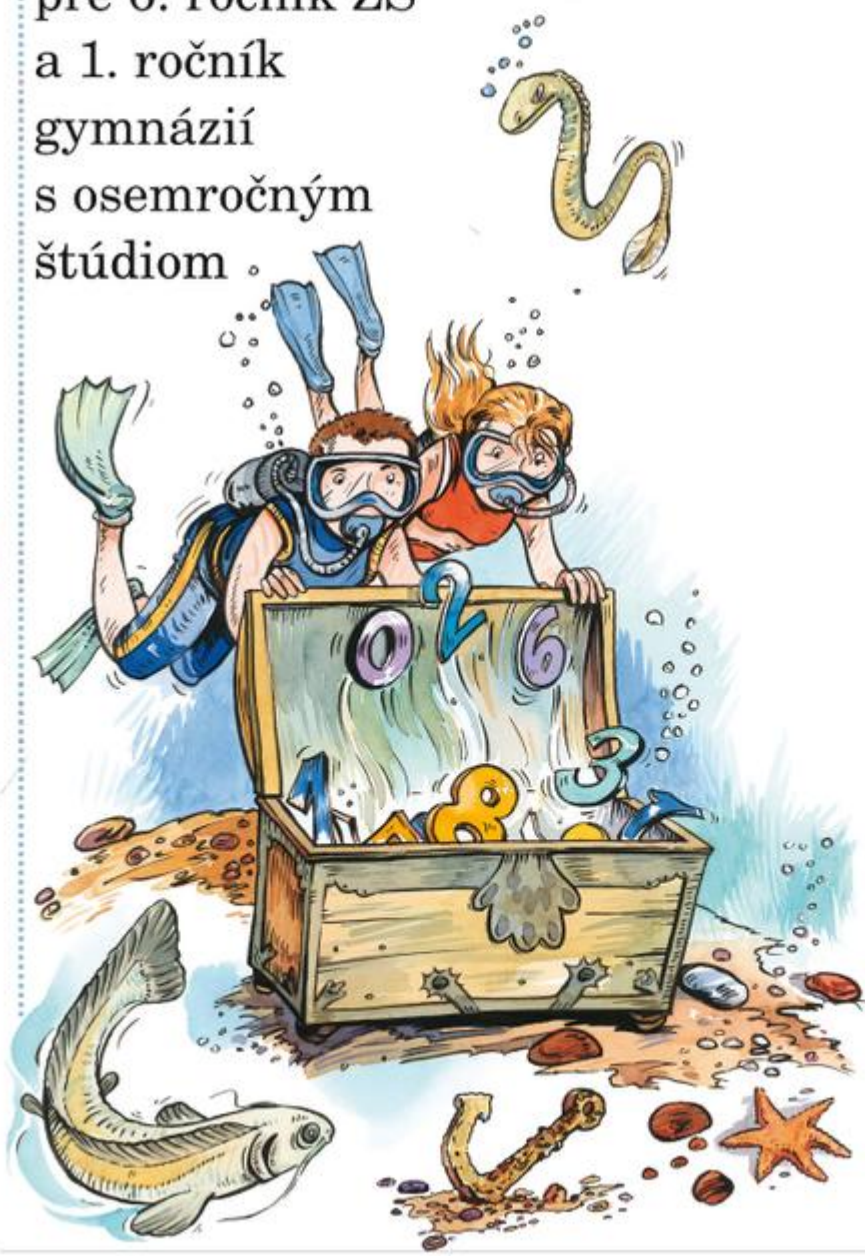


# 2. časť

# 6

Matematika  
pre 6. ročník ZŠ  
a 1. ročník  
gymnázií  
s osemročným  
štúdiom





#### Autori

PaedDr. Ján Žabka  
RNDr. Pavol Černek, CSc.

#### Lektori

PaedDr. Dagmar Andová  
Mgr. Eva Bausová  
doc. RNDr. Peter Bero, PhD.  
Mgr. Jarmila Dovcová  
PaedDr. Martina Totkovičová, PhD.

Grafická koncepcia, cover  
Ladislav Blecha

#### Design

Ing. Vladimír Pakši

#### Illustrations

Mgr. art. Juraj Martiška

#### Foto

Archív Orbis Pictus Istropolitana  
Photos.com

#### Vydal ©

Orbis Pictus Istropolitana, spol. s r. o.  
Miletičova 7, 821 08 Bratislava  
v roku 2019 (N)

#### Zodpovedný redaktor

Mgr. Branislav Hriňák

#### Jazyková redaktorka

Monika Gúčíková

#### Zalomenie a predtlačová príprava

DE SIGNO s. r. o., Bratislava

Schválilo Ministerstvo školstva,  
vedy, výskumu a športu SR  
pod č. 2018/4481:5-10K0 ako učeb-  
nicu *Matematika pre 6. ročník zá-  
kladných škôl a 1. ročník gymnázií  
s osemročným štúdiom*, 2. časť.  
Schvaľovacia doložka nadobúda  
účinnosť 7. februára 2018 a má  
platnosť do 23. septembra 2021.

#### Všetky práva vyhradené!

Kopírovať, rozmnožovať a šíriť  
toto dielo alebo jeho časť  
v akejkoľvek podobe bez sú-  
hlasu majiteľa práv je trestné.

ISBN 978-80-8120-708-2



## Milí žiaci,

práve čítate 2. časť učebnice matematiky pre 6. ročník ZŠ a 1. ročník gymnázií s osemročným štúdiom.

V tejto časti učebnice dokončíme učivo o desatinných číslach. Naučíme sa desatinné čísla sčítavať, odčítavať, násobiť a deliť. Pomôckou nám bude pero a papier pri písomnom počítaní, ale tiež kalkulačka na urýchlenie výpočtov alebo na kontrolu písomných výpočtov. Asi vás poteší, že na väčšinu z týchto poznatkov ste už prišli sami v 1. časti učebnice – v úlohách o meraní teploty, o eurách a centoch, či metroch a milimetroch. Teraz sa k nim vrátíme, aby ste si objavené poznatky lepšie zapamätali.

Vrátíme sa tiež k porovnávaniu záhrad a ozdobných trávnikov a naučíme sa, v akých jednotkách sa meria ich veľkosť – plocha. Tieto jednotky sa naučíme premieňať a ukážeme si, kde všade sa s nimi v bežnom živote môžete stretnúť.

Poslednou dôležitou časťou učebnice sú kapitoly o uhloch a trojuholníkoch. Okrem uhlov v matematike sa pozrieme aj na uhly okolo nás. Sprievodcom nám budú situácie, ktoré zväčša poznáte a nebudú pre vás nové. Dozviete sa tiež, aké typy trojuholníkov poznáme a aké sú ich základné vlastnosti.

Okrem toho je v učebnici veľa úloh súvisiacich s bežným životom okolo nás, napríklad o futbalovom ihrisku či tajných kódoch. Nájdete aj hry, ktoré súvisia s matematikou. Nebudeme prezrádzať všetko, nech sa máte na čo tešiť.

Pri orientácii v učebnici vám pomôžu značky – piktogramy. Podľa nich ľahko spoznáte, či ide o:



opakovanie



objavovanie  
a vysvetľovanie  
učiva



úlohy na pre-  
cvičenie



úlohy pre tých, ktorých  
téma zaujala



hry



námety na prácu  
v skupinách



námety na prácu  
pri počítači

Na zadných stránkach sú rovnako ako v 1. časti učebnice riešenia úloh. Používajte ich s rozumom – iba vtedy, keď si nebudete vedieť rady, alebo keď ste chýbali a chcete učivu lepšie rozumieť. Nemá zmysel riešenia odpísať bez toho, aby ste sa pokúsili úlohy riešiť.

Veríme, že sa vám aj 2. časť učebnice bude páčiť.

Autori

Ján Žabka – Pavol Černek

# ***Matematika***

pre 6. ročník ZŠ  
a 1. ročník  
gymnázií  
s osemročným  
štúdiom

***2. časť***



Orbis Pictus Istropolitana  
Bratislava



## Vážené kolegyne, vážení kolegovia.

Učebnica *Matematika pre 6. ročník ZŠ a 1. ročník gymnázií s osemročným štúdiom* je rozdelená na dve časti. Každá z nich je samostatnou publikáciou.

V 2. časti učebnice dokončíme zavedenie desiatinných čísel. Postupne sa budeme venovať všetkým početným operáciám. Snažíme sa pritom nadviazať na úlohy z 1. časti učebnice – o meraní teploty, eurách a centoch a o meraní dĺžok.

V kapitolách o písomnom sčítaní a odčítaní desiatinných čísel za hlavnú myšlienku považujeme správne podpísanie desiatinných čísel pod seba (aby boli desiatinné čiarky pod sebou). V takom prípade je postup sčítania, resp. odčítania rovnaký ako pre prirodzené čísla.

Osobitnú pozornosť venujeme počítaniu s desiatinnými číslami na kalkulačke. Pri práci s kalkulačkou (ale aj v banke a pod.) sa žiaci stretnú so zápisom desiatinného čísla pomocou desatinnej bodky. Preto sme zaradili aj niekoľko úloh na precvičenie s takto zapísanými desiatinnými číslami.

V kapitolách o násobení a delení desiatinných čísel objavujeme učivo postupne, prostredníctvom postavičiek detí. Často sa pri tom odvolávame na modely z 1. časti učebnice. Prípadom, že nie je našou snahou ani úlohou predmetu matematika, aby všetci žiaci ovládali všetky uvedené metódy výpočtov. Žiak má dostať možnosť vyskúšať si rôzne metódy, aby si mohol vybrať spôsob, ktorý mu najviac vyhovuje. Každý žiak sa teda „stotožní“ s inými postavičkami detí z učebnice.

Počítanie s desiatinnými číslami zakončujeme výpočtom a vlastnosťami aritmetického priemeru, prácou s periodickými číslami a obsahom útvarov, pri ktorých je niektorý z ich rozmerov vyjadrený desiatinným číslom.

Aritmetický priemer považujeme za dôležitý pojem, preto sme túto tému rozdelili na priemer dvoch čísel, priemer troch čísel a až potom výpočet a vlastnosti zovšeobecnilme pre viac čísel. V matematike existuje viac štatistických ukazovateľov – stredných hodnôt, napr. aritmetický, geometrický priemer, medián a pod. Aritmetický priemer je len jedným z nich. Prívlastok aritmetický sa používa práve na odlišenie od ostatných typov priemerov. Keďže žiaci poznajú iba aritmetický priemer, budeme v texte slovo aritmetický často vynechávať a používať iba označenie priemer.

Sústredíme sa na tri vlastnosti aritmetického priemeru dvoch čísel:

- aritmetický priemer dvoch čísel je číslo, ktoré sa rovnako odlišuje od dvoch daných čísel;
- ak dané dve čísla nahradíme ich aritmetickým priemerom, súčet ostane rovnaký;
- aritmetický priemer dvoch čísel leží v strede medzi danými dvoma číslami.

Na učivo o aritmetickom priemere nadväzuje miniprojekt *Priemerný člen družiny*. Tento projekt prirodzeným spôsobom

spája matematiku s výtvarnou výchovou a trénuje schopnosť žiakov pracovať v skupinách. Cieľom jednotlivých skupín je zistiť miery a potom nakresliť svojho priemerného člena. Teda zistiť priemernú výšku jeho tela, dĺžku jeho ruky, výšku hlavy atď.

Ak žiaci nie sú na prácu v skupinách zvyknutí, je dôležité pomôcť im s organizáciou práce. Téma miniprojektu výrazne zasahuje aj do témy *meranie*, preto netreba zabúdať na to, že každé meranie by sa malo robiť viackrát (počet opakovaní merania by mal byť dohodnutý). Treba tiež dohliadnuť na to, či si žiaci zapisujú medzivýsledky, či si kontrolujú svoje výsledky a či sú ich výsledky reálne. Odporúčame diskutovať o zvolených jednotkách merania – výška v cm, veľkosť ucha v mm. Počas práce sa často objavujú zaujímavé otázky, napr. „Aká je priemerná farba vlasov?“ a pod. Samotné meranie a výpočty zaberú jednu až dve vyučovacie hodiny. Kreslenie priemerného člena je potrebné dohodnúť s učiteľom výtvarnej výchovy. Zaberie tiež jednu až dve vyučovacie hodiny. Záverečná výstava obrázkov priemerných členov skupín v životnej veľkosti je pekným záverom projektu.

V časti o periodických číslach sme zaradili aj úlohu o porovnávaní čísel  $0,9$  a  $1$ . Ide o úlohu na dlhodobú propedeutiku nekonečna. V triede môže vzniknúť diskusia. Nie je potrebné do nej vstupovať, ani ju nejakou uzatvárať. K téme sa vrátíme vo vyšších ročníkoch.

Veľká časť 2. časti učebnice je venovaná uhlom a trojuholníkom. Aby žiaci mali dostatok modelov, s ktorými sa už stretli, a aby práca s uhlami bola čo najprirodzenejšia, začíname kapitolou *Uhly okolo nás*. V nej sa žiaci stretnú s výškovým, hĺbkovým a streleckým uhlom, uhlom otočenia, uhlami pri cestovaní (strmost' kopca, uhol zákruty) a uhlami pri rôznych športoch (uhol pri hádzaní, uhly pri biliarde...).

Po tomto motivačnom úvode ozrejníme pojem uhol v matematike. Okrem pojmu uhla ako časti roviny venujeme dostatok priestoru aj uhlu ako uhlu otočenia. Zavedieme označenie a pomenovanie uhlov a niektoré pojmy (ramená uhla, vrchol uhla, pravý, ostrý, priamy a tupý uhol, pravouhlý trojuholník...). K triedeniu uhlov a vete o súčte uhlov v trojuholníku sa vrátíme v súlade so štátnym vzdelávacím programom v 7. a v 8. ročníku. Do učebnice sme však zaradili úlohy na propedeutiku tejto vety.

V tejto časti spomínáme aj značku uhla pre konvexný uhol. Pri označení uhlov sa niekedy používa aj druhá značka pre vypuklý (nekonvexný) uhol. Tá sa však vo vyšších ročníkoch ani na strednej škole nepoužíva a nie je uvedená ani v štátnom vzdelávacom programe, preto ju nezaraďujeme do základného učebného textu. Je samozrejme na zvážení učiteľa, či túto značku žiakom spomenie.

V časti o uhloch sa venujeme aj označeniu uhlov pomocou písmen gréckej abecedy. Nepovažujeme za nutné túto časť učiva prebrať. Závisí od rozhodnutia učiteľa, koľko priestoru sa gréckej abecede rozhodne venovať.



V poslednej časti o uhloch sa venujeme ich meraniu. Porovnávanie „na diaľku“ je dobrou motiváciou na zavedenie merania a miery. Túto motiváciu využívame aj pri zavedení merania veľkosti uhlov.

Po krátkej historickej vsuvke postupne zavádzame 1 stupeň ( $1^\circ$ ) ako mieru veľkosti uhla. Na obrázkoch v úlohách o meraní uhlov vedome používame viac typov uhlomerov, aby žiaci neboli fixovaní na jeden konkrétny typ. V opačnom prípade by niektorí z nich nevedeli pracovať napríklad s požíčným uhlomerom.

Pomocou uhlomera uhly nielen meriame, ale uhly s danou veľkosťou aj rysujeme. Meranie využívame aj pri rysovaní osí uhla a pri bádaniach a experimentoch so susednými a vrcholovými uhlami. Dohodu, že uhol dvoch priamok je definovaný ako menší z dvoch uhlov, ktoré tieto priamky zvierajú, sa žiaci dozvedia až vo vyšších ročníkoch.

Ak je to možné, mali by mať žiaci obrázky uhlov nakopírované. V takom prípade odporúčame, aby pri práci s nimi uhly strihali a tak ich porovnávali alebo prenášali. Získajú tak lepšiu predstavu o tomto pojme. Do učebnice sme úmyselne zaradili aj úlohu, ktorá zisťuje, či žiaci pod veľkosťou uhla nerozumejú len veľkosť narysovaného oblúčka. Ak sa to stane, odporúčame rozšíriť množstvo úloh na porovnávanie a meranie uhlov.

Po oboznámení sa s uhlami pokračujeme v geometrii objavovaním niektorých geometrických vzťahov v kapitole s názvom *Rysujeme rovnaké obrázky*. Po tejto časti nasleduje objav trojuholníkovej nerovnosti, ktorý začíname skúmaním a porovnávaním rôznych vzdialeností. Najprv sa venujeme krivým čiaram. Ich dĺžky v úlohe 1 sú vedome veľmi podobné, aby v triede vznikla diskusia o presnosti merania. Cieľom úlohy 2 je precvičiť si odmeranie čiary, ktorá je „krivá“. S takýmito čiarami sa stretneme v živote častejšie ako s rovnými čiarami. Úloha 3 je praktická, zameraná na manipuláciu. Tento typ úloh odporúčame zaradiť častejšie (primerane veku). Zároveň žiaci musia rozmyšľať aj nad tým, ako si riešenie skontrolujú. Po týchto úlohách nasleduje samotný objav trojuholníkovej nerovnosti, jeho zápis a precvičenie v kapitole *Pokračujeme v konštrukciách*.

Ďalšie úlohy s geometrickým obsahom sa nachádzajú v rubrikách. Úvodom k učivu o súčte uhlov v trojuholníku sú tri série úloh – bádania – v *Rubrike*. Bádania sú pripravené ako práca pre skupiny, ich hlavným cieľom je zostavenie hypotézy každou zo skupín. Úlohy trénujú obidve dôležité kompetencie – prácu v skupinách a schopnosť zostavovať hypotézy.

Aby sa žiakom pri riešení úloh v bádaniach lepšie zapisovali merania, trojuholníky sme očíslovali. V bádani 1 sú na obrázku dva trojuholníky vedome menšie, aby si žiaci zopakovali meranie uhlov s kratšími ramenami. Zároveň sa dá predpokladať, že v takýchto „malých“ trojuholníkoch sa nepodari zistiť veľkosť uhlov dostatočne presne a to prispeje k tomu, aby žiaci museli diskutovať o správnosti hypotézy. Po absol-

vovaní týchto bádanií nasleduje samostatná časť – súvislý text. V ňom sú vysvetlené „dokázané“ hypotézy z predchádzajúcich bádanií. Nasleduje sformulovanie vety o súčte vnútorných uhlov v trojuholníku aj s úlohami na precvičenie.

V 2. časti učebnice priebežne pracujeme s údajmi, ich zhromažďovaním, usporiadaním a grafickým spracovaním. Venujeme sa tiež úlohám zo života a úlohám kombinatorického charakteru. Na strane 75 je zaradená propedeutika výpočtu objemu kvádra a kocky. Podľa príslušného školského vzdelávacieho programu je možné túto rubriku primerane rozšíriť.

V učebnici vedome rozdeľujeme jednotlivé učivá na viac častí. Napríklad učivo o uhloch je rozdelené na *Uhly okolo nás*, *Uhly v matematike* a *Meranie uhlov*. Podobne učivo o desatinných číslach rozdeľujeme na časť o sčítaní a odčítaní, druhým stretnutím je násobenie desatinných čísel, tretím delenie desatinných čísel a posledným stretnutím aritmetický priemer, periodické čísla a obsahy útvarov s rozmermi vyjadrenými desatinným číslom. Sme totiž presvedčení, že žiaci si lepšie osvoja učivo, keď sa s ním stretnú viackrát. Podobne úlohy kombinatorického charakteru sú „roztrúsené“ v rubrikách, pretože ich chápeme ako propedeutiku kombinatoriky.

Ak toto členenie kapitol niektorému učiteľovi nevyhovuje, je plne v jeho kompetencii (a v kompetencii školskej predmetovej komisie matematiky) upraviť ho. Je možné napr. spojiť časť *Uhly okolo nás* a *Uhly v matematike* alebo kapitoly *Delenie desatinných čísel* a *Počítame s desatinnými číslami*. Na základe našich skúseností a rozhovorov s viacerými kolegami však považujeme za vhodnejšie tieto učivá nespájať. Podobne ako v 1. časti sme do učebnice zaradili aj úlohy s väčším počtom riešení, úlohy, ktoré nemajú riešenie a úlohy s nadbytočnými údajmi. Chceme tak žiakom čo najviac priblížiť situácie z reálneho života.

Na uľahčenie orientácie v texte používame rovnaké piktogramy ako v 1. časti učebnice.

Pre spestrenie hodín matematiky sme opäť zaradili žiakmi obľúbené matematické hry. Sú označené príslušným piktogramom.

Veríme, že v nových učebniciach nájdete dostatok námetov na prácu na hodinách a že budú užitočným pomocníkom na ceste objavovania sveta matematiky vašimi žiakmi.

Autori

Literatúra:

KUBÁČEK, Z. – ČERNEK, P. – ŽABKA, J. a kol.:

**Matematika a svet okolo nás – zbierka úloh.**

Bratislava: Vydavateľstvo Mgr. Pavol Cibulka, 2008. 200s.



## Vyhľadávanie ideálneho spojenia (Miniprojekt)



Sadnite si do štvoríc, nasledujúce úlohy budete riešiť v skupinách.

K riešeniu úloh budete potrebovať ukážku z cestovného poriadku Železníc Slovenskej republiky. (Číslo tratí 180, 126 a 183)

**Úloha 1:** Opište, čo sa v tabuľkách v cestovnom poriadku nachádza. Čo je v jednotlivých stĺpcoch a riadkoch?

**Úloha 2:** Čo znamenajú skratky R, IC, D...? Zistite význam čo najväčšieho počtu skratiek, ktoré sa nachádzajú v cestovnom poriadku.



Tomášovi rodičia chceli cestovať z Kysaku do Vrútok.

**Úloha 3:** Pomôžte im nájsť spojenie z Kysaku do Vrútok, ak z Kysaku chcú odchádzať po 16:00 hod. cez pracovný deň. Určte aj číslo vlaku. Je tento vlak miestnkový? Koľko by stála táto cesta dospelého cestujúceho v 2. triede bez zliav, ak si kúpi priamy lístok?

Aj vo všetkých ďalších úlohách miniprojektu budeme hľadať cenu priameho lístka alebo lístka na cestu s prestupom. Nebudeme teda uvažovať o rozdelení priamej cesty na menšie úseky.

**Úloha 4:** Nájdite spojenie pre Tomášových rodičov tentokrát z Kysaku do Popradu, ak do Popradu chcú prísť do 17:00 hod. Určte aj číslo vlaku. Je tento vlak miestnkový? Koľko

by stála táto cesta dospelého cestujúceho v 2. triede bez zliav?

Niekedy chceme cestovať medzi dvoma mestami, ktoré nie sú spojené priamou trasou. Vtedy musíme prestupovať. Tomášovi starí rodičia chceli cestovať z Košíc do Kúpeľov v Rajeckých Tepliciach.

**Úloha 5:** Nájdite spojenie z Košíc do Rajeckých Teplíc, ak v Rajeckých Tepliciach chcú byť starí rodičia najneskôr do 18:00 hod. v pondelok. Kedy musia vyraziť z Košíc? Koľko by stál lístok dospelého cestujúceho v 2. triede bez zliav? Aké je číslo a názov vlaku, ktorým budú cestovať?

**Úloha 6:** Tomášova sestra má rada hory. Nájdite pre ňu spojenie z Kysaku do Štrbského Plesa, ak chce prísť do Štrbského Plesa pred 20:00 hod. Koľko by stála táto cesta? Ktorým vlakom pôjde?

K ďalším úlohám budete potrebovať počítač pripojený na internet.

**Úloha 7:** Vyriešte predchádzajúce úlohy na internete pomocou www stránok slovenských železníc.

**Úloha 8:** Zistite cenu pre dospelého a cenu zľavneného lístka na úsekoch uvedených v úlohách 3 až 6. Aký je rozdiel v cene medzi 1. a 2. triedou?

**Úloha 9:** Nájdite autobusové spojenia na tých istých trasách. Porovnajme ceny cestovného autobusom a vlakom.

**Úloha 10:** Dokážete nájsť na internete aj letecké spojenie z Bratislavy do Londýna? Komu sa podarí nájsť najlacnejšiu letenku na najbližší víkend alebo na najbližšie prázdniny?





# MERIAME OBSAHY, JEDNOTKY OBSAHU

**V** predchádzajúcich častiach učebnice ste videli, že je užitočné vedieť porovnávať plochy, určiť, ktorá z dvoch plôch je väčšia. Veľkosť plochy meriame v jednotkách obsahu.

Skôr ako sa s týmito jednotkami zoznámime, zopakujeme si, čo všetko by ste už mali vedieť o jednotkách dĺžky a o obvode útvarov.

## Opakujeme si, čo vieme o dĺžke a jej meraní

V kapitole **Meriame dĺžku** sme si už niečo o premieňaní jednotiek povedali. Pripomeňme si to.

Vieme napríklad, že 1 m sa skladá zo 100 cm, čo zapisujeme  $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ . Inak povedané, jeden meter je 100-krát väčší ako jeden centimeter a naopak jeden centimeter je 100-krát menší ako jeden meter.

Jeden centimeter je teda jedna stotina metra, čo pomocou desatinných čísel zapisujeme takto:  $1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$ .



- 1** Dopĺňajte po dvojiciach v stĺpcoch. Dve úlohy v tom istom stĺpci tvoria vždy dvojicu.
- |                |                |                 |                 |
|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| 1 km = ..... m | 1 m = ..... dm | 1 dm = ..... cm | 1 cm = ..... mm |
| 1 m = ..... km | 1 dm = ..... m | 1 cm = ..... dm | 1 mm = ..... cm |
| 1 m = ..... cm | 1 m = ..... mm | 1 dm = ..... mm | 1 km = ..... dm |
| 1 cm = ..... m | 1 mm = ..... m | 1 mm = ..... dm | 1 dm = ..... km |

- 2** Narysujte úsečku dlhú a) 0,2 m, b) 0,2 dm, c) 0,2 cm, d) 0,02 m, e) 0,02 dm, f) 0,002 m.



- 3** Premeňte na milimetre a násobte. Čím sú zaujímavé výsledky jednotlivých dvojíc príkladov pod sebou? Vedeli by ste to vysvetliť?

|              |                |                 |                 |                   |
|--------------|----------------|-----------------|-----------------|-------------------|
| 3 cm         | 3,2 cm         | 3,27 cm         | 56,8 cm         | 39,148 cm         |
| $3 \cdot 10$ | $3,2 \cdot 10$ | $3,27 \cdot 10$ | $56,8 \cdot 10$ | $39,148 \cdot 10$ |

Kedže 1 centimeter má 10 milimetrov, tak pri premieňaní centimetrov na milimetre budem daný údaj násobiť desiatimi. Preto pri premieňaní centimetrov na milimetre stačí posunúť desatinnú čiarku tak ako pri násobení 10, teda o ..... miest.....



4 Doplňte správne poslednú Luciinu vetu.

$$5,24 \text{ cm} = 52,4 \text{ mm}$$



5 Premeňte na centimetre.

1 mm      3 mm      3,2 mm      3,27 mm      56,8 mm      39,148 mm

Na základe vyriešených príkladov doplňte vetu:

- Pri premieňaní milimetrov na centimetre stačí posunúť desatinnú čiarku o ..... miest.....

6 Premeňte na metre.

1 cm      3 cm      43,2 cm      123,27 cm      560,856 cm      1 239,189 4 cm

Na základe vyriešených príkladov doplňte vetu:

- Pri premieňaní centimetrov na metre stačí posunúť desatinnú čiarku o ..... miest.....

7 Premeňte na centimetre.

3 m      3,2 m      3,27 m      56,8 m      39,14 m

Na základe vyriešených príkladov doplňte vetu:

- Pri premieňaní metrov na centimetre stačí posunúť desatinnú čiarku o ..... miest.....



Už ste si všimli, že pri premieňaní jednotiek dĺžky sa daný údaj vždy násobí alebo delí číslami 10, 100 alebo 1 000 atď.

Násobiť a deliť desatinné čísla číslami 10, 100, 1 000 sme sa už naučili, a to veľmi šikovne – stačí vhodne posunúť desatinnú čiarku.

Pri premieňaní jednotiek teda budeme môcť tiež používať posúvanie desatinnej čiarky.

Napríklad:

Pri premieňaní metrov na centimetre stačí posunúť desatinnú čiarku o dve miesta doprava.

$$45,247 \text{ m} = 4\,524,7 \text{ cm}$$



Pri premieňaní milimetrov na centimetre stačí posunúť desatinnú čiarku o jedno miesto doľava.

$$45,247 \text{ mm} = 4,524\,7 \text{ cm}$$



8 Vypočítajte a premeňte na dané jednotky. Počítajte po dvojiciach v stĺpcoch.

0,24 · 10      0,004 · 100      0,03 · 1 000      23,406 · 1 000 000  
0,24 cm = ..... mm      0,004 m = ..... cm      0,03 m = ..... mm      23,406 km = ..... mm

2,3 dm = ..... m      4,08 mm = ..... dm      0,77 m = ..... km      50 600 mm = ..... km  
2,3 : 10      4,08 : 100      0,77 : 1 000      50 600 : 1 000 000



## 9 Premeňte na decimetre.

- a) 1 cm, 3 cm, 3,2 cm, 3,27 cm, 56,8 cm, 39,14 cm  
 b) 1 mm, 3 mm, 3,2 mm, 3,27 mm, 56,8 mm, 39,14 mm  
 c) 1 m, 3 m, 3,2 m, 3,27 m, 56,8 m, 39,14 m

## 10 Doplňte vety. Pred každým doplnením si vymyslite jeden príklad na požadovanú premenu.

- Pri premieňaní milimetrov na centimetre posunieme desatinnú čiarku o ..... miest.....
- Pri premieňaní metrov na milimetre posunieme desatinnú čiarku o ..... miest.....
- Pri premieňaní centimetrov na metre posunieme desatinnú čiarku o ..... miest.....
- Pri premieňaní metrov na kilometre posunieme desatinnú čiarku o ..... miest.....
- Pri premieňaní centimetrov na ..... posunieme desatinnú čiarku o 2 miesta doľava.
- Pri premieňaní ..... na decimetre posunieme desatinnú čiarku o 1 miesto doľava.

## 11 Precvičte si premieňanie jednotiek dĺžky posúvaním desatinnej čiarky. Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

| Milimetre | Centimetre | Decimetre | Metre | Kilometre |
|-----------|------------|-----------|-------|-----------|
|           | 0,2        |           |       |           |
|           |            | 180       |       |           |
| 430       |            |           |       |           |
|           |            |           |       | 0,07      |
|           |            |           | 500   |           |

## 12 Premeňte na kilometre.

2 mm          2 cm          2 dm          2 m

## 13 Nepomýlia vás pomešané jednotky? Premeňte.

40 cm = ..... m      300 mm = ..... dm      28 m = ..... cm      1 400 m = ..... km  
 23 000 mm = ..... m      0,02 km = ..... m      0,034 m = ..... mm      2,01 cm = ..... dm  
 0,002 8 km = ..... dm      41 cm = ..... m      2 800 mm = ..... km      370 mm = ..... m

*Stretli ste sa už so slovom hektoliter? Predpona **hekto-** znamená stonásobok. Hektoliter je teda 100 litrov, čo zapisujeme 1 hl = 100 l. Hektoliter si môžete predstaviť ako sud plný dažďovej vody.*

*Podobne ako hektoliter sa používa aj jednotka, s ktorou ste sa asi ešte nestretli: hektometer. Používajú ju totiž asi len železničiar. Jednotka kilometer je totiž pri meraní vzdialenosti na koľajniciach príliš veľká a jednotka meter zasa príliš malá. Pri ceste sú teda kilometrovníky, pri železničnej trati sú okrem kilometrovníkov aj hektometrovníky.*

**14** Akú značku má a) hektoliter, b) hektometer?

**15** Skúste premeniť tieto jednotky:

2 hm = ..... m      3 hm = ..... km      4,6 hm = ..... dm      0,038 hm = ..... mm  
2 300 m = ..... hm      0,28 km = ..... hm      6 000 dm = ..... hm      3 800 m = ..... hm



**P**odobne, ako sa premieňajú jednotky dĺžky, premieňajú sa aj jednotky, ktoré používame na meranie hmotnosti.

**16** V akých jednotkách meriame hmotnosť človeka? V akých hmotnosť auta? V akých jednotkách odmeriate, koľko váži zlatá retiazka? Aké jednotky hmotnosti poznáte?

Určite poznáte slová kilogram, gram, tona. Všetky vyjadrujú jednotky, v ktorých meriame hmotnosť. Tak isto, ako máme meter a kilometer, existujú aj jednotky gram a kilogram. Ich skratky sú **g** a **kg**.

**17** Koľko gramov má jeden kilogram?

Jeden kilogram má 1 000 metrov, takže aj jeden kilogram má 1 000 gramov. To, že je to tak, určuje predpona **kilo-**.

**18** Aké ďalšie predpony poznáte? Spomeňte si na jednotky dĺžky.

Najčastejšie predpony, s ktorými sa stretnete, sú mili-, centi-, deci-, deka-, hekto-, kilo-. Okrem nich existujú aj ďalšie predpony, napríklad mikro-, femto-, atto-, mega-, giga-, tera-.



**19** Zistite na internete, čo znamenajú predpony mikro-, femto-, atto-, mega-, giga-, tera-.

**20** Doplňte správne vety:

- Dekameter je 10 metrov, takže dekagram je .....
- Centimeter je stotina metra, takže centigram je .....
- Hektometer je ..... metrov, takže hektogram je .....
- Milimeter je ....., takže miligram je .....
- ..... je desatina metra, takže .....

Názov jednej jednotky hmotnosti nevznikol zo slova gram. Týmto názvom je tona. Tona označuje 1 000 kilogramov.

Niektoré jednotky sa používajú častejšie, iné menej často. Pri jednotkách hmotnosti sa asi najčastejšie stretnete s jednotkami gram (g), kilogram (kg), tona (t), miligram (mg), dekagram (dag). Dekagram sa niekedy nesprávne označuje aj skratkou dkg. Menej často sa stretnete s jednotkami centigram, decigram, hektogram.





- 21** Doplňte správne čísla. Ak si nebudete istí, pomôžte si jednotkami dĺžky. Nájdete aj nesprávne zadanú, ale používanú jednotku?

$1 \text{ kg} = \dots\dots\dots \text{ g}$        $1 \text{ mg} = \dots\dots\dots \text{ g}$        $1 \text{ t} = \dots\dots\dots \text{ kg}$   
 $1 \text{ dag} = \dots\dots\dots \text{ g}$        $1 \text{ g} = \dots\dots\dots \text{ kg}$        $1 \text{ g} = \dots\dots\dots \text{ mg}$   
 $1 \text{ kg} = \dots\dots\dots \text{ t}$        $1 \text{ g} = \dots\dots\dots \text{ dag}$        $1 \text{ dkg} = \dots\dots\dots \text{ g}$

- 22** Prekreslite si tabuľku do zošita a doplňte ju.

| Tona | Kilogram | Dekagram | Gram | Miligram |
|------|----------|----------|------|----------|
| 1    |          |          |      |          |
|      | 1        |          |      |          |
|      |          | 1        |      |          |
|      |          |          | 1    |          |
|      |          |          |      | 1        |

- 23** Premeňte.

$15 \text{ dag} = \dots\dots\dots \text{ g}$        $48\,000 \text{ g} = \dots\dots\dots \text{ kg}$        $2,3 \text{ t} = \dots\dots\dots \text{ kg}$   
 $2,5 \text{ kg} = \dots\dots\dots \text{ dag}$        $64\,500 \text{ g} = \dots\dots\dots \text{ t}$        $0,02 \text{ kg} = \dots\dots\dots \text{ g}$

## Najskôr obvod, potom obsah

Bonifác



Ja si to pamätám tak,  
že obvod záhradky je dĺžka  
plota, ktorý je okolo nej.

**P** redtým, ako sa budeme venovať obsahom,  
zopakujme si ešte, čo viete o obvode útvarov.  
Určíte si pamätáte, čo je to obvod útvaru.

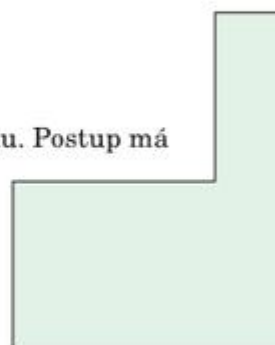
Ak chcete zistiť obvod mnohouholníka, stačí odmerať  
dĺžky jeho strán a tieto čísla sčítať.

- 1** Pozrite sa, ako Lucia zisťovala obvod útvaru na obrázku. Postup má  
správny, len urobila jednu chybu pri meraní.  
Nájdite a opravte ju.

Lucia

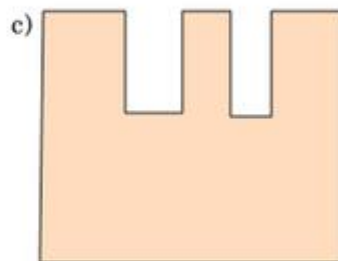
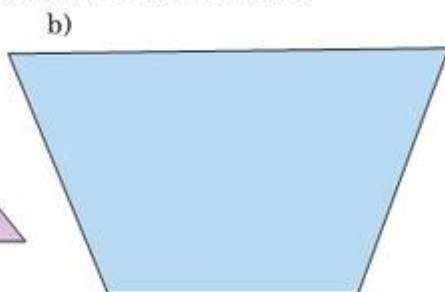
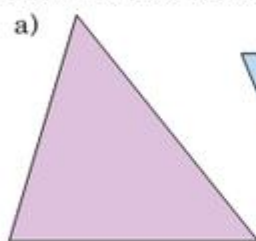


Obvod =  $40 \text{ mm} + 25 \text{ mm} + 30 \text{ mm} + 30 \text{ mm} +$   
 $+ 10 \text{ mm} + 50 \text{ mm} = 185 \text{ mm}$



2 Peter počítal podobne ako Lucia. Počítal však v centimetroch a na rozdiel od Lucie sa nepomýlil. Napíšte jeho výpočet.

3 a) Odhadnite v milimetroch obvody útvarov na obrázku.  
b) Meraním zistite obvod útvarov na obrázku.



*Niekedy si môžete výpočet obvodu zjednodušiť. Sú útvary, ktoré majú niektoré strany rovnako dlhé. Ak to viete, môžete si ušetriť veľa práce.*

4 Ktoré z nasledujúcich útvarov majú niektoré strany rovnako dlhé? Ktoré sú to strany?



## Cestovanie vlakom 3



Niekoľko rodín sa vybralo vlakom z Považian do Brestovian. Všetci z nich si pozorne preštudovali výňatok z cestovného poriadku.

