A od priamky BC má byť rovnaká ako vzdialenosť bodu A' od priamky BC . Preto odmeriam vzdialenosť bodu A od BC a nanesiem ju na druhú stranu.



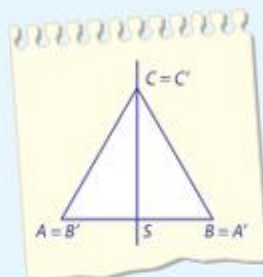
Ja som v poslednom kroku nemeral. Namiesto merania som použil kružidlo.



Priamka, podľa ktorej ste preklápali bod A , sa nazýva **os súmernosti**. Bod A sa volá **vzor**, bod A' sa volá **obraz** bodu A . Takéto preklápanie voláme **osová súmernosť** alebo presnejšie **osová súmernosť podľa priamky BC** . Hovoríme, že sme zostrojili **obraz bodu A v osovej súmernosti podľa priamky BC** alebo že sme zostrojili **bod súmerný s bodom A podľa priamky BC** .

- 2** Vráťte sa k úlohe 1. Využite Majkin aj Jakubov postup a zostrojte v tom istom obrázku a) obraz bodu B v osovej súmernosti podľa priamky AC , b) bod súmerný s bodom C podľa priamky AB .

- 3 Narysujte trojuholník ABC , ktorý má všetky tri strany rovnako dlhé (rovnostanný trojuholník). Zostrojte stred strany AB , označte ho S a narysujte priamku CS . Zostrojte trojuholník $A'B'C'$, ktorý je súmerný s trojuholníkom ABC podľa priamky CS .



Vyšiel vám rovnaký obrázok ako Tamare?



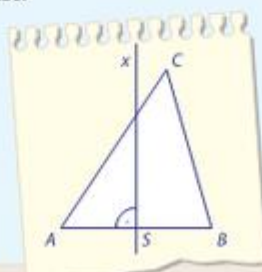
Útvar, ktorý sa v osovej súmernosti zobrazí sám na seba, voláme **osovo súmerný útvar**.

Bod A' splynul s bodom B a bod B' splynul s bodom A . Bod C sa zobrazil sám na seba, takže $C = C'$. Trojuholník ABC sa zobrazil sám na seba.



- 4 Zvoľte si ľubovoľný trojuholník ABC . Zostrojte os súmernosti x bodov A a B , teda priamku x , podľa ktorej sú súmerné body A a B .

Poradili ste si s predchádzajúcou úlohou?



Os súmernosti bodov A a B je kolmá na úsečku AB a prechádza jej stredom.

Priamka x , podľa ktorej sú súmerné body A a B , musí byť kolmá na úsečku AB . Body A a B ležia v rovnakej vzdialenosti od osi súmernosti. Preto os súmernosti x bude kolmica na priamku AB , ktorá prechádza stredom úsečky AB .



- 5 Vráťte sa k úlohe 4. Do toho istého obrázka narysujte a) priamku y , podľa ktorej sú súmerné body C a B ; b) priamku z – os súmernosti bodov A a C .

- 6 Ak ste v predchádzajúcej úlohe rysovali presne, prešli sa všetky tri osi súmernosti v jednom bode – označte ho O . Zostrojte kružnicu, ktorá má stred v bode O a prechádza bodom A . Čo pozorujete? Skúste svoje pozorovanie vysvetliť.

Asi aj vám vyšlo, že kružnica so stredom v bode O , ktorá prechádza bodom A , prechádza aj bodmi B a C . Takže táto kružnica prechádza cez všetky tri vrcholy trojuholníka ABC . Takáto kružnica sa nazýva **kružnica opísaná trojuholníku ABC** .



7 Zvoľte si trojuholník ABC . Zostrojte os súmernosti x , podľa ktorej sa priamka AB zobrazí do priamky AC .

8 Dorysujte do trojuholníka z úlohy 7 aj os súmernosti y priamok AB a BC a os súmernosti z priamok BC a AC .

9 Ak ste v predchádzajúcich úlohách rysovali presne, všetky tri priamky x , y a z sa prefali v jednom bode. Označte tento bod V . Zostrojte kolmicu z bodu V na stranu AB . Pätu tejto kolmice označte K . Zostrojte kružnicu so stredom v bode V , ktorá prechádza bodom K . Čo pozorujete?

*Ak ste rysovali presne, vyšlo vám, že kružnica, ktorú ste narysovali, sa dotýka všetkých strán trojuholníka ABC . Takáto kružnica sa volá **kružnica vpísaná trojuholníku ABC** .*

10 a) Ktoré písmená z veľkej tlačenej abecedy sú osovo súmerné? b) Ktoré z nich sú súmerné podľa dvoch osí? Nakreslite tieto písmená a vyznačte ich osi súmernosti.

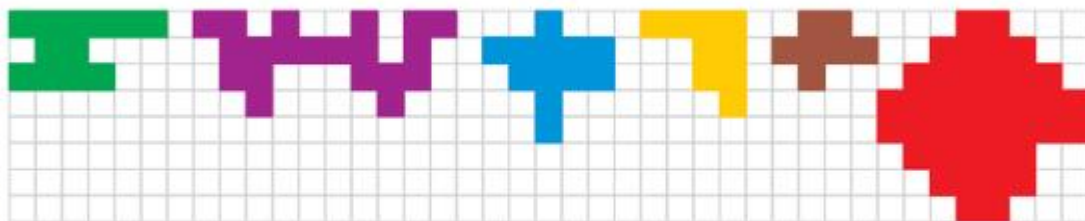


11 Slovo DECI je celé osovo súmerné podľa vodorovnej osi. Vymyslite čo najviac osovo súmerných slov. Ktorá skupina nájde najviac?

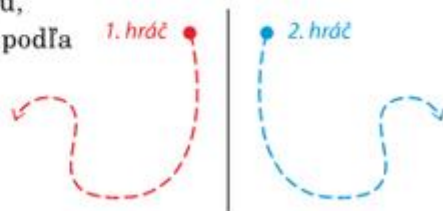
12 Ktoré a) trojuholníky, b) štvoruholníky sú osovo súmerné? Nájdite všetky ich osi súmernosti.

13 Narysujte trojuholník, ktorý má dve strany rovnako dlhé (rovnoramenný trojuholník). Zostrojte trojuholník s ním osovo súmerný podľa jeho základne.

14 Na obrázkoch vidíte útvary, ktoré nie sú osovo súmerné. a) Doplníte, b) škrtnite čo najmenší počet štvorčekov, aby ste dostali osovo súmerný útvar. Koľko štvorčekov ste a) doplnili, b) škrtnuli? (Obrázky si môžete prekopírovať z prílohy na strane 120).



15 Vyskúšajte si, aké náročné je kresliť osovo súmerne. Rozdeľte sa do dvojíc a zahrajte sa hru. Dvaja hráči sedia oproti sebe, kreslia na jeden papier, v strede ktorého je priamka. Jeden z hráčov pomaly kreslí čiaru, druhý sa pokúša súčasne kresliť čiaru osovo súmernú podľa danej priamky.

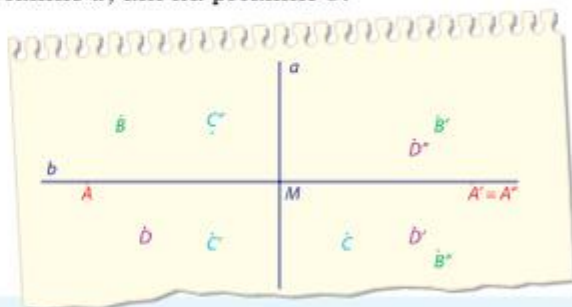


Iné preklápanie

O krom osovej súmernosti sa môžete stretnúť aj s inými spôsobmi preklápania. Vráťme sa najskôr k osovej súmernosti.



- 1** Narysujte dve kolmé priamky a , b , ktoré sa pretínajú v bode M . Zvoľte si štyri body: jeden na priamke b a tri tak, že neležia ani na priamke a , ani na priamke b . Označte ich postupne A , B , C , D . Zobraďte tieto body v osovej súmernosti podľa osi a . Obrazy, ktoré vzniknú, označte A' , B' , C' , D' . Nakoniec zobraďte body A' , B' , C' , D' v osovej súmernosti podľa priamky b . Body, ktoré vznikli, označte A'' , B'' , C'' , D'' . Narysujte úsečky AA'' , BB'' , CC'' , DD'' . Čo pozorujete?

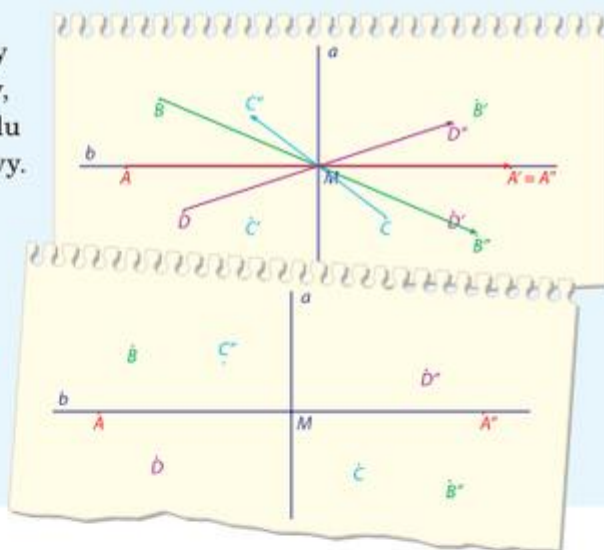


Veríme, že vám vyšiel podobný obrázok ako Petrovi:



- 2** Peter si pri riešení predchádzajúcej úlohy všimol, že ak pozná jeden z daných bodov, napr. D , vie priamo bez zostrojovania bodu D' zostrojiť bod D'' . Skúste na to prísť aj vy. Možno vám pomôže tento obrázok:

Určíte ste prišli na to, že všetky spojnice AA'' , BB'' , CC'' , DD'' prechádzajú bodom M . Navyše, bod M rozdeľuje tieto spojnice na dve rovnaké časti. Potom to ale znamená, že bod D'' môžeme dostať preklopením bodu D cez bod M .



- 3** Narysujte do zošita body M , A , B , C , D . Preklopte body A , B , C , D cez bod M . Vzniknuté body označte A' , B' , C' , D' .

Využili ste pri riešení, že vzdialenosť bodu A od bodu M je rovnaká ako vzdialenosť bodu A' od bodu M ?

- 4** Narysujte do zošita body T a T' . Viete, že bod T' vznikol preklopením bodu T cez bod S . Určte, kde leží bod S .

Veríme, že ste prišli na to, že bod S leží v strede úsečky TT' .



Stredová súmernosť

S S preklopením podľa bodu sa stretnete nielen v matematike.

V matematike sa takéto preklopenie volá **stredová súmernosť**. Ak preklápame podľa bodu X , hovoríme o stredovej súmernosti podľa stredu X . Bod, ktorý preklápame, sa volá **vzor** (rovnako ako pri osovej súmernosti). Bod, ktorý dostaneme po preklopení, sa volá **obraz**. Niekedy povieme, že sme bod A **zobrazili v stredovej súmernosti podľa bodu X** alebo že body A, A' sú **súmerné podľa bodu X** .

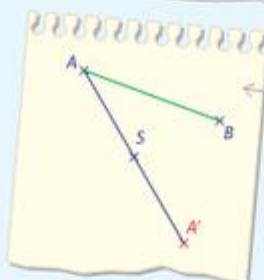


- 1 Narysujte úsečku AB a bod S , ktorý na nej neleží. Zobrazte úsečku AB v stredovej súmernosti podľa stredu S .

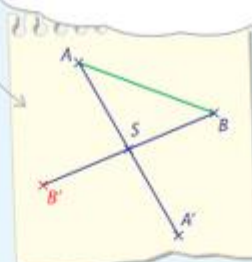
Simona riešila predchádzajúcu úlohu takto:



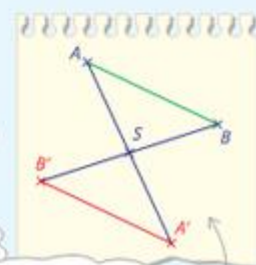
Ak mám zobraziť v stredovej súmernosti úsečku, stačí, keď zobraziť jej krajné body. Zobrazila som najskôr bod A , dostala som tak bod A' .



Potom som zobraziť bod B a vznikol bod B' .



Nakoniec som spojila body A' a B' .



- 2 Odmerajte úsečky AB a $A'B'$. Čo pozorujete? Ako to vyšlo vašim spolužiakom?

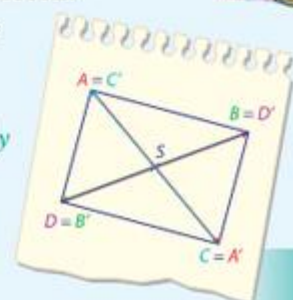
Predpokladáme, že vaše úsečky AB a $A'B'$ sú rovnako dlhé. Peter si všimol ešte niečo iné.

Mne sa zdá, že tie úsečky sú nielen rovnako dlhé, ale sú aj rovnobežné.

- 3 Overte Petrovu domnienku na úsečkách AB a $A'B'$, ktoré ste narysovali. Potom skúste túto domnienku vysvetliť.

- 4 Narysujte obdĺžnik $ABCD$ a zostrojte jeho priesečník uhlopriečok. Označte ho S . Zostrojte obdĺžnik $A'B'C'D'$, ktorý je stredovo súmerný s obdĺžnikom $ABCD$ podľa bodu S .

Vyšlo vám, že $A' = C$, $B' = D$, $C' = A$ a $D' = B$? Takže obdĺžniky $ABCD$ a $A'B'C'D'$ sú totožné?