Preštudujte si ho pozorne aj vy a spolu s prílohami ho využite na riešenie nasledujúcich štyroch úloh.

### Cestovný poriadok

Deti do dovŕšenia šiesteho roku veku sa prepravujú bezplatne. Cestujúci s platným cestovným lístkom môže uplatniť bezplatnú prepravu najviac pre dve deti do dovŕšenia šiesteho roku veku, ak pre ne nepožaduje viac ako jedno miesto na sedenie.

Za každé ďalšie dieťa do šiesteho roku veku sa platí polovica obvyčajného cestovného v 1. alebo 2. vozňovej triede vlakov osobnej dopravy.

Deti do dovŕšeného 6. roku veku sa prepravujú len v sprievode osoby staršej ako 15 rokov.

U detí od šiesteho roku veku do dovŕšenia pätnásteho roku veku sa uplatňuje polovica obvyčajného cestovného.



- 5 Vypočítajte obvod štvorca, ak jeho strana meria 3,4 cm.
- 6 Vypočítajte dĺžku strany štvorca, ktorého obvod je 32,8 cm.
- 7 Vypočítajte obvod obdĺžnika, ktorého strany merajú 5,2 cm a 2,7 cm.
- 8 Určte dĺžku zvyšných strán obdĺžnika, ktorého obvod je 18 cm a jedna jeho strana meria a) 2,5 cm, b) 1,4 cm.
- 9 Vypočítajte obvod rovnostranného trojuholníka, ktorého strana meria 4,8 cm.

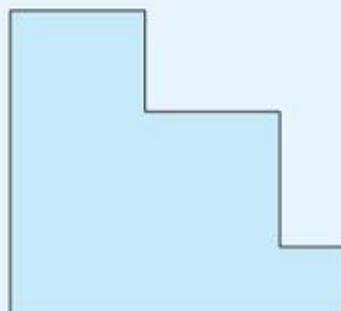
### Pripomíname

**Rovnostranný trojuholník má všetky strany rovnako dlhé.**



*Aj pri výpočte obvodov zložitejších útvarov si môžete niekedy ušetriť prácu.*

- 10 Vypočítajte obvod útvaru na obrázku.



**Úloha 1:** Prvá rodina sa skladá z mamy a dvoch dcér, ktoré majú 4 a 7 rokov. Zistite, najmenej koľko eur zaplatia za lístky 2. triedy.

**Úloha 2:** Druhá rodina sa skladá z otca a štyroch detí vo veku 3, 4, 5 a 11 rokov. Zistite, najmenej koľko eur zaplatia za lístky 2. triedy.

**Úloha 3:** Tretia rodina sa skladá z 3 súrodencov vo veku 4, 12 a 14 rokov. Zistite, koľko najmenej eur zaplatia za lístky 2. triedy.

**Úloha 4:** Štvrtá rodina sa skladá z dvoch rodičov a štyroch detí vo veku 2, 3, 4 a 5 rokov. Zistite, najmenej koľko eur zaplatia za lístky 2. triedy.

| Cenník č. 1 |                     | Obyčajné cestovné |               |
|-------------|---------------------|-------------------|---------------|
| Číslo pásma | Tarifná vzdialenosť | A                 | B             |
|             | Km                  | 2. trieda celé    | 2. trieda 1/2 |
| 1           | 1 – 5               | 0,26              | 0,13          |
| 2           | 6 – 10              | 0,40              | 0,20          |
| 3           | 11 – 15             | 0,60              | 0,30          |
| 4           | 16 – 20             | 0,80              | 0,40          |
| 5           | 21 – 25             | 1,06              | 0,53          |
| 6           | 26 – 30             | 1,18              | 0,59          |
| 7           | 31 – 35             | 1,38              | 0,69          |
| 8           | 36 – 40             | 1,58              | 0,79          |
| 9           | 41 – 45             | 1,92              | 0,96          |
| 10          | 46 – 50             | 2,18              | 1,09          |
| 11          | 51 – 55             | 2,52              | 1,26          |
| 12          | 56 – 60             | 2,72              | 1,36          |
| 13          | 61 – 65             | 2,98              | 1,49          |
| 14          | 66 – 70             | 3,18              | 1,59          |
| 15          | 71 – 80             | 3,72              | 1,86          |
| 16          | 81 – 90             | 4,18              | 2,09          |
| 17          | 91 – 100            | 4,78              | 2,39          |
| 18          | 101 – 110           | 5,10              | 2,55          |
| 19          | 111 – 120           | 5,50              | 2,75          |
| 20          | 121 – 130           | 5,96              | 2,98          |

| Bratislava hl.st. – Trenčín |                         |
|-----------------------------|-------------------------|
| km                          |                         |
| 0                           | Bratislava hl.st.       |
| 4                           | Bratislava-Vinohrady    |
| 7                           | Bratislava-Rača         |
| 13                          | Svätý Jur               |
| 16                          | Pezinok zastávka        |
| 19                          | Pezinok                 |
| 26                          | Šenkvice                |
| 34                          | Báhoň                   |
| 37                          | Cífer                   |
| 46                          | Trnava                  |
| 55                          | Brestovany              |
| 63                          | Leopoldov               |
| 67                          | Madunice                |
| 71                          | Veľké Kosťany           |
| 73                          | Drahovce zastávka       |
| 81                          | Piešťany                |
| 87                          | Horná Streda            |
| 91                          | Brunovce                |
| 93                          | Považany                |
| 99                          | Nové Mesto nad Váhom    |
| 106                         | Trenčianske Bohuslavice |
| 111                         | Melčice                 |
| 117                         | Kostolná-Zariečie       |
| 121                         | Zlatovce                |
| 124                         | Trenčín                 |

Pozrite sa, ako túto úlohu riešili vaši rovesníci.

Ja som si odmeral postupne všetky strany. Nameral som v milimetroch tieto dĺžky: 50, 10, 10, 20, 20, 15, 20, 45.

Jozef



Obvod v centimetroch potom je:

$$5 + 1 + 1 + 2 + 2 + 1,5 + 2 + 4,5 = 19 \text{ cm.}$$

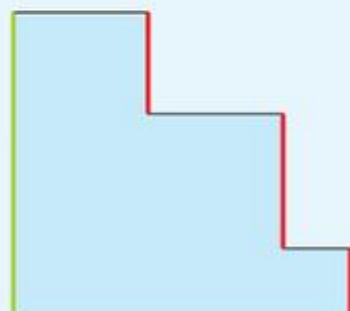
Vyšlo vám to rovnako ako Jozefovi?

Patrícia



Ja som si uvedomila, že nemusím toľko merať.

Veď tie strany, ktoré sú napravo, merajú spolu rovnako, ako jedna strana naľavo. Teda červené úsečky sú spolu také isté dlhé ako zelená.



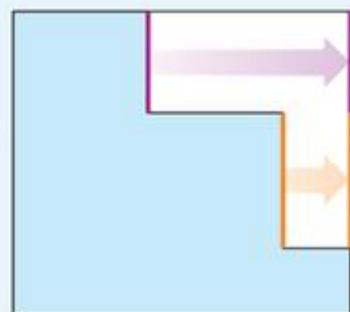
Vedeli by ste dokončiť Patríciino riešenie?

Peter



Ja som si predstavil namiesto týchto schodov obdĺžnik.

V ňom sú tie farebné úsečky rovnaké. Takže stačí, keď vypočítam obvod obdĺžnika. Vyjde mi 19 cm.



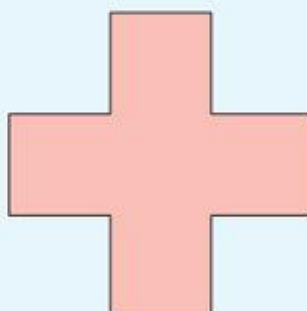
Ktoré riešenie sa vám najviac páči?

**11** Vyskúšajte si Jozefov, Patríciin aj Petrov postup a určte obvody útvarov na obrázku. Nájdete aj iný postup?

a)



b)

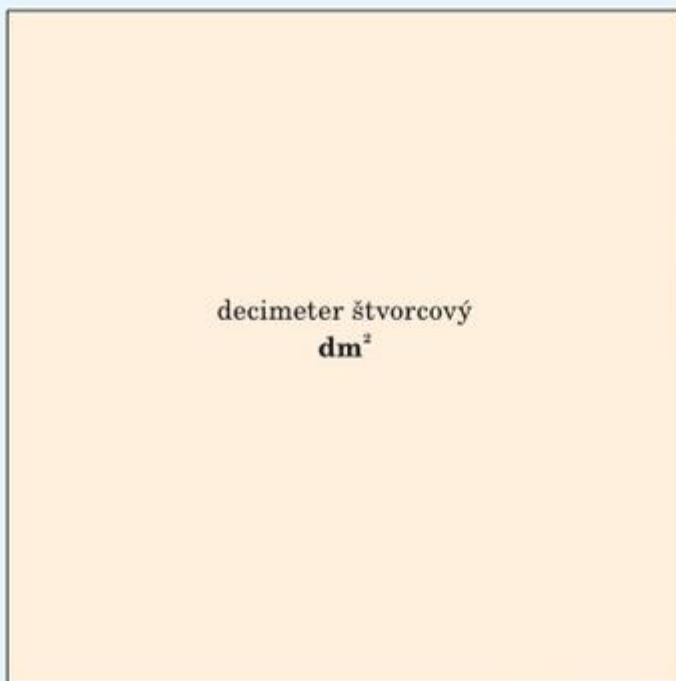




# Jednotky obsahu



**P**odobne, ako výšku človeka, vzdialenosť miest, dĺžku úsečky či obvod útvarov meriame v dohodnutých jednotkách (napríklad v km, m, dm, cm, mm), aj plochu útvarov meriame a zapisujeme v dohodnutých jednotkách. Plochu meriame v jednotkách, ktoré sú odvodené od jednotiek dĺžky. Už Egypťania prišli na to, že pri meraní obsahu je užitočné pomôcť si štvorcom. Keďže základnou jednotkou dĺžky je meter, základnou jednotkou obsahu bude obsah štvorca, ktorý má stranu 1 meter. Meter štvorcový bude mať skratku  $m^2$ . Podobne obsah štvorca so stranou 1 centimeter budeme nazývať centimeter štvorcový. Skratka pre centimeter štvorcový je  $cm^2$ . Obsah štvorca so stranou dlhou 1 decimeter bude decimeter štvorcový. A obsah štvorca so stranou 1 milimeter bude milimeter štvorcový. Takto vyzerajú tri najmenšie zo spomenutých jednotiek obsahu:



decimeter štvorcový  
 $dm^2$

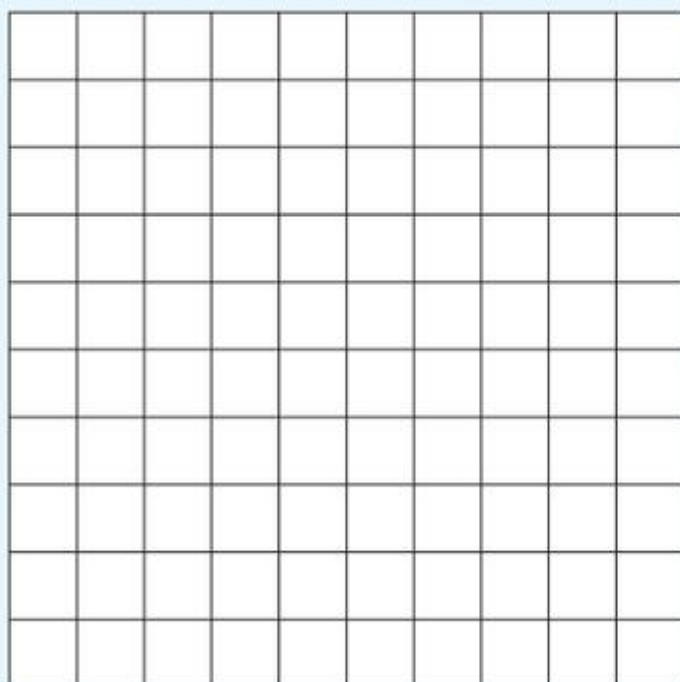
milimeter štvorcový  
 $mm^2$



centimeter štvorcový  
 $cm^2$

- 1 Niektoré zelené školské tabule majú okrem prostrednej časti aj dve bočné krídla. Každé z týchto dvoch krídel má veľkosť približne jeden meter štvorcový. Preskúmajte, či to platí aj pre vašu tabuľu.
- 2 Narysujte na tvrdý alebo milimetrový papier decimeter štvorcový, centimeter štvorcový a milimeter štvorcový. Pokúste sa pomocou týchto modelov prísť na to, koľko centimetrov štvorcových sa zmestí do jedného decimetra štvorcového. Koľkokrát sa zmestí milimeter štvorcový do centimetra štvorcového?

Najlepšie bude, ak si okrem vystrihnutých modelov nakreslíme obrázok decimetra štvorcového a rozdelíme ho na centimetre štvorcové.



Už viete, koľko  $\text{cm}^2$  je v jednom  $\text{dm}^2$ ?

## Janin kód

Aj Jana má šesťmiestny kód. Aby sa jej lepšie pamätal, zvolila si jednoduchší kód ako Jano. Skladá sa z dvoch štvoriek a štyroch dvojok.

**Úloha 1:** Vypíšte čo najviac šestic, ktoré môžu byť Janiným kódom.



Hedviga mala poruke štvorčekový papier. Využila ho na tento zápis riešenia predchádzajúcej úlohy:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 4 |   |   |   |   | 4 | 4 | 4 | 4 |   |   |   |   |   |   |  |
|   | 4 |   |   |   | 4 |   |   | 4 | 4 | 4 |   |   |   |   |  |
|   |   | 4 |   |   | 4 |   |   | 4 |   |   | 4 | 4 |   |   |  |
|   |   |   | 4 |   |   | 4 |   |   | 4 |   | 4 | 4 | 4 | 4 |  |
|   |   |   |   | 4 |   |   | 4 |   |   | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |  |

**Úloha 2:** Pozrite si Hedvigin zápis. Kde sa v ňom nachádza kód 424222 a kde kód 224224?

**Úloha 3:** Pomocou Hedviginho zápisu riešte podobnú úlohu pre sedemmiestny kód, v ktorom sú dve päťky a päť dvojok.

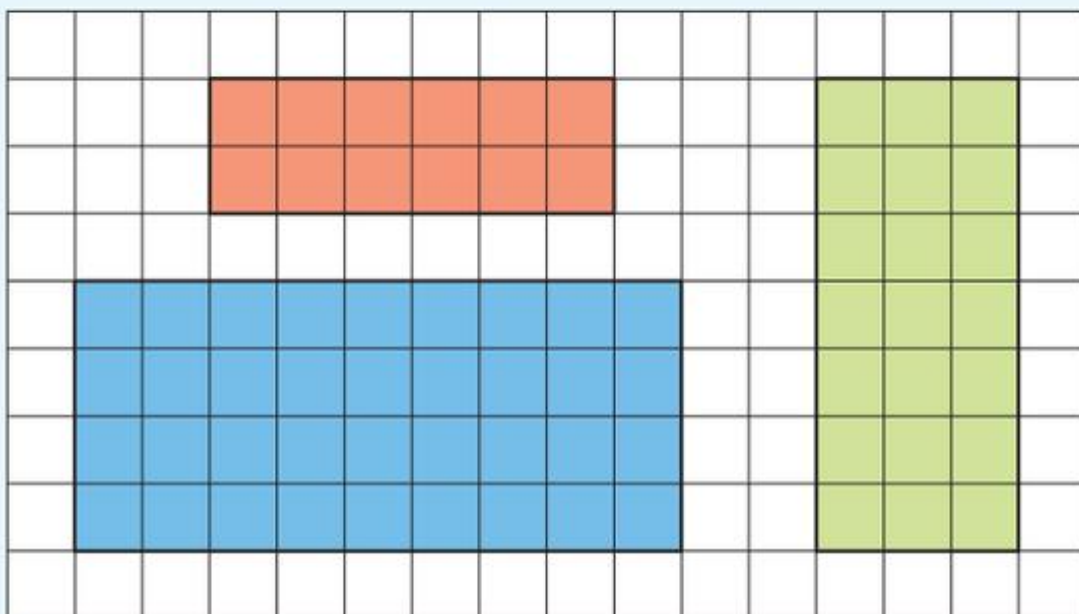


# Počítame obsah štvorca a obdĺžnika



**K** eď chceme určiť obsah štvorca alebo obdĺžnika napríklad v  $\text{cm}^2$ , potrebujeme vlastne zistiť, z koľkých štvorcov so stranou 1 cm sa tento štvorec alebo obdĺžnik skladá. Spomeňte si, ako ste určovali cenu ozdobných trávnikov v 1. časti učebnice.

**1** Určte obsah týchto obdĺžnikov v  $\text{cm}^2$ .



Alfréd pri výpočte obsahu červeného obdĺžnika postupoval tak, že zistil počty štvorčekov pri dvoch susedných stranách tohto obdĺžnika. Tie počty potom vynásobil.

Jedna strana: 2 štvorčeky.  
 Druhá strana: 6 štvorčekov.  
Počet štvorčekov je  $2 \cdot 6 = 12$ .  
 Obsah je 12  $\text{cm}^2$ .



Počítali ste to tak aj vy? Ak nie, vyskúšajte si jeho metódu a vypočítajte ešte raz obsah modrého a zeleného obdĺžnika.

**2** Koľko štvorčekov so stranou 1 cm „majú“ pri susedných stranách obdĺžniky s rozmermi a) 7 cm a 10 cm, b) 4 cm a 11 cm, c) 12 cm a 5 cm, d) 25 cm a 40 cm?

- 3 Vypočítajte obsahy obdĺžnikov z úlohy 2 v  $\text{cm}^2$ .
- 4 Vypočítajte v  $\text{cm}^2$  obsahy obdĺžnikov s rozmermi a) 8 cm a 9 cm, b) 80 cm a 90 cm, c) 56 cm a 40 cm, d) 25 cm a 1 m.

Aj vy ste jednoducho vynásobili čísla v zadaní ako Jakub?

a)  $8 \cdot 9 = 72$ , b)  $80 \cdot 90 = 7\,200$ , c)  $56 \cdot 40 = 2\,240$ , d)  $25 \cdot 1 = 25$ .



Ak áno, tak tri obsahy máte vypočítané správne a jeden nesprávne!



Ved'sme zistili, že obsah obdĺžnika môžeme vždy vypočítať tak, že vynásobíme dĺžky jeho dvoch susedných strán.

A to som aj urobil.

- 5 Prečo je napriek Jakubovej obhajobe obsah štvrtého obdĺžnika vypočítaný nesprávne?

Ak sa vám to ešte nepodarilo odhaliť, tak vám prezradíme správny postup na výpočet obsahu obdĺžnika.

Obsah obdĺžnika v  $\text{cm}^2$  môžeme vždy vypočítať tak, že vynásobíme dĺžky jeho dvoch susedných strán **vyjadrené v centimetroch**.

Teraz je už jasné, kde urobil Jakub chybu. Rozmery, ktoré pri poslednom obdĺžniku použil, neboli oba dané v centimetroch. Najskôr mal premeniť  $1\text{ m} = 100\text{ cm}$  a až potom mal počítat jeho obsah:  $25 \cdot 100 = 2\,500\text{ cm}^2$ .

- 6 Vyplňte tabuľku.

| Obdĺžnik     |              |                  | Štvorec |                  |
|--------------|--------------|------------------|---------|------------------|
| Jedna strana | Druhá strana | Obsah            | Strana  | Obsah            |
| 6 cm         | 9 cm         |                  | 4 cm    |                  |
| 3 cm         | 15 cm        |                  | 6 cm    |                  |
|              | 12 cm        | $36\text{ cm}^2$ |         | $25\text{ cm}^2$ |
| 6 cm         |              | $48\text{ cm}^2$ |         | $64\text{ cm}^2$ |



- 7** Koľko štvorcíkov so stranou 1 mm „majú“ pri susedných stranách obdĺžniky s rozmermi a) 7 cm a 10 cm, b) 4 cm a 11 cm, c) 12 cm a 5 cm, d) 25 cm a 40 cm?

- 8** Vypočítajte obsahy obdĺžnikov z úlohy 7 v  $\text{mm}^2$ .

*Asi ste si už dali pozor a všetko ste počítali v milimetroch.*

*Obsah obdĺžnika v  $\text{mm}^2$  môžeme vždy vypočítať tak, že vynásobíme dĺžky jeho dvoch susedných strán vyjadrené v milimetroch.*

- 9** Vypočítajte v  $\text{mm}^2$  obsahy obdĺžnikov s rozmermi a) 8 mm a 9 mm, b) 80 cm a 90 cm, c) 56 cm a 40 mm, d) 25 cm a 1 m.

- 10** Doplňte nasledujúce vety:

Obsah obdĺžnika v  $\text{km}^2$  môžeme vždy vypočítať tak, že vynásobíme dĺžky jeho dvoch susedných strán vyjadrené v .....

Obsah obdĺžnika v ..... môžeme vždy vypočítať tak, že vynásobíme dĺžky jeho dvoch susedných strán vyjadrené v metroch.

- 11** Vypočítajte obsah obdĺžnika s rozmermi 4 m a 12 m v a)  $\text{m}^2$ , b)  $\text{cm}^2$ , c)  $\text{mm}^2$ , d)  $\text{dm}^2$ .

- 12** Narysujte dva rôzne obdĺžniky, ktoré majú obsah  $24 \text{ cm}^2$ .

- 13** Vyplňte tabuľku. Ak nie je daná jednotka, použite ktorúkoľvek.

| Obdĺžnik     |                   |                   |                   |                   |      |       |                  |                  |
|--------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------|-------|------------------|------------------|
| Jedna strana | 6 cm              | 3 dm              | 6 m               | 3 dm              | 6 m  | 23 dm |                  | 6 cm             |
| Druhá strana | 90 mm             | 150 cm            | 90 mm             | 15 cm             | 9 mm | 15 cm | 6 cm             |                  |
| Obsah        | ... $\text{mm}^2$ | ... $\text{dm}^2$ | ... $\text{cm}^2$ | ... $\text{mm}^2$ |      |       | 36 $\text{cm}^2$ | 36 $\text{dm}^2$ |

## Chrípkové prázdniny 3

Pripomeňme si ešte raz, že „chrípkové“ prázdniny môže vyhlásiť riaditeľ školy, ak aspoň tri bezprostredne po sebe nasledujúce pracovné dni chýbajú aspoň 3 desatiny všetkých žiakov.

**Úloha 1:** V škole už štyri dni po sebe chýbajú  $\frac{3}{4}$  dievčat a  $\frac{1}{4}$  chlapcov školy. Napriek tomu riaditeľ nemôže vyhlásiť chrípkové prázdniny. Je to možné? Svoju odpoveď zdôvodnite.

**Úloha 2:** V škole je 10 tried, v každej triede je menej ako 35 žiakov. Je možné, aby:

- boli vyhlásené chrípkové prázdniny, hoci v 9 triedach chýbali 3 dni po sebe menej ako 3 desatiny žiakov,
- neboli vyhlásené chrípkové prázdniny, hoci v 9 triedach chýbali 3 dni po sebe aspoň 3 desatiny žiakov?

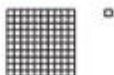
# Premieňanie jednotiek obsahu

**A** k chceme zistiť, ako sa premieňajú jednotky obsahu, pomôžeme si obrázkami. Štvorec s obsahom  $1 \text{ dm}^2$  môžeme rozdeliť na 10 riadkov a 10 stĺpcov. Dostali sme tak štvorce s obsahom  $1 \text{ cm}^2$ . Keďže v každom riadku ich je 10 a riadkov je tiež desať, všetkých ich je  $10 \cdot 10 = 100$ .

Platí teda, že

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

A ako to bude s  $1 \text{ cm}^2$  a  $1 \text{ mm}^2$ ?  
Pomôže vám obrázok?



Platí teda, že

$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

Podobne bude platiť, že

$$1 \text{ m}^2 = 10 \cdot 10 \text{ dm}^2 = 100 \text{ dm}^2$$



- 1** Aká časť štvorcového metra je jeden štvorcový decimeter? Aká časť štvorcového decimetra je jeden štvorcový centimeter? Aká časť štvorcového centimetra je jeden štvorcový milimeter?

Keďže meter štvorcový je stokrát väčší ako decimeter štvorcový, tak jeden decimeter štvorcový je jedna stotina metra štvorcového.

Môžeme teda zapísať:

$$1 \text{ dm}^2 = 0,01 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ cm}^2 = 0,01 \text{ dm}^2$$

$$1 \text{ mm}^2 = 0,01 \text{ cm}^2$$

- 2** Koľko  $\text{mm}^2$  je v jednom  $\text{dm}^2$ ?

Vieme, že jeden decimeter štvorcový možno rozdeliť na 100 centimetrov štvorcových. Každý z týchto 100 centimetrov štvorcových môžeme rozdeliť na 100 milimetrov štvorcových. Preto v jednom decimetri štvorcovom bude  $100 \cdot 100 = 10\,000$  milimetrov štvorcových.

Podobne v  $1 \text{ m}^2$  bude  $10\,000 \text{ cm}^2$ .



**3** Premeňte jednotky.

$1 \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2$

$1 \text{ dm}^2 = \dots \text{ mm}^2$

$1 \text{ dm}^2 = \dots \text{ cm}^2$

$1 \text{ m}^2 = \dots \text{ cm}^2$

$1 \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2$

$1 \text{ km}^2 = \dots \text{ m}^2$

**4** Premeňte jednotky.

$1 \text{ mm}^2 = \dots \text{ cm}^2$

$1 \text{ mm}^2 = \dots \text{ dm}^2$

$1 \text{ cm}^2 = \dots \text{ dm}^2$

$1 \text{ cm}^2 = \dots \text{ m}^2$

$1 \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2$

$1 \text{ m}^2 = \dots \text{ km}^2$



Spomeniete si, aké menej obvyklé jednotky dĺžky používajú železničiar? Sú to hektometre. Čo by bol podľa vás hektometer štvorcový?

Ak ste odpovedali, že obsah štvorca so stranou jeden hektometer, tak ste odpovedali správne. Dá sa to povedať aj tak, že je to obsah štvorca so stranou sto metrov. Takýto obsah nezvykneme nazývať hektometer štvorcový, ale **hektár**. Skratku má **ha**. Ak si zhrnieme, na čo sme zatiaľ prišli, zistíme, že sme ešte nepomenovali obsah štvorca so stranou 10 metrov. Aj takáto jednotka existuje a volá sa **ár**. Jej skratka je jednoducho **a**.

**5** Nájdite na internete alebo v novinách článok, v ktorom sa spomína niektorá z jednotiek hektár alebo ár. Ktorý článok je najzaujímavejší?**6** Koľko  $\text{m}^2$  má jeden ár? A koľko jeden hektár?

Keďže **ár** je obsah štvorca so stranou 10 metrov, skladá sa z  $10 \cdot 10$  štvorcov so stranou 1 meter. Preto platí:

$$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$$

Keďže **hektár** je obsah štvorca so stranou 100 metrov, skladá sa zo  $100 \cdot 100$  štvorcov so stranou 1 meter. Preto platí:

$$1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$$

Z posledných dvoch zápisov je vidieť, že 1 **hektár** je **100** árov. Tak je to v poriadku, lebo predpona hekto- znamená 100-násobok.

Keď si to zhrnieme, môžeme zapísať, že:

$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2 = 10\,000 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ dm}^2 = 1\,000\,000 \text{ cm}^2 = 100\,000\,000 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10\,000 \text{ m}^2 = 1\,000\,000 \text{ dm}^2 = 100\,000\,000 \text{ cm}^2 = 10\,000\,000\,000 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha} = 10\,000 \text{ a} = 1\,000\,000 \text{ m}^2 = 100\,000\,000 \text{ dm}^2 = 10\,000\,000\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000\,000\,000 \text{ mm}^2$$

Pri premieňaní jednotiek teda budeme môcť tiež používať posúvanie desatinnej čiarky. Napríklad pri premieňaní štvorcových centimetrov na štvorcové milimetre stačí posunúť desatinnú čiarku o dve miesta doprava, lebo je to to isté, ako násobenie číslom sto.

$$0,492 \text{ cm}^2 = 49,2 \text{ mm}^2$$


**7** Precvičte si premieňanie jednotiek a vyplňte tabuľku.

| mm <sup>2</sup> | cm <sup>2</sup> | dm <sup>2</sup> | m <sup>2</sup> | a    | ha   | km <sup>2</sup> |
|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|------|------|-----------------|
| 2 300 000       |                 |                 |                |      |      |                 |
|                 |                 | 4 200           |                |      |      |                 |
|                 |                 |                 |                |      | 0,18 |                 |
|                 |                 |                 |                | 9,53 |      |                 |
|                 | 758 000         |                 |                |      |      |                 |
|                 |                 |                 | 100,45         |      |      |                 |
|                 |                 |                 |                |      |      | 0,000 025       |

**8** Premeňte na rovnaké jednotky a vypočítajte.

$$4,3 \text{ m}^2 + 0,17 \text{ a}$$

$$0,002 \text{ km}^2 + 11,5 \text{ ha}$$

$$3\,200 \text{ mm}^2 + 78 \text{ cm}^2$$

**9** Doplňte chýbajúce jednotky.

$$6\,500 \text{ cm}^2 = 65 \dots\dots$$

$$0,029 \text{ ha} = 290 \dots\dots$$

$$370\,000 \text{ cm}^2 = 0,37 \dots\dots$$

$$0,357 \text{ m}^2 = 3\,570 \dots\dots$$

$$3\,000\,000 \text{ m}^2 = 3 \dots\dots$$

$$72\,000 \text{ mm}^2 = 7,2 \dots\dots$$

**10** Usporiadajte zostupne tieto plochy:

0,018 ha; 1 800 000 000 000 mm<sup>2</sup>; 1 800 dm<sup>2</sup>; 180 000 cm<sup>2</sup>; 18 a; 18 000 m<sup>2</sup>; 0,18 km<sup>2</sup>.

**11** Usporiadajte vzostupne tieto plochy:

32 700 m<sup>2</sup>; 327 dm<sup>2</sup>; 3 270 a; 0,003 27 km<sup>2</sup>; 327 000 mm<sup>2</sup>; 0,032 7 ha; 327 000 cm<sup>2</sup>.



# Kde všade sa stretneme s jednotkami obsahu?



**S** jednotkami obsahu sa stretnete na rôznych miestach.



- 1** Predtým, ako sa na niektoré z nich pozrieme, odpovedzte na otázky:
- V akých jednotkách by ste zapísali veľkosť plochy vášho školského dvora?
  - V akých jednotkách sa podľa vás udáva rozloha planéty Zem?
  - V akých jednotkách sa udáva rozloha Slovenska?

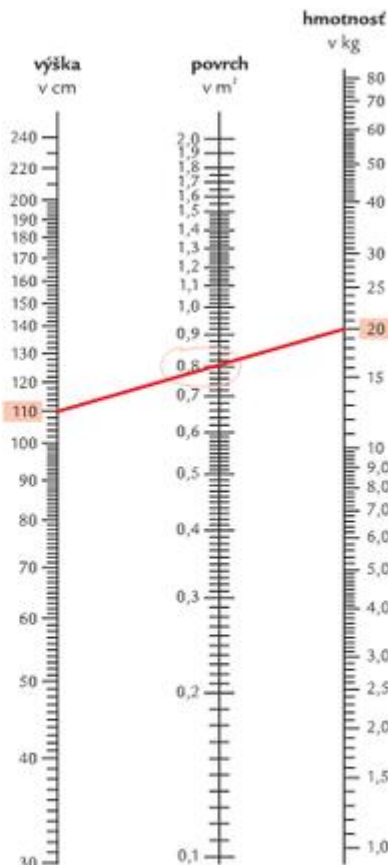
- 2** Pozrite sa na približnú rozlohu ôsmich krajov Slovenska v tabuľke a odpovedzte na otázky:

| Kraj            | Rozloha                 |
|-----------------|-------------------------|
| Trnavský        | 4 147 km <sup>2</sup>   |
| Bratislavský    | 2 053,2 km <sup>2</sup> |
| Trenčiansky     | 4 502 km <sup>2</sup>   |
| Nitriansky      | 6 343,4 km <sup>2</sup> |
| Žilinský        | 6 809 km <sup>2</sup>   |
| Banskobystrický | 9 455 km <sup>2</sup>   |
| Prešovský       | 8 974 km <sup>2</sup>   |
| Košický         | 6 752 km <sup>2</sup>   |

- Ktorý kraj má najväčšiu a ktorý má najmenšiu rozlohu?
- Podľa stránky [www.forestportal.sk](http://www.forestportal.sk) je celková rozloha Slovenska 4 903 397 ha. Skontrolujte, či je táto rozloha rovnaká ako súčet rozlôh jednotlivých krajov.

Pri dávkovaní niektorých liekov potrebuje lekár poznať veľkosť plochy pacientovho tela. Tá sa vypočíta z pacientovej výšky a hmotnosti buď dosadením do vzorca, alebo graficky – pomocou nomogramu.

Na obrázku je znázornený nomogram, ktorý zachytáva vzťah medzi výškou dieťaťa, povrchom jeho tela a hmotnosťou. Tento nomogram sa skladá z troch rovnobežných čiar. Na každej čiare je vyznačená iná veličina: na prvej čiare zľava je to výška dieťaťa v centimetroch, na druhej približný povrch tela v metroch štvorcových a na tretej hmotnosť v kilogramoch. Ak chceme napríklad zistiť približnú veľkosť povrchu tela dieťaťa s výškou 110 cm a hmotnosťou 20 kg, priložíme pravítko k nomogramu tak, aby na prvej čiare prechádzalo hodnotou 110 a na tretej hodnotou 20 (pozrite obrázok). Na strednej čiare potom odčítame hľadanú hodnotu: povrch tela je približne 0,8 m<sup>2</sup>.



- 3 Použitím zobrazeného nomogramu zistíte, aký približne veľký je povrch Petrovho tela, ak je Peter:  
a) vysoký 160 cm a má hmotnosť 60 kg,  
b) vysoký 144 cm a má hmotnosť 48 kg.

- 4 Igor zistil, že má povrch tela  $1,75 \text{ m}^2$ . Akú výšku a hmotnosť má Igor?

- 5 Môže sa stať, že Adam, potom ako vyrástol o 10 cm, má ten istý povrch tela ako predtým?

Na stránke Štatistického úradu SR sme našli tieto údaje:

Štatistický úrad SR

Z hľadiska rozlohy najväčšou obcou v okrese Žilina je Terchová s  $84,5 \text{ km}^2$ , ďalej nasleduje mesto Žilina  $80,0 \text{ km}^2$ . Najmenšiu rozlohu majú obce Hričovské Podhradie  $2,0 \text{ km}^2$ , Kľače  $2,1 \text{ km}^2$ , Hôrky  $2,3 \text{ km}^2$ , Šuja  $2,4 \text{ km}^2$  a Mojš  $2,6 \text{ km}^2$ . K obciam s väčšou rozlohou patria Dlhé Pole  $41,0 \text{ km}^2$ , Rajecká Lesná  $39,3 \text{ km}^2$ , Belá  $38,6 \text{ km}^2$  a Fačkov  $37,5 \text{ km}^2$ .

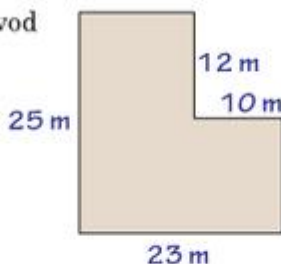
- 6 Zistíte rozlohu vašej obce, vášho mesta, vášho okresu. Porovnajte rozlohu vašej obce s rozlohou uvedených obcí.

- 7 Pozemok v tvare obdĺžnika má rozlohu  $2,55 \text{ ha}$ . Dĺžka pozemku je  $150 \text{ m}$ . Vypočítajte šírku pozemku. Pri riešení vám môže pomôcť, ak si nakreslíte obrázok.

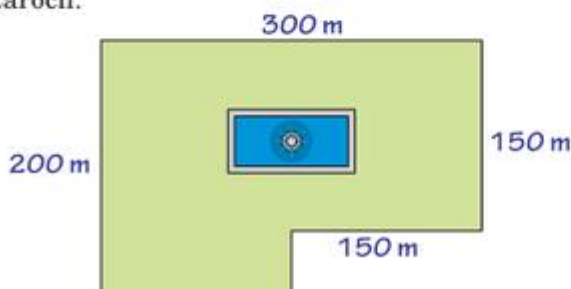
- 8 Koľko zaplatíme za pletivo, z ktorého chceme urobiť plot okolo pozemku z úlohy 7, ak  $10 \text{ m}$  pletiva stojí  $20 \text{ €}$ ?

V skutočnosti ale záhradkár Zbyněk vie, že je lepšie kúpiť trochu viac pletiva, aby pri výrobe plota nechýbal 1 či 2 metre. Pletivo, ktoré neminieme, môžeme odložiť na neskoršie opravy.

- 9 Vypočítajte obsah a obvod pozemku na obrázku.



- 10 Na obrázku vidíte zmenšený trávnatý dvor s fontánou. Vypočítajte rozlohu trávinatej časti, ak rozmery veľkej fontány sú 50 metrov a 100 metrov. Výsledok napíšte v hektároch.



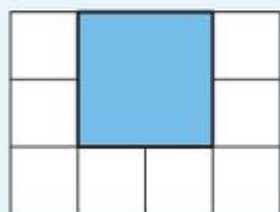


# Obsah pravouhlého trojúhelníka

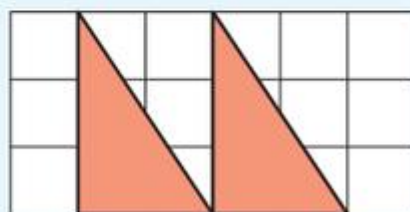


**P**ředstavte si, že si máte vybrat na pěstování zeleniny některé z polí na obrázcích. Strana jednoho štvorce je v skutečnosti 10 metrů. Chcete si vybrat pole, na kterém sa urodí čo najviac úrody. Pôda na týchto poliach je rovnako úrodná, takže ak sú polia rovnako veľké, sú aj rovnako úrodné. Vyberiete si jedno modré pole alebo radšej dve červené?