Útvar, ktorý sa v stredovej súmernosti zobrazí sám na seba, voláme **stredovo súmerný útvar**. Aj mnohé zaujímavé kresby alebo obrázky sú založené na stredovej súmernosti.



Precvičte si stredovú súmernosť a riešte úlohy.



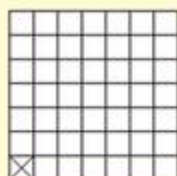
- 5** Ktoré písmená z veľkej tlačenej abecedy sú stredovo súmerné? Nakreslite tieto písmená a vyznačte ich stredy súmernosti.
- 6** Ktoré a) trojuholníky, b) štvoruholníky sú stredovo súmerné? Určte ich stredy súmernosti.
- 7** Narysujte rovnoramenný trojuholník. Zostrojte trojuholník s ním stredovo súmerný podľa stredy a) jeho základne, b) jedného jeho ramena.
- 8** Zostrojte obdĺžnik $ABCD$. Zostrojte jeho obraz v stredovej súmernosti podľa bodu A . Tento obraz označte $AB'C'D'$. Potom zobrazte obdĺžnik $AB'C'D'$ v stredovej súmernosti podľa bodu D' .



Štvorcový ščelk



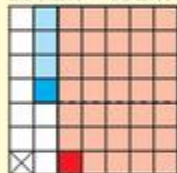
Zahrajte sa hru na štvorcovom papieri a premyslite si, ako súvisí so súmernosťami.



Hru **Štvorcový ščelk** hrajú dvaja hráči. Pred začiatkom hry si na štvorcovom papieri vyznačia štvorec s rozmermi 7×7 štvorcikov. Štvorec, ktorý je vľavo dole, označia krížikom:

Prvý hráč si vyberie ľubovoľný štvorec. Potom vyfarbí vybraný štvorec a všetky štvorce, ktoré sú od neho vpravo a hore.

2. Ťah – Ivan:



Druhý hráč si vyberie ľubovoľný ešte **nevyfarbený** štvorec. Vyfarbí tento štvorec a všetky štvorce, ktoré sú od neho vpravo a hore.

Takto sa hráči striedajú vo vyfarbovaní štvorcikov. Prehráva hráč, ktorý musí vyfarbiť ľavý dolný štvorec označený krížikom.

1. Ťah – Soňa:



Úloha 1: Rozdeľte sa do dvojíc a zahrajte sa túto hru 4-krát, z toho 2-krát ako prvý hráč a 2-krát ako druhý hráč.

Úloha 2: Prezradíme vám, že táto hra nie je celkom spravodlivá. Jeden z hráčov, ak bude

šikovný, môže hrať tak, že určite vyhrá, nech hrá jeho protivník akokoľvek dobre. Podarí sa vám prísť na to, ktorý z hráčov (prvý alebo druhý) je vo výhode? Vymyslite, ako má tento hráč na štvorcovom pláne hrať, aby určite vyhral.

Výsledky úloh

- 7/2 Do úvahy pripadá niekoľko možností: nepresný obrázok, nepresné meranie (iba s presnosťou na milimetre), nepresné meradlá (pravítka), väčšia spotreba pletiva v rohoch.
- 8/1 a) fotka na doklady, veľkosť skrutky; b) výška človeka, veľkosť topánok; c) rozmery ihriska, výška budovy; d) vzdialenosť medzi mestami, zabehnutá vzdialenosť.
- 9/2 50 mm, 72 mm, 46 mm
- 9/3 5 cm, 7 cm, 5 cm
- 9/4 Závisí od konkrétnych rozmerov triedy.
- 9/5 28, 104, 108 a 41, 31, 41.
- 9/6 3, 16 a uhlopriečka 16.
- 9/7 Napr. 136 mm, 141 mm alebo 142 mm.
- 9/8 Nie je, lebo 134 mm je s presnosťou na centimetre 13 cm.
- 9/9 Áno, je.
- 9/10 135 mm, 140 mm. (V niektorých reálnych situáciách by sme mohli pripustiť ako správnu aj dĺžku 145 mm.)
- 9/11 Ak Paula merala správne, úsečka musela merať aspoň 135 mm a musela byť menšia ako 145 mm.
- 9/12 Tým, že sú na konci čísla 200 nuly, nie je jasné, či sa zaokrúhľovalo na kilometre, desiatky kilometrov alebo dokonca stovky kilometrov. To znamená, že záleží od presnosti, s akou bol údaj uvedený. Ak to bolo s presnosťou na kilometre, tak vzdialenosť medzi Žilinou a Bratislavou je medzi 199 a pol kilometra (vrátane) a 200 a pol kilometra. Ak bola uvedená s presnosťou na desiatky kilometrov, tak medzi 195 km (vrátane) a 205 km.
- 9/13 Najčastejší uvádzaný údaj je 203 km.
- 10/14 a) medzi 115 mm (vrátane) a 125 mm, b) medzi 205 mm (vrátane) a 215 mm, c) medzi 95 mm (vrátane) a 105 mm.
- 10/17 a) najmenej 20 cm, najviac 24 cm; b) najmenej 31 cm, najviac 35 cm.
- 10/18 S presnosťou na 5 cm.
- 10/19 Sú rovnako dlhé.
- 10/20 Sú rovnako dlhé.
- 11/1 Dole: 21 dlaní, 84 prstov
- 12/2 a) 18 stôp, b) 4 siah.
- 12/3 a) 8 yardov, b) 5 siah.

13/4 a) 9 stôp, b) 9 yardov.

13/5 a) 36 palcov, b) 12 palcov.

Stože	Yard	Stože	Palce
1	2	6	72
pol	1	3	36
6	12	36	432
4	8	24	288
7	14	42	504
2	4	12	144

13/7 30 a pol centimetra.

13/8 a) 18 520 m, b) 16 090 metrov.

13/9 Približne 64 kilometrov za hodinu.

13/10 yardy, stopy, palce, chains (refaze), furlongy, míle

13/11 Napr. LAEN – barmská dĺžková jednotka, približne 1,941 m; BU – japonská dĺžková jednotka.

14/1 Hore: a) 23 metrov, 4 centimetre, 11 decimetrov, 18 milimetrov; b) m, mm, cm, dm.

14/2 Dole: Približne 5.

15/2 väčší, 100

15/3 a) 300, b) 600, c) 10 000.

15/4 a) 4, b) 21, c) 300.

15/5 >, >, >, >, <, <

16/2 10

16/3 Na výšku približne 3 decimetre, na šírku približne 2 decimetre.

16/4 10, 10, meter, decimeter

16/5 a) 30, b) 60, c) 1 000.

16/6 a) 10, b) 8, c) 420.

16/7 a) 4 000, b) 20, c) 740.

16/8 a) 40, b) 2, c) 7 a pol.

16/9 Po riadkoch: <, >, <, >, >, >

17/3 100, 1 000

17/4 väčší, 100, milimeter, milimeter

17/5 a) 4 000, b) 8 000, c) 10 000.

17/6 a) 4, b) 70, c) 630.

17/7 a) 1 300, b) 600, c) 9 900.

17/8 a) 4 000, b) 200, c) 750.

17/9 Po riadkoch: <, >, <, <, >

17/10 Dlhší telefón je vľavo (o 5 mm), širší telefón je vpravo (o 8 mm), hrubší telefón je vpravo (o 2 mm).

18/11 60, 800, 2 000, 400, 7 000, 12 000, 380, 1 000

18/12 30, 200, 200, 6, 1 000, 2 000, 50, 1 a pol

18/13 3, 6, 80, 40, 200, 200, 20, 8 000

18/14 7, 5, 4, 80, 20, 50, 10, pol

18/15

m	dm	cm	mm
3	30	300	3 000
50	500	5 000	50 000
4	40	400	4 000
10	100	1 000	10 000
2 a pol	25	250	2 500
3	30	300	3 000
70	700	7 000	70 000
20	200	2 000	20 000

18/16 Po riadkoch: dm, dm, m, dm, mm, cm

18/17 27 cm, 1 dm, 1 cm, 225 mm

19/1 Približne a) 34 km, b) 90 km, c) 75 km. Rôzne zdroje môžu udávať rôzne údaje. Navyše je rozdiel medzi cestnou, železničnou a vzdušnou vzdialenosťou. Preto sú výsledky iba orientačné.

19/2 10 000, 100 000, 1 000 000

19/3 a) 4, b) 6, c) 40, d) 6.

19/4 a) 1896 a 1904, b) 1920, c) 2 750 metrov, d) 1908 a 1924.

19/5 Rôzne zdroje uvádzajú mierne odlišné údaje. Na stránke môžu, ale nemusia mať chybu. Vzdialenosti sú zaokrúhlené, preto prvé dve môžu byť v skutočnosti menšie ako 53 km, resp. 152 km a posledná môže byť väčšia ako 198 km.

Zároveň sa najčastejšie uvádzajú vzdialenosti medzi stredmi miest. Cesta medzi Bratislavou a Žilinou nemusela prechádzať stredom Trnavy, preto môže byť kratšia ako súčet 53 + 152. Ďalším dôvodom môže byť, že Trnava neleží na diaľnici, takže cesta medzi Bratislavou a Žilinou nejde ani priamo cez Trnavu.

20/6 9 460 718 959 911 km

21/1 a) 569, 3 544, 5 795, 4 254; b) 587, 3 616, 5 849, 4 335; c) 767, 4 336, 6 389, 5 145.

21/2 Po stĺpcoch: 3 693 867, 4 053 867, 38 737 981, 41 437 981; 3 502 409, 3 565 409, 614 986, 1 064 986

22/3 a) 3 208, 4 299, 8 603, 2 998;

b) 3 172, 4 227, 8 522, 2 944;

c) 2 812, 3 507, 7 712, 2 404.

22/4 Po stĺpcoch: 3 317 212, 3 281 212, 2 921 212; 4 299 801, 4 227 801, 3 507 801; 56 638 612, 55 828 612, 47 728 612; 37 446 004, 36 906 004, 31 506 004

22/5 Po riadkoch: 6 743, 6 833, 7 233; 3 852, 3 922, 4 222; 41 700, 41 720, 42 220; 74 913, 75 213, 82 213; 305 799, 306 299, 312 299; 8 362 236, 8 363 136, 8 413 136

22/6 Po riadkoch: 6 727, 6 637, 6 237; 3 840, 3 770, 3 470; 41 686, 41 666, 41 166; 74 753, 74 453, 67 453; 305 719, 305 219, 299 219; 8 362 076, 8 361 176, 8 311 176

23/7 802, 894, 1 106, 3 190, 5 737 364

23/8 322, 390, 149, 702, 652 591

23/9 Po riadkoch: 993, 1 450, 4 073, 55 711, 123 313, 3 529 246; 151, 364, 1 423, 13 701, 43 241, 2 888 246

24/1 938, 789, 868, 397

25/3 784, 741, 1 001, 1 102

25/4 Po riadkoch: 913, 931, 783, 1 128, 2 274, 3 048, 7 878, 9 287

25/5 Robo si čísla napísal nesprávne pod seba. Správne má byť:

1 308

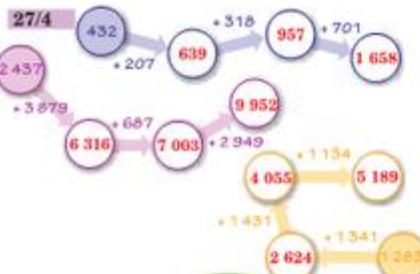
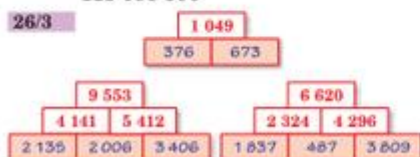
+ 274

1 582

25/6 3 396, 7 590, 4 013, 9 010

26/1 2 548, 7 137, 28 783, 15 465

26/2 55 141, 714 209, 6 674 666, 115 085 500



27/6 35 056 729

28/7 12 032, 9 796, 1 360 864, 212 394

28/8 Nie je. Súčet čísel v prvom riadku je 2 272 326 a v druhom riadku je 2 272 316.

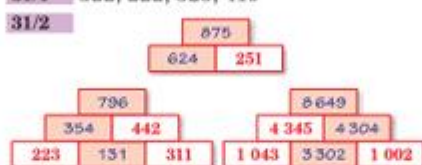
28/9 Napr. $739\,547 + 2\,960\,577 + 5\,492\,244 = 9\,192\,368$; $564\,892 + 669\,764 + 23\,981\,564 = 25\,216\,220$; sčítame dva výsledky s posledným číslom: $9\,192\,368 + 25\,216\,220 + 78\,658 = 34\,487\,246$

28/10 Miesto čísla 876 590 treba dať číslo 876 600.

29/1 a) 56 03, b) 56 803, c) 56 803, d) 56 803, e) 56 80

30/2 $963, 724 + 243 = 967, 2\,308 + 3\,502 = 5\,810, 55\,334 + 22\,742 = 78\,076$

31/1 522, 222, 325, 410



31/3 616

32/4 1 312, 923, 2 972, 3 162, 4 234, 5 749, 2 923, 3 533

33/1 423, 6 437, 18 839, 206 793

33/2 a) 11 475, b) 66 876, c) 8 875.

34/3 93 786 - 78 639 = 15 147

34/4 a) 593 079, b) 553 564.

643 266	459 635	1 050 487
1 125 017	717 796	310 575
385 105	975 957	792 326

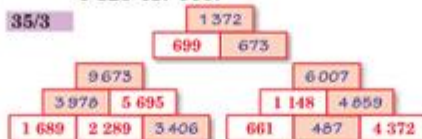
34/6 214, 745 - 233 = 512,

6 739 - 4 821 = 1 918,

736 927 - 184 038 = 552 889

35/1 1 537, 1 725, 6 315, 1 919, 313, 6 693.