1. možnosť (jedno štvorcové pole)

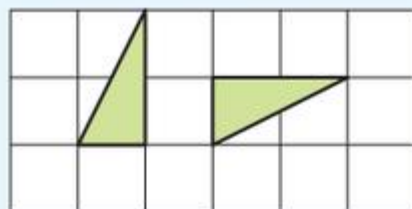


2. možnosť (dve trojuholníkové polia)

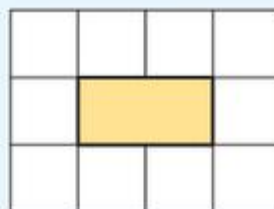


**1** Čo je väčšie: obsah dvoch zelených trojuholníkových polí spolu alebo obsah jedného žltého obdĺžnikového poľa?

1. možnosť (dve trojuholníkové polia)



2. možnosť (jedno obdĺžnikové pole)



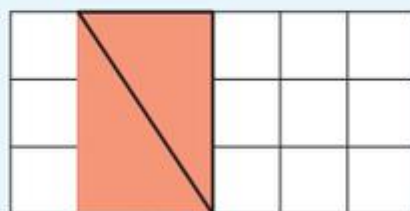
Pozrite sa, ako Andrej riešil úlohu s jedným modrým a dvoma červenými poľami.

Andrej



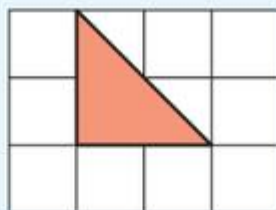
Podľa mňa sú dve červené polia výhodnejšie ako jedno modré. Teda dve červené polia sú viac úrodné.

Keď si tie červené predstavím vedľa seba, tak to je pekne vidieť.



**2** Skúste podobne ako Andrej vyriešiť úlohy s jedným žltým a dvoma zelenými poľami.

- 3 Aký je obsah trojuholníka na obrázku, ak strana štvorca je 1 cm?

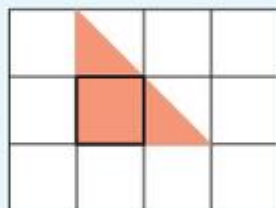


Pozrite sa, ako si s touto úlohou poradili naši kamaráti.

Andrej



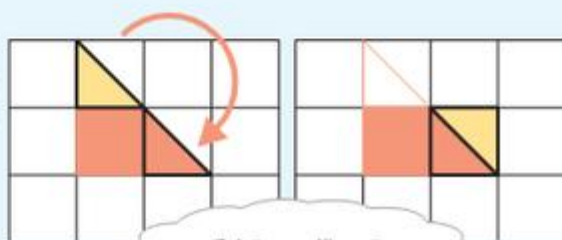
Podľa mňa je správna odpoveď  $1 \text{ cm}^2$ , lebo v trojuholníku je len jeden celý štvorček s obsahom  $1 \text{ cm}^2$ , pozrite:



Nataša



Ale okrem toho jedného štvorčeka sú tam ešte dve polovice štvorčekov a tie spolu vytvoria druhý štvorček.

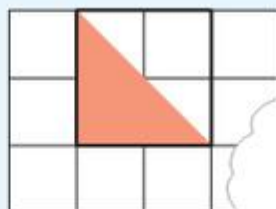


Takže podľa mňa je jeho obsah  $2 \text{ cm}^2$ .

Petra



Ja som si predstavila, že červený trojuholník je polovica takéhoto štvorca:

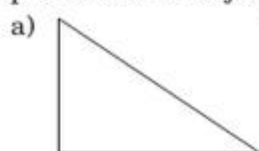


Tento štvorec má obsah  $2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}^2$ . Takže červený trojuholník bude mať obsah polovičný, čiže  $2 \text{ cm}^2$ . Tiež mi to vychádza tak ako Nataši.

- 4 Kto vyriešil úlohu správne, Andrej, Nataša alebo Petra?

Aj vám vyšlo, že úlohu správne vyriešili Nataša a Petra? Andrej síce správne zistil, koľko celých štvorčekov s obsahom  $1 \text{ cm}^2$  je v trojuholníku, ale zabudol na to, že z dvoch malých trojuholníkov vznikne ešte jeden štvorček. Keby to bola záhrada, tak aj táto časť prinesie úrodu.

- 5 Určte obsah trojuholníkov na obrázku. Ak potrebujete, prekreslite si trojuholníky na štvorčekový papier.





# POČÍTAME S DESATINNÝMI ČÍSLAMI I

## SČÍTANIE A ODČÍTANIE DESATINNÝCH ČÍSEL

**S** pomeňte si na sčítanie a odčítanie prirodzených čísel.

**1** Vypočítajte:  $3\,452 + 51\,326$ ,  $2\,308 + 30\,216$ ,  $568\,417 + 41\,876$

**2** Vypočítajte.

$$\begin{array}{r} 54\,738 \\ + 25\,051 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 247\,244 \\ + 30\,816 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 688\,475 \\ + 9\,471\,668 \\ \hline \end{array}$$

**3** Určte súčet čísel a)  $10\,897$  a  $376\,842$ , b)  $56\,397$ ,  $8\,598$  a  $429\,569$ .

**4** Ktoré číslo treba doplniť namiesto hviezdičky, aby platila rovnosť:  
a)  $2\,804 - \star = 391$ , b)  $\star - 7\,894 = 4\,675$

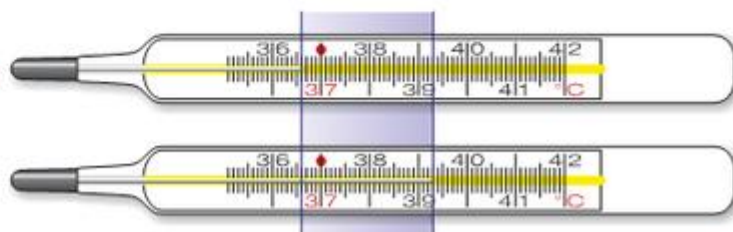
*Pri sčítaní dvoch prirodzených čísel zisťujeme, z koľkých jednotiek, desiatok, stoviek atď. sa skladá hľadaný súčet. Sčítame preto jednotky prvého čísla s jednotkami druhého čísla, desiatky prvého čísla s desiatkami druhého čísla atď. Najlepšie je to vidieť pri sčítaní pod sebou.*

*Aj so sčítaním desatinných čísel sme sa už stretli pri počítaní s teplotami, eurami a centmi a metrami a milimetrami. Pamätáte si to?*

## Pripomíname si počítanie s teplotou

**5** Ráno som mal teplotu  $36,6\,^{\circ}\text{C}$ . V priebehu dňa mi do večera stúpila o  $2,7\,^{\circ}\text{C}$ . Akú teplotu som mal večer?

*Pripomeňme si, ako sme takéto úlohy počítali, keď sme ešte nepoznali desatinné čísla.*



Vieme, že zvýšenie teploty o  $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$  je stúpnutie výplne v teplomere o jeden dielik. Zvýšenie o  $2,7\text{ }^{\circ}\text{C}$  je stúpnutie náplne o 2 celé stupne a 7 dielikov. Dostaneme  $39\text{ }^{\circ}\text{C}$  a 3 dieliky, teda  $39,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Večer som mal teplotu  $39,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



6 Na akú hodnotu stúpila alebo klesla teplota?

$36,5 + 3,4$      $40,4 - 2,3$      $37,5 + 2,8$      $39,2 - 2,6$      $5,5 + 12,6$      $54,6 - 16,9$

## Pripomíname si počítanie s eurami a centmi

7 Mal som  $24,62\text{ €}$ . Za nákup som zaplatil  $8,75\text{ €}$ . Koľko eur mi zostalo?



Pripomeňme si, ako sme takéto úlohy počítali, keď sme ešte nepoznali desatinné čísla.

Pomohli sme si tým, že sme jednotlivé sumy vyjadrili v centoch:

$$24,62\text{ €} = 2\,462\text{ centov}$$

$$8,75\text{ €} = 875\text{ centov}$$

$$2\,462 - 875 = 1\,587$$

$$1\,587\text{ centov} = 15,87\text{ €}$$



Jozef

Zostalo mi  $15,87\text{ €}$ .

8 Ako to bolo s inými nákupmi? Vypočítajte ešte niekoľko úloh s cenami v eurách.

$18,76 - 4,35$      $32,24 + 6,52$      $23,16 - 14,33$      $8,76 + 23,28$      $45,07 - 34,80$

9 Vypočítajte príklady na násobenie.

$2 \cdot 4,31$      $2 \cdot 9,84$      $2 \cdot 75,66$      $3 \cdot 2,01$      $3 \cdot 4,64$      $3 \cdot 184,65$   
 $10 \cdot 6,28$      $10 \cdot 5,87$      $10 \cdot 8,07$      $100 \cdot 4,19$      $100 \cdot 6,73$      $1\,000 \cdot 6,72$

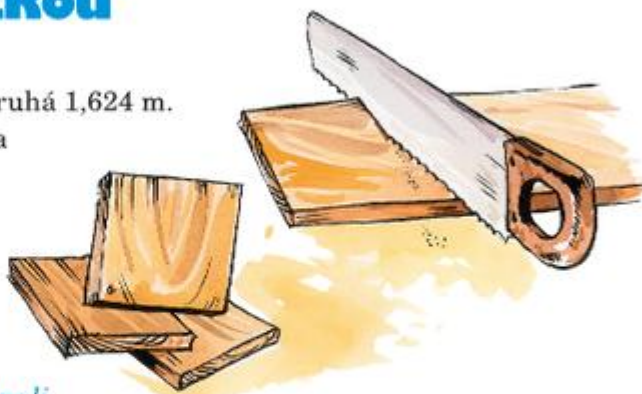


## Pripomíname si počítanie s dĺžkou



10

Jedna lata je dlhá 3,768 metra, druhá 1,624 m.  
O koľko metrov je prvá lata dlhšia ako druhá?



*Pripomeňme si, ako sme takéto úlohy počítali, keď sme ešte nepoznali desatinné čísla.*

*Obe dĺžky sme premenili na milimetre. Pritom sme využili, že  $1 \text{ m} = 1\,000 \text{ mm}$ . Príklad sme riešili v milimetroch – bez desatinných čísel:*

$$3,768 \text{ m} = 3,768 \cdot 1\,000 \text{ mm} = 3\,768 \text{ mm}$$

$$1,624 \text{ m} = 1,624 \cdot 1\,000 \text{ mm} = 1\,624 \text{ mm}$$

$$3\,768 - 1\,624 = 2\,144$$

$$2\,144 \text{ mm} = 2\,144 : 1\,000 \text{ m} = 2,144 \text{ m}$$

*Prvá lata je o 2,144 m dlhšia ako druhá.*



11

Počítajte s dĺžkami vyjadrenými v metroch.

$$45,826 - 3,713$$

$$132,406 + 56,232$$

$$45,78 + 9,784$$

$$132,463 - 88,527$$

12

Počítajte s dĺžkami vyjadrenými v decimetroch.

$$75,86 - 3,13$$

$$12,06 + 356,23$$

$$83,57 + 723,68$$

$$48,7 + 9,78$$

$$732,46 - 86,57$$

13

Vypočítajte príklady na násobenie.

$$2 \cdot 4,321$$

$$2 \cdot 9,834$$

$$2 \cdot 75,665$$

$$3 \cdot 2,013$$

$$3 \cdot 4,624$$

$$3 \cdot 184,645$$

$$10 \cdot 6,083$$

$$10 \cdot 5,309$$

$$10 \cdot 23,518$$

$$100 \cdot 7,929$$

$$100 \cdot 6,277$$

$$1\,000 \cdot 4,807$$



*Vráťme sa k úlohám s latami. Pri ich riešení sme potrebovali odčítať dve desatinné čísla*

$$1,768 - 0,973.$$

*Pomohli sme si tak, že sme údaje v metroch premenili na milimetre. Teda obe čísla sme vynásobili číslom 1 000, to znamená, že sme posunuli desatinnú čiarku o 3 miesta doprava.*

Dostali sme tak príklad v prirodzených číslach

$$1\,768 - 973$$

a ten sme vypočítali:

$$1\,768 - 973 = 795.$$

Výsledok, ktorý sme dostali, bol v milimetroch, preto sme ho premenili naspäť na metre. Teda

**obe čísla sme vydělili číslom 1 000, to znamená, že sme posunuli desatinnú čiarku o 3 miesta doľava.**

Dostali sme výsledok **0,795**

Skrátene môžeme celý výpočet zapísať takto:

$$1,768 - 0,973 = 0,795$$

Pomocný výpočet:

$$1\,768 - 973 = 795$$

Tento postup teraz použijeme na sčítanie a odčítanie ľubovoľných dvoch čísel.

**14** Najprv to skúste sami.

$$5,362 + 2,427$$

$$45,67 - 31,25$$

$$6,420\,3 + 2,51$$

Pozrite sa, ako príklad  $6,420\,3 + 2,51$  správne vyriešil Viktor.

Mám sčítať dve čísla. Jedno z nich má štyri desatinné miesta, druhé iba dve. Aby som sa nepomýlil, urobím aj z druhého čísla desatinné číslo so štyrmi desatinnými miestami.

$$2,51 = 2,510\,0$$

V oboch číslach posuniem desatinnú čiarku o 4 miesta doprava a príklad vypočítam.

$$64\,203 + 25\,100 = 89\,303$$

Napokon posuniem v celom príklade desatinnú čiarku naspäť, teda o 4 miesta doľava.

$$6,420\,3 + 2,510\,0 = 8,930\,3$$



**15** Počítajte ako Viktor – správne posuňte desatinnú čiarku.

$$34,5 - 2,3$$

$$2,6 + 52,7$$

$$4,2 - 0,18$$

$$6,702 - 3,81$$

$$8,02 + 9,203$$



**A** j vy si pri viacciferných číslach pomáhate počítaním pod sebou?

Máme vypočítať príklad  $2,405\,2 - 0,087\,82$ .

Posunieme desatinnú čiarku o 5 miest doprava.

Príklad tentokrát napíšeme pod seba a vypočítame.

$$\begin{array}{r} 240\,520 \\ - 8\,782 \\ \hline 231\,738 \end{array}$$

Teraz stačí posunúť desatinnú čiarku naspäť, teda o 5 miest doľava:  $2,405\,2 - 0,087\,82 = 2,317\,38$ .





**16** Počítajte pod sebou.

$32,728 - 6,27$

$18,68 + 2,8573$

$849,2736 - 83,19$

$28,9 + 6,02738$

**17** Dajte si pozor pri počítaní.

$347,84 - 21,425$

$3478,4 - 21,425$

$34,784 - 2,1425$

$34,784 - 0,21425$

$3,4784 - 2,1425$

$3,4784 - 0,21425$

$34,784 - 0,021425$

$0,34784 - 0,021425$

**18** Čím sú zaujímavé tieto príklady? Počítajte po stĺpcoch.

$3,4 + 5,7$

$0,34 + 1,8$

$5,06 + 0,96$

$0,56 + 0,49$

$34,67 + 8,763$

$9,1 - 3,4$

$2,14 - 0,34$

$6,02 - 5,06$

$1,05 - 0,49$

$43,433 - 8,763$

$9,1 - 5,7$

$2,14 - 1,8$

$6,02 - 0,96$

$1,05 - 0,56$

$43,433 - 34,67$

**19** Z nasledujúcich piatich čísel vyberte dve a sčítajte ich. Potom vyberte inú dvojicu a opäť vypočítajte súčet. Robte to tak dlho, kým nenájdete súčty všetkých možných dvojíc. Je ich celkom desať.

$0,78$

$5,706$

$43,68$

$0,0649$

$362,5$

**20** Napísali sme vám prvé štyri čísla číselnej postupnosti. Napíšte ďalších 5 členov tejto postupnosti tak, aby logicky nasledovali za prvými štyrmi.

a) 4,6    4,2    3,8    3,4    b) 2,73    2,81    2,89    2,97

**21** Vypočítajte príklady  $\square + \square - \square$ ,  $\square + \square - \square$  pre tieto čísla:

a) 5,76

42,876

6,052

5,472

3,6

0,043

b) 8,62

21,613

11,0278

9,275

8,04

2,67012

**22** Počítajte po dvojiciach v stĺpcoch. Dajte si pozor na zátvorky.

$4,5 - 2,6 + 0,8$

$21,5 - 8,456 + 0,79$

$4,5 - (2,6 + 0,8)$

$21,5 - (8,456 + 0,79)$

$6,2 - (0,068 + 5,27)$

$46,043 - (4,88 + 19,4653)$

$6,2 - 0,068 + 5,27$

$46,043 - 4,88 + 19,4653$



**23** Zistite, ktoré z dvoch susedných čísel je väčšie a o koľko. Pozor, sú to štyri úlohy!

$0,0675$

$0,56$

$4,3$

$34,125$

$420,32$

**24** Čím sú zaujímavé tieto dvojice príkladov?

$-1,5 = 3,2$

$3,2 + 1,5$

$-0,8 = 2,4$

$2,4 + 0,8$

$-0,62 = 8,59$

$8,59 + 0,62$

$-3,04 = 4,03$

$4,03 + 3,04$

$-6,173 = 4,81$

$4,81 + 6,173$

$-9,007 = 12,03$

$12,03 + 9,007$

**25** Nájdite vynechané čísla. Pomôže vám pri tom predchádzajúca úloha?

$\square - 1,7 = 8,1$

$\square - 14,76 = 234,856$

$\square - 0,07 = 0,46$

$\square - 21,5 = 8,41$

$\square - 4,07 = 0,78$

$\square - 5,7 = 5,7$

$\square - 0,9 = 6,2$

$\square - 0,17 = 7,56$

$\square - 1,347 = 8,87$

$\square - 0,068 = 0,24$

**26** Odpovedzte na otázky.

- Ktoré číslo je o 2,03 väčšie ako číslo 8,415?
- Ktoré číslo je o 4,108 2 menšie ako číslo 12,3?
- Od ktorého čísla je číslo 6,839 o 4,3 väčšie?
- Od ktorého čísla je číslo 82,34 o 7,819 2 menšie?



**27** Baltazár má naštrených o 14,45 € viac ako Peter a Lucia dokopy. Peter má naštrené rovnako ako Lucia. Všetci traja spolu našetrili 134,45 €. Koľko má kto naštrené?

**28** Na hodinách matematiky dostávali žiaci za prácu body. V tabuľke je uvedené, kto koľko bodov získal.

| Meno | Táňa  | Kamil | Soňa  | Lea   | Ivka  | Tomáš | Rudo  | Klára | Jano  |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Body | 127,8 | 108,4 | 113,6 | 132,3 | 101,8 | 99,6  | 114,8 | 107,6 | 119,7 |

- Kto získal najviac bodov a kto najmenej?
- Aký je rozdiel bodov medzi žiakom s najlepším výsledkom a tým, ktorému sa darilo najmenej?
- Koľko bodov chýba druhému v poradí, aby dobehol prvého?
- Koľko bodov získali všetci spolu?
- Jednotku dostali iba tí, ktorí mali viac ako 110 bodov. Kto dostal jednotku?

**29** Myslím si číslo. Ak od neho odčítam 3,812, dostanem číslo, ktoré je o 4,67 väčšie ako 7,713 3. Ktoré číslo si myslím?

## Cestovanie vlakom 4

Pri riešení nasledujúcich úloh budete potrebovať tabuľky z časti *Cestovanie vlakom 3*, ktoré sú na strane 25.

Tomášovi rodičia nedávno chceli cestovať vozňom 2. triedy z Hlavnej stanice v Bratislave do Maďuníc. Tomášova mama si potrebovala v Pezinku niečo vybaviť, a tak si kúpila dva lístky. Jeden z Bratislavy do Pezinka, druhý z Pezinka do Maďuníc. Tomášov otec si kúpil lístok priamo do Maďuníc.

**Úloha 1:** Koľko zaplatil za cestu Tomášov otec a koľko Tomášova mama?

Tomášov otec bol veľmi prekvapený, že platil viac ako mama. Myslel si, že je to náhoda. Preto vyskúšal, či sa niečo podobné môže stať aj pri ceste vlakom 2. triedy z Hlavnej stanice v Bratislave do Trenčína.

**Úloha 2:** Podarilo sa mu kúpiť dva vhodné lístky tak, že miesto 5,96 € za jeden lístok priamo do Trenčína, zaplatil za tie dva len 5,56 €. Zistite, aké (odkiaľ – kam) dva lístky si kúpil.

Tomášov otec bol na seba pyšný, no jeho manželka bola ešte šikovnejšia a prekonala ho. Trasu si rozdelila až na štyri časti a za štyri lístky zaplatila len 5,12 €.

**Úloha 3:** Nájdite jedno také rozdelenie trate Bratislava – Trenčín na tri úseky, aby ste za tri lístky platili menej ako Tomášov otec.

**Úloha 4:** Podarí sa vám nájsť to rozdelenie trate Bratislava – Trenčín na 4 úseky, ktoré použila Tomášova mama?





# Desatiny s desatinami, stotiny so stotinami...



**P**ri sčítaní dvoch desatinných čísel si môžeme pomôcť rovnako ako pri sčítaní prirodzených čísel: sčítavať jednotky s jednotkami, desiatky s desiatkami, stovky so stovkami atď.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 5 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 5 & 9 & 8 & 7 \\ \hline \end{array}$$

Pri desatinných číslach budeme okrem toho sčítavať aj desatiny s desatinami, stotiny so stotinami, tisíciny s tisícinami atď.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 5 & 6 & , & 2 & 4 & 3 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 5 & 3 & 1 & , & 4 & 1 & 5 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 5 & 9 & 8 & 7 & , & 6 & 5 & 8 \\ \hline \end{array}$$



**1** Spočítajte viacfarebné čísla.

$$\begin{array}{llll} 45,67 + 42,31 & 26,3524 + 51,4272 & 324,522 + 64,365 & 7,183 + 12,41 \\ 34,56 + 23,238 & 4,6342 + 0,25 & 0,03472 + 0,26305 & 34,06 + 5,7289 \end{array}$$

**2** Poradíte si aj bez farieb? Vypočítajte.

$$\begin{array}{llll} 252,3 + 445,2 & 5308,6 + 2471,3 & 43,26 + 25,326 & 3,264 + 62,51 \\ 25,23 + 44,52 & 530,86 + 247,13 & 4,326 + 2,5326 & 0,3264 + 6,251 \\ 2,523 + 4,452 & 53,086 + 24,713 & 0,4326 + 0,25326 & 0,03264 + 0,6251 \end{array}$$

Úplne rovnako sa dá aj odčítať.

**3** Odčítajte viacfarebné čísla.

$$\begin{array}{lll} 76,82 - 42,31 & 374,598 - 64,365 & 34,564 - 23,23 \\ 0,3978 - 0,0265 & 37,4686 - 5,12 & 4,6742 - 0,25 \end{array}$$

**4** Poradíte si aj bez farieb? Vypočítajte.

$$\begin{array}{llll} 856,3 - 445,2 & 5978,6 - 2471,3 & 56,86 - 25,32 & 763,964 - 62,51 \\ 85,63 - 44,52 & 597,86 - 247,13 & 5,686 - 2,532 & 76,3964 - 6,251 \\ 8,563 - 4,452 & 59,786 - 24,713 & 0,5686 - 0,2532 & 7,63964 - 0,6251 \end{array}$$

Nie vždy je to ale také ľahké. Skôr, ako sa pozrieme na trochu náročnejšie príklady, najprv si niečo pripomenieme.





- 5** Správne ústne doplňte.  
10 stoviek je ..... tisícika  
..... desiatok je 1 stovka

10 stotín je 1 .....  
..... tisícín je 1 stotina

10 ..... je 1 celá  
10 desaťtisícín je 1 .....



- 6** Pomôže vám predchádzajúca úloha pri počítaní týchto príkladov?

|             |           |             |               |                 |                       |
|-------------|-----------|-------------|---------------|-----------------|-----------------------|
| $60 + 80$   | $6 + 8$   | $0,6 + 0,8$ | $0,06 + 0,08$ | $0,006 + 0,008$ | $0,000\ 6 + 0,000\ 8$ |
| $340 + 90$  | $34 + 9$  | $3,4 + 0,9$ | $0,34 + 0,09$ | $0,034 + 0,009$ | $0,003\ 4 + 0,000\ 9$ |
| $340 + 290$ | $34 + 29$ | $3,4 + 2,9$ | $0,34 + 0,29$ | $0,034 + 0,029$ | $0,003\ 4 + 0,002\ 9$ |

Pozrite, ako príklad  $0,34 + 0,29$  vypočítal Karol.

Začnem od konca:

**4 + 9** stotín je **13** stotín. To sa rovná **1** desatine a **3** stotinám.  
Zapišem **3** a **1** desatinu pridám k desatinám.

$$0,34 + 0,29 = \dots\dots 3$$

**3 + 2 + 1** desatina je **6** desatín. Zapišem **6** a dokončím zápis.

$$0,34 + 0,29 = 0,63$$

Karol



10 stotín  
je 1 desatina.



- 7** Vypočítajte podobne.

$0,45 + 0,27$     $0,56 + 0,78$     $0,056 + 0,083$     $2,78 + 0,49$     $23,87 + 8,16$     $0,075\ 9 + 0,048\ 3$



Teraz to skúsime s odčítaním.

- 8** Vypočítajte

|             |           |             |               |                 |                       |
|-------------|-----------|-------------|---------------|-----------------|-----------------------|
| $120 - 80$  | $12 - 8$  | $1,2 - 0,8$ | $0,12 - 0,08$ | $0,012 - 0,008$ | $0,001\ 2 - 0,000\ 8$ |
| $340 - 90$  | $34 - 9$  | $3,4 - 0,9$ | $0,34 - 0,09$ | $0,034 - 0,009$ | $0,003\ 4 - 0,000\ 9$ |
| $740 - 290$ | $74 - 29$ | $7,4 - 2,9$ | $0,74 - 0,29$ | $0,074 - 0,029$ | $0,007\ 4 - 0,002\ 9$ |

Pozrite, ako príklad  $0,074 - 0,029$  vypočítal Karol.

Začnem od konca:

**4 - 9** tisícín nejde odčítať. Musím si požičať **10** tisícín, teda **1** stotinu. **14 - 9** tisícín je **5** tisícín. Zapišem **5** a **1** stotinu musím vrátiť, teda odčítať.

$$0,074 - 0,029 = \dots\dots 5$$

**7 - 2 - 1** stotina sú **4** stotiny. Zapišem **4** a dokončím zápis.

$$0,074 - 0,029 = 0,045$$

Karol



10 tisícín  
je 1 stotina.





9

Vypočítajte.

$$0,45 - 0,27 \quad 0,56 - 0,29 \quad 0,156 - 0,083 \quad 2,18 - 0,49 \quad 5,23 - 0,442 \quad 0,075 - 0,0423$$



10

Vypočítajte.

$$\begin{array}{lllll} 4,7 \cdot 10 & 6,8 \cdot 100 & 3,24 \cdot 1\,000\,000 & 34,8 : 10 & 65,32 : 100 \\ 6,43 : 10\,000 & 56 : 10 & 345 : 1\,000 & 87 : 1\,000\,000 & \end{array}$$

11

V daných číslach posuňte desatinnú čiarku a) o 1 miesto doprava, b) o 2 miesta doprava, c) o 3 miesta doľava.

$$45\,678,361 \quad 4\,675,67 \quad 45 \quad 0,067 \quad 567 \quad 1,6 \quad 0,0069$$



Pozrite sa, ako príklad  $70,6945 + 348,956$  počítala Janka.



Keď mám sčítovať desatiny s desatinami, stotiny so stotinami atď., tak je pre mňa najlepšie, keď si čísla napíšem pekne pod seba.

A to tak, aby boli desatiny pod desatinami, stotiny pod stotinami atď.

$$\begin{array}{r} 70,6945 \\ + 348,956 \\ \hline \end{array}$$

Desatinné čiarky musia byť pod sebou. A potom počítam, ako keby som mala prirodzené čísla.

|                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1</p> <p>Kde potrebujem, doplním nuly</p> $\begin{array}{r} 070,6945 \\ + 348,9560 \end{array}$ <p>a začnem počítat od konca.</p>                                                                     | <p>2</p> <p><math>0 + 5 = 5</math>,<br/>5 zapíšem,<br/>nič mi nezostalo.</p> $\begin{array}{r} 070,6945 \\ + 348,9560 \\ \hline \phantom{000}5 \end{array}$                                               | <p>3</p> <p><math>6 + 4 = 10</math>,<br/>0 zapíšem,<br/>1 si poznačím.</p> $\begin{array}{r} 070,6945 \\ + 348,95\overset{1}{6}0 \\ \hline \phantom{000}05 \end{array}$                                              | <p>4</p> <p><math>1 + 5 + 9 = 15</math>,<br/>5 zapíšem,<br/>1 si poznačím.</p> $\begin{array}{r} 070,6945 \\ + 348,9\overset{1}{5}\overset{1}{6}0 \\ \hline \phantom{000}505 \end{array}$                                |
| <p>5</p> <p><math>1 + 9 + 6 = 16</math>,<br/>6 zapíšem,<br/>1 si poznačím.</p> $\begin{array}{r} 070,6945 \\ + 348\overset{1}{1},9\overset{1}{5}\overset{1}{6}0 \\ \hline \phantom{000}6505 \end{array}$ | <p>6</p> <p><math>1 + 8 + 0 = 9</math>,<br/>9 zapíšem,<br/>nič nezostalo.</p> $\begin{array}{r} 070,6945 \\ + 348\overset{1}{1},9\overset{1}{5}\overset{1}{6}0 \\ \hline \phantom{000}9,6505 \end{array}$ | <p>7</p> <p><math>7 + 4 = 11</math>,<br/>1 zapíšem,<br/>1 si poznačím.</p> $\begin{array}{r} 070,6945 \\ + 3\overset{1}{4}8\overset{1}{1},9\overset{1}{5}\overset{1}{6}0 \\ \hline \phantom{000}19,6505 \end{array}$ | <p>8</p> <p><math>1 + 3 + 0 = 4</math>,<br/>4 zapíšem<br/>a mám výsledok.</p> $\begin{array}{r} 070,6945 \\ + 3\overset{1}{4}8\overset{1}{1},9\overset{1}{5}\overset{1}{6}0 \\ \hline \phantom{000}419,6505 \end{array}$ |



**12** Vypočítajte. Čísla si zapíšete správne pod seba.

$34,87 + 6,54$

$342,05 + 68,36$

$56,78 + 19,69$

$345,38 + 37,86$

$463,2 + 58,45$

$6,787 + 3,5012$

$23,811 + 0,4972$

$6,2944 + 14,836$

Podobne, ako Janka sčítala dve desatinné čísla, dajú sa desatinné čísla aj odčítat. Ukážeme si to na príklade:

$$\begin{array}{r} 925,692 \\ - 44,9563 \\ \hline \end{array}$$



Janka

|                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>1</b></p> <p>Kde potrebujem, doplním nuly</p><br>$\begin{array}{r} 925,6920 \\ - 044,9563 \\ \hline \end{array}$ <p>a začnem počítat od konca.</p>                                                             | <p><b>2</b></p> <p>0 - 3 sa nedá odčítat, musím si požičať.</p> <p><math>10 - 3 = 7</math></p> <p>7 zapíšem, 1 si poznačím.</p><br>$\begin{array}{r} 925,6920 \\ - 044,9563 \\ \hline \phantom{000}7 \end{array}$ | <p><b>3</b></p> <p>2 - 6 - 1 sa nedá, musím si požičať.</p> <p><math>12 - 6 - 1 = 5</math></p> <p>5 zapíšem, 1 si poznačím.</p><br>$\begin{array}{r} 925,6920 \\ - 044,9563 \\ \hline \phantom{000}57 \end{array}$ | <p><b>4</b></p> <p><math>9 - 5 - 1 = 3</math>, 3 zapíšem.</p><br>$\begin{array}{r} 925,6920 \\ - 044,9563 \\ \hline \phantom{000}357 \end{array}$             |
| <p><b>5</b></p> <p>6 - 9 sa nedá odčítat, musím si požičať.</p> <p><math>16 - 9 = 7</math></p> <p>7 zapíšem, 1 si poznačím.</p><br>$\begin{array}{r} 925,6920 \\ - 044,9563 \\ \hline \phantom{000}7357 \end{array}$ | <p><b>6</b></p> <p><math>5 - 4 - 1 = 0</math></p> <p>0 zapíšem.</p><br>$\begin{array}{r} 925,6920 \\ - 044,9563 \\ \hline \phantom{000}0,7357 \end{array}$                                                        | <p><b>7</b></p> <p>2 - 4 sa nedá, musím si požičať.</p> <p><math>12 - 4 = 8</math></p> <p>8 zapíšem, 1 si poznačím.</p><br>$\begin{array}{r} 925,6920 \\ - 0144,9563 \\ \hline \phantom{000}80,7357 \end{array}$   | <p><b>8</b></p> <p><math>9 - 0 - 1 = 8</math></p> <p>8 zapíšem.</p><br>$\begin{array}{r} 925,6920 \\ - 0144,9563 \\ \hline \phantom{000}880,7357 \end{array}$ |

**13** Prepíšte dané príklady pod seba a vypočítajte.

$34,287 - 6,574$

$3462,035 - 698,362$

$562,728 - 19,869$

$345,8 - 44,86$



# Precvičte si sčítanie a odčítanie desatinných čísel



**1** Vypočítajte.

a)  $2,03 + 4,18$

b)  $41,85 + 23,17$

c)  $0,0175 - 0,0092$

d)  $103,54 - 101,55$

**2** Čím sú zaujímavé tieto príklady? Počítajte po stĺpcoch.

$3,25 - 0,72$

$7,29 - 3,81$

$12,827 - 3,96$

$187,4 - 3,85$

$3,25 - 2,53$

$7,29 - 3,48$

$12,827 - 8,867$

$187,4 - 183,55$

$0,72 + 2,53$

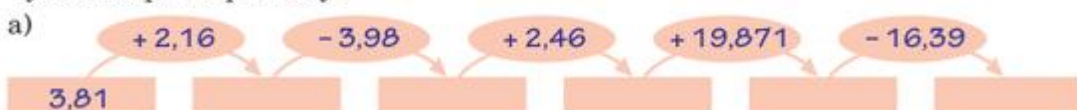
$3,81 + 3,48$

$3,96 + 8,867$

$3,85 + 183,55$

**3** Vyriešte šípkové príklady.

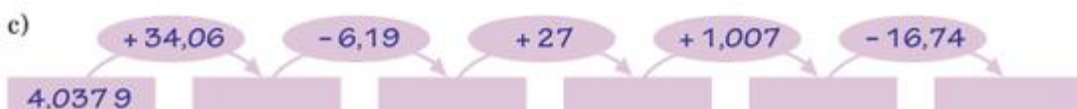
a)



b)



c)



**4** Pamätáte sa na Cifroša Hviezdičku? Cifra, na ktorú ukázal svojou kúzelnou paličkou, sa zmenila na hviezdičku. Odhviezdičkujte príklady.

a) 
$$\begin{array}{r} 4\star, 2\star \\ + 3, \star 5 \\ \hline 51, 36 \end{array}$$

b) 
$$\begin{array}{r} \star 7, \star 1\star \\ - \star, \star \star 8 \\ \hline 29, 026 \end{array}$$

c) 
$$\begin{array}{r} 6\star, \star 98\star \\ + \star 7, 9\star \star 4 \\ \hline 84, 4790 \end{array}$$

d) 
$$\begin{array}{r} 5\star 9\star, \star 8\star \\ - \star 8\star 4, 7\star 5 \\ \hline 3477, 032 \end{array}$$

**5** Vypočítajte. Pomôžete si sčítaním?

$2 \cdot 5,3$

$2 \cdot 0,67$

$2 \cdot 37,836$

$2 \cdot 0,00564$

$3 \cdot 6,4$

$3 \cdot 0,487$

$3 \cdot 238,056$

$2 \cdot 2 \cdot 0,38$

**6** Čím sú tieto dvojice príkladov zaujímavé?

$4,9 - \square = 3,2$

$4,9 - 3,2$

$0,47 - \square = 0,056$

$0,47 - 0,056$

$6,18 - \square = 4,5$

$6,18 - 4,5$

$12,284 - \square = 3,63$

$12,284 - 3,63$

$5,2 - \square = 4,388$

$5,2 - 4,388$

$83,0407 - \square = 36,217$

$83,0407 - 36,217$

**7** Nájdite vynechané čísla. Pomôže vám pri tom predchádzajúca úloha?

$5,9 - \square = 3,4$

$4,06 - \square = 0,32$

$36 - \square = 7,2$

$23,04 - \square = 18,503$

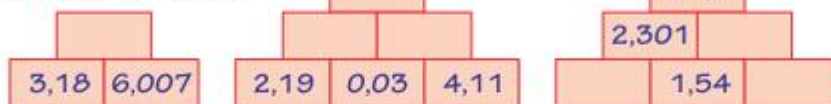
$41,3 - \square = 5,8$

$1,2 - \square = 0,74$

$0,69 - \square = 0,098$

$4,239 - \square = 5,2$

8 Vyplníte sčítacie pyramídy.



9 Ktoré čísla sa skrývajú pod kartičkami?

$$2,013 + \text{A} = 4,217$$

$$5,95 - \text{B} = 2,809$$

$$\text{C} - 43,028 = 2,018 \text{ 42}$$

$$4,03 + \text{D} = 12,108 - 2,8$$

10 Niekedy si môžeme ušetriť námahu, ak budeme sčítovať a odčítovať v inom poradí ako zaradom zľava doprava. Dokážete také „výhodnejšie“ poradie nájsť aj v nasledujúcich úlohách?

a)  $0,8 + 3,72 + 9,2 - 2,72$

c)  $0,44 + 2,1 + 1,56 + 7,9$

b)  $3,12 - 3,8 + 4,88 + 13,8$

d)  $11,3 - 0,6 + 8,7 + 10,6$

11 a) Od ktorého čísla je číslo 85,23 o 47,3 menšie a od ktorého je o 29,067 väčšie?  
b) Ktoré číslo je o 34,82 menšie a ktoré je o 21,75 väčšie ako číslo 114,845?  
c) Od ktorého čísla je číslo 67,02 o 31,2 väčšie a od ktorého je o 45,002 menšie?

12 Počítajte po stĺpcoch. Pozor na zátvorky!

$$20,1 - 3,5 - 3,02 + 4,23$$

$$20,1 - 3,5 - (3,02 + 4,23)$$

$$20,1 - (3,5 - 3,02) + 4,23$$

$$20,1 - (3,5 + 3,02 + 4,23)$$

## Beh po schodoch



Empire State Building v centre New Yorku. Hore 1 576 schodmi až na 86. poschodie vo výške 320 metrov, kde je prvá vyhliadková plošina.