35/2 a) 662 462 000, b) 1 558 363 000, c) 3 034 113 000, d) zväčšil sa o 125 417 000.



35/4 a) A = 3 112, b) B = 1 292,

c) C = 3 777, d) D = 3 112,

e) E = 1 292, f) F = 8 603.

35/5 V časti a) počítame rozdiel $6\,813 - 3\,701$. V časti d) počítame rozdiel $7\,813 - 4\,701$. Keďže je v časti d) menšene aj menšiteľ zväčšený o 1 000 oproti časti a), výsledky musia byť rovnaké. Z rovnakých dôvodov sú aj výsledky častí b) a e) rovnaké.

36/6 a) 28 283, b) 14 028, c) 124 003, d) 9 095, e) 26 791.

36/7 Po stĺpcoch: 8 261 426, 2 835 267, 16 617 550, 52 611 750, - 3 713 835, + 16 073 705

36/8 a) 1 748 a 774, b) 7 792 a 1 224, c) 10 010 a 2 628.

36/9 a) 17 882, 61 493, 45 408, 751 561, 324 297; b) 296 688, 177 395, 596 724, 11 580 629, 8 918 612.

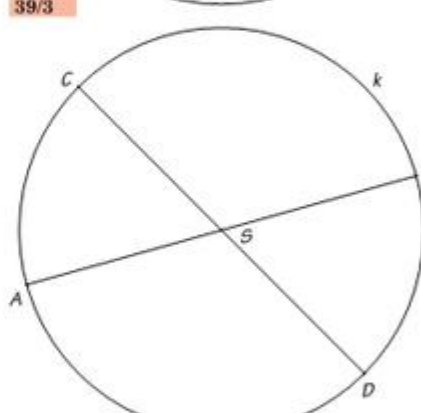
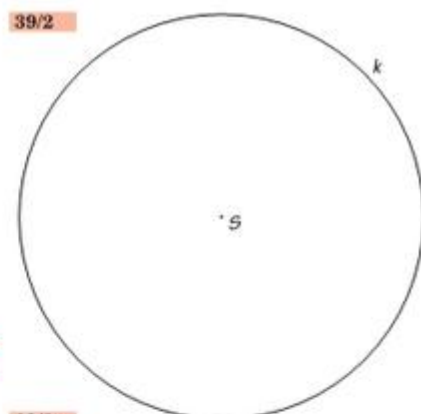
36/10 a) $40 + 32 = 72, 41 + 31 = 72, 42 + 30 = 72$; b) $49 + 27 = 76, 48 + 28 = 76, 47 + 29 = 76$.

36/11 $26\,531 + 36\,588 = 63\,119, 4\,537\,820 + 7\,821\,433 = 12\,359\,253, 74\,221 - 41\,102 = 33\,119, 4\,577\,890 - 2\,221\,637 = 2\,356\,253$

36/13 Po riadkoch: 675 527, 1 300 609, 818 635; 16 539 736, 8 703 360, 178 163 107

38/1 Po riadkoch: 14 636 543, 6 584 443, 9 536 543, 1 466 543, 90 036 758, 65 844 243

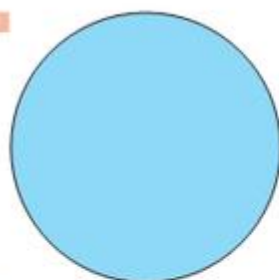
38/2 Po riadkoch: 671 869, 971 869, 91 869, 5 091 309, 718 969, 901 869



39/4 Obe merajú 6 cm.

39/5 a) Nepravda. Priemer kružnice je dvakrát dlhší ako jej polomer. b) Pravda.

39/6

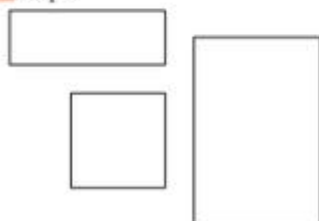


41/2 a je kolmá na b , a je kolmá na d ,
 c je kolmá na b , c je kolmá na k ,
 c je kolmá na d .

41/3 a) N , b) M .

42/5 Kolmé sú dvojice priamok AB a
 BC , BC a CD , CD a AD , AD a AB .

42/7 Napr.



42/8 Taký neexistuje, pretože každý
štvoruholník, ktorý má susedné
strany kolmé, je obdĺžnik. (Podľa
našej dohody je aj každý štvorec
obdĺžnikom.)

43/1 Doľava, doprava, doľava.

43/2



43/3



43/4



44/6 a) Komenského, Šoltésovej,
Rudľovská cesta, Fíguša
Bystrého, Kukučínova; b) Kolláro-
va, sčasti aj Ulica prof. Sáru;
c) Kollárova, Skuteckého. Možno
ste v časti a) našli aj Petelenovu
ulicu a v časti c) Ulicu Prof. Sáru.
Ak sa na ulice pozeráte ako na
priamky a nie ako na úsečky,
máte pravdu.

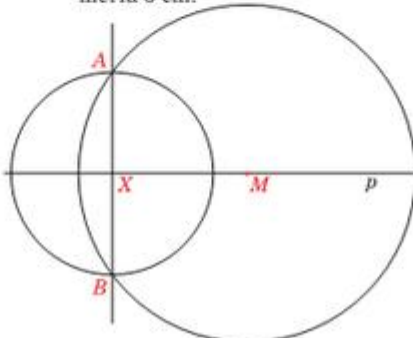
45/1 a)



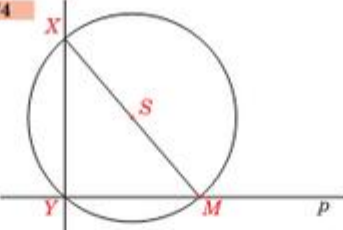
b)



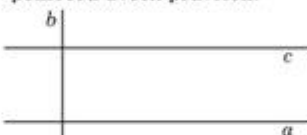
45/3 Úsečka AX meria 3 cm, úsečka
 XM meria 4 cm a úsečka AM
meria 5 cm.



46/4



47/7 Priamky a a c sú rovnobežné.
Presvedčiť sa o tom môžeme napr.
pomocou dvoch pravítok.



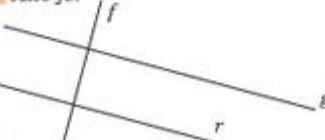
47/8 rovnobežné

47/9 Priamka k je kolmá aj na
priamku n .



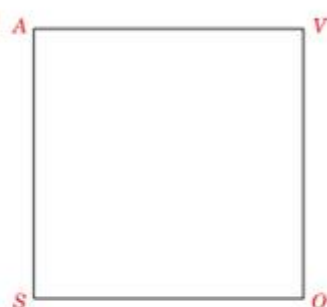
47/10 kolmá

47/11 Áno je.



47/12 kolmá

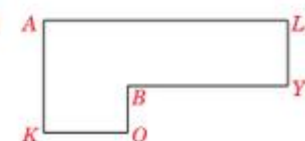
47/13



47/14

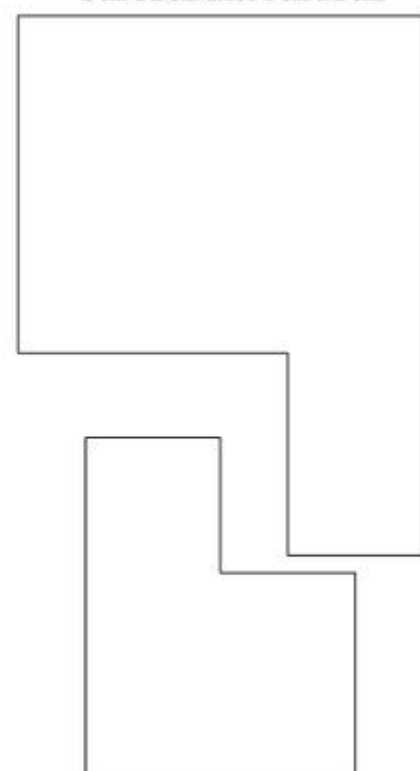


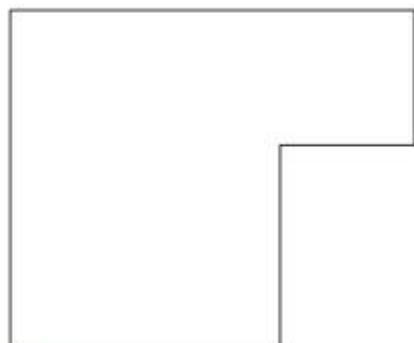
47/15



47/16 Riešenie nájdete v nasledujúcej
úlohe.

47/17 Úloha má tri riešenia: zvyšné
strany merajú 6 cm a 8 cm alebo
2 cm a 2 cm alebo 6 cm a 2 cm.





plný náklad, poslednýkrát 5 kompótov.)

49/12 a) 1, b) 3, c) 0, d) 5, e) 4, f) 2.

50/13 a) Rozdeľte 52 jabĺk medzi 7 detí, zvyšok si nechajte. b) Rozdeľte 47 jabĺk medzi 8 detí, zvyšok si nechajte. c) Rozdeľte 69 jabĺk medzi 12 detí, zvyšok si nechajte.

50/14 $16 : 3 = 5$, zv. 1; $18 : 4 = 4$, zv. 2; $20 : 5 = 4$, zv. 0; $23 : 6 = 3$, zv. 5; $65 : 7 = 9$, zv. 2

50/15 Nie, pretože zvyšok, ktorý mu vyšiel, sa dá ešte rozdeliť.

50/16 $50 : 6 = 8$, zv. 2; $30 : 7 = 4$, zv. 2; $40 : 9 = 4$, zv. 4; $61 : 8 = 7$, zv. 5

51/17 $37 : 5 = 7$, zv. 2; $43 : 7 = 6$, zv. 1; $50 : 11 = 4$, zv. 6; $63 : 7 = 9$ (zv. 0); $65 : 8 = 8$, zv. 1; $75 : 9 = 8$, zv. 3

51/18 $65 : 14 = 4$, zv. 9; $78 : 17 = 4$, zv. 10; $123 : 22 = 5$, zv. 13; $186 : 33 = 5$, zv. 21; $475 : 80 = 5$, zv. 75; $917 : 120 = 7$, zv. 77

51/19 39 jabĺk.

51/20 Po riadkoch: 37, 46, 44, 88, 93, 103, 85, 63, 476, 125

52/21 $17 : 5 = 3$, zv. 2; $63 : 8 = 7$, zv. 7; $36 : 7 = 5$, zvyšok 1; $63 : 5 = 12$, zvyšok 3; $63 : 12 = 5$, zvyšok 3

52/22 Po riadkoch: 4, zv. 3; 15, zv. 2; 4, zv. 2; 9, zv. 1; 8, zv. 1; 6, zv. 2; 18, zv. 1; 7, zv. 6; 4, zv. 4; 5, zv. 5

52/23 Napr. 2, 9, 16, 23

53/24 a) Napr. 12, 20, 28; b) napr. 404, 412, 804.

53/25 a) 94, b) 101.

53/26 $34 : 5 = 6$, zv. 4; $43 : 6 = 7$, zv. 1; $42 : 8 = 5$, zv. 2

53/27 3, zv. 2; 1, zv. 4; 2, zv. 4; 3, zv. 3; 5, zv. 1; 6, zv. 2; 6, zv. 2; 7, zv. 3; 8, zv. 3; 7, zv. 6; 8, zv. 6; 10, zv. 6

54/29 9, zv. 0; 8, zv. 1; 19, zv. 3

54/30 Po stĺpcoch: 9, zv. 2; 9, zv. 20; 8, zv. 1; 8, zv. 10; 5, zv. 4; 5, zv. 40; 14, zv. 3; 14, zv. 30; 11, zv. 3; 11, zv. 30; 0, zv. 1; 0, zv. 10. Podiel je vždy rovnaký, zvyšok desaťkrát väčší.

54/31 Po stĺpcoch: 2, zv. 3; 0, zv. 21; 3, zv. 23; 0, zv. 37; 10, zv. 18; 0, zv. 20; 3, zv. 55; 0, zv. 150

54/32 Napr. 109, 133, 157, 181, 205

55/1 140 metrov.

55/2 102, 123, 162.

55/3 Možností je mnoho. Narysovať ste mohli napríklad štvorec so stranou 3 cm alebo obdĺžnik so stranami 4 cm a 2 cm alebo 5 cm a 1 cm.

56/1 26 cm

56/2 Keďže protifaľné strany obdĺžnika sú rovnako dlhé, stačí odmerať dve susedné strany.

57/3 16 cm, 18 cm, 16 cm, 12 cm

57/4 Napr. „... iba raz. Odmeriame jednu stranu a jej dĺžku vynásobíme štyrmi.“

58/5 a) 24 cm, 36 cm, 8 dm

58/6 a) 5 cm, b) 22 mm, c) 2 a pol cm alebo 25 mm.

58/7 a) 28 cm, b) 30 cm, c) 90 mm alebo 9 cm.

58/8 Úloha má veľa riešení, strany obdĺžnika sa nedajú jednoznačne určiť. Napríklad 2cm, 7cm, 2cm, 7cm.

58/9 a) Obvod je 18 cm. Jedna strana obdĺžnika meria 5 cm. Protifaľná strana meria tiež 5 cm. To je spolu 10 cm. Na zvyšné dve rovnaké strany ostáva $18 - 10 = 8$ cm. Jedna strana bude merať 4 cm. b) 7 cm, c) 3 cm.

58/10 2, vydelím, 2

58/11 a) 123 mm, b) 2 mm.