**Úloha 1:** Paľo chcel zistiť, koľko schodov vedie z poschodia na poschodie. Po delení  $1\,576 : 86$  mu ale nevyšlo celé číslo. Preto usúdil, že aspoň jeden z údajov (počet schodov alebo počet poschodí) je zlý. Vysvetlite, prečo nemusí byť Paľov úsudok správny.

Dňa 6. 2. 2007 sa konal 30. ročník tohto behu. V tabuľkách sú výsledky najlepších bežcov a bežkyň. V prvom stĺpci je poradie v cieľi, v druhom stĺpci je meno športovca, v treťom jeho vek, v ďalšom krajina, za ktorú pretekal, a v poslednom je uvedený dosiahnutý výsledný čas (v minútach a sekundách).

Každoročne sa viac ako 100 bežcov z celého sveta zúčastňuje na unikátnom športovom podujatí. Ide o beh po schodoch mrakodrapu



- 13** Určte súčet troch čísel, ak viete, že prvé číslo je 83,5, druhé číslo je od neho o 9,21 menšie a tretie je o 11,3 väčšie ako druhé.
- 14** Obvod trojuholníka je 35,78 dm. Prvá strana meria 9,48 dm, druhá strana 13,57 dm. Koľko meria tretia strana?
- 15** Lenka má o 4,80 € viac ako Natália. Kto bude mať viac a o koľko, keď Lenka dá Natálii 2,50 €?
- 16** Ceruzka a guma stoja spolu 1 €. Ceruzka je o 10 centov drahšia ako guma. Koľko stojí ceruzka a koľko guma?
- 17** Mama s Katkou vážia spolu o 24,2 kg viac ako otec. Otec je od mamy ťažší o 8,2 kg a od Katky až o 39,5 kg. Koľko kilogramov váži Katka, koľko mama a koľko otec?

- 18** Poradíte si aj s farebnými – modrými a červenými desatinnými číslami? Počítajte po riadkoch.

$1,2 + 0,8$

$1,2 + 0,8$

$1,2 + 0,8$

$1,2 + 0,8$

$3,4 - 2,1$

$3,4 - 2,1$

$3,4 - 2,1$

$3,4 - 2,1$

$2,21 + 4,235$

$2,21 + 4,235$

$2,21 + 4,235$

$2,21 + 4,235$

$6,052 - 3,1$

$6,052 - 3,1$

$6,052 - 3,1$

$6,052 - 3,1$



| Výsledková listina – Muži |                     |    |                  |
|---------------------------|---------------------|----|------------------|
| 1.                        | Thomas Dold         | 22 | Nemecko 10:25    |
| 2.                        | Jahn Mattias        | 23 | Nemecko 10:56    |
| 3.                        | Rickey Gates        | 25 | USA 11:02        |
| 4.                        | Pedro Ribeiro       | 34 | Čína 11:10       |
| 5.                        | Rudolf Reitberger   | 35 | Rakúsko 11:12    |
| 6.                        | Tommy Coleman       | 32 | USA 11:33        |
| 7.                        | Jesse Berg          | 34 | USA 12:02        |
| 8.                        | David Shafran       | 27 | USA 12:14        |
| 9.                        | Zach Schade         | 39 | USA 12:15        |
| 10.                       | Jose Cano Fernandez | 36 | Španielsko 12:22 |

| Výsledková listina – Ženy |                   |    |                |
|---------------------------|-------------------|----|----------------|
| 1.                        | Suzy Walsham      | 33 | Singapur 13:12 |
| 2.                        | Cindy Moll-Harris | 38 | USA 13:24      |
| 3.                        | Fiona Bayly       | 39 | USA 13:25      |
| 4.                        | Amy Fredericks    | 40 | USA 14:07      |
| 5.                        | Kathryn Froelich  | 44 | USA 14:18      |
| 6.                        | Caroline Gaynor   | 23 | USA 14:29      |
| 7.                        | Bridget Carlson   | 45 | USA 14:30      |
| 8.                        | Tina Marie Poulin | 34 | USA 14:38      |
| 9.                        | Stacy Creamer     | 44 | USA 14:45      |
| 10.                       | Jodi Gravino      | 37 | USA 15:34      |

**Úloha 2:** Zistíte z týchto tabuliek nasledujúce informácie:

- Za ktorú krajinu pretekal Pedro Ribeiro?
- Koľko rokov mala víťazka žien?
- Na ktorom mieste skončila pretekárka, ktorá dosiahla čas 14:38?
- Koľko sekúnd trval beh najlepšiemu z účastníkov, ktorí pretekali za USA?

**Úloha 3:** Kamila si napísala, že Tommymu Colemanovi trval beh 11,33 minúty. Zapísala si to dobre? Svoju odpoveď vysvetlite.

**Úloha 4:** Istý reportér na základe výsledkovej listiny urobil menšie výpočty a vytvoril nasledujúci nadpis: *Na 7. miesto stačilo najstaršej pretekárke z prvej desiatky bežať priemerné 22,07 metra za minútu.* Vysvetlite, ako reportér prišiel na hodnotu 22,07. Prečo nie je jeho tvrdenie správne?

# Desatinné čísla na kalkulačke



**P** redtým, ako si povieme o počítaní s desatinnými číslami na kalkulačke, skúste sami vypočítať nasledujúcu úlohu.

**1** Vypočítajte na kalkulačke príklad  $3,4 + 2,78$ .

Niektorým z vás sa možno predchádzajúcu úlohu nepodarilo vyriešiť, pretože ste medzi tlačidlami kalkulačky nenašli tlačidlo s desatinnou čiarkou **.**. Je to spôsobené tým, že v mnohých krajinách sa desatinné čísla zapisujú trochu inak ako u nás – namiesto desatinnej čiarky používajú desatinnú bodku. Takže číslo 2,78 zapíšu takto: 2.78.

**2** Prečítajte desatinné čísla zapísané pomocou desatinnej bodky.

3.8      0.04      25.807      4.87      12.000 07

Možno aj vám napadlo, ako sa zapíše násobenie v krajinách, kde používajú namiesto desatinnej čiarky desatinnú bodku. Veď predsa bodku používame ako znak násobenia. Takže 3.8 by znamenalo aj desatinné číslo tri celé osem desatín, aj násobenie 3 krát 8. Aby nedochádzalo k nedorozumeniam, násobenie sa zapíše pomocou znaku **x**.

Zápis pomocou desatinnej čiarky:

$$3,8 \cdot 2,9$$

Zápis pomocou desatinnej bodky:

$$3.8 \times 2.9$$

Teraz pravdepodobne zvládnete počítať s desatinnými číslami na kalkulačke. Nezabudnite, že namiesto desatinnej čiarky je na väčšine kalkulačiek potrebné zadať **.**, namiesto násobenia **x** alebo **\***.



**3** Vypočítajte na kalkulačke.

$4,8 + 1,5$        $0,01 - 0,001$        $4,3 \cdot 7,1$        $7,2 : 0,6$

Aj u nás sa stretnete so zápisom desatinného čísla pomocou bodky. Jedným z miest, kde takýto zápis bežne používajú, sú banky. Aby to nebolo také jednoduché, tak banky v jednom čísle použijú aj bodku aj čiarku.

**4** Čo myslíte, ktoré číslo sa skrýva za zápisom 4,387.25?

Pre lepšiu orientáciu vo veľkých číslach používajú banky čiarku ako oddeľovač tisícok od stoviek, miliónov od stotisícov a pod. Takže zápis 1,200,000.00 znamená 1 200 000,00, čiže jeden milión dvestotisíc.



- 5 Prečítajte sumy zapísané bankovým spôsobom.

3,500.00 €      2,000,000.00 €      6,873,209,350.50 €

- 6 Zapište sumy tak, ako by ich zapísali v banke.

1 200,25 €      300 500 €      10 000 000 €      16 584,70 €

- 7 V nasledujúcich príkladoch sme použili rôzne zápisy desatinných čísel aj násobenia. Vypočítajte ich na kalkulačke a výsledok zapíšte v takom tvare, v akom je napísané zadanie.

$$3\,472,218 + 7\,287,09$$

$$12\,364,87 - 604,254$$

$$3,2 \cdot 8,11$$

$$6,238.107 + 104,805.2$$

$$807,307.2 - 635,200.059$$

$$6.8 \times 4.12$$

- 8 Na obrázku je výpis z účtu v banke.

| Osobný účet: 38727519       |                                             | Mena: EUR      | Dátum: 31. 12. 2009 |
|-----------------------------|---------------------------------------------|----------------|---------------------|
| Číslo klienta: 473251       |                                             | Výpis číslo 12 |                     |
| Majiteľ účtu: Peter Konôpka |                                             |                |                     |
| Michalovce                  |                                             |                |                     |
| Pobočka: Michalovce         |                                             |                |                     |
| Dátum sprac.                | Popis                                       | Suma           |                     |
|                             | Posledný výpis                              | 30. 11. 2009   | 12,350.01           |
| 08. 12. 2009                | Prevod cez internet / mzda 112009           |                | 747.79 +            |
|                             | KS: 138                                     |                | CREDIT              |
|                             |                                             |                | 62.50 -             |
| 15. 12. 2009                | Poistné                                     |                | DEBET               |
|                             | Poisťovňa ISTOTA                            |                | 271.43 -            |
| 15. 12. 2009                | Kreditná karta / splátka                    |                | DEBET               |
|                             | KS: 0000000000 VS: 112009387 SS: 0000000000 |                |                     |
| 15. 12. 2009                | Výber z bankomatu / Bankomat ZBK - 3287     |                | 1,200.00 -          |
|                             | Číslo karty *****2387                       |                | DEBET               |

- a) Kto je majiteľ účtu na obrázku?  
 b) Aké je číslo účtu?  
 c) Kedy bol tento výpis z účtu vystavený?  
 d) O koľko boli v decembri príjmy na účte pána Konôpku nižšie ako jeho výdavky?  
 Počítajte na kalkulačke.  
 e) Aký je stav účtu (zostatok) na konci mesiaca? Počítajte na kalkulačke.

- 9 Podarí sa vám na kalkulačke vypočítať úlohy s farebnými desatinnými číslami?

$$267,308 + 408,219$$

$$873,219 + 427,390$$

$$1\,408,700 + 590,065$$

$$4,810\,264 + 21,35$$

$$12,592\,377 + 21,295\,737$$

$$132,87 + 45,293\,107$$



**V** bežnom živote, aj v matematike, sa často stretnete so slovom uhol. Nepopleťte si ho so slovom **uhol'** ani so slovesom **uhol**.

SOM SÍCE ČIERNY  
AKO UHOL. ALE HLAVNE.  
ŽE SOM SA UHOL.

**1** Čo si predstavíte pri slove uhol?

*V tejto časti si ukážeme, kde všade sa s uhlom môžete stretnúť, naučíme sa uhly merať aj rysovať a budeme skúmať a objavovať zaujímavé vlastnosti uhlov.*



## UHLY OKOLO NÁS



**S** uhlami sa stretnete pri cestovaní, pri športoch, pri hraní biliardu či lození po skalách. Poďme si niektoré situácie priblížiť.

### Výškový uhol

*Asi ste už niekedy počuli podobnú vetu ako: „To lietadlo vidieť pod malým výškovým uhlom, musí byť ďaleko.“*



**1** Ktorý z ľudí má podľa vás pri pohľade na to isté lietadlo a) najväčší, b) najmenší výškový uhol?



**2** Načrtnite obrázok s vašou predstavou „výškového uhla“. Skúste na základe tohto náčrtku povedať, čo asi znamená slovo uhol v tomto prípade.



# Strelecký uhol



**A** j s takýmito vetami ste sa už pravdepodobne stretli. „Zmenšil strelecký uhol.“ „Mal malý strelecký uhol.“ „Zlepšil strelecký uhol.“ „Dal gól z nemožného uhla.“

- 1** Ktorý z hráčov má podľa vás lepší a ktorý horší strelecký uhol? Viete vysvetliť prečo?



- 2** Načrtnite obrázok s vašou predstavou „streleckého uhla“ oboch hráčov z predchádzajúcej úlohy. Skúste na základe tohto náčrtku povedať, čo je asi uhol v tomto prípade.

*Dúfajme, že nám všetci, ktorí nemajú futbal v oblube, odpustia, ale ešte pri ňom chvíľu zostaneme. Dohodneme sa, že v nasledujúcich úlohách kopeme len rovno a dostatočne silno.*

- 3** Ktoré z lôpt na obrázku sa dokotúľajú do brány, ak ich kopneme naznačeným smerom?



- 4** Načrtnite si do zošita bránu a jedného hráča, ako vidíte na obrázku.



Načrtnite 3 smery, v ktorých sa lopta dokotúľa a) do brány, b) tesne mimo brány, c) presne do žrde.

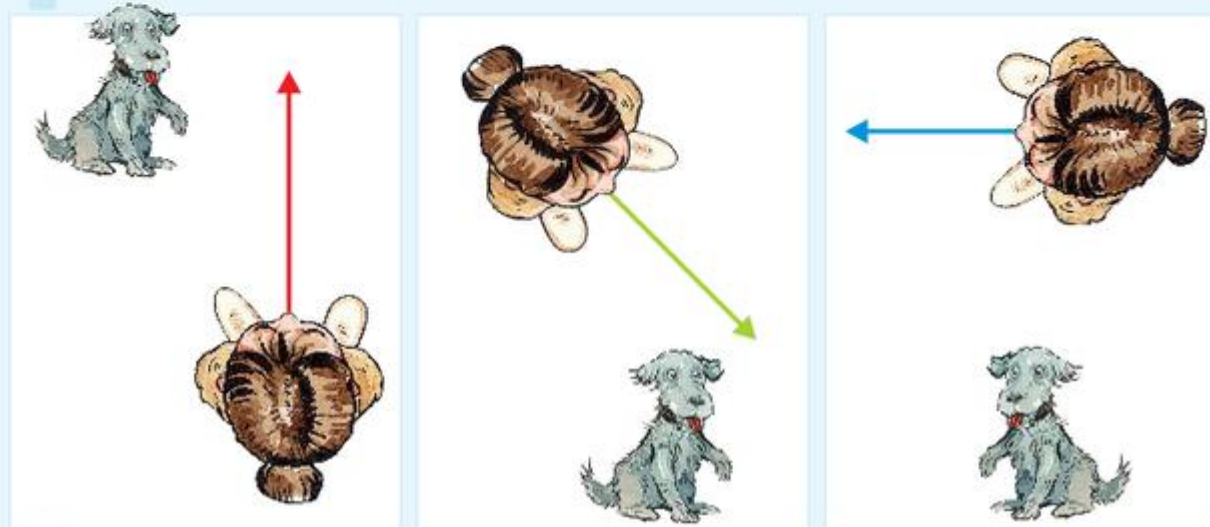
- 5** Pokúste sa narysovať všetky smery, v ktorých sa lopta dokotúľa do brány.
- 6** Skúste na základe riešenia úlohy 5 povedať vlastnými slovami, čo je strelecký uhol. Čo je to asi uhol?

# Otáčame a otáčame sa

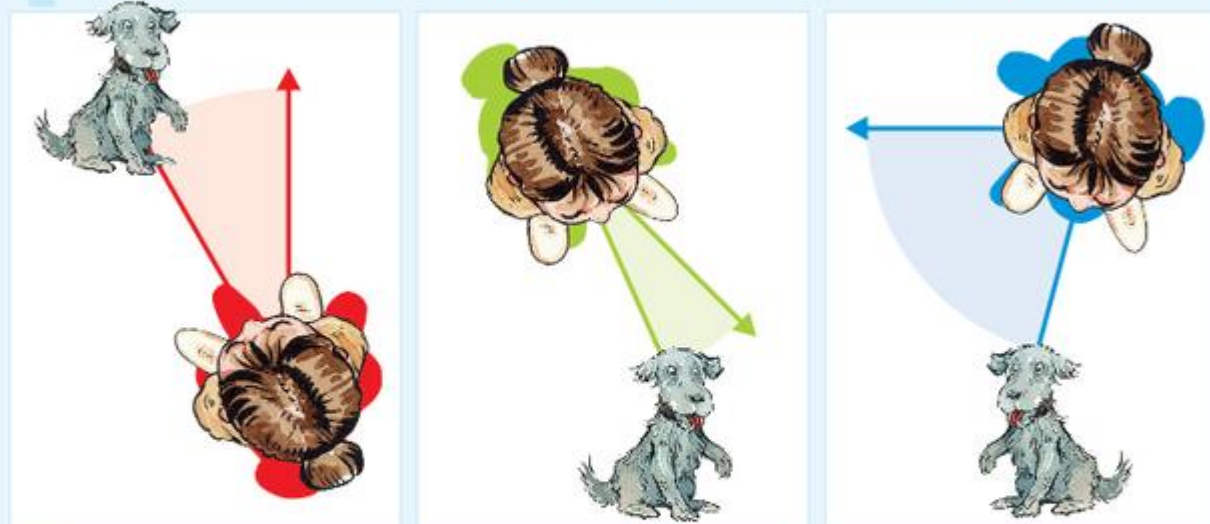


**A** si ste už niekedy počuli aj takéto vety: „Ak to chceš vidieť, musíš sa otočiť o väčší uhol.“  
„Otoč to, ale len o malý uhol.“

**1** Na ktorom obrázku musí Kristína otočiť hlavou najviac a na ktorom najmenej, aby videla svojho psa?



*Keď Jakub vysvetľoval, ako riešil predchádzajúcu úlohu, nakreslil si takýto obrázok:*



**2** Skúste na základe tohto náčrtku povedať: a) čo je asi uhol v tomto prípade, b) ako zistíme, že jeden uhol je väčší ako druhý.



# Uhly na cestách, strmosť



**N** a obrázku vidíte časť mapy Banskej Bystrice.



Predstavte si, že ste s bicyklom na mieste označenom zeleným krúžkom a chcete sa dostať na miesto označené červenou farbou. Môžete ísť viacerým cestami. Napríklad môžete ísť po Kollárovej ulici a odbočiť doľava na Rudlovskú cestu. Alebo môžete ísť po Kollárovej a doľava odbočiť až na ulicu Figuša Bystrého.

- 1 Pri ktorom odbočení z Kollárovej ulice musíte viac zabočiť: na Rudlovskú cestu alebo na ulicu Figuša Bystrého?

O situácii, keď musíme viac zabočiť, často povieme, že sme museli odbočiť pod väčším uhlom. Často to používajú najmä pretekári, ktorí si pomáhajú aj spojením „ostrá zákruta“.

- 2 Opíšte cestu z modrého do žltého miesta. Cestu sme vyznačili modrou farbou. Pri opise môžete použiť slovné spojenia „odbočiť pod malým uhlom“, „odbočiť kolmo“, „odbočiť pod veľkým uhlom“, „ostrá zákruta“.



Pri cestovaní často jazdíte aj do kopca alebo dolu kopcom. Kopce sú rôzne strmé. Ak idete na bicykli, viete, že niektoré veľmi strmé kopce sú veľmi ťažko prejazdné. Vtedy sú označené značkou veľkého stúpania.



3 Ktorý kopec je strmší?



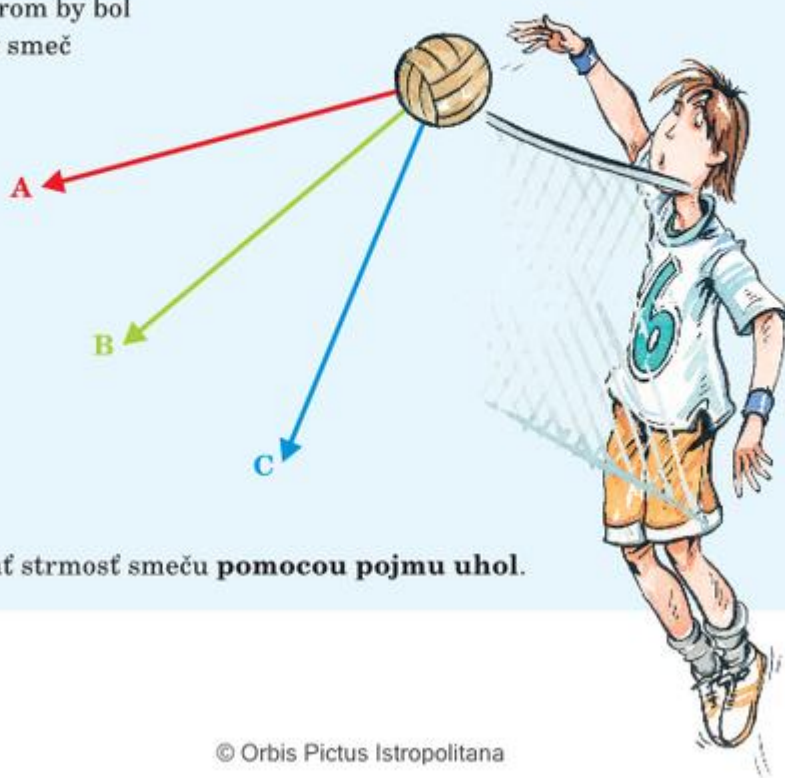
4 Zoraďte kopce od najstrmšieho po najmenej strmý. Opíšte vlastnými slovami slovné spojenie „strmší kopec“.



5 Z ktorého kopca by ste šli na bicykli rýchlejšie, keby ste nebrzdili, z prvého či z druhého? Vysvetlite prečo.



6 Ktorým smerom by bol volejbalistov smieč najstrmší?



7 Skúste opísať strmosť smeču pomocou pojmu uhol.



# Uhly pri biliarde

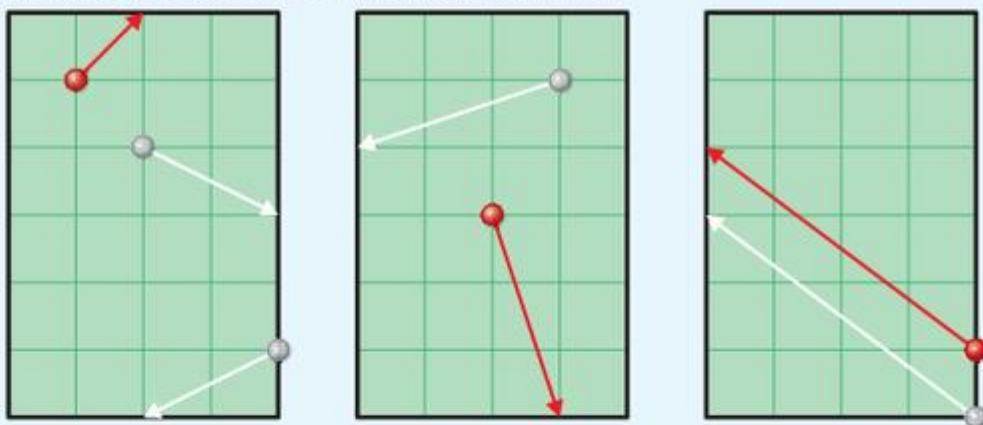
**H**rali ste už niekedy biliard? Ide o hru, kde sa pomocou palice, ktorá sa volá tágo, snažíte trafiť guľu tak, aby trafiť iné gule. Samozrejme, nestačí trafiť hocijako, treba pritom dodržiavať pravidlá hry.

- 1** Nájdite na internete, aký je rozdiel medzi hrami biliard, pool, snooker, gulečník, karambol. Aké vybavenie potrebujeme k tomu, aby sme mohli jednotlivé hry hrať?

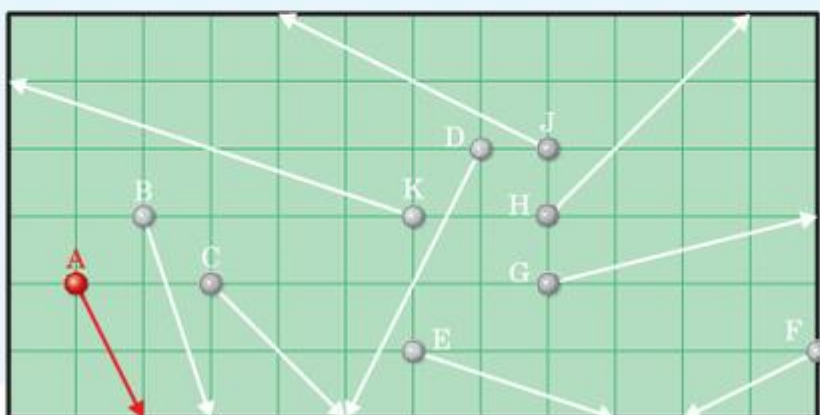
*Ak sa vám podarí trafiť guľu tágom presne do stredu a bez falša, pôjde pekne rovno. Navyše pri odraze od mantinelu sa odrazí pod rovnakým uhlom, pod akým naň dopadla.*

- 2** Pokúste sa graficky znázorniť, čo sa asi myslí pod uhlami v poslednej vete.

- 3** Nakreslite smer, ako by pokračovala guľa po odraze od mantinelu, ak uhol, pod akým dopadla, je rovnaký ako uhol, pod akým sa odrazí.

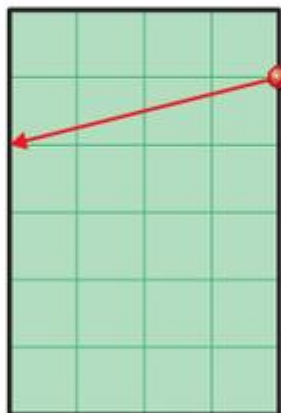
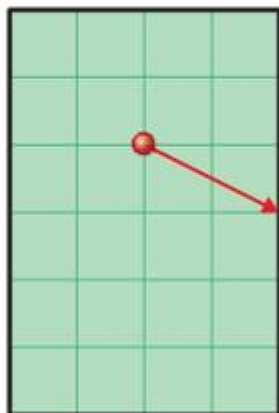


- 4** Ktoré gule na nasledujúcom obrázku podľa vás dopadajú pod rovnakým uhlom? Skúste opísať, kedy sa dva uhly rovnajú. Nájdite všetky skupiny, ktorých uhol dopadu je rovnaký.



5

Predstavte si, že by ste biliardovú guľu trafili presne do stredu a ona by sa začala pohybovať priamo a veľkou rýchlosťou (teda takou, že by sa nezastavila ani po viacerých odrazoch od mantinelu). Nakreslite, po akej dráhe by sa guľa pohybovala. Ak guľa narazí do rohu, predpokladajte, že pôjde späť po tej istej dráhe, ako do rohu prišla (v skutočnosti je jej dráha v takom prípade ťažko predvídateľná).



## Hádzanie a uhol

K

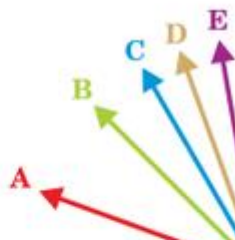
ed' hádzate alebo kopete loptu, vzdialenosť, do akej doletí, závisí nielen od sily hodu či kopu, rýchlosti vetra, ktorý fúka oproti, ale aj od uhla, pod akým ju hodíte alebo kopnete.

1

Skúste povedať, čo znamená hodiť loptičku dohora pod určitým uhlom.

2

Čo myslíte, ktorým z ponúknutých smerov treba hodiť futbalovú loptu, aby doletela čo najďalej? Predpokladajte, že ju zakaždým hodíte rovnako veľkou silou. Potom si to vyskúšajte vonku a porovnajte svoj tip s výsledkami vášho hádzania.



*Na predchádzajúcich stranách ste videli ukážky, kde všade sa môžete so slovom uhol stretnúť v bežnom živote. Čo rozumieme pod pojmom uhol v matematike, ako uhly merať a aké typy uhlov poznáme, si povieme v kapitolách Uhly v matematike a Meranie uhlov.*



# POČÍTAME S DESATINNÝMI ČÍSLAMI 2

## NÁSOBENIE DESATINNÝCH ČÍSEL

**P**ozrieme sa, ako môžeme desatinné čísla násobiť. Najprv budeme násobiť desatinné číslo prirodzeným číslom.

### Násobenie desatinného čísla prirodzeným číslom

Opakované sčítanie rovnakého čísla sa dá zapísať pomocou násobenia.

Napríklad:

$$372 + 372 + 372 + 372 + 372 + 372 = 6 \cdot 372$$

To isté bude platiť, keď číslo 372 nahradíme ľubovoľným iným číslom, hoci aj desatinným.

Napríklad:

$$3,72 + 3,72 + 3,72 + 3,72 + 3,72 + 3,72 = 6 \cdot 3,72$$

**1** Vypočítajte  $6 \cdot 3,72$  a  $12 \cdot 3,72$ .

Táňa



Aj vy ste to počítali pomocou sčítania ako Táňa? A tiež tak šikovne?

$$\begin{array}{r} 3,72 \\ + 3,72 \\ \hline 7,44 \end{array}$$

Mám sčítané  
2 sčítance.

$$\begin{array}{r} 7,44 \\ + 7,44 \\ \hline 14,88 \end{array}$$

A mám už sčítané  
4 sčítance.

$$\begin{array}{r} 14,88 \\ + 7,44 \\ \hline 22,32 \end{array}$$

Už ich je  
všetkých 6.

Druhý príklad  
vypočítam tiež ľahko:

$$\begin{array}{r} 22,32 \\ + 22,32 \\ \hline 44,64 \end{array}$$

**2** Pokúste sa počítať šikovne ako Táňa.

a)  $6 \cdot 40,56$       b)  $8 \cdot 0,549$       c)  $15 \cdot 23,43$

**3** Vypočítajte predchádzajúcu úlohu tak, že: v časti b) použijete len 3 sčítania, v časti c) len 5 sčítaní, v časti c) 4 sčítania a jedno odčítanie.

Aj keď Táňa sčítuje niekoľko rovnakých sčítancov veľmi šikovne, Jakub takéto úlohy počíta ešte šikovnejšie. Jeho výpočet je založený na tom, že násobí zvlášť stotiny, zvlášť desatiny a zvlášť jednotky.

$$\begin{array}{r} 6 \cdot 3,72 \\ \hline 12 \quad \rightarrow 6 \times 2 \text{ stotiny je } 12 \text{ stotín, t. j. } 1 \text{ desatina a } 2 \text{ stotiny.} \\ 42 \quad \rightarrow 6 \times 7 \text{ desatín je } 42 \text{ desatín, t. j. } 4 \text{ jednotky a } 2 \text{ desatiny.} \\ 18 \quad \rightarrow 6 \times 3 \text{ jednotky je } 18 \text{ jednotiek, t. j. } 1 \text{ desiatka a } 8 \text{ jednotiek.} \\ \hline 22,32 \end{array}$$

Súčtom jednotlivých stĺpcov v zvýraznenej časti dostanem výsledok.



**4** Vypočítajte ako Jakub.

$7 \cdot 14,8$      $9 \cdot 3,675$      $6 \cdot 8,034$      $8 \cdot 0,075$      $9 \cdot 20,87$      $12 \cdot 0,432$

Jakubova metóda sa hodí aj na väčšie čísla. Samozrejme, bude to trvať trochu dlhšie. Ale keď viete násobiť prirodzené čísla, určite to zvládnete. Ukážeme si to na príklade  $68 \cdot 3,72$ .

$$\begin{array}{r} 68 \cdot 3,72 \\ \hline 136 \\ 476 \\ 204 \\ \hline 252,96 \end{array}$$

$\frac{68 \cdot 7}{476}$      $\frac{68 \cdot 2}{136}$      $\frac{68 \cdot 3}{204}$

**5** Vypočítajte ako Jakub.

$73 \cdot 14,8$      $28 \cdot 3,675$      $46 \cdot 8,034$      $148 \cdot 0,075$      $34 \cdot 20,87$      $67 \cdot 0,438$

**6** Počítajte po stĺpcoch na kalkulačke. Čo pozorujete?

$3,4 \cdot 2,3$      $34,1 \cdot 0,6$      $3,64 \cdot 2,62$      $0,047 \cdot 0,234$      $29,29 \cdot 5,084$      $0,87 \cdot 0,39$   
 $2,3 \cdot 3,4$      $0,6 \cdot 34,1$      $2,62 \cdot 3,64$      $0,234 \cdot 0,047$      $5,084 \cdot 29,29$      $0,39 \cdot 0,87$

**7** Na základe výsledku vášho pozorovania v úlohe 6 doplňte ústne nasledujúcu vetu: Ak pri násobení vymeníme poradie činiteľov, výsledok .....

**8** Bez kalkulačky vynásobte.

$0,8 \cdot 7$      $4,9 \cdot 8$      $2,58 \cdot 6$      $0,053 \cdot 8$      $0,08 \cdot 45$      $3,8 \cdot 73$



# Násobenie číslami 0,1; 0,01; 0,001...



**A** k potrebujeme zistiť niečo, čo nevieme, máme niekoľko možností: môžeme si to pozrieť na internete, v encyklopédii alebo inej knihe, môžeme sa opýtať niekoho, o kom si myslíme, že vie odpoveď na našu otázku, môžeme to sami vymyslieť. V matematike nám pri vymýšľaní, ako veci fungujú, často pomôže kalkulačka. Pomocou kalkulačky môžeme experimentovať a na základe experimentov môžeme objavovať niektoré fakty alebo súvislosti bez toho, aby sme sa museli spoľahnúť na internet alebo na niekoho iného. Na záver každého experimentu je ale dobré premyslieť si dôvody, prečo to, čo sme objavili, naozaj funguje. Dosť bolo rečí, poďme experimentovať.

**Experiment 1** Prekreslite si tabuľku do zošita a pomocou kalkulačky vynásobte čísla v tabuľke číslom 0,1. Výsledok napíšte pod číslo, ktoré ste vynásobili.

|       |     |     |       |     |           |    |       |         |        |     |
|-------|-----|-----|-------|-----|-----------|----|-------|---------|--------|-----|
|       | 6,3 | 7,8 | 45,94 | 0,7 | 0,000 045 | 56 | 5,057 | 0,048 1 | 34,708 | 0,1 |
| · 0,1 |     |     |       |     |           |    |       |         |        |     |

**1** Na základe riešenia experimentu 1 doplňte ústne chýbajúce slová vo vete:  
Dané číslo násobíme číslom 0,1 tak, že desatinnú čiarku v danom čísle .....

**Experiment 2** Prekreslite si tabuľku do zošita a pomocou kalkulačky vynásobte čísla v tabuľke číslom 0,01. Výsledok napíšte pod číslo, ktoré ste vynásobili.

|        |     |     |       |     |           |    |       |         |        |     |
|--------|-----|-----|-------|-----|-----------|----|-------|---------|--------|-----|
|        | 6,3 | 7,8 | 45,94 | 0,7 | 0,000 045 | 56 | 5,057 | 0,048 1 | 34,708 | 0,1 |
| · 0,01 |     |     |       |     |           |    |       |         |        |     |

**2** Na základe riešenia experimentu 2 doplňte ústne chýbajúce slová vo vete:  
Dané číslo násobíme číslom 0,01 tak, že desatinnú čiarku v danom čísle .....

**Experiment 3** Prekreslite si tabuľku do zošita a pomocou kalkulačky vynásobte čísla v tabuľke číslom 0,001. Výsledok napíšte pod číslo, ktoré ste vynásobili.

|         |     |     |       |     |           |    |       |         |        |     |
|---------|-----|-----|-------|-----|-----------|----|-------|---------|--------|-----|
|         | 6,3 | 7,8 | 45,94 | 0,7 | 0,000 045 | 56 | 5,057 | 0,048 1 | 34,708 | 0,1 |
| · 0,001 |     |     |       |     |           |    |       |         |        |     |

**3** Na základe riešenia experimentu 3 doplňte ústne chýbajúce slová vo vete:  
Dané číslo násobíme číslom 0,001 tak, že desatinnú čiarku v danom čísle .....



- 4** Pripomeňte si, ako sa delí číslom 1 000. Potom bez kalkulačky počítajte po stĺpcoch. V prvom riadku využite výsledky experimentu 3. Čo pozorujete?

$$\begin{array}{lllllll} 5,6 \cdot 0,001 & 4,93 \cdot 0,001 & 0,53 \cdot 0,001 & 23,709 \cdot 0,001 & 0,0065 \cdot 0,001 & 7 \cdot 0,001 \\ 5,6 : 1\,000 & 4,93 : 1\,000 & 0,53 : 1\,000 & 23,709 : 1\,000 & 0,0065 : 1\,000 & 7 : 1\,000 \end{array}$$

- 5** Doplňte ústne chýbajúce slová vo vete:  
Vynásobiť dané číslo číslom 0,001 je to isté, ako vydeliť dané číslo .....

- 6** Doplňte ústne chýbajúce slová alebo čísla vo vetách.  
a) Vynásobiť číslom 0,01 je to isté, ako vydeliť .....  
b) Číslom 0,000 1 násobíme tak, že desatinnú čiarku .....  
c) Ak posunieme v čísle desatinnú čiarku o 2 miesta doľava, tak sme ho vlastne vynásobili číslom .....  
d) Vydeliť číslom 10 je to isté, ako vynásobiť .....  
e) Číslom 0,000 000 1 násobíme tak, že desatinnú čiarku .....  
f) Vydeliť číslom 10 000 je to isté, ako vynásobiť .....  
g) Vynásobiť číslom 0,000 001 je to isté, ako vydeliť .....  
h) Ak posunieme v čísle desatinnú čiarku o 5 miest doľava, tak sme ho vlastne vynásobili číslom .....

- 7** Doplňte po riadkoch chýbajúce čísla.
- |                                    |                                   |                                       |
|------------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|
| $0,8 \cdot \square = 0,08$         | $2,6 \cdot \square = 0,026$       | $1,3 \cdot \square = 0,013$           |
| $0,06 \cdot \square = 0,006$       | $5 \cdot \square = 0,005$         | $23,7 \cdot \square = 0,023\,7$       |
| $702,03 \cdot \square = 0,702\,03$ | $0,03 \cdot \square = 0,000\,003$ | $23,04 \cdot \square = 0,000\,230\,4$ |

## Ako si dobre zapamätať veľké čísla?



V dnešnej dobe je tréning pamäti dôležitý. Mnohé technologické vymoženosti spôsobujú, že veľa údajov – čísel, adries – si nepamätáme, máme ich totiž uložené napr. v mobilných telefónoch. Ak však tieto prístroje zlyhajú, je dôležité, aby sme niektoré čísla vedeli spamäti – vlastné telefónne číslo, telefónne čísla rodinných príslušníkov, rodné číslo a pod. Ak si chceme zapamätať nejaké číslo, je vhodné nájsť si nejaký systém, pomôcku.