58/12 a) 21 cm a 63 cm, b) napr. 12 cm a 72 cm alebo 21 cm a 63 cm.

58/13 18 m a 31 m, 13 m a 31 m.

58/14 45 mm

59/15 Stačí narysovať úsečku dlhú 10 cm a odčítať od nej úsečku AB. Rozdiel bude dĺžka úsečky BC.

59/16 Napríklad obdĺžniky s rozmermi 20 mm a 84 mm.

59/17 20 mm a 84 mm, 60 mm a 28 mm

59/19 Áno, môže.

60/20 Obdĺžniky budú mať rozmery 84 mm a 9 mm, 42 mm a 51 mm, 42 mm a 51 mm. Ich obvody budú 186 mm.

60/21 250 obdĺžnikov (z toho jeden je štvorec)

60/22 2 500 obdĺžnikov

60/23 Existuje 6 možností, ako rozdeliť pozemok. Pre každú spočítame, koľko pletiva potrebujeme.

Rozmery záhrad	Pletivo
60 m a 800 m	19 200 m
120 m a 400 m	12 400 m
240 m a 200 m	10 800 m
300 m a 160 m	11 200 m
600 m a 80 m	15 600 m
1 200 m a 40 m	26 800 m

Najmenej pletiva budeme potrebovať, ak pozemok rozdelíme na 20 záhrad s rozmermi 240 m a 200 m: 10 800 m pletiva.

61/1 4 · 8 alebo 8 · 4

61/2 Po riadkoch: 6, 48, 35, 36, 56, 56, 30, 36, 40, 49, 12, 28, 36, 27

61/3 Po riadkoch: 42, 420, 4 200, 42 000, 420 000, 40, 400, 4 000, 40 000, 400 000

61/5 Po riadkoch: 1 400, 32 000, 140 000, 2 000 000, 5 600, 12 000, 30 000, 210 000

62/6 Po riadkoch: 24, 39, 32, 57, 84, 70, 82, 66, 84, 54, 62, 96, 91, 96

62/7 a) o 142, b) o 31, c) o 302.

62/8 a) $6 \cdot 8 = 8 \cdot 6 = 48$,

b) $6 \cdot 8 = 8 \cdot 6 = 48$, c) 83.

62/9 a) 35, b) 23. Výsledky sú rôzne.

62/10 a) 49, 31; b) 42, nedá sa; c) 12, 47; d) nedá sa, 26; e) 55, 19.

62/11 Číslo 1. Výsledky sú potom 7.

62/12 Číslo sa tak nedá doplniť.

63/1 1 004, 988, 1 024, 1 044, 952

63/2 1 014, 1 078, 1 027, 975, 924

63/3 925, 1 073, 1 053, 945, 988

63/4 39 781

63/5 a) 5 384, b) 8 253, c) 28 164, d) 20 041, e) 94 268, f) 179 049.

64/6 476, 1 248, 5 184, 3 042, 15 076

64/7 1 312, 3 402, 2 044, 6 636.

64/8 a) 4 841, b) 17 546, c) 23 646

65/1 $6 \cdot 4 = 24$, $80 \cdot 4 = 320$, $300 \cdot 4 = 1 200$

65/2 846, 2 874, 5 474, 7 227, 11 890

66/3 684, 2 052, 2 296, 5 463, 20 187

66/4 Správny výsledok je 5 463. Vierka zabudla, že keď vynechala súčin $0 \cdot 9$, mala číslo 54 posunúť o dve miesta a nie iba o jedno.

66/5 3 228, 1 782, 2 079, 26 103, 29 832, 16 584

67/1 216, 216, 480, 616, 657

67/2 7 608, 2 330, 6 356, 22 122, 128 312

67/3 448, 616, 2 922, 48 568, 128 796

68/4 384, 3 339, 1 045, 8 382, 75 234



68/6 768 €

68/7 936 €

68/8 522, 2 610, 10 440, 31 320, 62 640, 1 224, 9 792, 68 544, 411 264, 2 056 320, 1 408, 11 264, 45 056, 270 336, 811 008

68/9 21 432, 27 702, 45 686

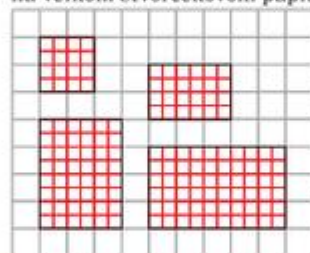
68/10 65536, 59 049, 3 628 800

72/1 Rozmery sa zväčšili dvakrát.

72/2 Postupne 4, 6, 12 a 15 štvorcov

(malých aj veľkých). Je to teda rovnako veľa štvorcov.

72/3 Postupne 16, 24, 48 a 60 malých štvorcov. Obrázok s obdĺžnikmi na veľkom štvorcovom papieri:



73/1 2 268, 9 996, 38 152, 62 076

73/2 6 624, 9 940, 19 404, 20 247

74/3 4 731, 19 749, 25 092, 44 022

74/4 1 073, 3 120, 35 478, 38 594

75/1 149 058, 91 486, 855 144, 407 736

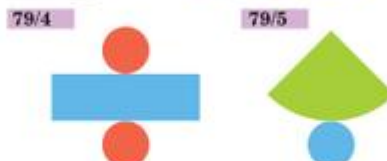
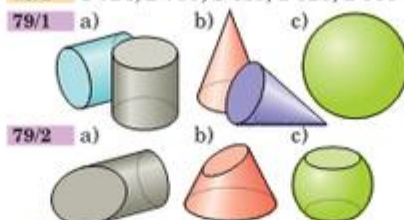
76/2 Číslo 4 045 mala posunúť až o dve miesta doľava (nie iba o jedno).

76/3	37	42	254
	- 64	- 27	- 312
	148	294	508
	2 22	84	2 54
	2 368	1 134	76 2
			79 248

78/2 173 456, 184 965

78/3 1 058, 22 058, 16 443, 331 246

78/4 1 924, 2 788, 2 613, 2 523, 2 835



81/1 I – šesť obdĺžnikov, medzi ktorými sú tri dvojice rovnakých; II – štyri trojuholníky; III – dva rovnaké päťuholníky a päť obdĺžnikov; IV – šesť rovnakých štvorcov; V – jeden päťuholník a päť trojuholníkov; VI – dva trojuholníky a tri obdĺžniky.

81/2 Napr. a) pyramída, b) kocka, kváder.

81/3 I – 12, II – 6, III – 15, IV – 12, V – 10, VI – 9

81/4 16 hrán

81/5 I – 8, II – 4, III – 10, IV – 8, V – 6, VI – 6

82/6

Teleso	Počet vrcholov	Počet hrán	Počet stien
I	8	12	6
II	6	9	5
III	10	15	7
IV	7	12	7
V	6	12	8

82/7 Pre každé teleso je výsledok 2.

82/8 I – obe telesá budú mať 12 hrán, 8 vrcholov a 6 stien;

II – 1. teleso: 6 hrán, 4 vrcholy, 4 steny, 2. teleso: 12 hrán, 7 vrcholov, 7 stien;

III – 1. teleso: 8 hrán, 5 vrcholov, 5 stien, 2. teleso: 12 hrán, 8 vrcholov, 6 stien.

82/9 Platí.

82/10 a) 10 hrán, 6 vrcholov, 6 stien; b) 12 hrán, 7 vrcholov, 7 stien;

c) 14 hrán, 8 vrcholov, 8 stien; d) 20 hrán, 11 vrcholov, 11 stien;

e) 200 hrán, 101 vrcholov, 101 stien.

83/11 a) 443-boký, b) 443-boký, c) 222-boký.

83/12 a) 15 hrán, 10 vrcholov, 7 stien; b) 18 hrán, 12 vrcholov, 8 stien;

c) 21 hrán, 14 vrcholov, 9 stien; d) 30 hrán, 20 vrcholov, 12 stien;

e) 300 hrán, 200 vrcholov, 102 stien.

83/13 a) 442-boký, b) 222-boký, c) 148-boký.

84/1 Lebo $200 : 3 = 600$ a to je viac ako 438.

84/2 $3 \cdot 50 = 150$, to je viac ako 138.

84/3 Bankovkou v hodnote 5 €.

85/4 81, zv. 5; 229, zv. 2; 276, zv. 3; 853, zv. 2

86/1 266, zv. 0; 118, zv. 1; 167, zv. 1; 156, zv. 4; 211, zv. 5;

484, zv. 6

88/1 6, zv. 1; 7, zv. 1; 9, zv. 0; 11, zv. 1; 13, zv. 0; 15, zv. 0

88/2 a) Napr. 18, b) napr. 19, c) neexistuje, d) neexistuje, e) neexistuje.

88/3 0, 1

88/4 Párne sú 18, 26, 30, nepárne sú 13, 15, 23.

88/5 0 je párne číslo.

88/6 Také číslo neexistuje. Nepárne číslo sa nemôže končiť číslicou 8.

88/7 a) Podľa prvej číslice sa to nedá zistiť. b) Je to nepárne číslo.

88/8 a) 0, 2, 4, 6, 8; b) 1, 3, 5, 7, 9.

89/9 16, 11, 20

89/10 7:

14:

15:

19:

21:

24:

90/1 párne, párne, nepárne

90/2 Po riadkoch: 37 – nepárne,
58 – párne, 30 – párne,
31 – nepárne, 48 – párne,
62 – párne, 88 – párne,
62 – párne.

91/1 Na väčšine kalkulačiek ostane na displeji zapísané 583.698.

91/2 Na rôznych kalkulačkách to môže byť rôzne. Najčastejšie je to $\times$ pre násobenie a $\div$ pre delenie.

91/3 Ak ste počítali správne, na displeji sa vám ukázalo a) 35 002, b) 808 443, c) 33 766 001 143, d) 260 759 252 986. Posledné dva výsledky možno vaša kalkulačka nevedela zobrazíť celé a ukázala vám zápis napr. c) 337 660 E + 05, d) 260 759 E + 06 alebo c) 3.3766001 10 alebo d) 2.60759253 11.

91/4 1 885 664 a 181 984, resp. 3 385 a 3 825

93/5 a) 200, 20 000, presný výsledok: 19 788;

b) 200, 300, 60 000, presný výsledok: 80 817;

c) 2 000, 2 000, 4 000 000, presný výsledok: 4 643 229;

d) 1 000, 3 000, 3 000 000, presný výsledok: 2 793 258.

93/6 469 234, 121 365, 1 983 590, 16 745 586

93/7 67, 81, 146, 1 024

93/8 Nie je. Zdôvodnenie kontrolou: $16 \cdot 5 = 80$, $80 + 4 = 84$, je to nesprávne. Iné zdôvodnenie správnym výpočtom: 16, zv. 2.

93/9

94/11 22, zv. 1; 7, zv. 9; 11, zv. 92; 1 260, zv. 9

94/12 36

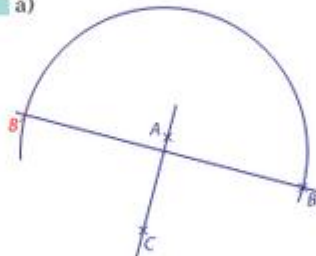
94/13 Správne výsledky: a) 512, b) 64, c) 121, d) 1 331.

96/6 Napr. <http://en.origami-club.com/>

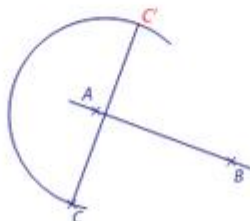
97/1 Súmerné sú zelený, žltý, hnedý a bledomodrý útvar, ostatné nie sú súmerné.

97/2 Oba sú súmerné.

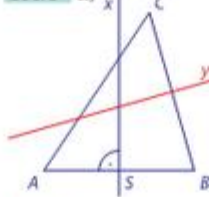
99/2 a)



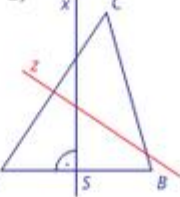
b)



100/5 a)

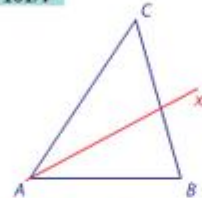


b)

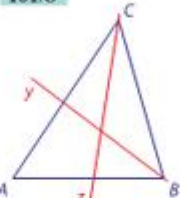


100/6 Uvedená kružnica prechádza aj bodmi B a C.

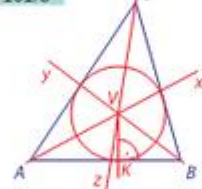
101/7



101/8



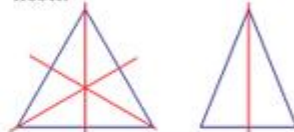
101/9



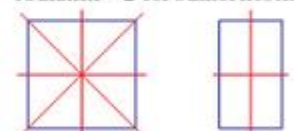
101/10 Písmená osovo súmerné len podľa zvislej osi: A, M, T, U, V, W, Y. Písmená osovo súmerné len podľa vodorovnej osi: B, C, D, E, K. Písmená osovo súmerné podľa dvoch osí: H, I, X, O.

101/11 Podľa vodorovnej osi napr. EDO, BICIE, BEH, ODBI, DEKO...

101/12 a) Rovnostranný trojuholník (tri rovnaké strany) – 3 osi súmernosti, rovnoramenný trojuholník (dve rovnaké strany) – 1 os súmernosti.



b) Štvorec – 4 osi súmernosti, obdĺžnik – 2 osi súmernosti.



101/13



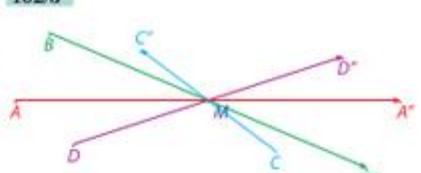
101/14 a)



b)



102/3



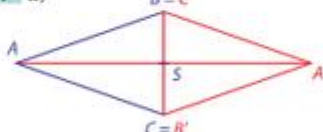
102/4 Bod S leží v strede úsečky TT'.

104/5 H, I, N, O, S, X, Z

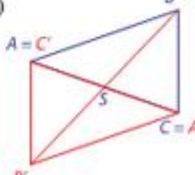
104/6 a) Žiadne. b) Štvorec, obdĺžnik. Stred súmernosti je priesečník uhlopriečok.



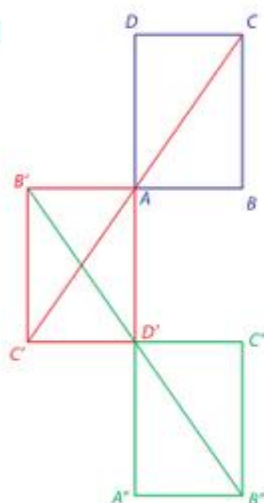
104/7 a)



b)



104/8



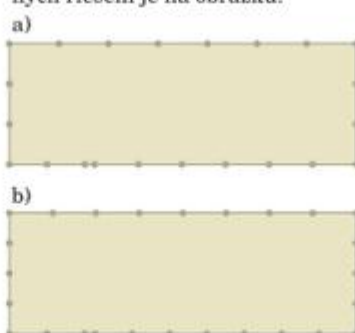
každý sedemdesiaty piaty žreb (300 : 4 = 75). Aby bola v oboch tombolách rovnaká šanca na výhru, musím mať aj v druhej tombole každý 75. žreb. Hľadám teda také číslo (?), aby $600 : ? = 75$. Hľadané číslo je $600 : 75 = 8$. Aby som mal rovnakú šancu na výhru v druhej tombole, musím si kúpiť 8 žrebov. Existuje aj šikovnejšia úvaha: Ak je v tombole dvakrát väčší celkový počet žrebov, musím si v nej kúpiť aj dvakrát väčší počet žrebov, teda osem.

15/1 (Pozri tab. 2)

15/2 Väčšiu šancu vyhrať mám v druhej tombole.

20/1 Odmerané dĺžky by mali byť približne 48 mm a 138 mm. Preto rozmery záhrady budú približne $48 \text{ mm} \cdot 400 = 19\,200 \text{ mm} = 1\,920 \text{ cm} = 192 \text{ dm} = 19,2 \text{ m}$; $138 \text{ mm} \cdot 400 = 55\,200 \text{ mm} = 5\,520 \text{ cm} = 552 \text{ dm} = 55,2 \text{ m}$.

20/2 Štyri stĺpiky musia byť v rohoch, zvyšné stĺpiky by mali byť rozdelené rovnomerne. Jedno z možných riešení je na obrázku.


27/1 Dlaždic bude $13 \cdot 11 = 143$. Keďže $445 : 33 = 13$, zv. 16, na dlhšiu

stranu sa zmestí 13 celých dlaždíc. Keďže $365 : 33 = 11$, zv. 2, na kratšiu stranu sa zmestí 11 celých dlaždíc. Hľadaný počet je potom $13 \cdot 11 = 143$.

27/3 16×33 , 2×33 , 16×2

27/4 11 dlaždíc s rozmermi 16×33 , 13 dlaždíc s rozmermi 2×33 a 1 dlaždica s rozmermi 16×2 .

30/1 Počítaj budeme v centimetroch. Keďže $5\,520 : 600 = 9$, zv. 120, musí byť dlhšia strana rozdelená najmenej na 10 častí. Potrebujeme preto aspoň 11 stĺpikov (9 vnútorných a 2 v rohoch).

30/2 Pretože $1\,920 : 600 = 3$, zv. 120 cm, musíme obe kratšie strany rozdeliť na 4 časti. Na každú kratšiu stranu preto potrebujeme 3 vnútorné stĺpiky. Podľa riešenia úlohy 1 na dlhšej strane bez bránky je 9 vnútorných stĺpikov. Na dlhšej strane s bránkou máme okrem bránky dva úseky:

- kratší úsek meria na pláne asi 35 mm, to je v skutočnosti $400 \cdot 35 \text{ mm} = 14\,000 \text{ mm} = 1\,400 \text{ cm} = 140 \text{ dm} = 14 \text{ m}$. Keďže $1\,400 : 600 = 2$, zv. 200 cm, je potrebné rozdeliť tento úsek na 3 časti. Potrebujeme teda 2 vnútorné stĺpiky (1 krajný stĺpik tohto úseku je rohový, druhý je stĺpik bránky);
- dlhší úsek meria na pláne asi 100 mm, v skutočnosti $400 \cdot 100 \text{ mm} = 40\,000 \text{ mm} = 4\,000 \text{ cm} = 400 \text{ dm} = 40 \text{ m}$. Keďže $4\,000 : 600 = 6$, zv. 400 cm, treba preto tento úsek rozdeliť na 7 častí. Potrebujeme 6 vnútorných stĺpikov.

Rubriky

7/1 a) 12, b) 8, c) 4, d) 0.

7/2 a) 27 kociek ($3 \times 3 \times 3$), b) 8 kociek (ide o rohové – vrcholové kocky), c) 12 kociek („hranové“ kocky, ktoré nie sú rohové), d) 1 kocka (uprostred). Ostáva ešte 6 „stenových“ kociek – majú zafarbenú presne jednu stenu. Spolu $8 + 12 + 1 + 6 = 27$ kociek.

7/3 a) 32, b) 1 stenu – 0 kociek, 2 steny – 0 kociek, 3 steny – 5 kociek, 4 steny – 3 kocky, 5 stien – 1 kocka, 6 stien – 0 kociek.

12/1 a) Keďže $500 : 4 = 125$, tak Viera vlastní každý stodvadsiaty piaty žreb a má menšiu šancu vyhrať ako Peter, ktorý vlastní každý stý žreb. b) Keďže $360 : 4 = 90$, tak Viera by vlastnila každý deväťdesiaty žreb a mala by väčšiu šancu vyhrať ako Peter.

12/2 Aby mala Viera rovnakú šancu vyhrať ako Peter, musela by Viera vlastniť tiež každý stý žreb. Keďže má štyri žreby, muselo by ich byť vo Vierinej tombole presne 400. Ak ich je viac, má menšiu šancu. Ak ich je menej, má väčšiu šancu. Preto riešením sú všetky čísla menšie ako 400 (a väčšie ako tri, keďže Viera má štyri žreby).

12/3 V prvej tombole mám vlastne

tab. 2

Prvá tombola			Druhá tombola		
Počet žrebov v tombole	Počet kúpených žrebov		Počet žrebov v tombole	Počet kúpených žrebov	
300	4	je rovnaká šanca ako	600	8	
300	5	je rovnaká šanca ako	420	7	
400	8	je rovnaká šanca ako	450	9	
700	14	je rovnaká šanca ako	900	18	
500	*	je rovnaká šanca ako	320	4	
600	12	je rovnaká šanca ako	50, 100, 150, 200	1, 2, 3, 4	
450	8, 10, 20	je rovnaká šanca ako	675	12, 15, 30	
440	2, 4, 8	je rovnaká šanca ako	1 760, 880, 440	8	
120, 240, 360	12	je rovnaká šanca ako	140, 280, 420	14	

* Nemá riešenie, lebo nevyjde prirodzené číslo (6,25)

Spolu potrebujeme $(2 \cdot 3) + 9 + 2 + 6 = 23$ vnútorných a 4 rohové stĺpiky, celkovo aspoň 27 stĺpikov.

30/3 66 m × 60 m

34/1 Väčšiu šancu na výhru má Filip.

34/2 Väčšiu šancu na výhru má Filip.

34/3 Väčšiu šancu na výhru má Filip.

42/1 Iba rok 2400.

42/2 2224, 2228

42/3 Priestupné roky sú roky 1896, 1904, 1996, 2000, 2004.

42/4 Viera nemá pravdu, pretože napríklad od roku 1895 do 1904 boli priestupné len roky 1896 a 1904, čiže to nebol každý štvrtý rok. Peter má pravdu. Nepriestupné roky boli napr. roky 1897, 1898, 1899, 1900, 1901, 1902.

55/4 Väčšiu šancu vyhrať má Svetlana.

55/5 Šance Filipa a Svetlany sú rovnaké.

57/1 1. január pripadol v roku 1988 na piatok, v roku 1989 na nedeľu. Týždeň má 7 dní, pritom $365 : 7 = 52$, zvyšok 1. Preto po uplynutí 365 dní sa kalendár posunie o 1 deň v týždni. Medzi 1. 1. 1987 a 1. 1. 1988 uplynulo 365 dní, medzi 1. 1. 1988 a 1. 1. 1989 uplynulo 366 dní (pretože rok 1988 je priestupný), preto sa 1. 1. posunul najprv o 1 deň zo štvrtka na piatok, a potom o 2 dni z piatka na nedeľu.

57/2 (Pozri tab. 3)

57/3 V roku 1998. Podľa úlohy 2 rok predtým to bola streda.

57/4 V roku 2004.

66/1 a) Najviac 415 mm, b) najviac 296 mm.

Vo výpočtoch uvádzame dĺžky v milimetroch.

a) Ak chceme 5 latiek, potrebujeme 4 rezy. Na latky nám ostane $2\ 085 - (4 \cdot 2) = 2\ 077$ mm.

Jedna latka môže merať $2\ 077 : 5 = 415$ mm, zv. 2 mm.

Latky budú mať dĺžku najviac 415 mm.

b) Ak chceme 7 latiek, potrebujeme 6 rezov. Na latky nám ostane $2\ 085 - (6 \cdot 2) = 2\ 073$ mm.

Jedna latka môže merať $2\ 073 : 7 = 296$ mm, zv. 1 mm.

Latky budú mať dĺžku najviac 296 mm.

66/2 Najviac 6 latiek. Uvádzame dva možné spôsoby výpočtu:

1. Najprv urobíme odhad, pri ktorom zanedbáme odpad pri pílení: $3\ 194 : 455 = 7$, zv. 9, preto môže byť odrezaných latiek najviac 7. Ak by ich bolo 7, bolo by medzi nimi 6 rezov. Spolu s týmito rezmi by musela pôvodná lata merať aspoň $(7 \cdot 455) + (6 \cdot 3) = 3\ 203$ mm.

Toto číslo je väčšie ako dĺžka našej laty (3 194 mm). Preto z našej laty možno odrezať najviac 6 latiek. Výpočtom tento výsledok overíme: $(6 \cdot 455) + (5 \cdot 3) = 2\ 745$ mm. To je menej ako 3 194 mm.

2. Postupne na kalkulačke sčítavame $455 + 3 + 455 + 3 + 455 + \dots$, t. j. dĺžka prvej odrezanej latky + šírka rezu + dĺžka druhej odrezanej latky + ..., až kým neprekročíme 3 194 (teda dĺžku laty). Dostaneme tak čísla 455, 458, 913, 916, 1 371, 1 374, 1 829, 1 832, 2 287, 2 290, 2 745, 2 748, 3 203. Posledné z nich je už väčšie ako 3 194. Tučne vyznačené čísla predstavujú odrezané latky. Týchto čísel je 6.

71/2 Možné riešenia: Tri guľky vo vrecku, jedna z nich je inej farby ako zvyšné dve. Hráči postupne ťahajú guľky. Pri takejto simulácii si však prvý hráč na rozdiel od hry s dverami nevyberá sám, ale rozhoduje náhoda. Iná možnosť: Nakresliť si obrázok troch dverí a jeden zo skupiny si napíše na papier číslo dverí, kde je auto. Potom traja hráči simulujú hru.

76/1 33 cm × 11 cm 5 mm,

33 cm × 31 cm 4 mm,

11 cm 5 mm × 31 cm 4 mm

76/2 a) Na vyrezanie dostatočného počtu malých dlaždíc potrebujeme najmenej 19 dlaždíc. Celkovo potrebujeme najmenej 149 dlaždíc.

76/3 Najmenej 18 škatúl.

80/1 Najviac 730 mm. Dlhšiu latu rozrežeme na dve latky. Z 1 463 mm budú 2 mm rez a na dve laty ostane 1 461 mm, takže na jednu ostane 730 mm. Z kratšej laty odrežeme 730 milimetrovú latku, zvyšok bude odpad.

80/2 Najviac 539 mm.

Sú dve možnosti: Odrezať z každej laty 2 latky alebo z dlhšej odrezať 3 latky a z kratšej 1 latku. V prvej možnosti dostaneme z dlhšej laty 2 latky s rozmermi najviac 730 mm a z kratšej laty 2 latky s rozmermi najviac 539 mm. Keďže majú byť latky rovnaké, výsledok pre túto možnosť je 539 mm.

V druhej možnosti dostaneme z dlhšej laty 3 latky s rozmermi najviac 486 mm (4 mm odpočítame na dva rezy, ostane 1 459 mm, na jednu latku vyjde $1\ 459 : 3 = 486$ mm, zv. 1 mm).

80/3 242 mm.

Číslo 10 (počet latiek) rozdelíme na dve čísla: počet latiek odrezaných z dlhšej laty (dlhšej 1 463 mm) a počet latiek odrezaných z kratšej laty (dlhšej 1 080 mm), napr. 5 + 5. Vypočítame, aké dlhé by pri zvolených počtoch boli latky odrezané z dlhšej a kratšej laty.

V prípade rozdelenia 5 + 5 dostaneme:

- dlhšia lata: $1\ 463 - (4 \cdot 2) = 1\ 455$, $1\ 455 : 5 = 291$ mm;
- kratšia lata: $1\ 080 - (4 \cdot 2) = 1\ 072$, $1\ 072 : 5 = 214$ mm, zv. 2 mm.