**Hra 1:** Na kartičkách sú pripravené čísla so zväčšujúcim sa počtom cifier (12, 367, 8 734, 90 875...). Vašou úlohou je vždy za určený čas si číslo zapamätať. Po uplynutí času si číslo zapíšte. Potom prebehne kontrola. Kto si číslo zapamätal správne,

pokračuje ďalej, kto nie, vypadáva. Kto z vás sa dostane najďalej?

**Úloha 1:** Diskutujte o stratégiách, ktoré ste na zapamätanie používali.

**Hra 2:** Zopakujte si túto hru, ale rozdeľte sa do skupín a skúste si číslo zapamätať ako skupina. Najskôr si v skupine dohodnite stratégiu, až potom začnete súťažiť.

Aj vy si číslo pamätáte tak, že si ho rozdelíte na skupinky dvoch či troch cifier?

**Úloha 2:** V akých rôznych situáciách si potrebujeme niečo zapamätať? Aké čísla by sme si mali pamätať? Čo iné si potrebujeme pamätať?



# Nakupujeme



**S** násobením desatinných čísel sa asi najčastejšie stretnete pri nákupoch.

- 1** Na trhu majú rajčiny po 1,40 € za kilogram. Koľko zaplatíme, keď si kúpime  
a) 2 kg, b) 3 kg, c) 5 kg, d) 12 kg rajčín?

Pozrite sa, ako si s úlohou poradil Karol.

Karol



To je ľahké, stačí sčítať sumu 1,40 € toľkokrát, koľko je kilogramov.  
Ak chcem zistiť cenu za 5 kilogramov, stačí vypočítať

$$\begin{array}{r} 1,40 + 1,40 + 1,40 + 1,40 + 1,40 = \\ \underline{2,80} \\ 4,20 \\ \underline{5,60} \\ 7,00 \end{array}$$

Výsledok je 7 €.

Lucia

Jednoduchšie je použiť  
násobenie  $5 \cdot 1,40$ .



$$\begin{array}{r} 1,40 \cdot 5 \\ \hline 7,00 \end{array}$$



- 2** Na trhu sme kúpili 3 kilogramy paprík po 2,10 € za kilogram, 6 kilogramov jabĺk po 1,45 € za kilogram, 4 kilogramy hrušiek po 1,76 € za kilogram a 8 kilogramov hrozna po 2,39 € za kilogram. Koľko sme platili za jednotlivé druhy tovaru? Koľko sme platili za celý nákup?

Určite viete, že navážil presne štyri kilogramy hrušiek  
je veľmi náročné. Preto nám nevadí, keď nám navážia  
štyri kilogramy iba približne.

Naposledy si Pavol kúpil  
jednu rajčinu vážiacu 0,1 kg  
a 2,3 kg hrušiek.



1,70 € za kilogram



0,80 € za kilogram

- 3** Koľko eur platil Pavol za rajčinu?

Pozrite sa, ako sa Lucia a Viktor dostali do sporu pri riešení úlohy 3.



0,1 kilogramu je 10-krát menej ako 1 kilogram. Preto za 0,1 kilogramu Pavol zaplatí 10-krát menej ako za 1 kilogram.



Keď za 3 kilogramy zaplatí 3-krát cenu za kilogram, tak za 0,1 kilogramu zaplatí 0,1-krát cenu za kilogram.

4 Rozsúďte ich. Kto z nich má pravdu?

5 Koľko eur platil Pavol za hrušky?

Keďže už viete, že Lucii aj Viktorov spôsob je správny, skúsime vypočítať cenu hrušiek oboma spôsobmi.

Za 2 kilogramy Pavol zaplatí  $2 \cdot 1,70 \text{ €} = 3,40 \text{ €}$ .

Za 0,1 kilogramu zaplatí 10-krát menej ako za 1 kilogram, teda  $1,70 \text{ €} : 10 = 0,17 \text{ €}$ .

Za 0,3 kilogramu zaplatí 3-krát viac ako za 0,1 kilogramu, teda  $3 \cdot 0,17 \text{ €} = 0,51 \text{ €}$ .

Za hrušky zaplatí Pavol  $3,40 \text{ €} + 0,51 \text{ €} = 3,91 \text{ €}$ .



Stačí vynásobiť  $2,3 \cdot 1,70 \text{ €}$ .  
Ale to sme ešte nepreberali!

Zdá sa, že Viktorov spôsob by bol rýchlejší. Ale až vtedy, keď sa naučíme násobiť dve desatinné čísla. Skúsime to v nasledujúcej kapitole. Tam, kde to bude treba, si zatiaľ pomôžeme kalkulačkou.

$$2,3 \cdot 1,70 =$$





V tejto kapitole si vystačíme s Luciiným spôsobom počítania.

- 6 Koľko stoja a) 4 kg, b) 0,1 kg, c) 0,6 kg, d) 4,6 kg hrozna po 2,80 € za kilogram?

- 7 Koľko stojí a) 9 kg, b) 0,1 kg, c) 0,4 kg, d) 9,4 kg nektáriniek po 2,30 € za kilogram?

- 8 Koľko stojí a) 12 kg, b) 0,1 kg, c) 0,8 kg, d) 12,8 kg maku po 4,70 € za kilogram?



**P**redstavte si, že Lucia už vie po vyriešení predchádzajúcich troch úloh násobiť aj desatinné čísla! Pomáha si pri tom práve nakupovaním. Ukážeme si to na príklade  $23,7 \cdot 4,8$ .

Predstavím si, že 23,7 je množstvo tovaru v kilogramoch a 4,8 je jeho cena v eurách. Stačí zistiť celkovú cenu tovaru. Počítam budem ako v predchádzajúcich úlohách.

|                     |                                                        |
|---------------------|--------------------------------------------------------|
| 23 kg stojí         | $23 \cdot 4,80 \text{ €} = 110,40 \text{ €}$           |
| 0,1 kg stojí        | $4,80 \text{ €} : 10 = 0,48 \text{ €}$                 |
| 0,7 kg stojí        | $7 \cdot 0,48 \text{ €} = 3,36 \text{ €}$              |
| Potom 23,7 kg stojí | $110,40 \text{ €} + 3,36 \text{ €} = 113,76 \text{ €}$ |

Takže  $23,7 \cdot 4,8 = 113,76$ .



- 9 Koľko stojí a) 2,3 kg, b) 3,2 kg, c) 8,7 kg sliviek po 0,90 € za kilogram?
- 10 Koľko stojí a) 0,9 kg, b) 4,6 kg, c) 12,8 kg lúpaných orechov po 4,70 € za kilogram?
- 11 Koľko stojí a) 0,7 kg, b) 5,4 kg, c) 23,6 kg sušených marhúľ po 3,89 € za kilogram? Výslednú sumu zaokrúhlite na stotiny.
- 12 Násobte ako Lucia.
- 1,6 · 2,3    2,4 · 3,8    5,2 · 0,7    3,8 · 3,8    13,2 · 4,4    6,7 · 32,9

- 13** Vo výkupe papiera platia 0,1 € za 1 kg triedeného novinového papiera. Tomáša zaujímalo, koľko eur by dostal za 0,1 kg novinového papiera. Pomôžete mu?

Lucia pomohla Tomášovi takto:



Ak 1 kg stojí 0,1 €, tak 0,1 kg stojí  
10-krát menej.  
To je  $0,1 \text{ €} : 10 = 0,01 \text{ €}$ .



Takže  $0,1 \cdot 0,1 = 0,01$ .  
To si ľahko zapamätám, lebo desať krát desať  
je sto a desatina krát desatina je stotina.

$$10 \cdot 10 = 100$$

$$0,1 \cdot 0,1 = 0,01$$

- 14** Vyplňte tabuľky súčínov. Výsledky píšete slovne. Jedno okienko sme už vyplnili.

| krát  | desať | sto | tisíc |
|-------|-------|-----|-------|
| desať | sto   |     |       |
| sto   |       |     |       |
| tisíc |       |     |       |

| krát     | desatina | stotina | tisícina |
|----------|----------|---------|----------|
| desatina | stotina  |         |          |
| stotina  |          |         |          |
| tisícina |          |         |          |

- 15** Vypočítajte dvojice príkladov. Zadania aj výsledky správne prečítajte.

$$10 \cdot 10\,000$$

$$100\,000 \cdot 10$$

$$10\,000 \cdot 100$$

$$0,1 \cdot 0,000\,1$$

$$0,000\,01 \cdot 0,1$$

$$0,000\,1 \cdot 0,01$$

$$1\,000\,000 \cdot 100$$

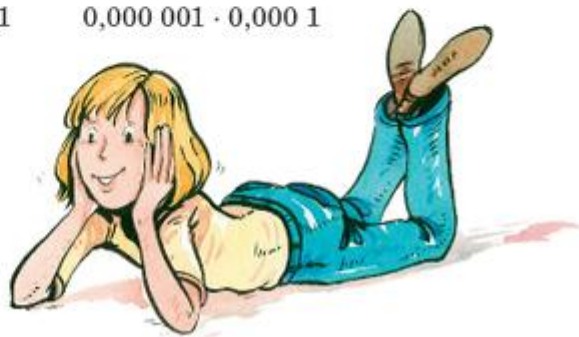
$$1\,000 \cdot 100\,000$$

$$1\,000\,000 \cdot 10\,000$$

$$0,000\,001 \cdot 0,01$$

$$0,001 \cdot 0,000\,01$$

$$0,000\,001 \cdot 0,000\,1$$





# Násobenie dvoch desatinných čísel



**O** päť použijeme kalkulačku na objavovanie vzťahov pri násobení dvoch desatinných čísel.

## Experiment

**1** Rozdeľte sa do skupín a vyplňte tabuľku. Príklady počítajte na kalkulačke. Dva riadky sme už za vás vyplnili.

|                       | Výsledok | Počet desatinných miest |             |          |
|-----------------------|----------|-------------------------|-------------|----------|
|                       |          | 1. činiteľa             | 2. činiteľa | výsledku |
| $26 \cdot 498$        | 12 948   | 0                       | 0           | 0        |
| $2,6 \cdot 498$       |          |                         |             |          |
| $2,6 \cdot 49,8$      |          |                         |             |          |
| $2,6 \cdot 4,98$      | 12,948   | 1                       | 2           | 3        |
| $2,6 \cdot 0,0498$    |          |                         |             |          |
| $2,6 \cdot 0,00498$   |          |                         |             |          |
| $0,26 \cdot 0,498$    |          |                         |             |          |
| $0,026 \cdot 4,98$    |          |                         |             |          |
| $0,026 \cdot 0,0498$  |          |                         |             |          |
| $0,26 \cdot 4,98$     |          |                         |             |          |
| $0,0026 \cdot 0,0498$ |          |                         |             |          |
| $0,00026 \cdot 49,8$  |          |                         |             |          |

Nájdite súvislosť medzi počtom desatinných miest 1. činiteľa, 2. činiteľa a výsledku.

**1**

Podľa výsledkov experimentu 1 doplňte ústne vetu:

Počet desatinných miest vo výsledku násobenia vypočítame tak, že .....  
počty desatinných miest oboch činiteľov.



Táňa

Všimla som si,  
že  $2,6 \cdot 4,98$  je to isté, ako  
 $26 \text{ desatín} \cdot 498 \text{ stotín}$ .

$\text{desatina} \cdot \text{stotina} = \text{tisícina}$

To je to isté ako  $26 \cdot 498 \text{ tisícín}$ .  
Vypočítam  $26 \cdot 498 = 12\,948$   
a 12 948 tisícín je predsa 12,948.  
Preto  $2,6 \cdot 4,98 = 12,948$ .

2 Vyplňte tabuľku podľa vzorového prvého riadka. Počítajte ako Táňa.

|                     |                                                       |                           |     |
|---------------------|-------------------------------------------------------|---------------------------|-----|
| $11 \cdot 0,2 =$    | $11 \cdot 2 \text{ desatiny} =$                       | $22 \text{ desatín} =$    | 2,2 |
| $23 \cdot 0,3 =$    | $23 \cdot 3 \dots\dots\dots =$                        | $\dots \text{ desatín} =$ |     |
| $1,4 \cdot 0,6 =$   | $\dots \text{ desatín} \cdot \dots \text{ desatín} =$ | $\dots \text{ stotín} =$  |     |
| $0,18 \cdot 2,4 =$  | $\dots \text{ stotín} \cdot \dots \text{ desatín} =$  | $\dots \text{ tisícín} =$ |     |
| $5,2 \cdot 0,03 =$  |                                                       |                           |     |
| $6,1 \cdot 0,012 =$ |                                                       |                           |     |

3 Vypočítajte. Pomáhate si ako Táňa?

$0,6 \cdot 0,8$     $0,7 \cdot 0,09$     $1,2 \cdot 0,012$     $4,5 \cdot 0,024$     $2,04 \cdot 0,015$     $0,025 \cdot 0,004$

4 Skontrolujte, že Tánin objav platí aj vo zvyšných riadkoch tabuľky z experimentu 1.



Dve desatinné čísla teda násobím takto:

- Mám vynásobiť dve desatinné čísla:  $0,045 \cdot 5,2$
- Obidve čísla zapíšem bez desatinnej čiarky, dostanem tak dve prirodzené čísla: 45 a 52  
(nuly na začiatku netreba písať)
- Vypočítam súčin týchto dvoch prirodzených čísel:  $45 \cdot 52 = 2\,340$
- Zistím, koľko desatinných miest majú obe čísla, ktoré mám násobiť, spolu:  $3 + 1 = 4$
- O tolko posuniem desatinnú čiarku:  $0,2340$

5 Prezradíme vám, že  $562 \cdot 807 = 453\,534$ . Bez toho, aby ste násobili, napíšte výsledky týchto príkladov:

$5,62 \cdot 80,7$     $5,62 \cdot 8,07$     $56,2 \cdot 8,07$     $5,62 \cdot 8,07$     $0,562 \cdot 8,07$     $0,562 \cdot 0,807$   
 $0,005\,62 \cdot 0,807$     $0,056\,2 \cdot 0,008\,07$     $5,62 \cdot 0,000\,080\,7$

6 Precvičte si malú násobilku a posúvanie desatinnej čiarky.

$0,9 \cdot 0,07$     $0,8 \cdot 0,8$     $6 \cdot 0,003$     $0,07 \cdot 0,08$     $0,006 \cdot 0,009$     $0,05 \cdot 0,000\,007$

7 Vypočítajte druhé príklady v stĺpcoch.

$56 \cdot 9 = 504$     $34 \cdot 17 = 578$     $22 \cdot 33 = 726$     $143 \cdot 75 = 10\,725$     $782 \cdot 56 = 43\,792$   
 $0,56 \cdot 0,9$     $3,4 \cdot 0,017$     $2,2 \cdot 0,33$     $1,43 \cdot 0,75$     $0,007\,82 \cdot 0,56$

8 Počítajte po stĺpcoch, samozrejme bez kalkulačky.

$8 \cdot 46$     $23 \cdot 84$     $362 \cdot 19$     $2\,004 \cdot 308$     $52\,085 \cdot 927$   
 $0,8 \cdot 4,6$     $2,3 \cdot 0,008\,4$     $0,362 \cdot 0,019$     $0,200\,4 \cdot 3,08$     $5,208\,5 \cdot 0,927$

9 Vynásobte bez kalkulačky.

$0,08 \cdot 7,54$     $3,7 \cdot 0,26$     $6,9 \cdot 0,28$     $0,063 \cdot 0,21$   
 $38,01 \cdot 40,02$     $2,06 \cdot 0,881$     $0,091 \cdot 0,034$     $0,002\,6 \cdot 0,000\,038$



# Vraciame sa k nakupovaniu



**K** eď už vieme násobiť desatinné čísla, môžeme sa vrátiť na trh a počítať ceny Viktorovým spôsobom. Tovar, ktorý ponúkajú na trhu, vidíte na obrázku.



- 1** Zistíte, koľko zaplatíte za 1,3 kg šampiňónov.



Pripomeňme si Viktorov spôsob výpočtu ceny. Je veľmi jednoduchý.

Stačí vynásobiť čísla 1,3 a 2,80.

$$\begin{array}{r} 13 \cdot 280 \\ \hline 00 \\ 104 \\ 26 \\ \hline 3640 \end{array}$$

Výsledok násobenia je 3 640 a má mať tri desatinné miesta, preto je to 3,640.

Za 1,3 kilogramu zaplatíme  $1,3 \cdot 2,80 \text{ €} = 3,64 \text{ €}$ .

Mama s otcom sa rozhodli zavárať ovocie aj zeleninu. Poďme im pomôcť vypočítať, koľko zaplatia na trhu.

- 2** Skúste vypočítať podobne ako Viktor, koľko zaplatíme za 4,7 kg hrušiek.

- 3** Koľko zaplatíme za 6,3 kg jabĺk?

Aj vám v úlohe 3 vyšla cena 5,355 €? Ako ste si s ňou poradili?



Cena je potrebné premeniť na eurá a centy. Číslo 5,355 je treba zaokrúhliť na stotiny.

Ja si pamätám, že keď je na mieste tisícín cifra 5, bude sa zaokrúhľovať nahor: 5,36.

- 4** Koľko spolu stojí 7,5 kg čerešní a 2,5 kg malín?

5 Dá sa za 15 € kúpiť 5,5 kg šampiňónov? Ak áno, koľko eur zvýši? Ak nie, koľko eur bude chýbať?

6 Keď predavač na trhu videl, že mama s otcom nakupujú veľa, rozhodol sa, že im dá zľavu: za každé dve kilá ovocia im dá tretie kilo zdarma. Koľko zaplatili za a) 6 kg hrušiek, b) 7,5 kg jablák, c) 9,25 kg čerešní? d) Koľko zaplatili spolu za hrušky, jablká a čerešne?

7 Koľko eur mama s otcom ušetrili, keď nakupovali so zľavou?



## Precvičte si násobenie desatinných čísel

1 Počítajte spamäti po riadkoch.

$$0,2 \cdot 0,3$$

$$0,04 \cdot 0,5$$

$$0,006 \cdot 0,02$$

$$0,07 \cdot 2$$

$$0,07 \cdot 20$$

$$0,07 \cdot 200$$

$$0,008 \cdot 2\,000$$

$$0,008 \cdot 60\,000$$

$$0,008 \cdot 300\,000$$

2 Ak viete, že  $392 \cdot 5\,978 = 2\,343\,376$ , určte po riadkoch bez počítania výsledky.

$$392 \cdot 597,8$$

$$39,2 \cdot 597,8$$

$$39,2 \cdot 59,78$$

$$3,92 \cdot 5,978$$

$$0,392 \cdot 59,78$$

$$39,2 \cdot 0,059\,78$$

$$0,039\,2 \cdot 0,597\,8$$

$$3,92 \cdot 597\,800$$

$$3,92 \cdot 0,000\,597\,8$$

3 Prekreslite si do zošita tabuľku násobenia a vyplňte ju.

|       | 0,3 | 0,04 | 0,34 | 16 | 16,34 |
|-------|-----|------|------|----|-------|
| 2,35  |     |      |      |    |       |
| 3,8   |     |      |      |    |       |
| 6,82  |     |      |      |    |       |
| 0,74  |     |      |      |    |       |
| 77,21 |     |      |      |    |       |

4 Soňa tvrdí, že napriek tomu, že vyplnila celú tabuľku (25 čísel) v úlohe 3, násobila len 15-krát. Ako je to možné?

5 Peter tvrdí, že násobiť číslom 0,3 je to isté, ako násobiť 3 a potom deliť 10. Má pravdu? Skôr než odpoviete, vyskúšajte si to na piatich číslach.

6 Doplňte ústne správne slová alebo čísla do viet.

a) Násobiť číslom 0,04 je to isté, ako násobiť číslom 4 a potom deliť číslom .....

b) Násobiť číslom 0,000 7 je to isté, ako násobiť číslom ..... a potom deliť číslom 10 000.

c) Násobiť číslom ..... je to isté, ako násobiť číslom 12 a potom deliť číslom 1 000.

d) Násobiť číslom 0,009 je to isté, ako násobiť číslom 0,9 a potom deliť číslom .....

e) Násobiť číslom 0,018 je to isté, ako násobiť číslom ..... a potom deliť číslom .....



- 7 Sandra zistila, že časť e) úlohy 6 má viac riešení. Podarí sa vám nájsť aspoň tri rôzne riešenia?
- 8 Nájdite štyri dvojice desatinných čísel, ktorých súčin je a) 0,36; b) 0,072; c) 1,44.
- 9 Ktoré čísla sa skrývajú pod kartičkami?
- $$0,4 \cdot \text{A} = 0,12 \quad 0,03 \cdot \text{B} = 0,0009 \quad 7 \cdot \text{C} = 0,014$$
- $$200 \cdot \text{D} = 0,08 \quad \text{E} \cdot 0,12 = 3,6 \quad 0,015 \cdot \text{F} = 0,000045$$
- 10 Spomínate si, ako sa násobili farebné – modré a červené čísla?
- $$2 \cdot 3 = 6 \quad 2 \cdot 3 = 6 \quad 2 \cdot 3 = 6 \quad 2 \cdot 3 = 6$$
- Vypočítajte:
- a)  $6,2 \cdot 3,1$ ; b)  $2,1 \cdot 4,18$ ; c)  $5,2 \cdot 0,03$ ; d)  $16,08 \cdot 0,55$ .

## Futbalové ihrisko 1

V pravidlách futbalu, ktorými sa riadia futbalové zväzy a asociácie združené v medzinárodnej futbalovej organizácii FIFA (*Fédération Internationale de Football Association*), sú rozmery futbalového ihriska určené nasledovne:



Rozmery hracej plochy sú v metroch.

**Úloha 1:** Na základe obrázka doplňte nasledujúce vety:

- Hracia plocha má tvar .....
- Dĺžka hracej plochy musí byť vždy ..... ako šírka.
- Dĺžka hracej plochy nesmie byť väčšia ako ..... m a menšia ako ..... m.
- Šírka hracej plochy nesmie byť väčšia ako ..... m a menšia ako ..... m.

**Úloha 2:** V akej vzdialenosti od bránkoveho územia je umiestnená lopta pri pokutovom kope?

**Úloha 3:** Aká široká je bránka?

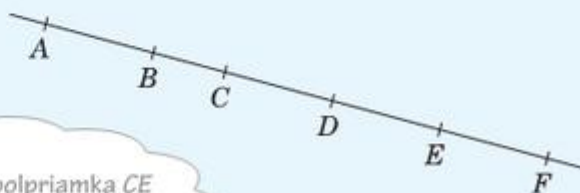
**Úloha 4:** Určte vzdialenosť stredovej značky od bránky.

## UHLÝ V MATEMATIKE



**V** kapitole **Uhly 1** ste videli, kde všade sa môžete stretnúť so slovom uhol. Aby sme tomuto slovu v matematike rozumeli všetci rovnako a nedochádzalo k zbytočným nedorozumeniam, pozrime sa, ako uhol chápeme v matematike. Najskôr si ale pripomenieme, čo je to polpriamka.

- 1** Ktoré z bodov  $A, B, C, D, E, F$  ležia na polpriamke  $CE$ ?



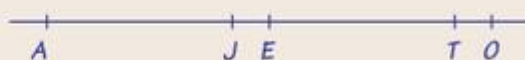
Pankrác

Ja si pamätám, že polpriamka  $CE$  je rovná čiara – časť priamky, ktorá začína v bode  $C$ , pokračuje priamo cez bod  $E$  a nikde sa nekončí.

Preto na polpriamke  $CE$  ležia body  $C, D, E, F$ .

- 2** Narysujte osem rôznych polpriamok a označte ich.

*Kristián vyriešil úlohu 2 takto:*



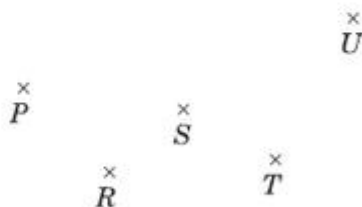
- 3** Má to Kristián dobre?

- 4** Vráťme sa k úlohe 1. Ktoré z bodov  $A, B, C, D, E, F$  ležia na polpriamke a)  $EC$ , b)  $EB$ , c)  $DF$ ?

*Aj vy ste si všimli, že polpriamky  $EC$  a  $EB$  sú rovnaké, len sa inak volajú?*



- 5** Zostrojte body  $P, R, S, T, U$  ako na obrázku. Narysujte polpriamky  $RP, TU$  a úsečky  $RS, TS$ . Aké písmeno z abecedy ste na obrázku dostali?



- 6** Narysujte do zošita dve rôzne polpriamky  $VA$  a  $VB$ , ktoré majú spoločný počiatočný bod  $V$ .



# Uhol, vrchol a ramená



**Š**tyria kamaráti pri riešení úlohy 6 narysovali tieto obrázky.

Janko



Soňa



Zoltán

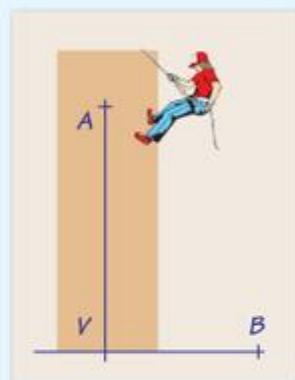
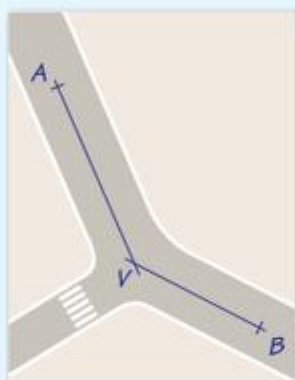
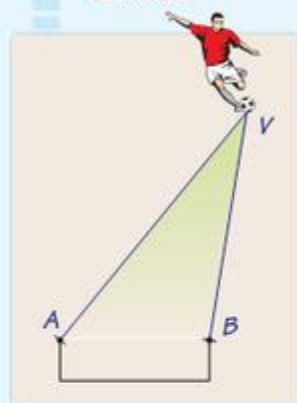


Jarmila



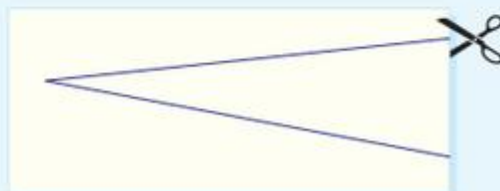
Podobá sa niektorý z týchto obrázkov na ten, ktorý máte v zošite vy?

Ak sa pozriete poriadne na obrázky, ktoré deťom vyšli, zistíte, že sa podobajú na obrázky uhlov, s ktorými ste sa už stretli. Navyše Jarmiline polpriamky vyzerajú ako kolmice.

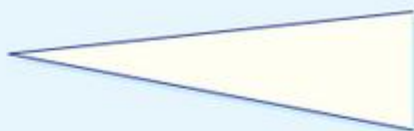


Takže môžeme povedať, že uhol tvoria dve polpriamky, ktoré majú spoločný začiatkový bod.

- 1 Vezmite si kus čistého papiera a narysujte naň dve polpriamky so spoločným začiatkovým bodom. Prestrihnite papier pozdĺž týchto polpriamok.



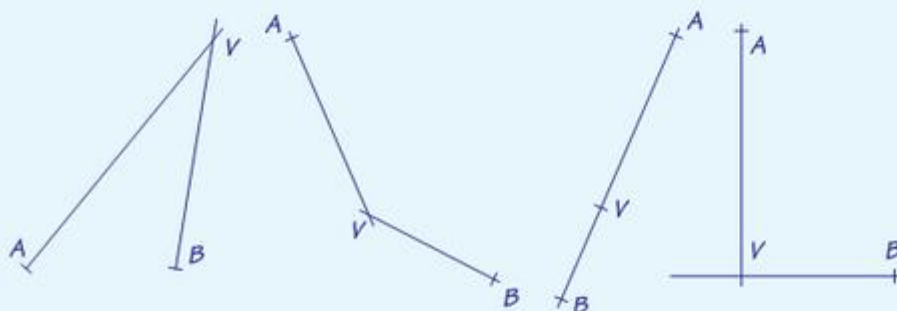
To, čo po vystrihnutí držíte v ruke, je uhol. Presnejšie jeho časť, pretože podobne ako polpriamky, uhol sa nikde nekončí.



Môžeme teda spresniť, že **uhol je časť roviny, ktorá je ohraničená dvoma polpriamkami so spoločným začiatočným bodom.**

Spoločný začiatok týchto dvoch polpriamok sa nazýva **vrchol uhla**. Polpriamky sa volajú **ramená uhla**.

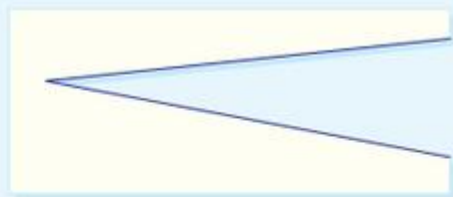
Vráťme sa k obrázkom uhlov, ktoré nakreslili deti.



Na každom obrázku je uhol, ktorý má vrchol  $V$ . Jeho ramená sú polpriamky  $VA$  a  $VB$ .

Vráťme sa aj k vystrihnutému uhlu. Pozrite, čo napadlo Jurajovi.

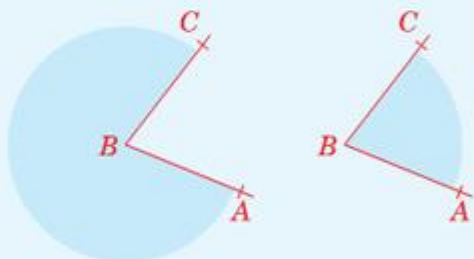
Mne sa páči viac táto časť. Podľa mňa je aj toto uhol. Veď tam sú dve polpriamky so spoločným vrcholom.



**2** Čo myslíte, má Juraj pravdu? Ako by ste mu oponovali?

Predstavte si, Juraj má pravdu. Keď si to pekne nakreslíme, uveríte aj vy.

Takže pomocou dvoch polpriamok so spoločným vrcholom sú určené až dva uhly.



**3** Narysujte do zošita uhol a) s vrcholom  $B$  a ramenami  $BA$  a  $BC$ , b) s vrcholom  $Y$  a ramenami  $YX$  a  $YZ$ .



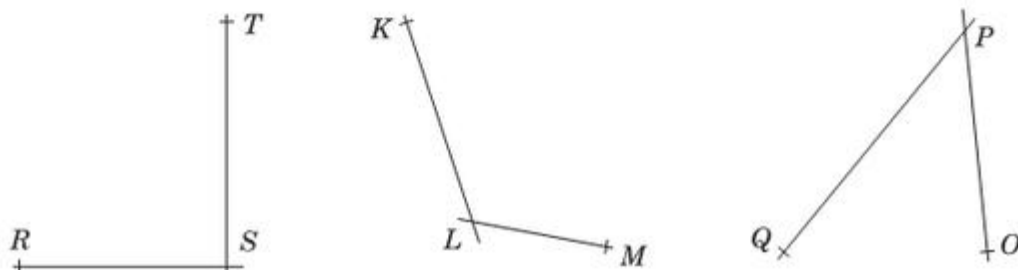
# Aké mená majú uhly?



**A** j uhly, podobne ako úsečky, priamky či polpriamky, majú svoje mená. **Každý uhol pomenujeme pomocou troch bodov** – pomocou jedného bodu ležiaceho na každom ramene a pomocou jeho vrcholu. Aby sa ľahko rozlišovalo, ktorý bod z týchto troch použitých bodov je **vrchol uhla**, budeme ho **písať v strede názvu uhla**. Takže uhly z úlohy 3 na predchádzajúcej strane by sme mohli nazvať uhol ABC alebo uhol CBA a uhol XYZ alebo uhol ZYX.

**1** Ako sa volá uhol s vrcholom v bode V a ramenami – polpriamkami VA a VB?

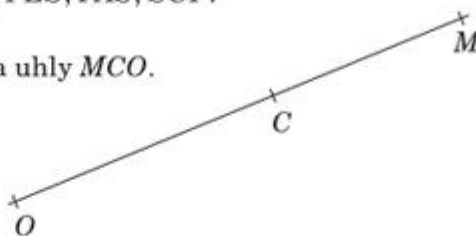
**2** Ako sa volajú uhly na obrázkoch? Viete každý pomenovať dvoma rôznymi spôsobmi?



**3** Prečo Sonino pomenovanie prvého uhla – TRS nie je správne?

**4** Narysujte do jedného obrázka uhly PES, PAS, SUP.

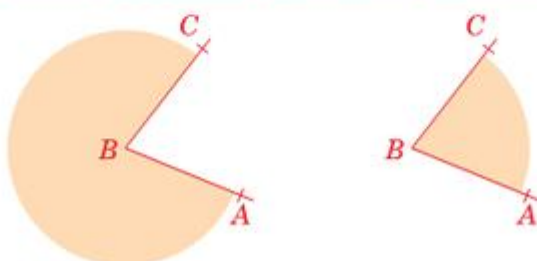
**5** Bibiána tvrdí, že na obrázku sú dva uhly MCO. Má pravdu?



Uhol má aj značku:

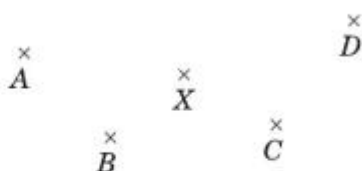


Touto značkou budeme označovať aj menší uhol ABC aj väčší uhol ABC. Aby sme ich v tejto učebnici odlišili, pri väčšom uhle povieme „ten väčší“ a pri menšom povieme „ten menší“. Ak napíšeme iba značku, automaticky budeme myslieť ten menší.



- 6** Na obrázku vidíte päť bodov  $A, B, C, D, X$ . Ktoré z uvedených uhlov obsahujú bod  $X$ ? Vyberte všetky možnosti.

- a) menší  $\sphericalangle ABC$       b) menší  $\sphericalangle ABD$   
c) menší  $\sphericalangle ACB$       d) menší  $\sphericalangle ADB$   
e) väčší  $\sphericalangle DBC$       f) väčší  $\sphericalangle DAC$



*Niekedy sa stretnete aj s označením uhlov pomocou gréckej abecedy*

- 7** Boli ste už v Grécku? Vedeli ste prečítať názvy obchodov? Dokázate prečítať slová napísané gréckymi písmenami?

TAXI, ΒΙΟΣ, ΠΟΛΙΣ, ΜΙΚΡΟΣ

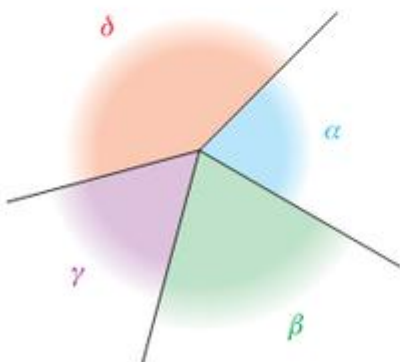


|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| A α | B β | Γ γ | Δ δ |
| E ε | Z ζ | H η | Θ θ |
| I ι | K κ | Λ λ | M μ |
| N ν | Ξ ξ | O ο | Π π |
| P ρ | Σ σ | T τ | Υ υ |
| Φ φ | X χ | Ψ ψ | Ω ω |

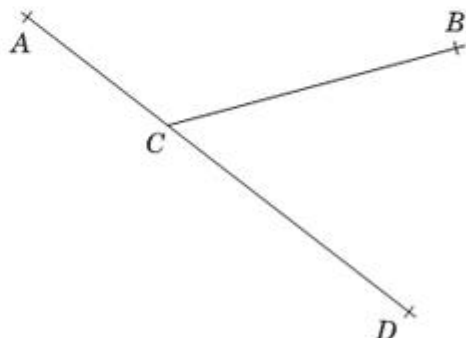
*Tie isté slová, zapísané malými písmenami sa čítajú asi trochu ťažšie: ταχι, βιοσ, πολις, μικροσ. Na označenie uhlov sa používajú práve malé písmená gréckej abecedy. Najčastejšie sa používajú tieto písmená: alfa: α, beta: β, gama: γ, delta: δ. Neskôr sa stretnete aj s ďalšími písmenami gréckej abecedy, napr. epsilon: ε, lambda: λ, pí: π, ró: ρ, sigma: σ, tau: τ, fí: φ, omega: ω.*

- 8** Nájdite na internete ďalšie grécke písmená. Ktoré z nich sa podobajú na naše písmená?

- 9** a) Ktoré z uhlov na obrázku majú spoločný vrchol?  
b) Ktoré majú spoločné rameno?



- 10** Vypíšte uhly, ktoré sú na obrázku už narysované aj označené.



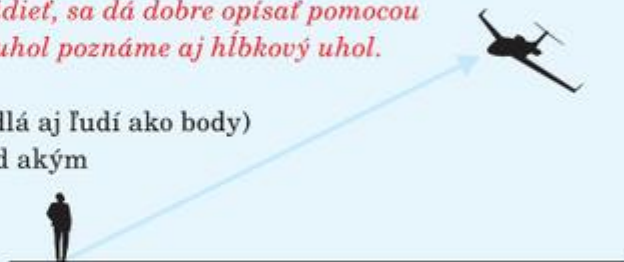


# Porovnávanie uhlov



**K** eď pozorujete zo Zeme lietadlo, môžete ho vidieť priamo nad sebou alebo, naopak, v diaľke na obzore, príp. niekde medzi týmito dvoma polohami. To, ako veľmi musíte zodvihnúť hlavu, keď chcete lietadlo vidieť, sa dá dobre opísať pomocou výškového uhla. Podobne ako výškový uhol poznáme aj hĺbkový uhol.

- 1** Prekreslite si obrázky do zošita (lietadlá aj ľudí ako body) a znázorníte na nich výškový uhol, pod akým človek vidí lietadlo a hĺbkový uhol, pod akým je vidieť človeka z lietadla.

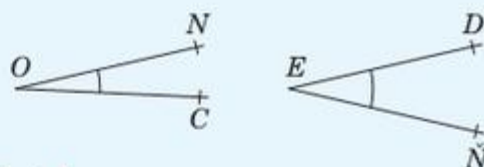


- 2** Ktorý z parašutistov sa pozerá na loď pod a) najväčším, b) najmenším hĺbkovým uhlom?