Menšie z týchto dvoch čísel – teda 214 mm – je najväčšia možná dĺžka 10 rovnako dlhých latiek, ktoré môžeme pri tomto rozdelení počtu $10 (= 5 + 5)$ získať.

Tento postup zopakujeme aj pre ďalšie rozdelenia čísla 10. Zrejme z dlhšej laty odrežeme aspoň toľko kusov ako z kratšej, preto má zmysel preverovať len tie rozdelenia čísla 10, v ktorých

tab. 3

Rok	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Posun		+1	+2	+1	+1	+1	+2	+1	+1	+1	+2
1. január bol	štvrtok	piatok	nedeľa	pondelok	utorok	streda	piatok	sobota	nedeľa	pondelok	streda

prvý sčítanec je väčší alebo rovný druhému, teda $5 + 5$, $6 + 4$, $7 + 3$ atď. Výsledky sú uvedené v tabuľke 4.

Čísla v stĺpci *dĺžka 1 kusa* z *dlhšej lavy* sa postupne znižujú, naopak čísla v stĺpci *dĺžka 1 kusa* z *kratšej lavy* sa zväčšujú. Preto nemá zmysel skúmať zvyšné rozdelenia $8 + 2$, $9 + 1$, $10 + 0$. Číslo, ktoré by sme pri týchto rozdeleniach dostali v poslednom stĺpci, bude iste menšie ako 207 (t. j. výsledok pre rozdelenie $7 + 3$).

Z posledného stĺpca tabuľky vidno, že najväčšia možná dĺžka, ktorú môže mať 10 rovnako dlhých latiek, je 242 mm.

83/2 Možné riešenia: Tri guľky vo vrecku, každá z nich je inej farby ako zvyšné dve. Hráči postupne ťahajú guľky. Na rozdiel od hry s dverami si hráči nevyberajú sami, ale rozhodne náhoda. Iná možnosť: Nakresliť si obrázok troch dverí a jeden zo skupiny si napíše na papier, za ktorými dverami je auto, za ktorými motorka a za ktorými bicykel. Potom traja hráči simulujú hru.

83/6 Je šesť možností, ako môžu súťažiaci postupne vyhrávať rôzne výhry:

Súťažiaci 1	Súťažiaci 2	Súťažiaci 3
A	M	B
A	B	M
M	A	B
M	B	A
B	A	M
B	M	A

Každá z týchto možností má rovnakú pravdepodobnosť, že nastane. Preto sú aj súťažiaci rovnocenní napriek rôznemu

poradiu, v akom si výhry vyberajú.

ZÁVER: Pravdepodobnosť získať auto v oboch súťažiach je pre všetkých účastníkov rovnaká.

92/1 a) 454 mm. Vedľa seba môžeme vyrezať najviac 5 doštičiek ($5 \cdot 36 \text{ mm} = 180 \text{ mm}$, k tomu treba pridať $4 \cdot 2 \text{ mm} = 8 \text{ mm}$ na rezy). Takýchto úsekov potrebujeme 12 ($60 : 5 = 12$). Teda $12 \cdot 36 \text{ mm} = 432 \text{ mm}$. K tomu je potrebné pridať $11 \cdot 2 \text{ mm} = 22 \text{ mm}$ na rezy. Spolu je to 454 mm.
b) 340 mm. Vedľa seba môžeme vyrezať najviac 7 doštičiek ($7 \cdot 36 \text{ mm} = 252 \text{ mm}$, k tomu treba pridať $6 \cdot 2 \text{ mm} = 12 \text{ mm}$ na rezy). Takýchto úsekov potrebujeme 9 ($60 : 7 = 8$, zv. 4). Teda $9 \cdot 36 \text{ mm} = 324 \text{ mm}$. K tomu je potrebné pridať $8 \cdot 2 \text{ mm} = 16 \text{ mm}$ na rezy. Spolu je to 340 mm.

92/2 120 mm. Ak chceme získať 34 doštičiek, máme na výber z nasledujúcich možností rezania obdĺžnikovej dosky.

Kratšiu stranu (605 mm) rozrežeme na	Dlhšiu stranu (950 mm) rozrežeme na
2 časti	17 častí
3 časti	12 častí
4 časti	9 častí
5 častí	7 častí
6 častí	6 častí

Ďalšie možnosti ($7 \text{ častí} \times 5 \text{ častí}$ atď.) netreba skúmať. Keďže chceme dostať štvorcové doštičky, nemá zmysel deliť kratšiu stranu na väčší počet častí ako dlhšiu. Pre každú z možností uvedených v tabuľke teraz zistíme, akú dĺžku bude mať po rozrezaní jedna časť na kratšej a jedna časť na dlhšej strane. Napr. pri po-

slednom z uvedených rozdelení ($6 \text{ častí} \times 6 \text{ častí}$) dostaneme pre kratšiu stranu: $605 : 6 = 100$ mm a pre dlhšiu stranu: $950 : 6 = 158,3$ mm. $945 : 6 = 157,5$ mm, zv. 3 mm. Z týchto výpočtov vyplýva, že najväčšia dĺžka strany, ktorú by pri rozdelení 6×6 mohlo mať 34 štvorcových doštičiek, je 100 mm (to je menšie z čísel 100 a 157, ktoré sme našli uvedeným výpočtom).

Tento postup zopakujeme aj pre ďalšie rozdelenia uvedené v prvej tabuľke. Výsledky uvádzame v tabuľke 5.

Čísla v druhom stĺpci sa postupne zväčšujú, čísla v treťom stĺpci sa postupne znižujú. Preto netreba skúmať zvyšné rozdelenia (3×12 a 2×17). Číslo, ktoré by sme dostali v poslednom stĺpci, by bolo menšie ako 104 (to je výsledok pre rozdelenie 4×9). Z posledného stĺpca tabuľky vidno, že najväčšiu dĺžku strany 34 štvorcových doštičiek dosiahneme pri rozdelení 5×7 . Táto dĺžka je 120 mm.

104/2 Je to prvý hráč. Ak v prvom ťahu označí štvorček v druhom riadku zdola a v druhom stĺpci zľava a potom ťahá osovo súmerne s ťahom protihráča podľa uhlopriečky štvorca, vždy vyhrá.

Tab. 4

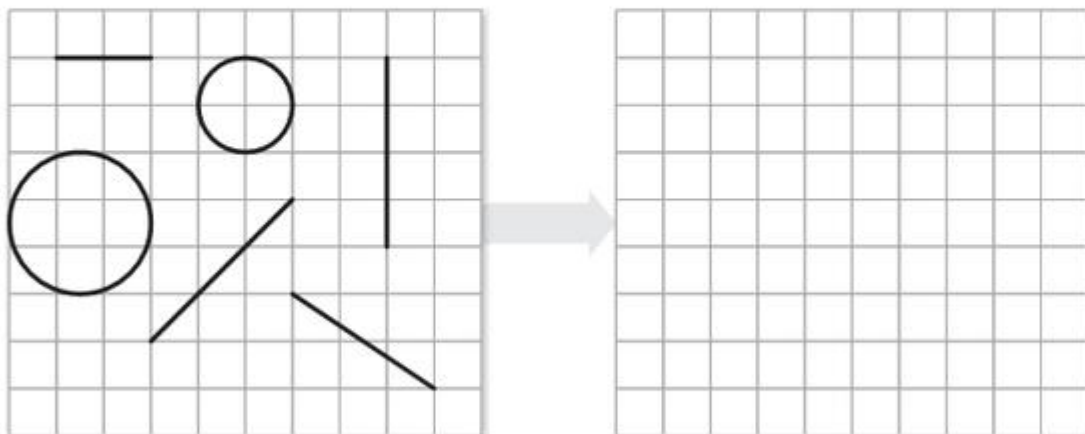
Rozdelenie	Počet kusov		Dĺžka 1 kusa		Najväčšia možná dĺžka 10 rovnako dlhých latiek
	z dlhšej lavy	z kratšej lavy	z dlhšej lavy	z kratšej lavy	
$10 = 5 + 5$	5	5	291	214	214
$10 = 6 + 4$	6	4	242	268	242
$10 = 7 + 3$	7	3	207	358	207

Tab. 5

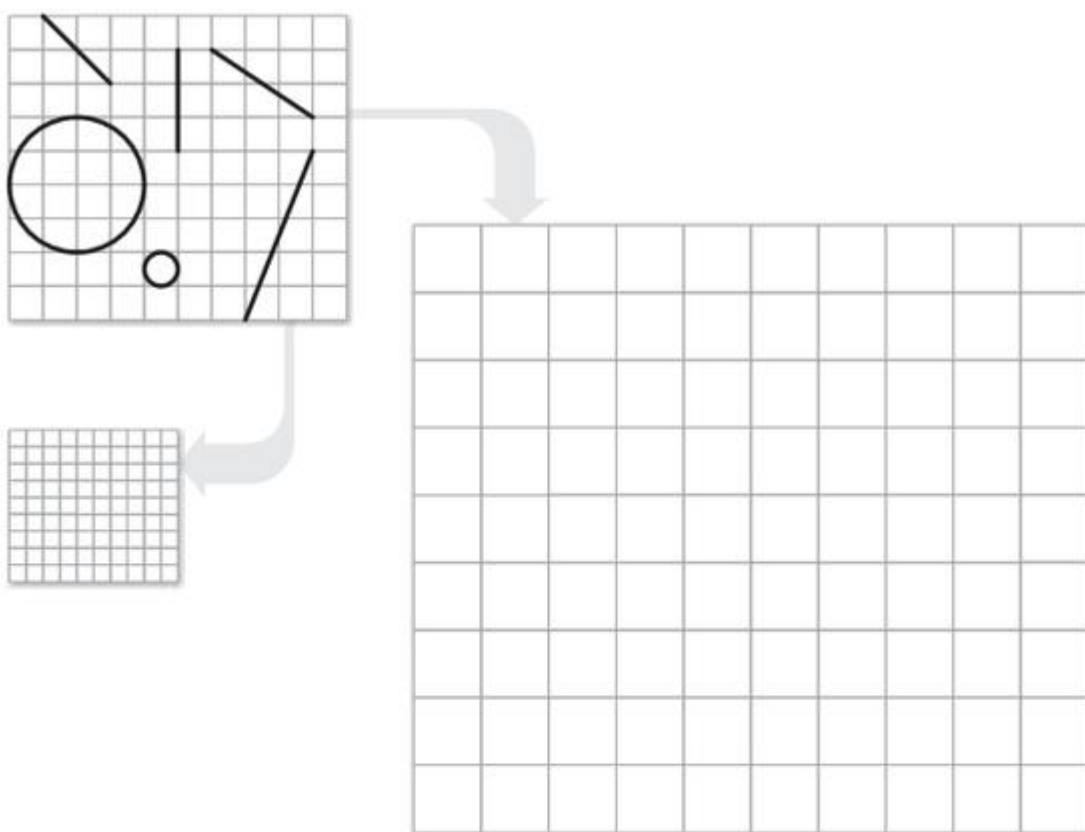
Rozdelenie dosky	Dĺžka 1 časti na kratšej strane	Dĺžka 1 časti na dlhšej strane	Maximálna dĺžka strany štvorcovej doštičky
6×6	100	157	100
5×7	120	134	120
4×9	150	104	104

Prenášame jednoduché útvary

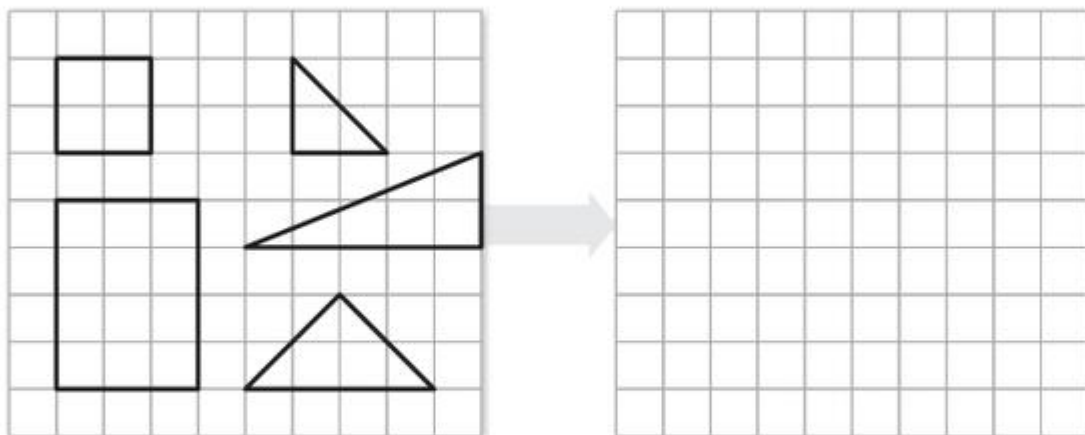
- 1** Prekreslite úsečky a kružnice do takej istej siete.