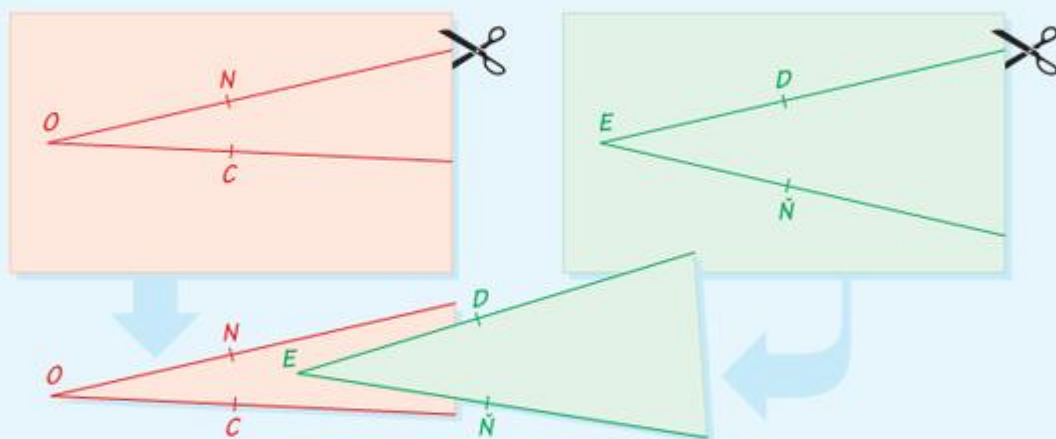


- 3** Opíšte, kedy majú dva uhly rovnakú veľkosť.

- 4** Narysujte na papier uhly  $NOC$  a  $DE\check{N}$ . Snažte sa, aby mali rovnakú veľkosť. Potom zistíte, či skutočne majú rovnakú veľkosť. Pomôžte si nožnicami.



Aj Jozef si pomohol nožnicami. Pozrite sa, čo dostal:



Na základe toho vyhlásil, že jeho uhly nemajú rovnakú veľkosť – uhol  $NOC$  je väčší ako uhol  $DE\check{N}$ , pretože uhol  $DE\check{N}$  leží vnútri uhla  $NOC$ .

- 5** Má Jozef pravdu? Svoju odpoveď zdôvodnite.



**Andrej**

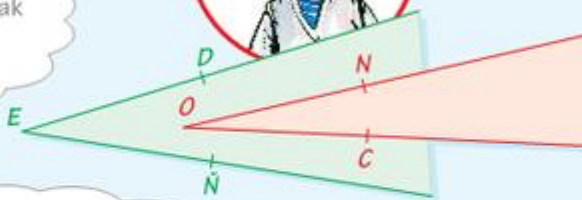
Nemáš to dobre.

Prečo?

Lebo keby si to robil takto, mohol by si ich položiť aj naopak a vyšlo by ti, že uhol  $DE\dot{N}$  je väčší ako uhol  $NOC$ .



**Jozef**





**Jozef**

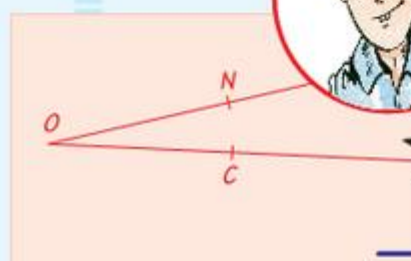
A ako som to mal urobiť?



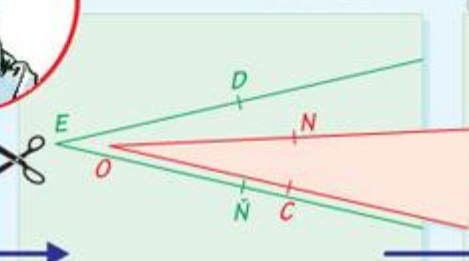
**Andrej**

Je potrebné položiť ich tak, aby mali čo najviac spoločného. Najlepšie bude, ak budú mať spoločné vrcholy a jedno rameno.

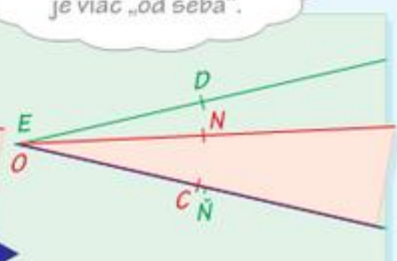
Potom už bude vidieť, ktorá dvojica ramien je viac „od seba“.



Vystrihnutie.



Správne prikladanie k druhému uhlu.



Porovnanie.

## Delíme na časti bez delenia 2



**Úloha 1:** Rozhodnite sami, či platia tieto kritériá deliteľnosti číslom 4:

a) Číslo je deliteľné bez zvyšku číslom 4, ak je jeho posledné dvojčísle deliteľné štyrmi.

**30 284** → posledné dvojčísle

b) Číslo je deliteľné bez zvyšku číslom 4, ak súčet jeho poslednej cifry s dvojnásobkom predposlednej cifry je deliteľný štyrmi.

c) Číslo je deliteľné bez zvyšku číslom 4, ak súčet jeho predposlednej cifry s dvojnásobkom poslednej cifry je deliteľný štyrmi.

**Úloha 2:**

a) Ak poznáte kritériá deliteľnosti niektorými číslami, môžete si sami vytvárať ďalšie kritériá. Napríklad, pri zisťovaní deliteľnosti číslom 6

si stačí uvedomiť, že  $6 = 2 \cdot 3$ . Preto stačí overiť, či je dané číslo deliteľné číslami 2 aj 3 súčasne. Stačí teda, ak overíme, či .... (doplňte vetu).

b) Skúste navrhnúť kritérium deliteľnosti číslom 15.

c) Skúste navrhnúť kritérium deliteľnosti číslom 12.

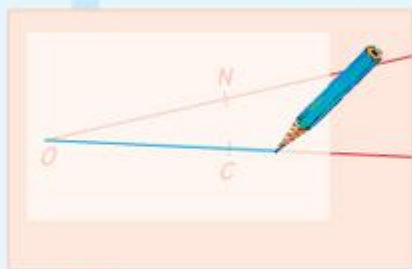
d) Monika si napísala číslo 12 ako  $2 \cdot 6$  a usúdila, že číslo je deliteľné číslom 12, ak je deliteľné číslom 2 a 6 súčasne. Je jej úvaha správna?

**Úloha 3:** Nájdite na internete kritérium deliteľnosti číslom 11 a skontrolujte pomocou neho svoje rodné číslo.

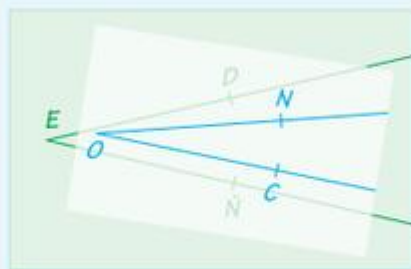




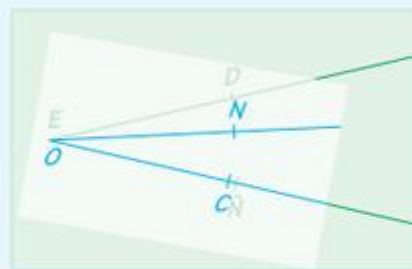
Ak nechceme strihať, môžeme si pomôcť priesvitným papierom (priesvitkou). Jeden uhol naň prerysujeme a priložíme k druhému uhlu. Opäť je dôležité, aby vrcholy a jedno rameno splynuli.



Kreslenie na priesvitku.



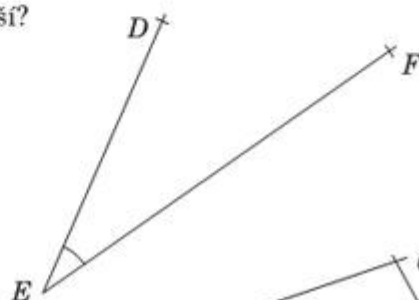
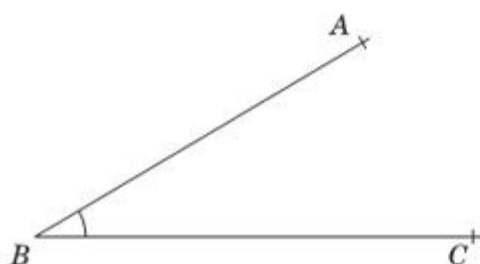
Príkladanie priesvitky na uhol.



Porovnanie.



**6** Ktorý z uhlov  $ABC$ ,  $DEF$  na obrázku je menší?



**7** Zistíte pomocou priesvitky, ktorý z uhlov trojuholníka  $DOG$  na obrázku je najmenší a ktorý je najväčší.

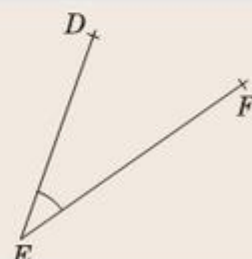
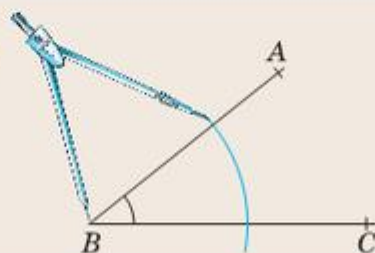


Uznáte, že nemá veľký význam porovnávať zložitito dva uhly, z ktorých jeden je očividne väčší ako druhý.

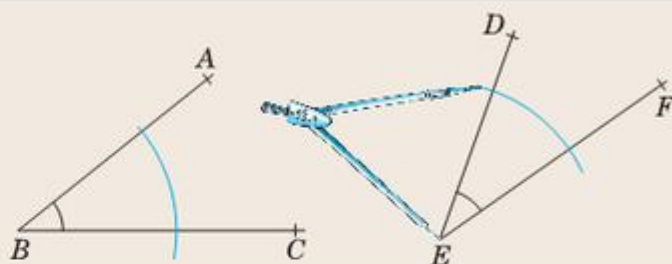


Sústredíme sa preto na uhly, ktoré je zrakom ťažké porovnávať. Na obrázkovom návode si ukážeme ďalší spôsob porovnávania uhlov.

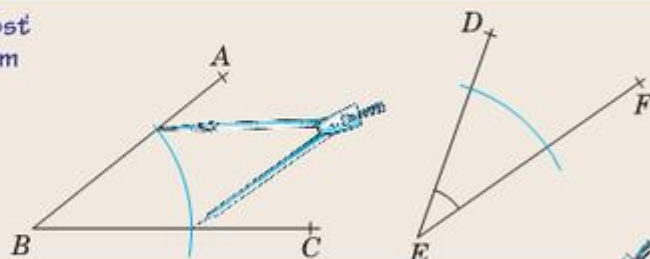
1. Do uhla  $ABC$  narysujeme kružidlom oblúk, ktorý má stred vo vrchole uhla  $B$ .



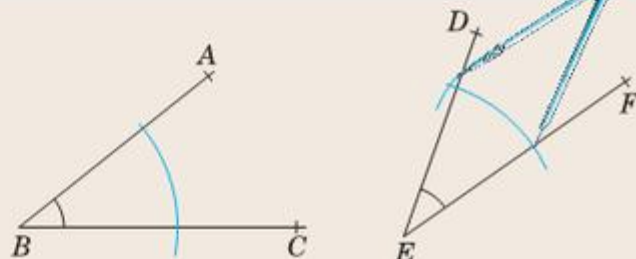
2. Do uhla  $DEF$  narýsujeme oblúk rovnako nastaveným kružidlom.



3. Odmeriame kružidlom vzdialenosť koncových bodov oblúka v jednom uhle – napr. v uhle  $ABC$ .



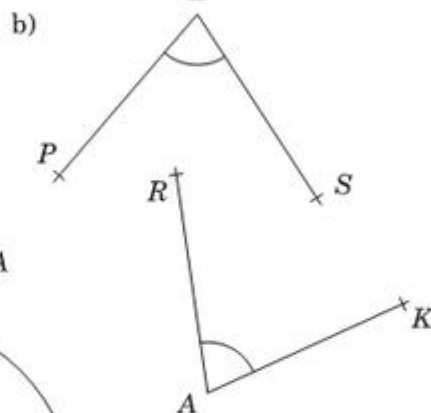
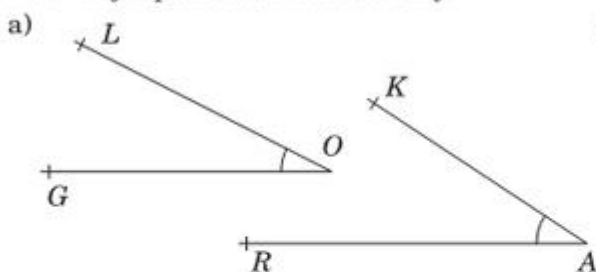
4. Porovnáme s oblúkom v druhom uhle – v uhle  $DEF$ .



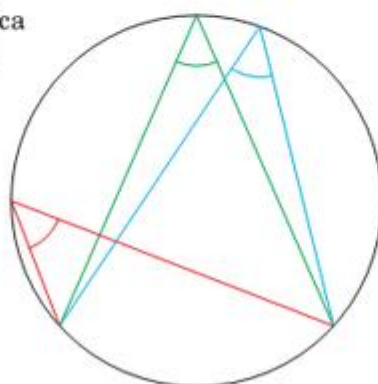
Väčší je uhol  $ABC$ .

- 8 Ako by vyzeral 4. obrázok v prípade, že by bol uhol  $ABC$  a) menší ako uhol  $DEF$ , b) rovnako veľký?

- 9 Porovnajte pomocou kružidla uhly.



- 10 Na obrázku je kružnica s vyznačenými tromi farebnými uhlami. Porovnajte ich.







Teraz si opišeme porovnávanie podobne veľkých uhlov len pomocou merania pravítkom.

1. Dané sú uhly  $ROJ$  a  $MED$ .

2. Na ramene  $OJ$  narysujeme bod  $A$  a na ramene  $ED$  bod  $B$  tak, aby sa dĺžka úsečky  $OA$  rovnala dĺžke úsečky  $EB$ .

3. Na ramene  $OR$  narysujeme bod  $C$  a na ramene  $EM$  bod  $D$  tak, aby sa dĺžka úsečky  $OC$  rovnala dĺžke úsečky  $ED$ .

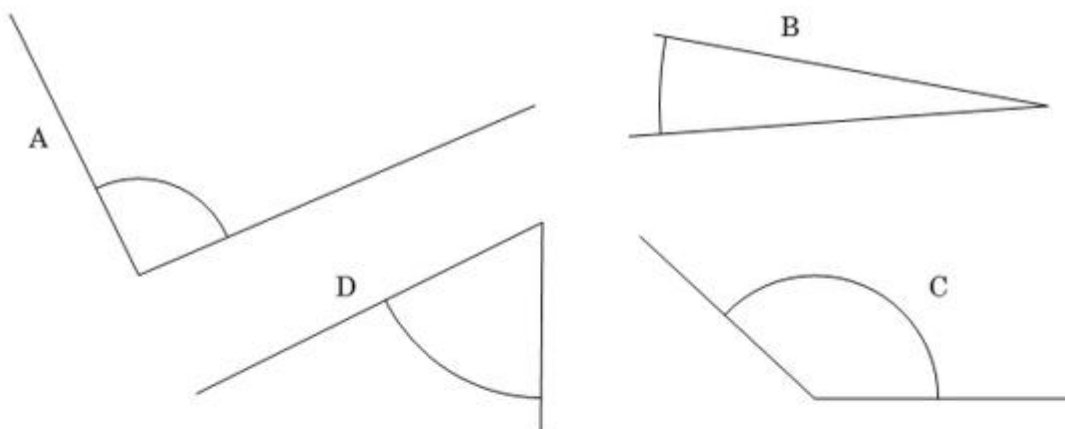
4. Porovnáme dĺžky úsečiek  $AC$  a  $BD$ . Väčšia úsečka leží vo väčšom uhle.



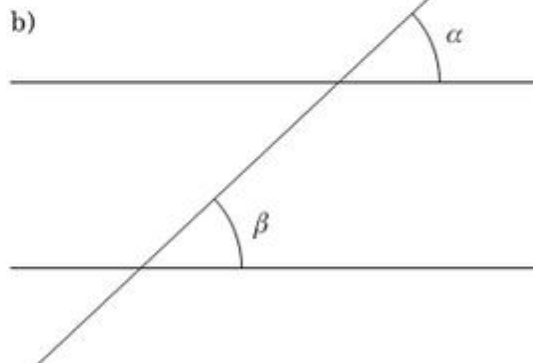
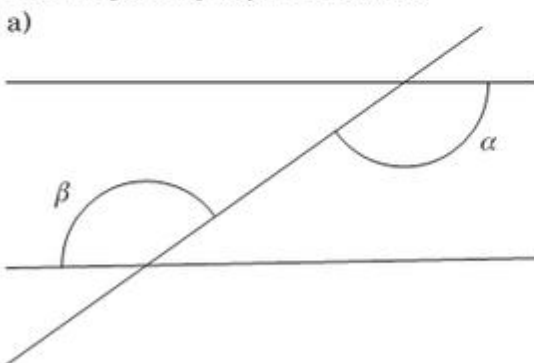
11 Porovnajte uhly z úlohy 10 pomocou merania pravítkom.

12 Je táto metóda porovnávania správna pre akékoľvek dva uhly?

13 Iba odhadom zoradte uhly od najmenšieho po najväčší. Svoj odhad potom skontrolujte porovnaním pomocou kružidla alebo pravítka.



14 Porovnajte uhly  $\alpha$ ,  $\beta$  na obrázku.



# Pravý, ostrý, tupý, priamy



**A** k narysujete dve polpriamky, ktoré sú **kolmé**, budú tiež určovať uhol.



*Keďže s kolmicami, a teda aj s takýmto uhlom sa stretneme veľmi často, dostal špeciálne pomenovanie.*

**Uhol, ktorý zvierajú dve kolmice, sa volá pravý uhol.**

**1** Koľko pravých uhlov je narysovaných na obrázku?

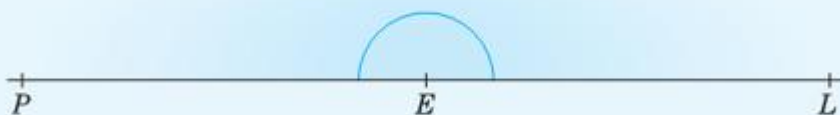


**2** Narysujte pravý uhol a označte ho **KON**. Pomôžete si pravítkom s ryskou?

**3** Narysujte dva pravé uhly **PES** a **LES** tak, aby mali spoločný vrchol **E** a rameno **ES**.



*Ak ste presne rysovali, vyšlo vám, že polpriamky **EP** a **EL** ležia na jednej priamke. Keď tieto dva uhly splynú, vytvoria vlastne polovicu roviny – **polrovinu**.*

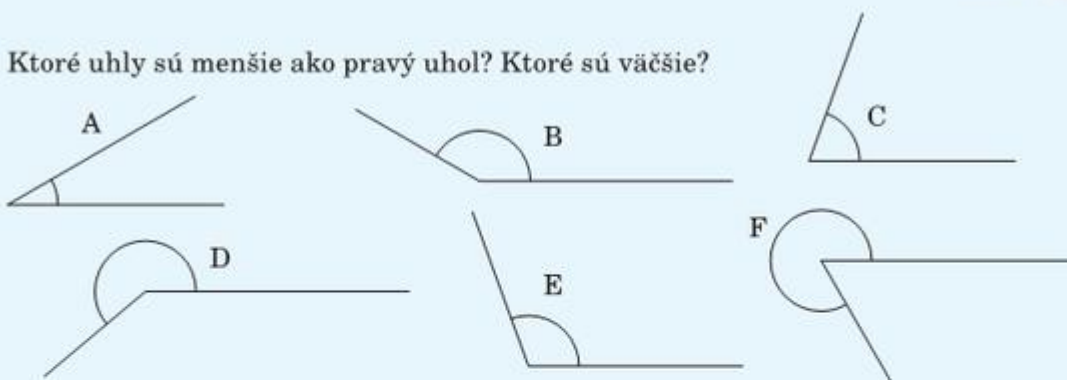


*Dostali sme tak nový uhol **PEL**. Takýto uhol sa nazýva **priamy uhol**.*

**Priamy uhol je polovica roviny.**



4 Ktoré uhly sú menšie ako pravý uhol? Ktoré sú väčšie?



Aj vám vyšlo, že uhly menšie ako pravý uhol sú uhly na obrázkoch A a C? Takéto uhly voláme ostré uhly.



Bohuš

Keby ste ostrý uhol vystrihli z tvrdého papiera, mohli by ste sa na ňom popichať, porezať.

Asi preto sa takéto uhly volajú ostré.

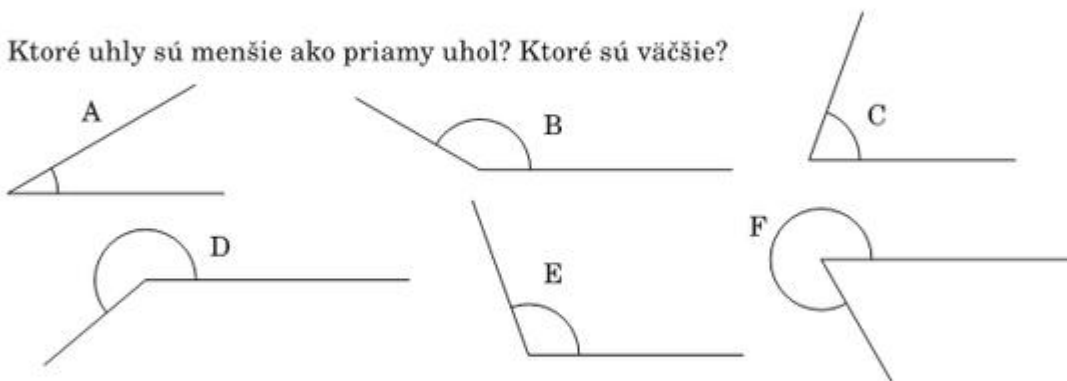
**Ostrý uhol je uhol, ktorý je menší ako pravý uhol.**

5 Ktoré uhly z úlohy 4 boli väčšie ako pravý uhol a súčasne menšie ako priamy uhol?

Uhly, ktoré sú väčšie ako pravý uhol a menšie ako priamy uhol, sa nazývajú **tupé**.

**Tupý uhol je uhol, ktorý je väčší ako pravý uhol a súčasne menší ako priamy uhol.**

6 Ktoré uhly sú menšie ako priamy uhol? Ktoré sú väčšie?



7 Doplňte vety tak, aby boli pravdivé.

- Uhol, ktorý je väčší ako pravý a menší ako priamy, sa volá .....
- Pravý uhol je väčší ako ..... uhol.
- ..... uhol je menší ako pravý uhol.

# Uhly v trojuholníkoch

**K** ed' viete, čo znamená slovo uhol, asi je vám jasnejšie, prečo sa trojuholník volá trojuholník.



- 1** Vysvetlite, ako vzniklo pomenovanie trojuholník.

Ak si nakreslíte obrázok trojuholníka, hneď si všimnete, že „v jeho vnútri“ sú tri uhly. Preto sa volá **trojuholník**.



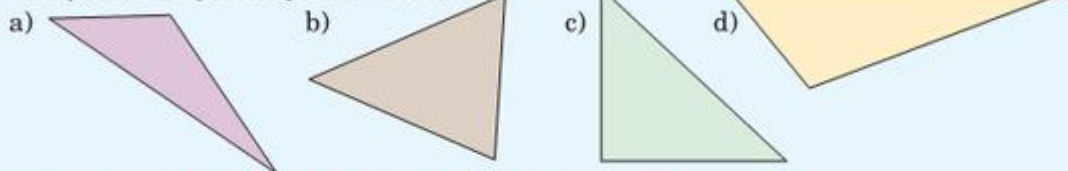
- 2** Načrtnite a) štvoruholník, b) päťuholník, c) šesťuholník.

- 3** Narysujte štvoruholník, ktorý má všetky štyri uhly pravé.

*Tiež ste v úlohe 3 narysovali obdĺžnik?*



- 4** Koľko ostrých uhlov je v trojuholníkoch?



Majka si všimla, že každý trojuholník z úlohy 4 má aspoň dva ostré uhly. Rozmýšľala preto, či existuje trojuholník iba s jedným ostrým uhlom. Skúsila taký nakresliť.

- 5** Skúste to aj vy. Nakreslite trojuholník, ktorý má iba jeden ostrý uhol.

Vyzerá to tak, že v každom trojuholníku sú buď presne dva alebo presne tri ostré uhly. Aby sme tieto skupiny od seba odlišili, budeme odteraz trojuholník, ktorý má všetky tri uhly ostré, volať **ostrouhlý trojuholník**.

**Ostrouhlý trojuholník má práve tri ostré uhly.**



*Ostali nám trojuholníky, ktoré majú práve dva ostré uhly.*

- 6** Aký môže byť tretí uhol trojuholníka, ktorý má presne dva uhly ostré? Nakreslite príklad.

*Asi aj vám vyšlo, že ak sú dva uhly trojuholníka ostré, tretí uhol môže byť pravý alebo tupý.*

*Aj tieto dve možnosti odlišíme pomenovaním.*

*Ak má trojuholník dva ostré uhly a tretí uhol je pravý, budeme ho volať **pravouhlý trojuholník**.*

*Ak má trojuholník dva ostré uhly a tretí uhol je tupý, budeme ho volať **tupouhlý trojuholník**.*

**Pravouhlý trojuholník má dva ostré uhly a jeden pravý uhol.**

**Tupouhlý trojuholník má dva ostré uhly a jeden tupý uhol.**

*Mišovi sa zdalo, že tých ostrých uhlov je v trojuholníkoch akosi priveľa. Preto skúsil narysovať trojuholník, ktorý má dva uhly pravé. Bol zvedavý, aký mu vyjde tretí uhol.*

- 7** Narysujte trojuholník, ktorý má dva pravé uhly. Pomôžte si kolmicami.

*Ak ste rysovali v úlohe 7 presne, vyšlo vám, že dve kolmice, ktorými ste si pomáhali, sa nikdy nepretnú – sú rovnobežné.*



*Takže nevznikne trojuholník.*



*Podobne je to aj s dvoma tupými uhlami.*

*Soňa sa pozrela na obrázok s dvoma tupými uhlami a povedala:*



Ale veď tie priamky sa pretnú! Keď ich predlžím smerom dolu, tak sa pretnú.

Takže vznikne trojuholník s dvoma tupými uhlami.

- 8** Má Soňa pravdu?

Cyrl Soni dopovedal:

Priamky sa síce dole pretnú,  
ale vznikne trojuholník s tromi  
ostrými uhlami.

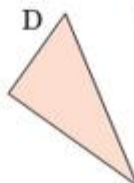
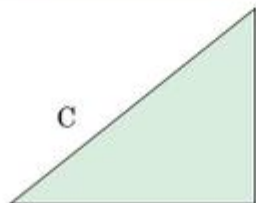
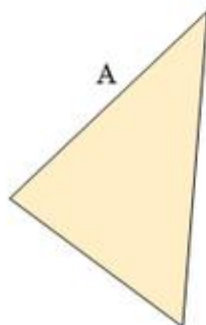
Cyrl



Aby vznikol trojuholník  
s dvoma tupými uhlami, museli by sa  
tieto priamky pretať, ale hore!

Čiže pretať by sa museli  
ramená uhlov – polpriamky.  
A tie sa nepretnú!

9 Ktoré trojuholníky sú ostrouhlé, ktoré pravouhlé a ktoré tupouhlé?

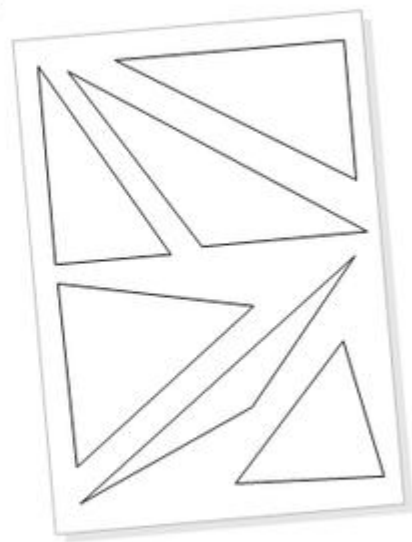


10 Aké trojuholníky vzniknú, keď rozstrihnete obdĺžnik na dva trojuholníky?

11 Spomínate si, ako sa počítal obsah pravouhlého trojuholníka? Vypočítajte obsah pravouhlého trojuholníka, ak jeho dve kratšie strany merajú:  
a) 3 cm a 4 cm,    b) 5 cm a 12 cm,    c) 12 cm a 16 cm.

12 Narysujte na výkres dva veľké ostrouhlé trojuholníky, dva veľké pravouhlé trojuholníky a dva veľké tupouhlé trojuholníky tak, aby sa žiadne trojuholníky neprekrývali.

- Rozstrihnite jeden pravouhlý, jeden ostrouhlý aj jeden tupouhlý trojuholník zakaždým na dva pravouhlé trojuholníky.
- Rozstrihnite druhý ostrouhlý trojuholník na tri tupouhlé trojuholníky.
- Rozstrihnite druhý tupouhlý trojuholník na jeden ostrouhlý a jeden tupouhlý trojuholník.
- Rozstrihnite druhý pravouhlý trojuholník na štyri pravouhlé trojuholníky.

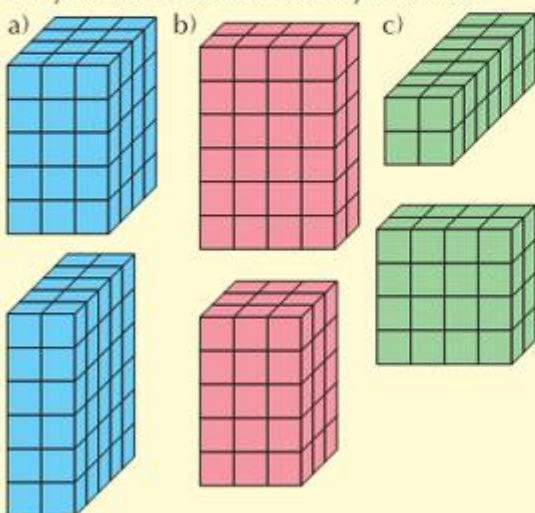


13 Rozstrihnite štvorec iba na ostrouhlé trojuholníky. Pozor, je to veľmi ťažká úloha! Nevadí, ak sa vám ju nepodarí vyriešiť.



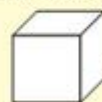
## Kde je viac kociek?

**Úloha 1:** Na obrázkoch vidíte dvojice kvádrov zložených z rovnakých kociek. Určte, ktorý kváder sa skladá z viacerých kociek.



Už viete, že pri určovaní obsahu útvaru sa používajú štvorcové jednotky  $\text{mm}^2$ ,  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$ ,  $\text{m}^2$  a ďalšie. Obsah útvaru nám teda hovorí, z koľkých štvorcov so stranou dĺžou 1 mm (1 cm, 1 dm, 1 m...) sa skladá daný útvar. Podobne pri určovaní toho, ako veľké je priestorové teleso, si pomáhame zisťovaním, z koľkých kociek s dĺžkou hrany 1 mm (1 cm, 1 dm, 1 m...) sa toto teleso skladá. Hovoríme, že sme určili objem telesa v milimetroch kubických (centimetroch kubických, decimetroch kubických, metroch kubických).

→ milimeter kubický



→ centimeter kubický

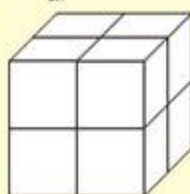
Tieto jednotky objemu majú podobné označenie ako jednotky obsahu:

milimeter kubický –  $\text{mm}^3$  centimeter kubický –  $\text{cm}^3$

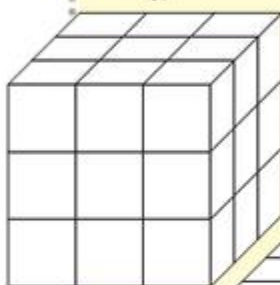
decimeter kubický –  $\text{dm}^3$  meter kubický –  $\text{m}^3$

**Úloha 2:** Z koľkých kociek s dĺžkou hrany 1 cm sa skladá kocka s hranou dĺžkou a) 2 cm, b) 3 cm, c) 4 cm, d) 5 cm?

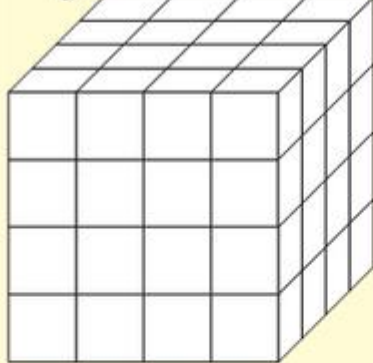
a)



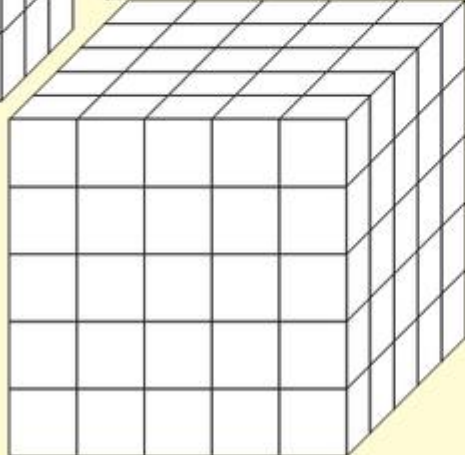
b)



c)



d)



**Úloha 3:** Vráťte sa ku kvádrov z úlohy 1 a určte ich objem v centimetroch kubických.

**Úloha 4:** Vráťte sa ku kockám z úlohy 2 a určte ich objem v centimetroch kubických.

**Úloha 5:** Predstavte si kocku s hranou dĺžkou 1 centimeter. Určte jej objem v a)  $\text{cm}^3$ , b)  $\text{mm}^3$ .

**Úloha 6:** Predstavte si kocku s hranou dĺžkou 1 decimeter. Určte jej objem v a)  $\text{dm}^3$ , b)  $\text{cm}^3$ , c)  $\text{mm}^3$ .

**Úloha 7:** Predstavte si veľkú kocku s hranou dĺžkou 1 meter. Určte jej objem v a)  $\text{m}^3$ , b)  $\text{dm}^3$ , c)  $\text{cm}^3$ , d)  $\text{mm}^3$ .

**Úloha 8:** Odmerajte v centimetroch rozmery škatule mlieka.

a) Určte jej objem v  $\text{cm}^3$ .

b) Určte jej objem v  $\text{dm}^3$ .

c) Na základe toho skúste sformulovať vzťah medzi jedným litrom a decimetrom kubickým.



# POČÍTAME S DESATINNÝMI ČÍSLAMI 3

## DELENIE DESATINNÝCH ČÍSEL



**U**ž ste objavili, ako desatinné čísla sčítujeme, odčítujeme a násobíme. Niekedy potrebujeme dve desatinné čísla aj vydeliť. Najskôr si ale pripomeňme delenie prirodzených čísel.

- 1 Delte so zvyškom.  
 $55\,278 : 9$     $3 : 5$     $54\,278 : 9$     $736\,172 : 8$     $459\,258 : 7$     $354\,057 : 6$
- 2 Koľko lízaniek po 0,36 € môžeme kúpiť za 7,20 €? Ak si neviete s úlohou rady, pomôžte si kalkulačkou.

*Pozrite sa, ako úlohu riešili vaši rovesníci.*

Kristián



Ak mám zistiť, koľko lízaniek po 0,36 € vyjde za 7,20 €, je to podobné, ako keď mám zistiť, koľko lízaniek po 2 € vyjde za 12 €.  
 To vypočítam ľahko  $12 : 2 = 6$ .  
 Takže aj tu musím deliť  $7,20 : 0,36$ .  
 Deliť dve desatinné čísla sme sa ale ešte neučili. Keby som mal kalkulačku, použijem ju.

Danka



Keď to nevieš vydeliť a nemáš ani kalkulačku, predstav si sumy nie v eurách, ale v centoch. Jedna lízanka stojí 36 centov a spolu máme 720 centov.  
 Stačí počítať  $720 : 36$ .  
 To je presne 20.  
 Kúpiť si môžeme presne 20 lízaniek.

*Nie vždy sa nám podarí vyriešiť úlohu tak, ako sa to podarilo Danke. Poďme sa pozrieť na to, čo Kristián nevedel. Ako vydeliť dve desatinné čísla? Podobne, ako pri násobení desatinných čísel, začneme prirodzenými číslami.*



# Delenie prirodzeným číslom



**P**o prečítaní nadpisu možno máte dojem: „Však to už sme sa učili.“ Ak máte pravdu, tak určite zvládnete nasledujúcu úlohu.

- 1** Strýko Karol potrebuje rozrezať 19-metrovú hadicu na 8 rovnakých dielov. Koľko bude merať jeden diel?

*Jeho synovec Peter sa mu snažil pomôcť. Pozrite sa, aký rozhovor medzi nimi pri počítaní prebehol.*



$19 : 8 = 2$ , zv. 3  
Jeden diel bude merať 2 metre  
a 3 metre ti ešte zostanú.

Ale ja nepotrebujem,  
aby mi niečo zostalo.

Dobre, skúsím to  
počítať v decimetroch.  
 $19 \text{ m} = 190 \text{ dm}$ ,  $190 : 8 = 23$ , zv. 6.  
 $23 \text{ dm} = 2,3 \text{ m}$ . Jeden diel bude  
merať 2,3 metre a 6 decimetrov  
ti ešte zostane.

To je ešte stále veľký odpad.  
Bol by som rád, keby mi nezostalo  
vôbec nič.

Dobre, skúsím to teda v milimetroch.  
 $19 \text{ m} = 19\,000 \text{ mm}$ ,  $19\,000 : 8 = 2\,375$ ,  
 $2\,375 \text{ mm} = 2,375 \text{ m}$ . Jeden diel bude  
merať 2,375 metra a nič  
ti nezostane.

Tak to sa mi páči. Hneď sa do toho  
pustím. Dúfam, že sa mi podarí rezať  
tak presne, ako si to vypočítal.



*Petrovi sa vlastne podarilo deliť  $19 : 8$  bez zvyšku. Predtým, ako sme spoznali desatinné čísla, to nešlo. To znamená, že teraz, keď poznáme desatinné čísla, sa číslo 19 dá deliť číslom 8 dvoma spôsobmi:*

So zvyškom:  $19 : 8 = 2$ , zv. 3

Bez zvyšku:  $19 : 8 = 2,375$

**Pri delení bez zvyšku výsledok nemusí byť prirodzené číslo.**



- 2 Podobným spôsobom (aj so zvyškom, aj bez zvyšku) vydeľte  $357 : 12$ .