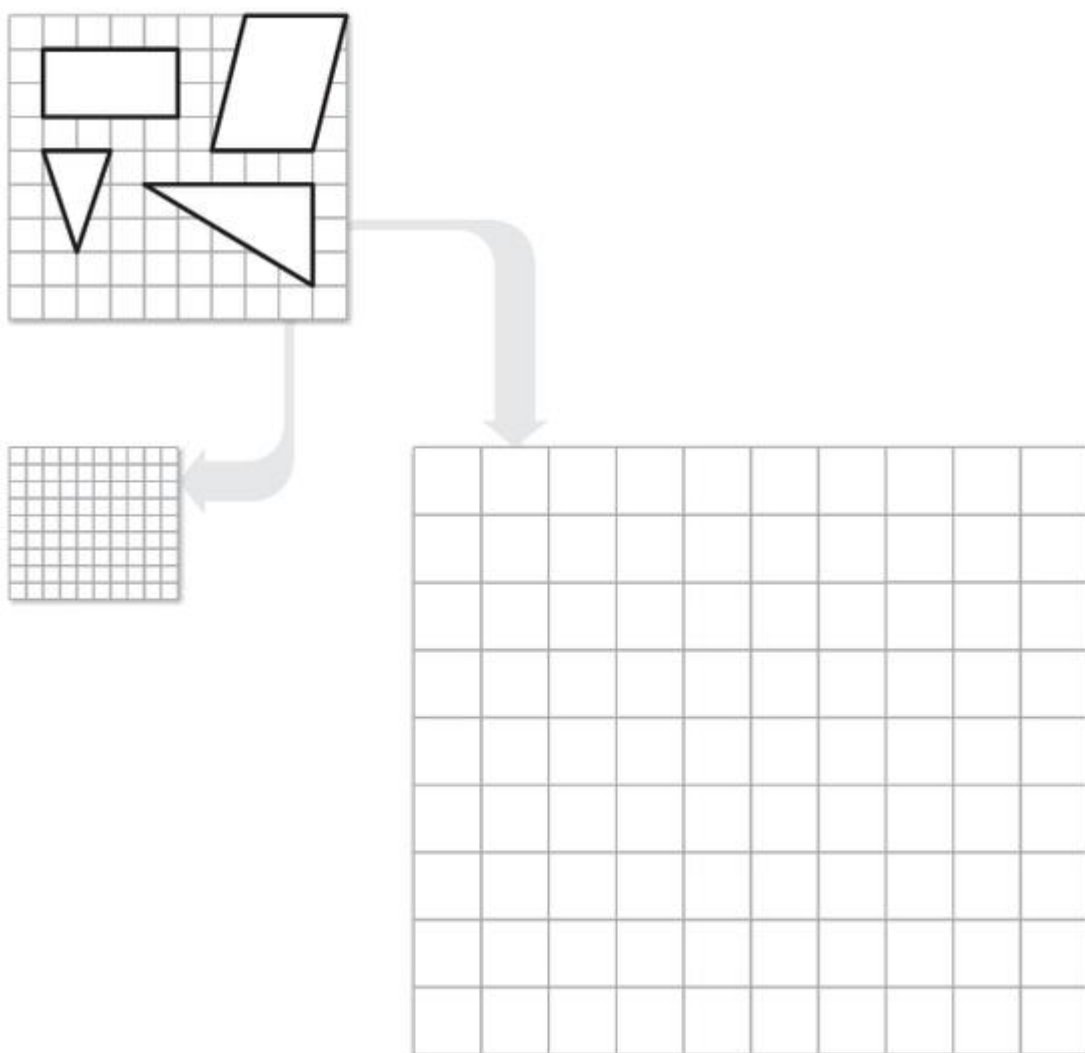
- 2** Prekreslite úsečky a kružnice do dvakrát a) väčšej, b) menšej mriežky.



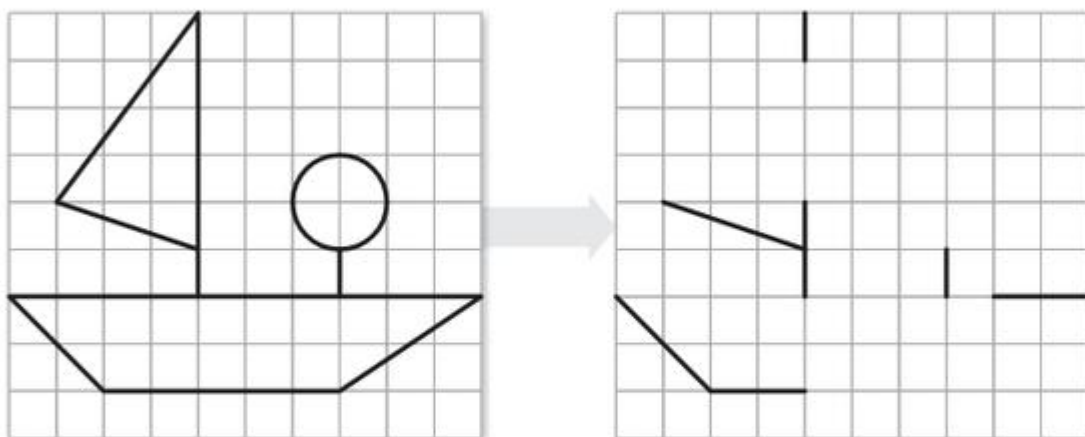
- 3** Prekreslite geometrické útvary do takej istej siete.



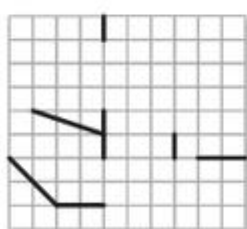
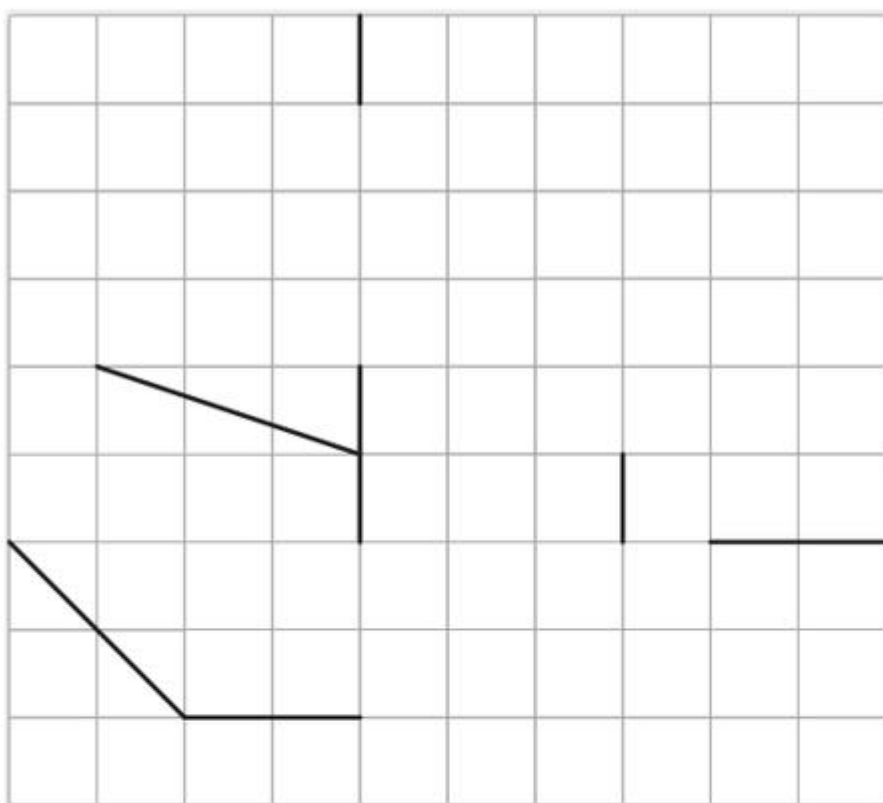
- 4** Prekreslite útvary do dvakrát a) väčšej, b) menšej mriežky.



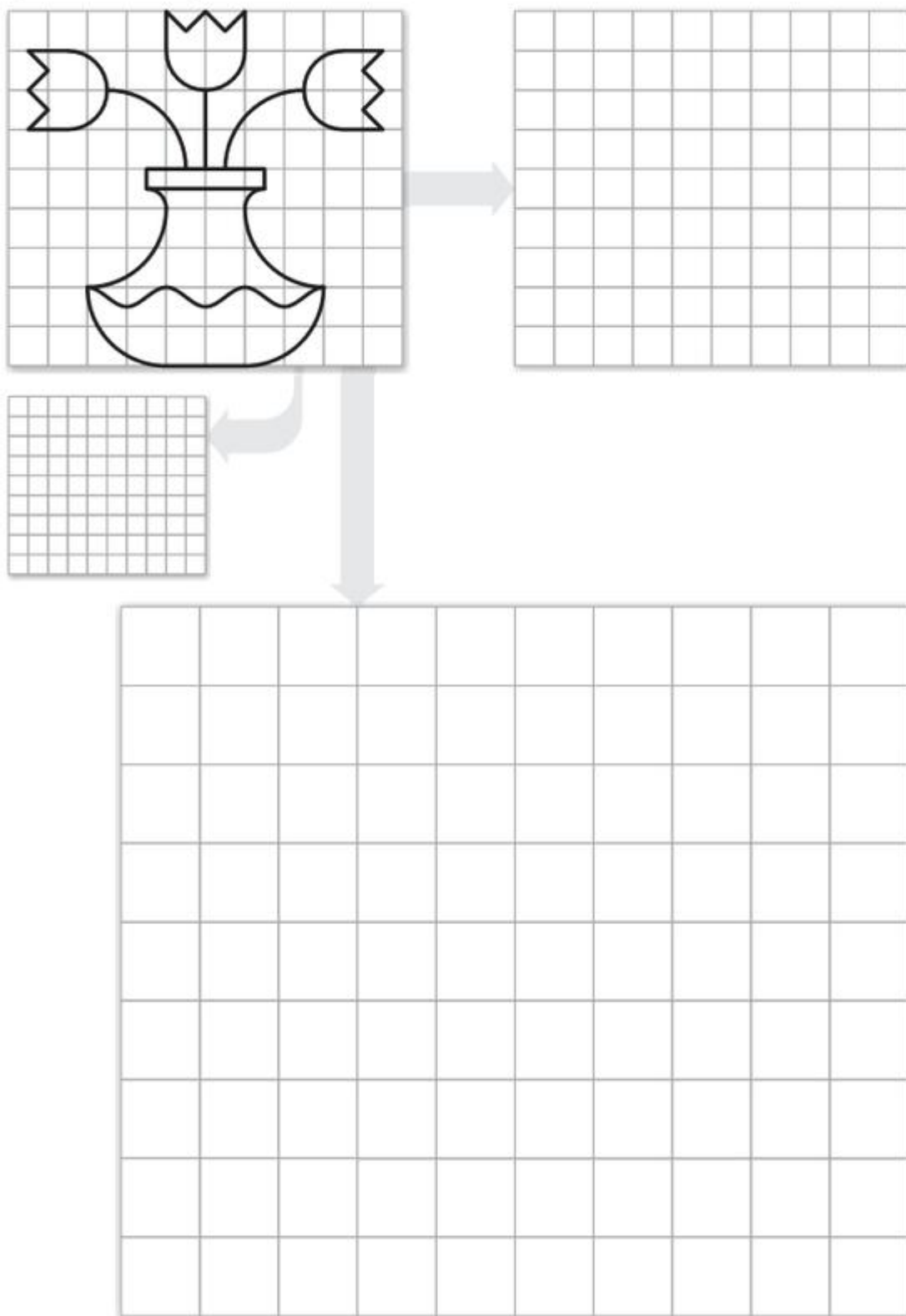
5 Dokončíte obrázok.



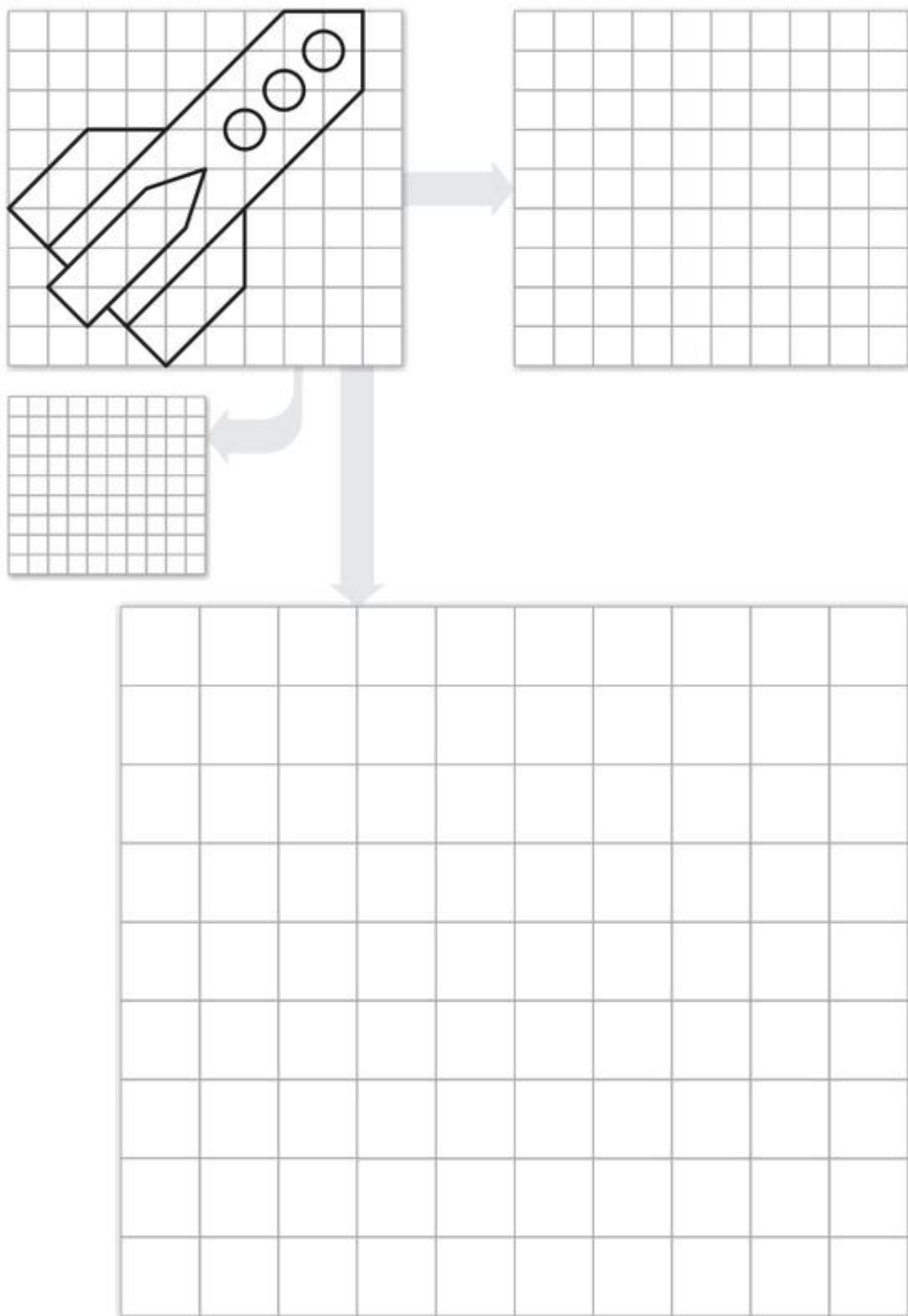
6 Ten istý obrázok prekreslite do väčšej aj menšej siete.



- 7a** Skúste prekresliť obrázok najskôr do takej istej siete, potom do dvakrát väčšej aj dvakrát menšej.

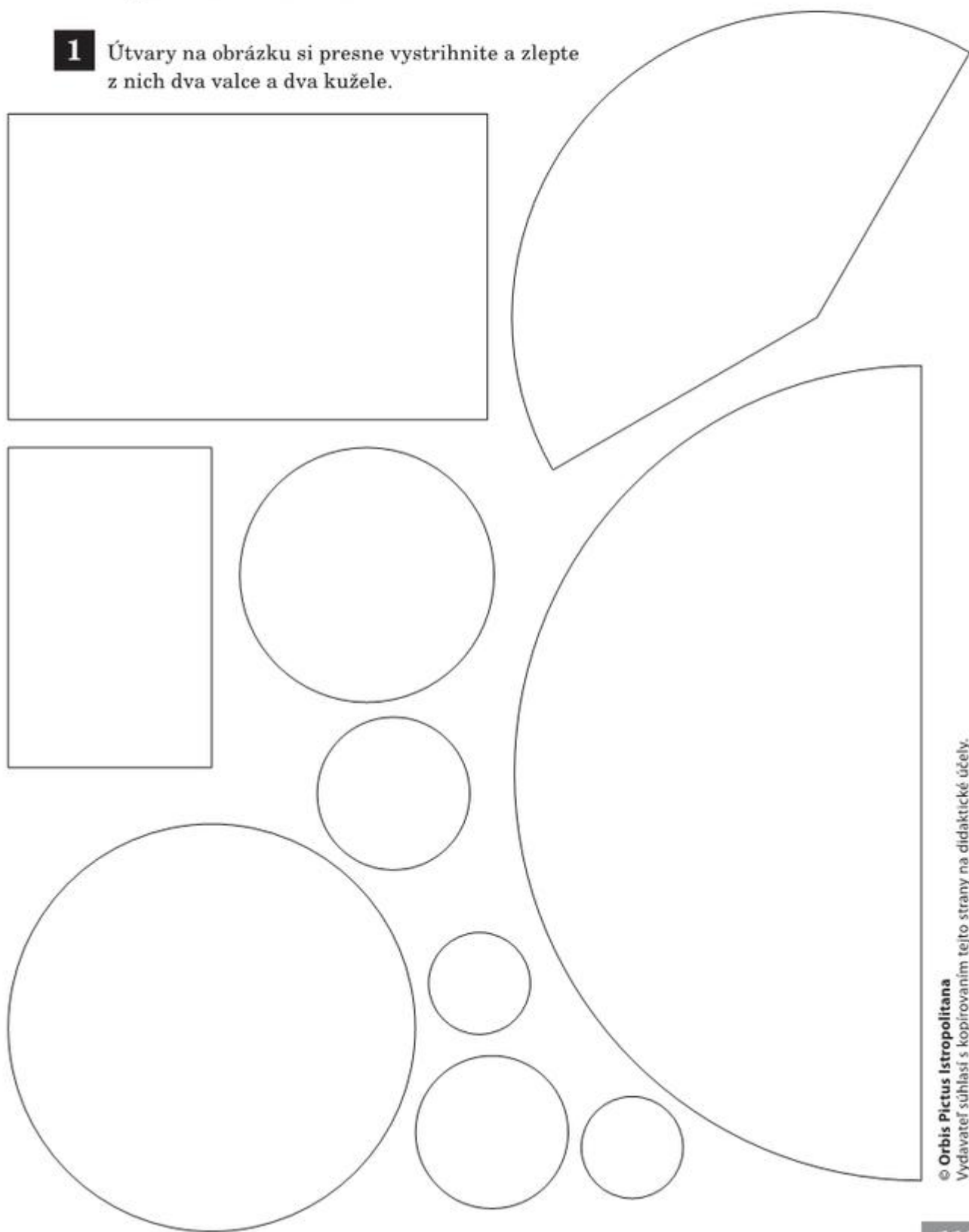


- 7b** Skúste prekresliť obrázok najskôr do takej istej siete, potom do dvakrát väčšej aj dvakrát menšej.

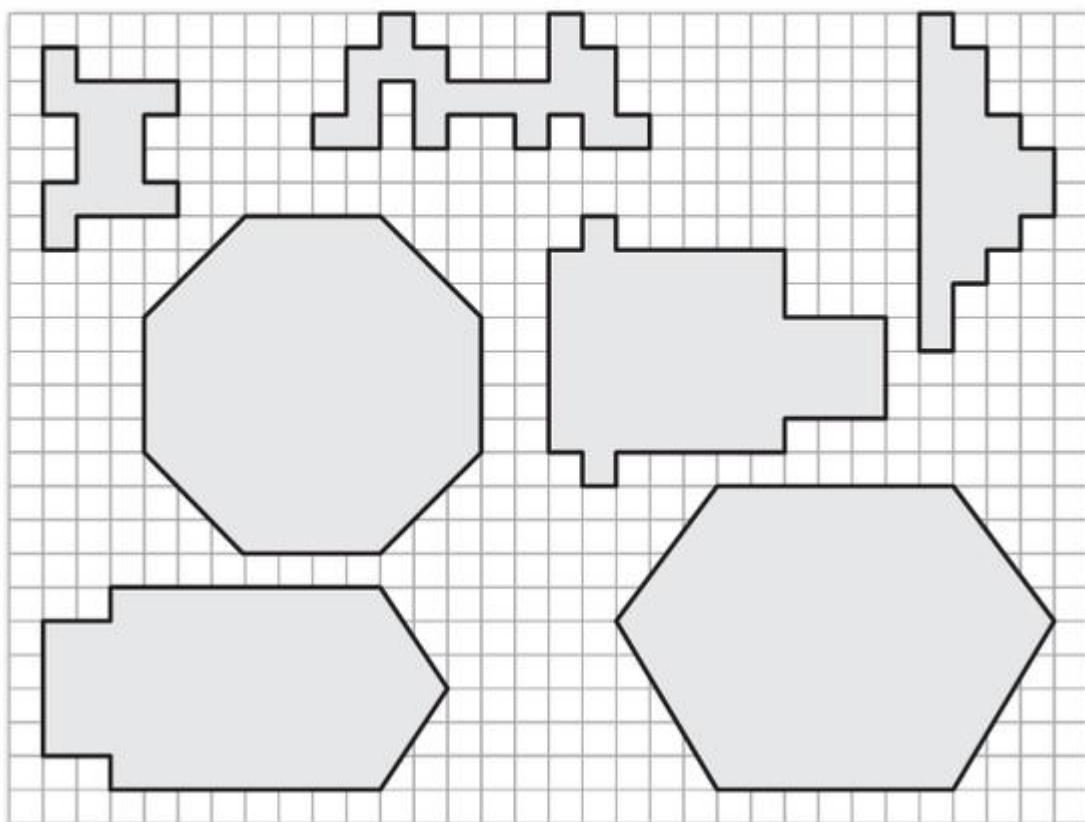


TELESÁ**Vyberáme a skladáme**

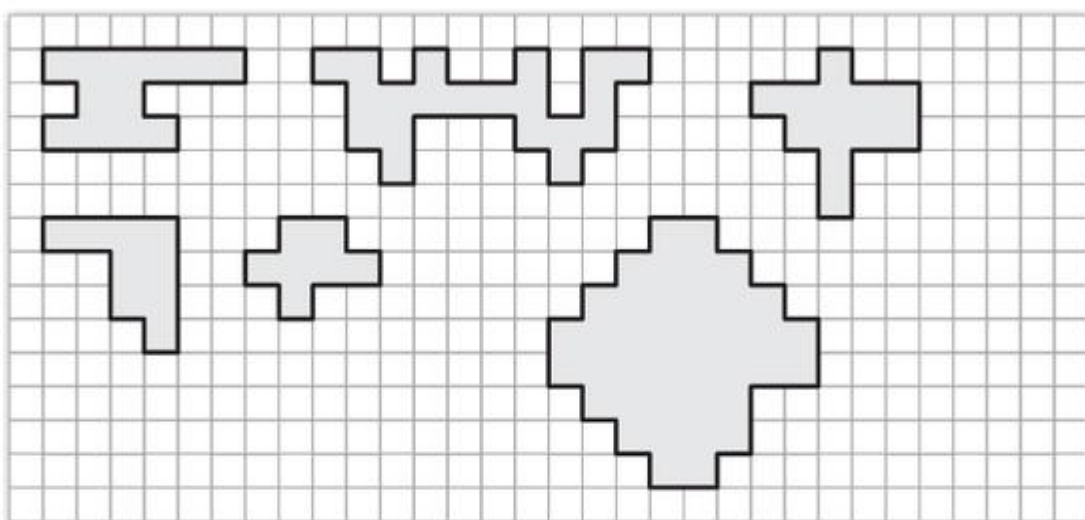
- 1** Útvary na obrázku si presne vystrihnite a zlepte z nich dva valce a dva kužele.



1



14



Ťahák - zopakujme si to najdôležitejšie

Premieňanie jednotiek

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1000 \text{ mm}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 10000 \text{ dm} = 100000 \text{ cm} = 1000000 \text{ mm}$$

1 dm

1 cm

1 mm

Obvod útvarov

Obvod mnohoúhelníka sa rovná súčtu dĺžok všetkých jeho strán.

Špeciálne:



- obvod trojuholníka so stranami 3 cm, 4 cm a 5 cm je:

$$3 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$



- obvod štvorca so stranou 7 cm je:

$$7 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 7 \text{ cm} + 7 \text{ cm} = 4 \cdot 7 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$$



- obvod obdĺžnika so stranami 5 cm a 9 cm je:

$$5 \text{ cm} + 9 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 9 \text{ cm} = 2 \cdot 5 \text{ cm} + 2 \cdot 9 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$$

Delenie so zvyškom

$$37 : 5 = 7 \text{ zv. } 2$$

kontrola:

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$35 + 2 = 37$$



Telesá



Kocka



Kváder



Ihlan



Vrchol



Hrana



Stena



Valec



Kužel



Gula

Meno žiaka alebo žiačky

Šk. rok

Stav učebnice
na začiatku šk. roka

Stav učebnice
na konci šk. roka

1				
2				
3				
4				

Obsah

5

ISBN 978-80-8120-706-8



8. Meranie /6

Meranie v bežnom živote /6

Presnosť merania /7

9. Premieňanie jednotiek /11

V akých jednotkách merali a merajú ľudia dĺžku? /11

Meter /14

Centimeter /15

Decimeter /16

Milimeter /17

Kilometer /19

10. Počítame písomne I /21

Opakujeme si počítanie spamäti /21

Písomné sčítanie pod sebou /24

Sčítujeme pod sebou väčšie čísla /26

Hľadáme vynechané číslice /29

Písomné odčítanie /31

Odčítujeme pod sebou väčšie čísla /33

Opakujeme si písomné sčítanie a odčítanie /35

Trochu z histórie kalkulačiek /37

Sčítujeme a odčítujeme na kalkulačke /38

11. Rysovanie /39

Kolmice /40

Kolmice okolo nás /43

Rysujeme kolmice /44

12. Pri delení občas niečo zvýši /48

13. Obvod útvarov /55

14. Počítame písomne 2 /61

Opakujeme si násobenie /61

Roznásobenie pomáha /63

Písomné násobenie jednociferným číslom /65

Šetríme miesto pri násobení /67

15. Zväčšovanie a zmenšovanie geometrických útvarov v štvorčkovej sieti /69

Prenášame jednoduché útvary /70

Hra na kopírky /72

16. Počítame písomne 3 /73

Násobenie dvojčiferným číslom /73

Násobenie viacčiferným číslom /75

Písomne násobiť môžeme aj inak /77

17. Telesá /79

Vyberáme a skladáme /79

Hranaté telesá /81

18. Počítame písomne a na kalkulačke /84

Písomné delenie /84

Šetríme miesto aj pri delení /86

Párne a nepárne čísla /88

Bádania a pokusy – párne a nepárne čísla /90

Násobíme a delíme na kalkulačke /91

19. Súmernosť v rovine /95

Čo je pekné a čo nie? /95

Súmernosti v matematike /97

Osová súmernosť, súmernosť podľa priamky /99

Iné preklápanie /102

Stredová súmernosť /103

Výsledky úloh /105

Prílohy /114