Pozrite sa, ako delenie  $357 : 12$  zvládla Soňa.

Ja si predstavím, že delím hadicu dlhú 357 m na 12 rovnakých častí. Jej dĺžku si hneď premením na milimetre. Dostanem 357 000 mm a počítam  $357\,000 : 12$ .

$$357\,000 : 12 = 29\,750$$

$$\begin{array}{r} -24 \\ \hline 117 \\ -108 \\ \hline 90 \\ -84 \\ \hline 60 \\ -60 \\ \hline 00 \\ -0 \\ \hline 0 \end{array}$$

Výsledok je 29 750 mm, to je 29,750 m.

Soňa



- 3 Jakub tvrdí, že Soni stačilo premeniť dĺžku hadice na centimetre. Má pravdu?

Teraz sa pozrite, ako delí Jakub.

Najprv delím ako doteraz.

$$357 : 12 = 29$$

$$\begin{array}{r} -24 \\ \hline 117 \\ -108 \\ \hline 9 \end{array}$$

Keby som delil so zvyškom, tu by som skončil. Keď zvyšok nechcem, musím deliť ďalej. Zvyšok 9 si premením na desatiny. Výsledkom delenia budú desatiny, preto vo výsledku najprv napíšem desatinnú čiarku. K číslu 9 napíšem 0, lebo číslo 357 má 0 desatín.

Mám deliť  $357 : 12$ .

Jakub



2

$$\begin{array}{r} 357 : 12 = 29, \\ -24 \\ \hline 117 \\ -108 \\ \hline 90 \end{array}$$

3

Pokračujem v delení.

$$\begin{array}{r} 357 : 12 = 29,7 \\ -24 \\ \hline 117 \\ -108 \\ \hline 90 \\ -84 \\ \hline 6 \end{array}$$

4

6 desatín, čo zostalo, premením na stotiny, pridám ďalšiu nulu a delím ďalej.

$$\begin{array}{r} 357 : 12 = 29,75 \\ -24 \\ \hline 117 \\ -108 \\ \hline 90 \\ -84 \\ \hline 60 \\ -60 \\ \hline 0 \end{array}$$

Výsledok je 29,75.





- 4 Vydeľte a) so zvyškom, b) bez zvyšku.

$$39 : 2 \quad 39 : 5 \quad 39 : 6 \quad 39 : 4 \quad 39 : 12 \quad 39 : 8 \quad 39 : 16$$

- 5 Vydeľte a) so zvyškom, b) bez zvyšku.

$$32 \ 394 : 8 \quad 3 \ 239 : 8 \quad 323 : 8 \quad 32 : 8 \quad 3 : 8$$

V praxi sa častejšie stretávame s delením bez zvyšku. Preto odteraz, keď budeme hovoriť o delení, budeme myslieť delenie bez zvyšku, aj keď to nenapišeme. Ak budeme chcieť deliť so zvyškom, bude to napísané.

- 6 Vydeľte.

$$351 : 6 \quad 4 \ 067 : 4 \quad 54 \ 722 : 8 \quad 740 \ 342 : 5 \quad 3 \ 896 \ 745 : 8$$

- 7 V tejto úlohe všetky delitele majú na konci aspoň jednu nulu.

$$375 : 20 \quad 4 \ 661 : 40 \quad 5 \ 763 : 600 \quad 489 \ 483 : 8 \ 000$$

- 8 Vypočítajte.

$$375 : 2 : 10 \quad 4 \ 661 : 4 : 10 \quad 5 \ 763 : 6 : 100 \quad 489 \ 483 : 8 : 1 \ 000$$

Všimli ste si, ako súviseli úlohy 7 a 8? Kristián to vysvetlil takto:



Rozdeliť 375 na 20 častí je to isté, ako rozdeliť 375 na dve časti a potom každú z nich ešte na 10 častí.

- 9 Skúste vydeliť desatinné číslo prirodzeným:  $59,46 : 4$ .



Jakub sa pri riešení úlohy 9 dostal až po desatinnú čiarku a nevedel ako ďalej.

Pozrite, ako mu poradila Soňa.

Soňa



3 si musíš premeniť na desatiny a pridať k nim aj 4 desatiny, ktoré sú v čísle 59,4. Dostaneš  $30 + 4 = 34$ .

To je to isté, ako keď k 3 pripíšem 4. Ďakujem, to už viem.

Jakub



$$59,46 : 4 = 14$$

$$\begin{array}{r} -4 \\ 19 \\ -16 \\ 3 \end{array}$$

$$59,46 : 4 = 14,865$$

$$\begin{array}{r} -4 \\ 19 \\ -16 \\ 34 \\ -32 \\ 26 \\ -24 \\ 20 \\ -20 \\ 0 \end{array}$$

Keď v čísle už nič nie je, pripíšem nulu.



- 10** Vydeľte.  
 $5,4 : 2$        $5,4 : 4$        $6,2 : 5$        $32,85 : 4$        $7,14 : 8$
- 11** Rozdeľte 27,5; 77,19 a 28,922 na a) 2 rovnaké časti, b) 4 rovnaké časti, c) 5 rovnakých častí, d) 8 rovnakých častí.
- 12** Ako si majú traja kamaráti rozdeliť sumu a) 41,70 €, b) 32,46 €, c) 141,90 € tak, aby každý z nich dostal rovnako? Koľko dostane každý z nich?
- 13** Božena kúpila sebe a svojim kamarátkam päť rovnakých pier. Spolu platila 12,45 €. Koľko stálo jedno pero?
- 14** Pri platení Božena zistila, že ku každým piatim perám dávajú jedno pero zdarma. Takže dostala za rovnakú cenu šesť pier. Koľko ju vlastne stálo jedno pero?
- 15** Nájdete podobnú zľavu ako v úlohe 14 v letáku alebo na webovej stránke nejakého obchodu?
- 16** Samo kupoval pre seba a svojich kamarátov rovnaké privesky. Za šesť priveskov platil presne 19,14 €. Koľko eur stál jeden privesok?



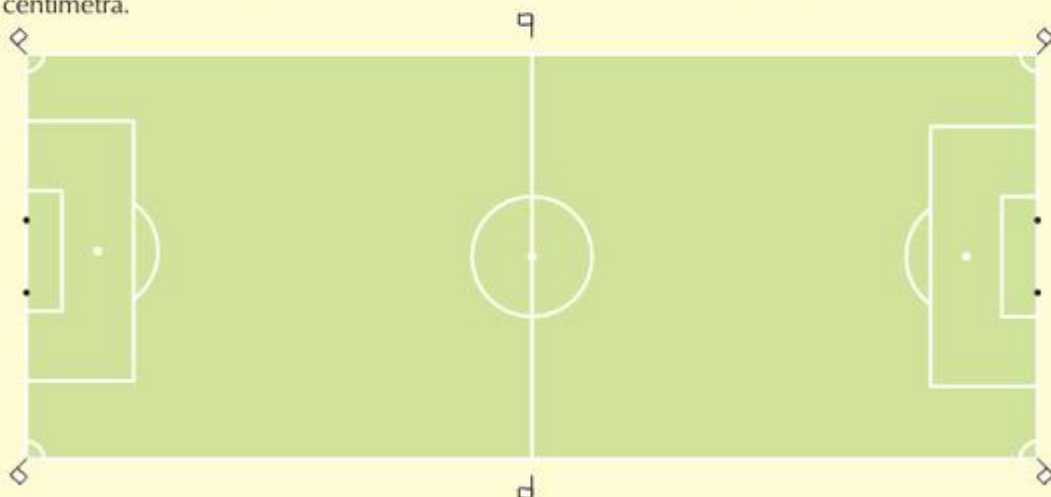
## Futbalové ihrisko 2

Pred riešením nasledujúcich úloh si pozrite obrázok futbalového ihriska na strane 73.

**Úloha 1:** Narysujte do zošita pokutové územie bez pokutového oblúka tak, aby jeho rozmery boli 300-krát menšie ako v skutočnosti. Počítajte a rysujte s presnosťou pol centimetra.

**Úloha 2:** Môže byť dĺžka ihriska presne 3-krát väčšia ako jeho šírka? Svoju odpoveď zdôvodnite.

**Úloha 3:** Na obrázku je znázornené futbalové ihrisko. Zistite jeho skutočné rozmery, ak viete, že sú to celé metre.





# Delenie číslami 0,1; 0,01; 0,001...



**0** päť budeme experimentovať na kalkulačke.

## Experiment

**1**

Prekreslite si tabuľku do zošita a pomocou kalkulačky vydeľte čísla v tabuľke číslom 0,1. Výsledok napíšte pod číslo, ktoré ste vydělili.

|       |     |     |       |     |           |    |       |         |        |     |
|-------|-----|-----|-------|-----|-----------|----|-------|---------|--------|-----|
|       | 6,3 | 7,8 | 45,94 | 0,7 | 0,000 045 | 56 | 5,057 | 0,048 1 | 34,708 | 0,1 |
| : 0,1 |     |     |       |     |           |    |       |         |        |     |

**1**

Na základe riešenia experimentu 1 ústne doplňte chýbajúce slová vo vete:

Dané číslo delíme číslom 0,1 tak, že desatinnú čiarku v danom čísle .....



Filip

Vypočítať  $6,3 : 0,1$  je to isté, ako rozrezať hadicu dlhú 6,3 m na rovnaké kúsky dlhé 0,1 m. Ak si to vyjadrím v decimetroch, hadica meria presne 63 dm a každý kúsok má byť presne 1 dm.

Takže  $6,3 : 0,1$  je to isté ako  $63 : 1$ . To je 63.

## Experiment

**2**

Prekreslite si tabuľku do zošita a pomocou kalkulačky vydeľte čísla v tabuľke číslom 0,01. Výsledok napíšte pod číslo, ktoré ste vydělili.

|        |     |     |       |     |           |    |       |         |        |     |
|--------|-----|-----|-------|-----|-----------|----|-------|---------|--------|-----|
|        | 6,3 | 7,8 | 45,94 | 0,7 | 0,000 045 | 56 | 5,057 | 0,048 1 | 34,708 | 0,1 |
| : 0,01 |     |     |       |     |           |    |       |         |        |     |

**2**

Doplňte ústne na základe riešenia experimentu 2 chýbajúce slová vo vete:

Dané číslo delíme číslom 0,01 tak, že desatinnú čiarku v danom čísle .....

Vypočítať  $6,3 : 0,01$  je to isté, ako rozdeliť 6,3 m na rovnaké kúsky dlhé 0,01 m. To je to isté, ako rozdeliť presne 630 cm na kúsky dlhé 1 cm.

Takže  $6,3 : 0,01$  je to isté ako  $630 : 1$ . To je 630.



Filip

# Experiment

3

Prekreslite si tabuľku do zošita a pomocou kalkulačky vydeľte čísla v tabuľke číslom 0,001. Výsledok napíšte pod číslo, ktoré ste vydělili.

|         |     |     |       |     |           |    |       |         |        |     |
|---------|-----|-----|-------|-----|-----------|----|-------|---------|--------|-----|
|         | 6,3 | 7,8 | 45,94 | 0,7 | 0,000 045 | 56 | 5,057 | 0,048 1 | 34,708 | 0,1 |
| : 0,001 |     |     |       |     |           |    |       |         |        |     |

3

Na základe riešenia predchádzajúcej úlohy ústne doplňte chýbajúce slová vo vete:  
Dané číslo delíme číslom 0,001 tak, že desatinnú čiarku v danom čísle .....

Vypočítať  $6,3 : 0,001$  je to isté, ako rozdeliť 6,3 m na rovnaké kúsky dlhé 0,001 m. To je to isté ako rozdeliť presne 6 300 mm na kúsky dlhé 1 mm.

Filip



Takže  $6,3 : 0,001$  je to isté, ako  $6\,300 : 1$ . To je 6 300.

4

Bez kalkulačky počítajte po stĺpcoch. Čo pozorujete?

|                    |                     |                     |                       |                         |                  |
|--------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|------------------|
| $5,6 : 0,001$      | $4,93 : 0,001$      | $0,53 : 0,001$      | $23,709 : 0,001$      | $0,006\,5 : 0,001$      | $7 : 0,001$      |
| $5,6 \cdot 1\,000$ | $4,93 \cdot 1\,000$ | $0,53 \cdot 1\,000$ | $23,709 \cdot 1\,000$ | $0,006\,5 \cdot 1\,000$ | $7 \cdot 1\,000$ |

5

Na základe výsledkov úlohy 4 ústne doplňte chýbajúce slová vo vete:

Vydeliť dané číslo číslom 0,01 je to isté, ako vynásobiť dané číslo .....

6

Doplňte ústne chýbajúce slová alebo čísla vo vetách:

a) Vydeliť číslom 0,001 je to isté, ako vynásobiť .....

b) Číslom 0,000 01 delíme tak, že desatinnú čiarku .....

c) Ak posunieme v čísle desatinnú čiarku o 4 miesta doprava, tak sme ho vlastne vydělili číslom .....

d) Vynásobiť číslom 100 je to isté, ako vydeliť .....

e) Číslom 0,000 001 delíme tak, že desatinnú čiarku .....

7

Doplňte po riadkoch chýbajúce čísla.

|                               |                                |                              |
|-------------------------------|--------------------------------|------------------------------|
| $0,8 : \square = 8$           | $2,6 : \square = 260$          | $1,3 : \square = 1\,300$     |
| $0,06 : \square = 6$          | $5 : \square = 500$            | $23,7 : \square = 23\,700$   |
| $702,03 : \square = 702\,030$ | $0,03 : \square = 3\,000\,000$ | $23,04 : \square = 230\,400$ |

8

Nahraďte delenia desatinnými číslami v úlohe 7 násobením. Ktorými číslami musíte násobiť, aby sa výsledky nezmenili?



# Delenie desatinného čísla desatinným číslom



**P** redtým, ako sa pozrieme na písomné delenie desatinného čísla desatinným číslom, pohráme sa opäť s kalkulačkou.

## Experiment

**1** Počítajte na kalkulačke. V čom sa odlišujú zadania týchto príkladov? V čom sa odlišujú ich výsledky?

$$\begin{array}{ccccc} 6\,120 : 90 & 612 : 9 & 61,2 : 0,9 & 6,12 : 0,09 & 0,612 : 0,009 \\ 0,061\,2 : 0,000\,9 & 0,006\,12 : 0,000\,09 & 0,000\,612 : 0,000\,009 \end{array}$$

*Kamila premýšľala nad tým, prečo sú výsledky všetkých príkladov z predchádzajúceho experimentu rovnaké. Spomenula si na rezanie hadíc.*

**1** Viete vymyslieť úlohu o rezaní hadice, ktorá by súvisela s experimentom 1?

*Kamila si na vysvetlenie vymyslela takúto úlohu.*

Ak budem riešiť túto úlohu, potrebujem vydeliť  $61,2 : 0,9$ . Môžem ale počítať aj v decimetroch:

$$61,2\text{ m} = 612\text{ dm} \quad 0,9\text{ m} = 9\text{ dm} \quad 612 : 9 = 68$$

Preto aj  $61,2 : 0,9 = 68$ .

Môžeme ju rozrezať na 68 kusov.

Mohla som počítať aj v centimetroch:

$$61,2\text{ m} = 6\,120\text{ cm} \quad 0,9\text{ m} = 90\text{ cm} \quad 6\,120 : 90 = 68$$

Aj pri počítaní v centimetroch vychádza 68 kusov.

**Je jedno, v ktorých jednotkách počítam, výsledok musí byť predsa vždy rovnaký.**

**2** V ktorých jednotkách by musela Kamila počítať, aby dostala podiel  $0,000\,612 : 0,000\,009$ ?

**3** Režeme hadicu dlhú a) 54,6 m, b) 4,14 m, c) 37,8 m, d) 1,008 m na rovnaké kusy dlhé a) 0,7 m, b) 0,09 m, c) 0,45 m, d) 0,012 m. Koľko ich bude?

*Pozrite, ako si s úlohou 4 poradil Servác.*

Túto úlohu môžem vyriešiť v rôznych jednotkách:

v decimetroch  $86,814 : 0,07$

v centimetroch  $868,14 : 0,7$

v milimetroch  $8\,681,4 : 7$

Posledné delenie je ľahké.  $8\,681,4 : 7 = 1\,240,2$ , preto aj  $8,681\,4 : 0,007 = 1\,240,2$ .

Na koľko kusov dlhých presne 0,9 m môžeme rozrezať hadicu dlhú 61,2 m?

Kamila



Môžem si predstaviť, že idem deliť 8,681 4 metra na kusy dlhé 0,007 m.

Servác



Zhrňme si to:



- |                                                                     |                                                             |
|---------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| • Mám vydeliť dve desatinné čísla:                                  | $0,0422 : 0,08$                                             |
| • Zistím, koľko desatinných miest má číslo, ktorým delím (deliteľ): | 2                                                           |
| • O toľko potom v oboch číslach posuniem desatinnú čiarku doprava.  | $0,0422$ a $0,08$<br>$\xrightarrow{4,22}$ $\xrightarrow{8}$ |
| • Delím, lebo deliť prirodzeným číslom viem.                        | $4,22 : 8 = 0,5275$                                         |
| • To je aj výsledok pôvodnej úlohy:                                 | $0,0422 : 0,08 = 0,5275$                                    |

**5** Vypočítajte po riadkoch, samozrejme, bez kalkulačky.

|               |              |               |                |
|---------------|--------------|---------------|----------------|
| $0,6 : 0,2$   | $0,6 : 0,02$ | $0,6 : 0,002$ | $0,6 : 0,0002$ |
| $6 : 0,2$     | $6 : 0,02$   | $6 : 0,002$   | $6 : 0,0002$   |
| $0,25 : 0,05$ | $0,25 : 0,5$ | $0,25 : 5$    | $0,25 : 500$   |

**6** Ak viete, že  $1331 : 11 = 121$ , napíšte bez delenia výsledky nasledujúcich príkladov.

|                |                |                |                 |
|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| $133,1 : 11$   | $13,31 : 11$   | $1,331 : 11$   | $0,1331 : 11$   |
| $1331 : 1,1$   | $1331 : 0,11$  | $1331 : 0,011$ | $1331 : 0,0011$ |
| $13,31 : 0,11$ | $1,331 : 0,11$ | $0,1331 : 1,1$ | $133,1 : 1,1$   |

**7** Ktoré čísla sa skrývajú pod kartičkami?

|                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $72 : \text{A} = 8$      | $6400 : \text{B} = 8$    | $54 : \text{C} = 6000$   |
| $7,2 : \text{A} = 0,8$   | $6,4 : \text{B} = 0,008$ | $0,54 : \text{C} = 60$   |
| $48 : \text{D} = 1200$   | $3600 : \text{E} = 3$    | $1200 : \text{F} = 4000$ |
| $0,048 : \text{D} = 1,2$ | $360 : \text{E} = 0,3$   | $1,2 : \text{F} = 4$     |

- 8**
- Ktoré číslo je presne 3,5-krát väčšie ako číslo 7,2?
  - Od ktorého čísla je číslo 14,4 presne 2,2-krát menšie?
  - Ktoré číslo je presne 7,5-krát menšie ako číslo 0,15?
  - Od ktorého čísla je číslo 0,12 presne 1,5-krát väčšie?



- 9** Za 2,8 kg hrušiek sme zaplatili 4,34 €. a) Koľko stojí 1 kg? b) Koľko by sme zaplatili za 1,65 kg?

**10** Keď sme kupovali koberec, platili sme za 1,65 m presne 24,42 €. Potom sme zistili, že potrebujeme dokúpiť ešte 1,35 m. Odhadnite, či nám bude stačiť 20 €. Potom vypočítajte, koľko budeme platiť pri druhom nákupe.

**11** Pamätáte sa na delenie farebných – modrých a červených čísel?

|              |               |               |                  |
|--------------|---------------|---------------|------------------|
| $12 : 3 = 4$ | $12 : 3 = 4$  | $12 : 3 = 4$  | $12 : 3 = 4$     |
| Vypočítajte. |               |               |                  |
| $1,04 : 2,6$ | $2,834 : 1,3$ | $33,75 : 5,4$ | $37,3296 : 3,08$ |



# Je násobenie zväčšovanie a delenie zmenšovanie?



**K** eď nejaké číslo násobíme, tak ho zväčšíme. Učili ste sa to minulý rok. Je to ale skutočne vždy tak? Platí to aj pri desatinných číslach?

- 1** Násobte číslo 6 číslom a) 2; b) 3,5; c) 12,42; d) 0,2; e) 0,007. Sú všetky výsledky väčšie ako číslo 6?

*Keď ste minulý rok poznali iba prirodzené čísla, tak skutočne platilo, že násobenie je zväčšovanie (ak ste nenásobili číslom 1). Teraz, keď poznáte už aj desatinné čísla, nebude to vždy pravda.*

*Akým číslom máme dané číslo vynásobiť, aby sme dostali výsledok väčší ako dané číslo? A akým číslom máme násobiť, ak chceme, aby výsledok násobenia bol menší ako dané číslo?*

- 2** Vypočítajte príklady, potom odpovedzte na predchádzajúce otázky.

|                  |                 |                  |                  |                  |                  |
|------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $8 \cdot 0,02$   | $8 \cdot 0,7$   | $8 \cdot 0,99$   | $8 \cdot 1,01$   | $8 \cdot 1,46$   | $8 \cdot 23,6$   |
| $17 \cdot 0,02$  | $17 \cdot 0,7$  | $17 \cdot 0,99$  | $17 \cdot 1,01$  | $17 \cdot 1,46$  | $17 \cdot 23,6$  |
| $0,3 \cdot 0,02$ | $0,3 \cdot 0,7$ | $0,3 \cdot 0,99$ | $0,3 \cdot 1,01$ | $0,3 \cdot 1,46$ | $0,3 \cdot 23,6$ |

*Dorka výsledky úlohy 2 zhrnula takto:*

**Násobenie číslom väčším ako 1 je zväčšovanie.**

**Násobenie číslom menším ako 1 je zmenšovanie.**



*Ako to bude s delením?*

- 3** Vydeľte číslo 6 číslom a) 1; b) 2; c) 4; d) 0,3; e) 0,05. Ktoré výsledky sú menšie ako 6 a ktoré sú väčšie ako 6?

*Aj pri delení ste sa učili, že výsledky sú menšie ako číslo, ktoré delíme. V úlohe 3 ste zistili, že pri desatinných číslach to už nemusí platiť.*



- 4** Experimentujte s kalkulačkou a zistite, pri delení akým číslom sú výsledky a) menšie, b) väčšie ako dané číslo.



- 5** Čo je väčšie?

- |                                                     |                                                     |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| a) Dané číslo alebo jeho 0,5-násobok?               | b) Dané číslo alebo jeho 1,4-násobok?               |
| c) Dané číslo alebo toto číslo vydelené číslom 0,5? | d) Dané číslo alebo toto číslo vydelené číslom 1,4? |

## MERANIE UHLOV

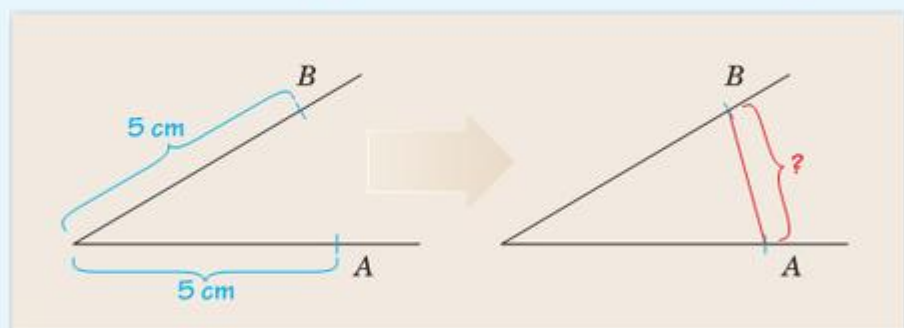
**M**artin, ktorý býva v Bratislave, má rovnako starého bratranca Ivana vo Zvolene. Niekedy využívajú internet a učia sa spolu. Práve rozoberajú porovnávanie uhlov. Každý z nich narysoval do zošita uhol. Chcú zistiť, ktorý z nich narysoval väčší uhol. Vedia len, že obaja narysovali **ostrý** uhol, ale ani jeden nevidí uhol toho druhého.



**1** Poradte im, ako majú porovnať svoje uhly.

Martin s Ivanom vymysleli takýto postup:

Obaja na ramenách svojho uhla zostroja body A, B, ktoré sú vzdialené 5 centimetrov od vrcholu uhla. Komu z nich vyjde dlhšia úsečka AB, ten má väčší aj uhol.



**2** Každý do zošita narysujte jeden ostrý uhol. Potom sa rozdeľte do dvojíc a vyskúšajte si metódu Martina a Ivana.



# Meranie uhlov kedysi

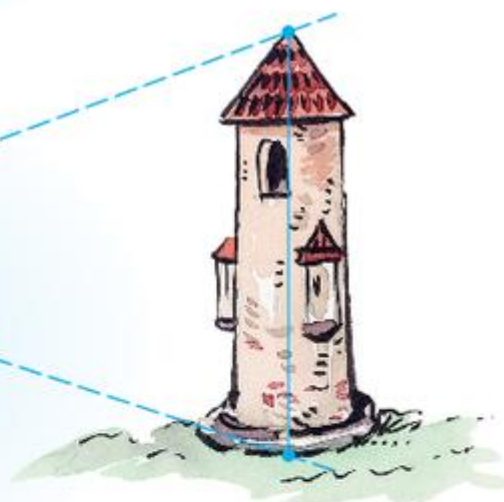
**A**by sme sa nemuseli vždy dohadovať, ako porovnáme dva uhly, ľudia vymysleli viacero jednotiek, v ktorých uhly môžeme merať. Vedieť merať uhly bolo dôležité najmä pre moreplavcov, ktorí sa podľa uhla medzi Zemou a hviezdou Polárkou orientovali na mori. Na meranie uhlov sa používali rôzne prístroje. Jedným z nich bol námorný kvadrant.

V zlom počasí sa s kvadrantom meralo zle, preto sa kedysi používala aj iná pomôcka – Jakubova palica.



Iným prístrojom na meranie uhlov na oblohe bol Davisov kvadrant.

Použitie týchto pomôcok nebolo jednoduché a vyžadovalo si štúdium. Pozrime sa na to aspoň na obrázku:



Na známom Titanicu používali na meranie uhlov iné zariadenie – sextant. Na obrázku môžete vidieť jeho kópiu.



# Ako budeme merať uhly?

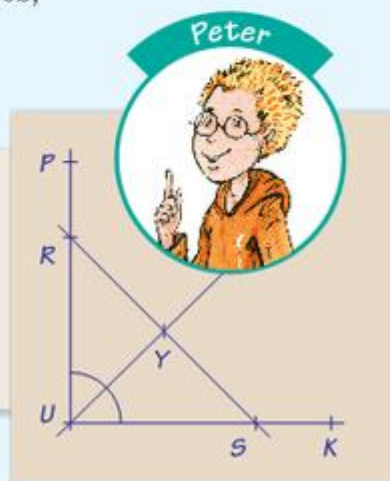
**M**y sa budeme venovať meraniu uhlov narysovaných v zošite, v učebnici či na tabuli. Naša úloha bude teda jednoduchšia.



- 1** Narysujte pravý uhol  $PUK$ . Odhadom ho rozdeľte na dva rovnako veľké uhly. Potom zistíte, či sú skutočne rovnako veľké. Ak vám nevyšli rovnako veľké uhly, skúste urobiť presnejšie rozdelenie. Dokázate vymyslieť spôsob, ako si pomôcť inak, ako odhadom?

*Pozrite, ako sa to snažil urobiť Peter.*

- Na ramenách  $UP$  a  $UK$  som narysoval body  $R$ ,  $S$  tak, aby dĺžka úsečiek  $UR$  a  $US$  bola rovnaká.
- Potom som rozdelil úsečku  $SR$  na dve rovnaké časti – úsečky  $RY$  a  $YS$ .
- Nakoniec som narysoval polpriamku  $UY$ .
- A mám to.

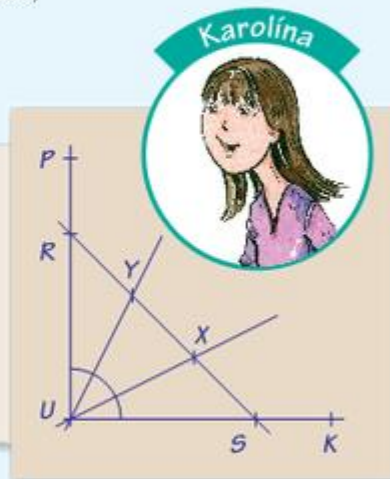


- 2** Zopakujte Petrov postup na dvoch pravých uhloch. Porovnajte veľkosť dvoch uhlov, na ktoré ste rozdelili pravý uhol. Osvedčil sa vám Petrov postup?

- 3** Narysujte pravý uhol  $PUK$ . Odhadom ho rozdeľte na tri rovnako veľké uhly. Potom zistíte, či sú skutočne rovnako veľké. Ak vám nevyšli rovnako veľké uhly, skúste urobiť presnejšie rozdelenie. Dokázate vymyslieť spôsob, ako si pomôcť inak, ako odhadom?

*Pozrite, ako sa to snažila urobiť Karolína.*

- Na ramenách  $UP$  a  $UK$  som narysovala body  $R$ ,  $S$  tak, aby dĺžka úsečiek  $UR$  a  $US$  bola rovnaká.
- Potom som pomocou pravítka odmerala úsečku  $SR$  a rozdelila som ju na tri rovnaké časti – úsečky  $RY$ ,  $YX$  a  $XS$ .
- Nakoniec som narysovala polpriamky  $UY$  a  $UX$ .
- A mám to.



- 4** Zopakujte Karolínin postup na dvoch pravých uhloch. Potom porovnajte veľkosti troch uhlov, na ktoré ste rozdelili pravý uhol. Je Karolínin postup správny?



Aj vám vyšlo, že Karolínin postup nie je správny?

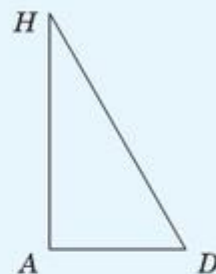
- 5** Koľko uhlov  $AHD$  sa zmestí do uhla a)  $ADH$ , b)  $HAD$ ?  
Predtým, ako uhly porovnáte, odpoveď najskôr odhadnite.

*Ak chceme porovnávať uhly, je výhodné, ak poznáme nejaký spôsob, ako veľkosť uhlov odmerať.*

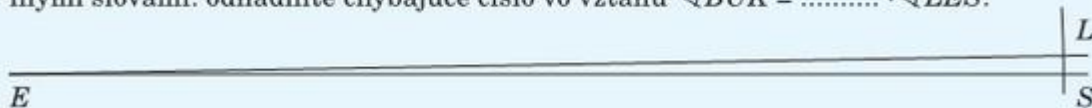
*Spomínate si, ako je to s dĺžkou úsečky?*

*Dĺžka sa meria pomocou jednotiek – metrov, centimetrov a pod., pričom o úsečke zistíme, koľkokrát je väčšia ako základná dĺžka.*

*Podobne aj pri uhloch si pomôžeme veľmi malým uhlom a uhly budeme porovnávať tak, že budeme zisťovať, koľkokrát sa v nich tento malý základný uhol nachádza.*



- 6** Odhadnite, koľko uhlov  $LES$  na obrázku sa zmestí do pravého uhla  $BUK$ . Alebo inými slovami: odhadnite chýbajúce číslo vo vzťahu  $\sphericalangle BUK = \dots \cdot \sphericalangle LES$ .



*Uhol  $LES$ , ktorý je na predchádzajúcom obrázku, má presne takú veľkosť, ako je základná jednotka na meranie uhlov. Táto jednotka sa volá stupeň. Povieme, že uhol  $LES$  meria jeden stupeň. Pozor, sú to iné stupne, ako sú stupne Celzia pri teplote! Zaujímá vás, prečo má základná jednotka na meranie uhlov práve takúto veľkosť? Povieme si o tom o pár strán ďalej.*

*Jednotka na meranie uhlov – stupeň – má aj svoju značku:  $^\circ$ .*

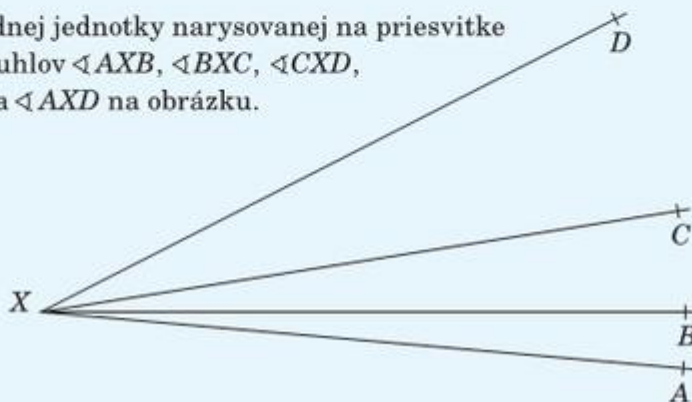
*Teda jeden stupeň zapíšeme takto:  $1^\circ$ .*

- 7** Prečítajte správne:  $4^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $180^\circ$ .

**Na meranie uhlov podobne ako na meranie dĺžky sa používajú rôzne jednotky. Stupne sú len jedna možnosť. Napríklad delostrelci merajú uhly inak.**

S ďalšími jednotkami na meranie uhlov sa stretnete vo vyšších ročníkoch.

- 8** Pomocou základnej jednotky narysovej na priesvitke odmerajte šesť uhlov  $\sphericalangle AXB$ ,  $\sphericalangle BXC$ ,  $\sphericalangle CXD$ ,  $\sphericalangle AXC$ ,  $\sphericalangle BXD$  a  $\sphericalangle AXD$  na obrázku.



*Určite uznáte, že meranie pomocou malého základného uhla je nešikovné. Je s tým veľa práce a nie je to úplne presné.*

*Peter sa preto rozhodol vyrobiť si pomôcku na meranie uhlov. Z tvrdého papiera si vyrobil tri uhly: jeden meria  $10^\circ$ , ďalší meria  $20^\circ$  a posledný meria  $40^\circ$ .*

**9** Prečo asi Peter vynechal uhol s veľkosťou  $30^\circ$ ?

**10** Aký ďalší uhol by ste poradili vyrobiť Petrovi, aby mohol merať uhly s presnosťou  $10^\circ$ ?

*Peter si nakoniec vystrihol ešte uhol s veľkosťou  $80^\circ$ .*

**11** Aké uhly viete pomocou týchto štyroch uhlov odmerať? Uveďte aspoň 10 možností.

**12** Vyrobté aj vy z papiera pomôcku – vystrihnite uhly s veľkosťou  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $40^\circ$  a  $80^\circ$ . Zvládnete to sami, alebo vám niekto pomôže? Odmerajte pomocou nich uhly v úlohe 8.

*Ak uhol meria napríklad  $15^\circ$ , pomocou vystrihnutého uhla s veľkosťou  $10^\circ$  ho presne neodmeriame. Zistíme len, že je väčší ako  $10^\circ$ . Ani s pomocou uhla z papiera s veľkosťou  $20^\circ$  ho neodmeriame. Určíme len, že je menší ako  $20^\circ$ . Takže o takomto uhle by sme sa dozvedeli len to, že meria medzi  $10^\circ$  a  $20^\circ$ . Preto potrebujeme presnejšiu pomôcku. Najlepšie takú, aby sa pomocou nej dali odmerať uhly pekne po jednom stupni.*

*Takú pomôcku si nemusíme vyrábať. Volá sa uhlomer a dá sa kúpiť v obchode.*



## Futbalové ihrisko 3

Vráťte sa k úlohám o futbalovom ihrisku na stranách 73 a 94.

Medzinárodné stretnutia sa nesmú uskutočniť na hracej ploche, ktorej dĺžka je väčšia ako 110 m a menšia ako 100 m; šírka ihriska pre medzinárodné stretnutia nesmie byť väčšia ako 75 m a menšia ako 64 m.

**Úloha 1:** Môže sa na ihrisku s dĺžkou hracej plochy 115 m a šírkou hracej plochy 65 m hrať futbalové stretnutie Slovensko – Česko? Svoju odpoveď zdôvodnite.



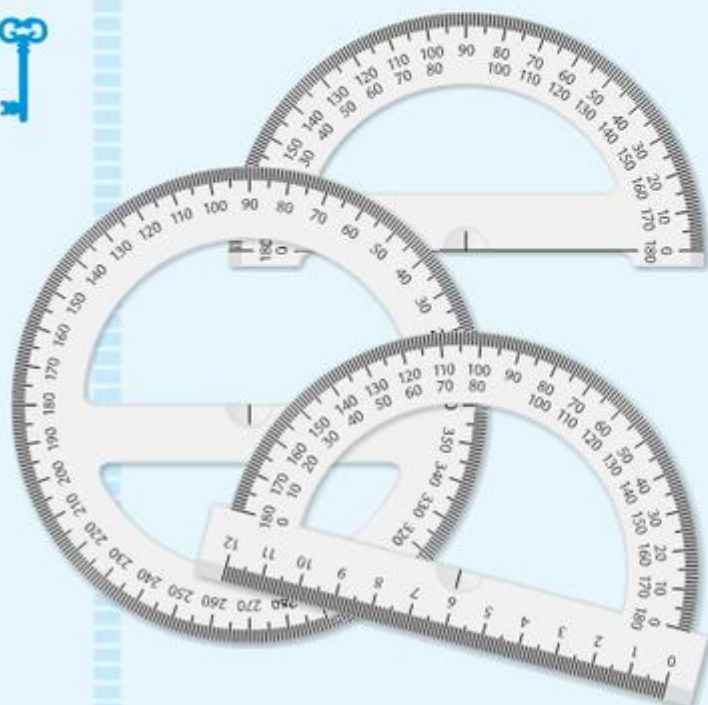
**Úloha 2:** a) Môže mať hracia plocha zodpovedajúca pravidlám futbalu plochu 48 árov? b) Môže mať takú plochu hracia plocha pre medzinárodné stretnutia? Svoje odpovede zdôvodnite.

**Úloha 3:** Môže mať hracia plocha pre medzinárodné stretnutia zodpovedajúca pravidlám futbalu plochu 110 árov? Svoju odpoveď zdôvodnite.



# Uhlomer

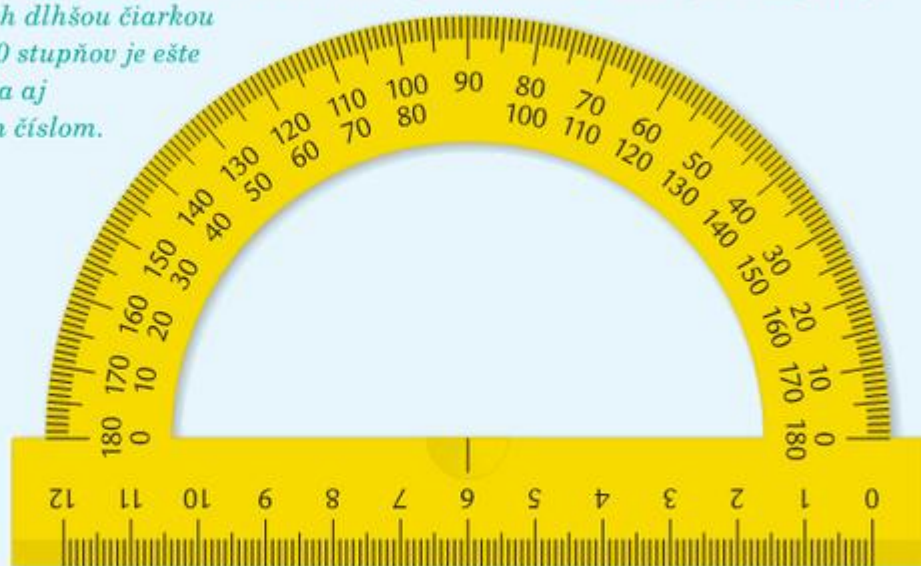
**U**hlomerov, podobne ako pravítok, existuje viac druhov.



Existujú aj digitálne uhloмеры:



Pozrime sa, ako odmeriame veľkosť uhla s obyčajnými uhlomerkami. Uhlomer má najčastejšie tvar polkruhu. Sú na ňom pekne po jednom vyznačené stupne malou čiarkou. Aby sme sa na ňom lepšie orientovali, každých 5 stupňov je zvýraznených dlhšou čiarkou a každých 10 stupňov je ešte dlhšia čiarka aj s napísaným číslom.



Všimnite si, že pri každej dlhšej čiarky nie je napísané len jedno číslo (ako je to na pravítku), ale sú tam dve čísla. Čo myslíte, prečo je to tak?

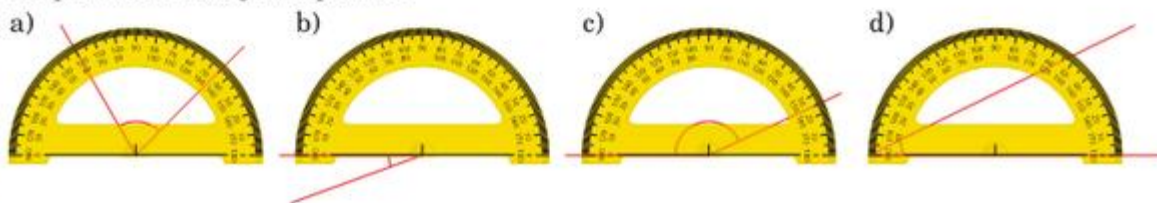
- 1** Soňa, Gabika a Klára chceli spolu odmerať uhol pomocou uhlomeru. Na obrázku vidíte, ako k uhlu priložili uhlomer. a) Priložili ho správne? b) Soňa povedala, že uhol meria  $145^\circ$ ; Gabika povedala, že meria  $45^\circ$  a Klára, že meria  $135^\circ$ . Má niektorá z nich pravdu?



*Ak chcete uhlomerom merať správne, musíte mať na pamäti, že uhlomer treba na uhol položiť tak, aby:*

- vrchol uhla bol presne na mieste označenom na dolnej čiare uhlomera krátkou čiarkou,
- jedno rameno uhla presne splynulo s čiarou, ktorá je v dolnej časti uhlomera. Dievčatá teda mali uhlomer položený správne.

- 2** Na ktorých obrázkoch je uhlomer priložený k uhlu správne a na ktorých nesprávne? Prečo je nesprávne?



- 3** Priložte uhlomer správne k uhlu z úlohy 2 a povedzte, koľko tieto uhly merajú.

*Vráťme sa k meraniu Sone, Gabiky a Kláry. Ako zistíme, ktorú z dvoch stupníc mali použiť?*

*Najlepšie je všimnúť si, že jedno rameno uhla sa prekrýva s polovicou dolnej čiary uhlomera. Od tohto ramena musí začať stupnica s nulou, preto si všimame túto stupnicu.*



- 4** Koľko stupňov merajú uhly na predchádzajúcich obrázkoch?

*Veríme, že aj vy ste na stupniciach správne prečítali, že uhly merajú  $62^\circ$  a  $118^\circ$ . Teraz je už jasné, že pri meraní, ktoré predtým robili Soňa, Gabika a Klára, mala pravdu Gabika.*

- 5** Akú chybu pri čítaní zo stupnice urobili Soňa a Klára?



- 6** Prečítajte správne na stupniciach uhlomerov, aké veľkosti majú jednotlivé uhly.

a)



b)

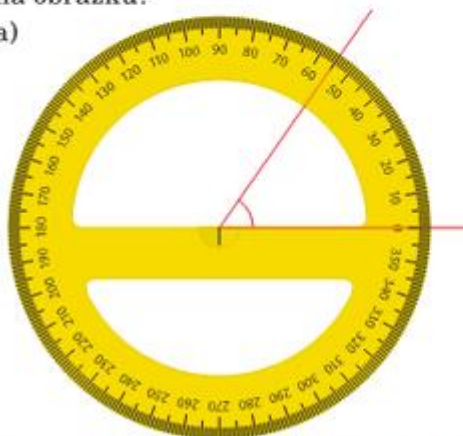


c)

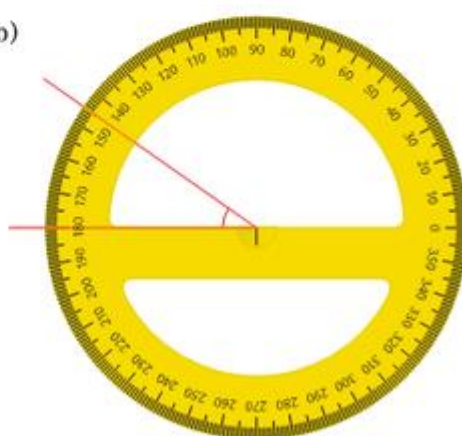


- 7** Poradíte si aj vtedy, keď má uhlomer len jednu stupnicu? Koľko merajú uhly na obrázku?

a)

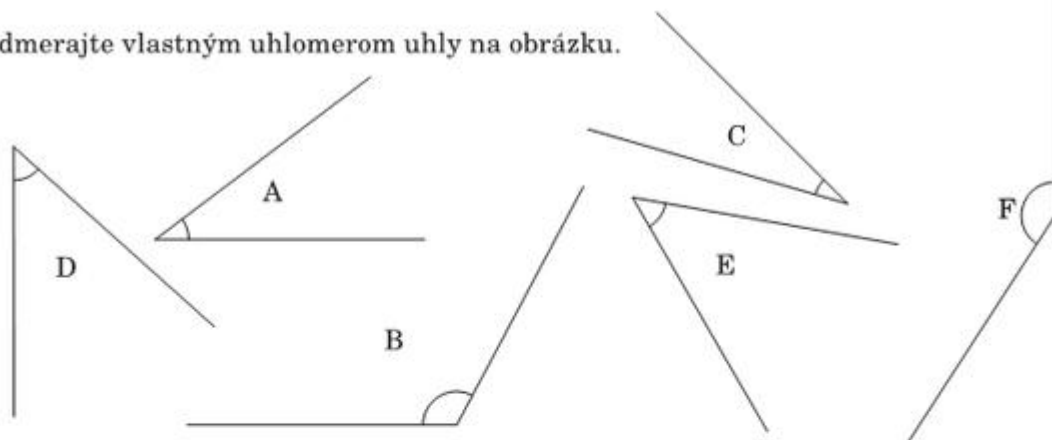


b)



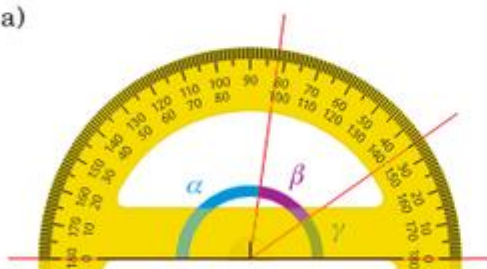
Veríme, že ste správne vypočítali veľkosť druhého uhla:  $meria\ 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$ .

- 8** Odmerajte vlastným uhlomerom uhly na obrázku.



- 9** Zistite pomocou nakresleného uhlomeru, koľko stupňov merajú uhly na obrázkoch.

a)



b)



- 10 Podarí sa vám odmerať uhol na obrázku, ktorý má jedno rameno veľmi malé? K obrázku nič neprikresľujte ani nerysujte.

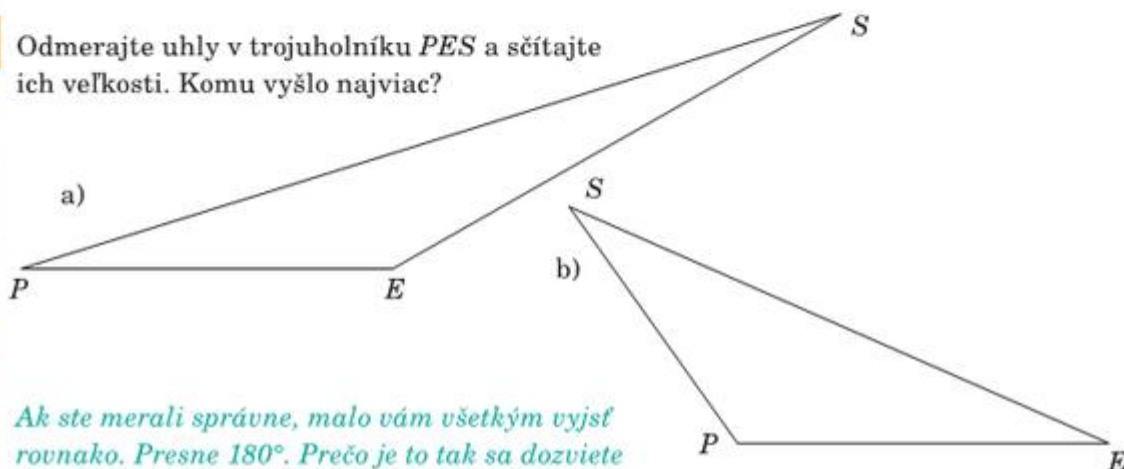


Pozrite, ako si Klára poradila s odmeraním predchádzajúceho uhla.



Je vidieť, že uhol meria  $126^\circ$ . A nemuseli sme nič prikresľovať ani rysovať.

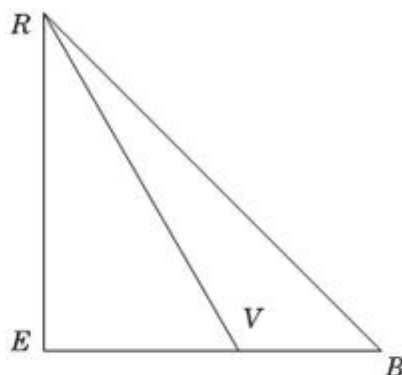
- 11 Odmerajte uhly v trojuholníku  $PES$  a sčítajte ich veľkosti. Komu vyšlo najviac?



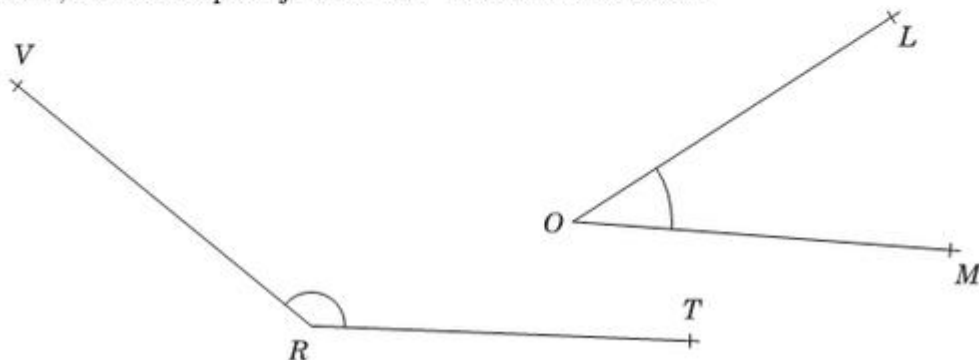
Ak ste merali správne, malo vám všetkým vyjsť rovnako. Presne  $180^\circ$ . Prečo je to tak sa dozviete vo vyšších ročníkoch.

- 12 Doplňte chýbajúce čísla, koľkokrát je jeden uhol väčší ako druhý. Predtým, ako uhly odmeriate, čísla najskôr odhadnite.

- $\angle REB = \dots \cdot \angle RBE$
- $\angle RVE = \dots \cdot \angle VRB$
- $\angle RVE = \dots \cdot \angle RBE$
- $\angle REB = \dots \cdot \angle VRB$
- $\angle VRB = \dots \cdot \angle EVR$



- 13 Zistite, o koľko stupňov je uhol  $VRT$  väčší ako uhol  $LOM$ .





- 14** Narysujte štvoruholník *KINO* a potom odmerajte veľkosti všetkých jeho vnútorných uhlov. Veľkosti uhlov sčítajte. Koľko vám vyšlo?

*Keby ste merali úplne presne (čo sa vlastne ani nedá), malo by vám všetkým vyjsť presne  $360^\circ$ . K tejto úlohe sa tiež vrátite vo vyšších ročníkoch.*

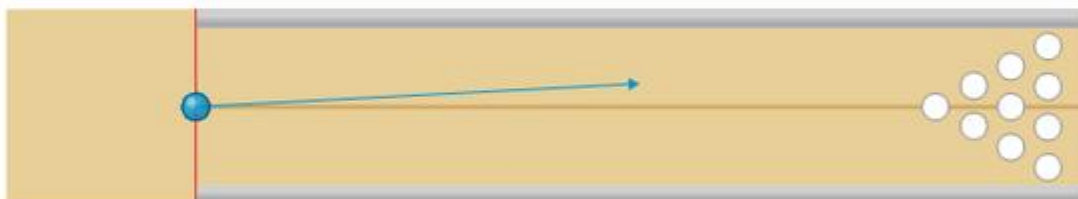
- 15** Narysujte pravouhlý trojuholník, ktorého kratšie strany merajú 3 cm a 4 cm. Označte ho *ABC*. Odmerajte jeho uhly a zapíšte odmerané veľkosti. Vypočítajte jeho obvod. Potrebné údaje si odmerajte.

- 16** Spomínate si na strelecký uhol? Ktorý z hokejistov má najhorší a ktorý najlepši strelecký uhol? Prerysujte si obrázok do zošita, hráčov zaznačte ako body. Narysujte si potrebné úsečky a pomocou uhlomera merajte.



*Poznáte bowling? Je to hra, pri ktorej máte veľkou ľahkou guľou zhodiť čo najviac drevených figúrok – koliek. Niekedy sa preto táto hra nazýva kolky.*

- 17** Predstavte si, že bowlingová dráha je dlhá 20 metrov a široká 2 metre.



Narysujte ju zmenšenú do zošita a meraním zistíte, aký je uhol medzi stredovou čiarou a smerom hodu, ktorý by šiel priamo do rohu.

- 18** Narysujte štyri rôzne trojuholníky tak, aby v každom boli dve strany rovnako dlhé. Odmerajte uhly týchto trojuholníkov. Čo pozorujete?

# Rysovanie uhlov

**P**omocou uhloмера uhly nielen meriame, ale aj rysujeme.



**1** Skúste narysovať uhol s veľkosťou  $30^\circ$ .

*Pozrite, ako úlohu 1 riešila Táňa.*



Narysujem polpriamku a vyznačím na nej bod V – vrchol uhla.

Správne priložím uhloмер a vyznačím malú čiarku pri veľkosti  $30^\circ$ .

Spojím vrchol uhla s čiarkou.

**2** Narysujte pomocou uhloмера uhly s veľkosťou  $57^\circ$ ,  $160^\circ$ .

**3** Narysujte štyri rôzne trojuholníky tak, aby v každom z nich dva uhly merali  $37^\circ$  a  $73^\circ$ . Odmerajte tretie uhly týchto trojuholníkov. Koľko vám vyšlo?

## Bádame o uhloch 1

Na obrázku sú štyri trojuholníky. V každom z nich meria uhol vyznačený modrou farbou  $34^\circ$  a uhol vyznačený červenou farbou  $47^\circ$ .



Narysujte do zošita ďalšie tri trojuholníky tak, aby v každom z nich meral jeden uhol  $34^\circ$  a druhý  $47^\circ$ .

**Úloha 1:** Skúmajte, akú veľkosť má zvyšný uhol v týchto siedmich trojuholníkoch. Na základe svojho merania a bádania vyslovte

hypotézu o veľkosti tretieho uhla trojuholníka, v ktorom dva uhly merajú  $34^\circ$  a  $47^\circ$ . Svoju hypotézu porovnajte s ostatnými skupinami. Takto bádali o daných trojuholníkoch Tibor s Dominikou:

**Tibor:**

Veľkosť tretieho uhla sme zapísali do tabuľky:

| Trojuholník | č. 1       | č. 2        | č. 3       | č. 4        |
|-------------|------------|-------------|------------|-------------|
| Tretí uhol  | $99^\circ$ | $100^\circ$ | $98^\circ$ | $100^\circ$ |

**Dominika:**

Usporiadajme si ich podľa veľkosti:

| Trojuholník | č. 3       | č. 1       | č. 2        | č. 4        |
|-------------|------------|------------|-------------|-------------|
| Tretí uhol  | $98^\circ$ | $99^\circ$ | $100^\circ$ | $100^\circ$ |

**Tibor:**

„Moja hypotéza je, že zvyšný uhol bude  $99^\circ$ .“

**Dominika:**

„Ja si zasa myslím, že bude presne  $100^\circ$ .“



# Kolko stupňov merajú ostré, pravé, tupé, priame a ešte väčšie uhly?



**S** pomínate si, aké sú ostré a tupé uhly? A pamätáte si, aký je pravý a priamy uhol?

**1** Narysujte pravý uhol. Odmerajte ho uhlomerom.

*Ak ste presne rysovali a merali, vyšlo vám, že **pravý uhol meria presne 90°**.*

**2** Kolko stupňov meria priamy uhol?

**3** Doplňte ústne správne čísla:

Ostrý uhol meria menej ako ..... stupňov.

Tupý uhol meria viac ako ..... stupňov a menej ako ..... stupňov.

*Ako odmeriame uhol, ktorý je väčší ako priamy?*

*Pomôže vám takýto obrázok, na ktorom sme dorysovali jednu (červenú) polpriamku?*



$$180^\circ + 110^\circ = 290^\circ$$

Modrý uhol meria 290°.

**4** Peter určil veľkosť uhla na predchádzajúcom obrázku takýmto výpočtom:  $360^\circ - 70^\circ = 290^\circ$ . Má to správne? Vysvetlite jeho spôsob výpočtu.



**5** Odmerajte uhly na obrázku.

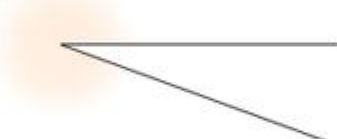
a)



b)



c)

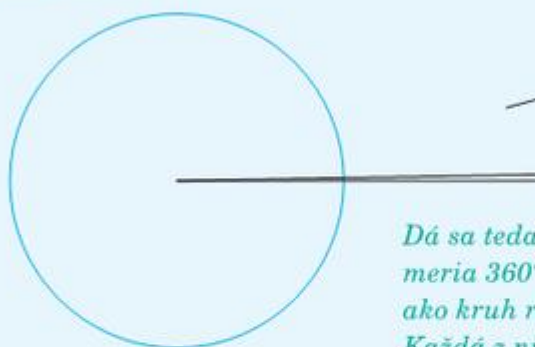


**6** Narysujte uhol s veľkosťou 270°.

**7** Doplňte ústne správne číslo.

Uhol väčší ako priamy meria viac ako ..... stupňov.

Ak vedľa seba narysujete dva priame uhly – polroviny, dostanete celú rovinu.



Dá sa teda povedať, že celá rovina – plný uhol meria  $360^\circ$  ( $180^\circ + 180^\circ$ ). Môžete si to predstaviť ako kruh rozdelený na 360 rovnakých častí. Každá z nich meria  $1^\circ$ .

Možno vás zaujíma, prečo má celá rovina práve  $360^\circ$ . Za tento nápad vďačíme Sumerom a Babylončanom. Tí často používali pri meraní iné čísla ako 10, 100 alebo 1 000. Aj deň má 24 hodín a hodina 60 minút. Viaceré staroveké civilizácie používali kalendár s 360 dňami.



Niekedy ľudia potrebujú odmerať ešte menšie uhly ako  $1^\circ$ . Je to napríklad v astronómii, kde sú vzdialenosti obrovské. Pri obrovskej vzdialenosti sú aj ramená takého malého uhla, ako je  $1^\circ$ , veľmi ďaleko od seba. Preto existujú aj menšie jednotky. Volajú sa minúty. Podobne ako pri meraní času, minút sa do jedného stupňa zmestí presne 60. Asi je vám jasné, že minúta je taký malý uhol, že ho nedokážeme ani nakresliť.



Pri medziplanetárnych vzdialenostiach môže byť aj uhol s veľkosťou 1 minúta príliš veľký. Preto existujú ešte menšie jednotky: sekundy. Jedna minúta sa skladá presne zo 60 sekúnd. Ani uhol s veľkosťou 1 sekunda vám nenakreslíme.

1 stupeň = 60 minút  
 $1^\circ = 60'$

1 minúta = 60 sekúnd  
 $1' = 60''$







**8** Koľko minút a) majú 2 hodiny, b) má 3,5 hodiny, c) má 12 hodín, d) má 4,2 hodiny?

**10** Koľko hodín je a) 60 minút, b) 30', c) 150', d) 900'?

**12** Uhol, ktorý meria  $21^\circ$  sme rozdelili na a) 7 rovnakých uhlov, b) 6 rovnakých uhlov, c) 5 rovnakých uhlov, d) 4 rovnaké uhly. Koľko stupňov a minút merajú tieto uhly?

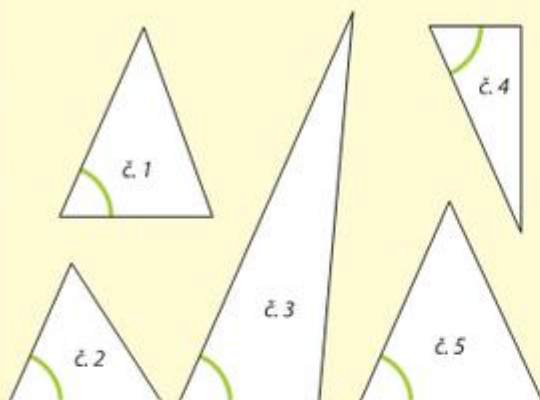
*Pozrite, ako si Alena poradila s časťou d) úlohy 12.*

- Najskôr zistím, koľko celých stupňov budú merať uhly, ktoré sme dostali:  
 $21^\circ : 4 = 5^\circ$ , zvyšok  $1^\circ$ .
- Každý zo vzniknutých uhlov bude merať 5 celých stupňov a niekoľko minút.
- Jeden stupeň som ešte nerozdelila. Viem, že jeden stupeň je 60 minút.  
 $60' : 4 = 15'$ .
- Preto každý uhol bude merať  $5^\circ 15'$ .



## Bádame o uhloch 2

Na obrázku je päť trojuholníkov. V každom z nich zeleno vyznačený uhol meria  $66^\circ$ .



Narysujte do zošita ďalšie dva trojuholníky tak, aby v každom z nich jeden uhol meral  $66^\circ$ .

**Úloha 1:** Skúmajte závislosť medzi veľkosťami zvyšných dvoch uhlov v týchto trojuholníkoch. Na základe svojho bádania vyslovte hypotézu. Nakoniec svoju hypotézu porovnajte s ostatnými skupinami.

Takto o daných trojuholníkoch bádali Marta a Tereza:

**Marta:**

„Tu sme zapísali, čo sme namerali:“

| Trojuholník | č. 1       | č. 2       | č. 3       | č. 4       | č. 5       |
|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Prvý uhol   | $70^\circ$ | $57^\circ$ | $95^\circ$ | $90^\circ$ | $48^\circ$ |
| Druhý uhol  | $44^\circ$ | $58^\circ$ | $19^\circ$ | $25^\circ$ | $65^\circ$ |

**Tereza:**

„Dajme menšie uhly do prvého riadka a zoradíme ich od najmenšieho po najväčší:“

| Trojuholník | č. 3       | č. 4       | č. 1       | č. 5       | č. 2       |
|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|             | $19^\circ$ | $25^\circ$ | $44^\circ$ | $48^\circ$ | $57^\circ$ |
|             | $95^\circ$ | $90^\circ$ | $70^\circ$ | $65^\circ$ | $58^\circ$ |

**Marta:**

„Všimni si, že keď sa jeden uhol zväčšuje, druhý sa znižuje. Keď každé dva uhly sčítame, dostaneme  $114^\circ$ ,  $115^\circ$ ,  $114^\circ$ ,  $113^\circ$ ,  $115^\circ$ .“

**Tereza:**

„Naša hypotéza je, že súčet zvyšných dvoch uhlov bude od 113 do 115 stupňov. Možno to bude presne  $114^\circ$ .“

Ako to vyšlo vám?

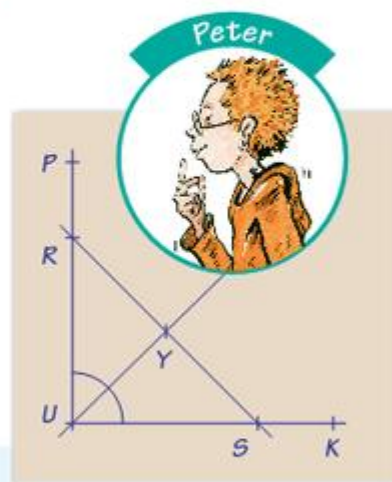
# Os uhla

**P**amätáte si, ako Peter rozdeľoval uhol na dve rovnako veľké časti? Možno si spomeniete, keď vám pripomenieme jeho konštrukciu.



**1** Narysujte do zošita dva rovnaké uhly tak, aby oba merali presne  $70^\circ$ . Rozdeľte jeden z nich Petrovým spôsobom na dve rovnako veľké časti. Skontrolujte uhlomerom, či ste rysovali presne.

**2** Rozdeľte druhý  $70^\circ$  uhol na dve rovnako veľké časti pomocou uhlomera. Koľko stupňov meria každá časť?



Ktorá konštrukcia sa vám zdá lepšia?  
Prečo?

**Polpriamka, ktorá rozdelí uhol na dve rovnako veľké časti, sa volá os uhla.**

Zdravím, ja som OSA.

Keď sme dve,  
napíšeme to takto:  
OSY.



A ja zase OS.

Keď sme dve,  
napíše sa to takto:  
OSI.

**Danka**



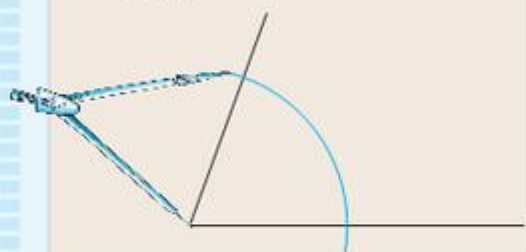
Danka rada rysuje kružidlom, preto si aj pri rysovaní osi uhla pomáha kružidlom. Pozrite sa na jej postup rysovania a zopakujte ho v zošite. Danka chce narysovať os uhla, ktorý má veľkosť  $70^\circ$ .

**1.** Najskôr narysujem uhol s veľkosťou  $70^\circ$ .

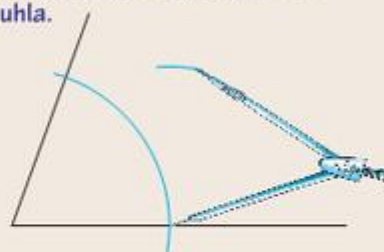




2. Kružidlom narysujem oblúk.



3. Z koncových bodov oblúčka narysujem dva rovnaké oblúčky. Nemusia byť také isté ako oblúčik uhla.



4. A druhý oblúčik rovnako veľký ako prvý.

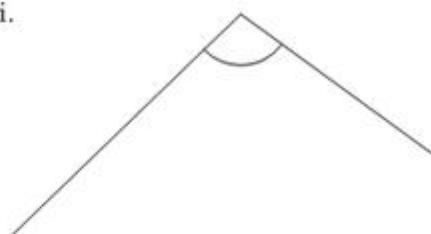
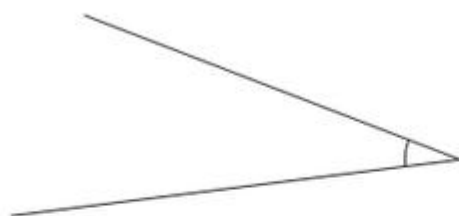


5. Spojím priesečník oblúčikov s vrcholom uhla a os uhla je hotová.



**3** Zistíte pomocou uhlomera, ako presne sa vám podarilo narysovať os uhla Dankinou metódou.

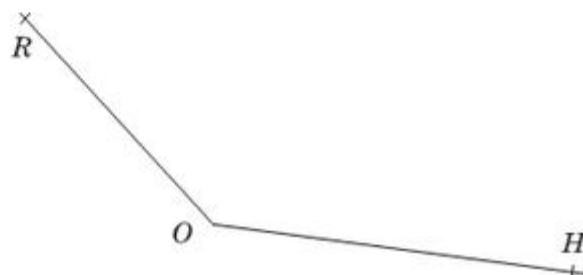
**4** Prerysujte si uhly do zošita a zostrojte ich osi.



**5** Rozdeľte uhly z úlohy 4 na štyri rovnaké časti. Koľko osí potrebujete do vašich obrázkov dorysovať?

**6** Narysujte tri rôzne veľké trojuholníky. V každom z nich zostrojte osi všetkých troch jeho uhlov. Rysujte čo najpresnejšie. Čo pozorujete?

**7** Rozdeľte uhol  $ROH$  na obrázku len pomocou rysovania osí uhlov na dve časti tak, aby jedna z častí bola 7-krát väčšia ako druhá. Koľko osí je potrebné narysovať?



# Susedné a vrcholové uhly

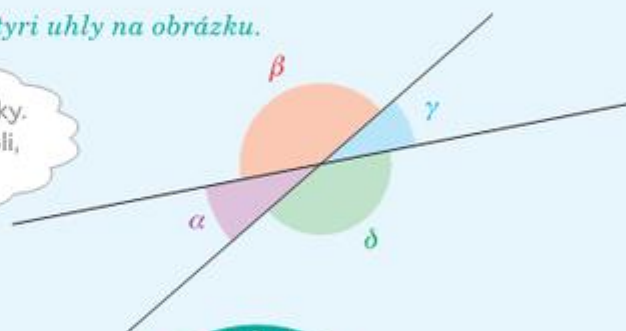


**V**iktor a Jakub dostali úlohu odmerať štyri uhly na obrázku.

**Viktor**



Odmeral som ich všetky.  
Velkosti, ktoré mi vyšli,  
ma prekvapili.



- 1** Odmerajte všetky označené uhly na obrázku.

**Jakub**



Nemusel si ich merať  
až štyrikrát. Veď uhly oproti sebe  
budú rovnaké. Aj s tými uhlami  
vedľa seba by si si poradil.

Stačilo, aby si  
meral iba raz.

- 2** Skontrolujte, či má Jakub pravdu. Narysujte dve rôznobežky, ktoré sa pretnú na papieri. Odmerajte štyri uhly, na ktoré rozdelia tieto priamky rovinu. Urobte to isté ešte dvakrát – narysujte ďalšie rôznobežky a zmerajte uhly. Sú uhly oproti sebe vždy rovnako veľké?

*Asi ste prišli na to, že Jakub mal pravdu.*

*Uhly, ktoré sú na vašich obrázkoch oproti sebe, sa volajú **vrcholové uhly**.*

**Vrcholové uhly majú spoločný vrchol a ich ramená  
ležia na dvoch priamkach.**

**Vrcholové uhly majú rovnakú veľkosť.**

**Viktor**



Na mojom obrázku  
sú vrcholové uhly a nemajú  
rovnakú veľkosť.  
Tak ako to je?



**Jakub**



Uhly na tvojom obrázku  
nie sú vrcholové, pretože ich ramená  
neležia na tých istých dvoch  
priamkach.

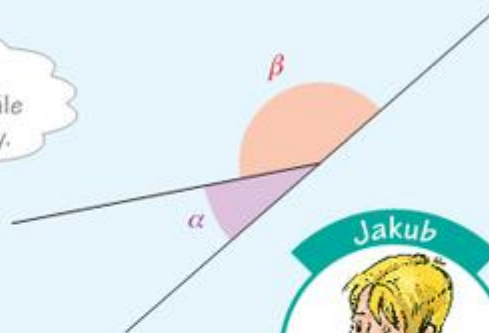
- 3** Čo platí pre veľkosti uhlov, ktoré sú na vašich obrázkoch vedľa seba?





No dobre, vrcholové uhly majú rovnakú veľkosť. Ale stále na obrázku ostávajú dva uhly.

Prečo hovoríš, že stačí merať iba raz?



Pretože dva uhly, ktoré sú na tvojom obrázku vedľa seba, merajú spolu  $180^\circ$ . Spolu vlastne vytvoria priamy uhol.

Takéto uhly sa volajú susedné uhly.

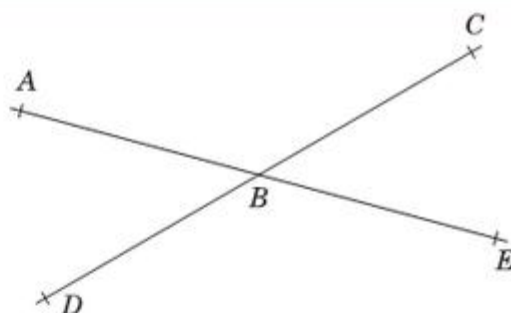
**Susedné uhly majú spoločný vrchol. Jedno rameno majú spoločné. Zvyšné dve ramená ležia na jednej priamke.**

**Susedné uhly merajú spolu  $180^\circ$ .**

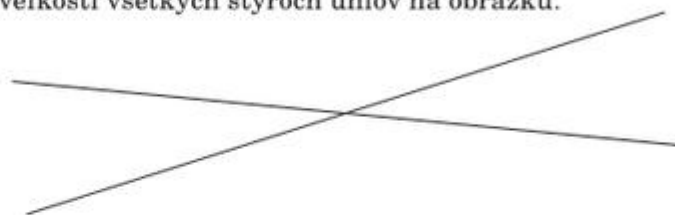


- 4 Pomocou troch bodov doplňte do viet správne mená uhlov na obrázku:

- Vrcholový uhol k uhlu  $ABD$  je uhol .....
- Vrcholový uhol k uhlu  $DBE$  je uhol .....
- Susedné uhly k uhlu  $CBA$  sú uhly .....

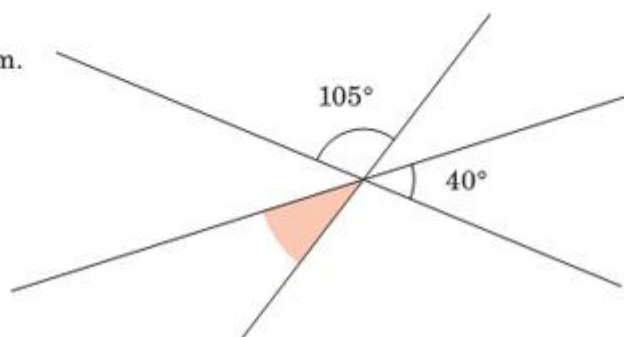


- 5 Len jedným meraním určte veľkosti všetkých štyroch uhlov na obrázku.

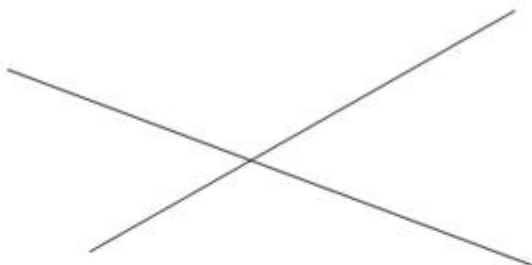


- 6 Narysujte osi dvoch susedných uhlov a odmerajte uhol, ktorý zvierajú.

- 7 Na obrázku sú tri priamky prechádzajúce jedným bodom. Vypočítajte (bez merania uhlomerom) veľkosť vyznačeného uhla.



- 8** Odmerajte uhol, ktorý zvierajú priamky na obrázku.



- 9** Je možné, že Dušan a Kamila mali úlohu 8 obaja vyriešenú správne, aj keď mali rôzne odpovede?

- 10** Narysujte dve priamky, ktoré zvierajú uhol s veľkosťou a)  $30^\circ$ , b)  $90^\circ$  c)  $150^\circ$ .

*Aj vy ste zistili, že v úlohe 10, v časti c) už netreba rysovať, lebo priamky, ktoré zvierajú uhol  $150^\circ$ , sú tie isté ako priamky, ktoré zvierajú  $30^\circ$ ?*

- 11** Jeden zo susedných uhlov je o a)  $40^\circ$ , b)  $33^\circ$  väčší ako druhý. Vypočítajte ich veľkosť.

- 12** Jeden zo susedných uhlov je a) 3-krát, b) 14-krát väčší ako druhý. Vypočítajte ich veľkosť.

- 13** Rozdeľte uhol na obrázku na dva uhly tak, aby jeden z nich bol o  $20^\circ$  väčší ako druhý. Pomôžte si meraním.



- 14** Rozdeľte uhol na obrázku na dva uhly tak, aby jeden z nich bol 3-krát menší ako druhý. Pomôžte si meraním.



- 15** Rozdeľte uhol na obrázku na dva uhly tak, aby jeden z nich bol 3-krát menší ako druhý. Nesmiete si pomôcť meraním.





## JEDNODUCHÉ KONŠTRUKCIE

### Rysujeme rovnaké obrázky

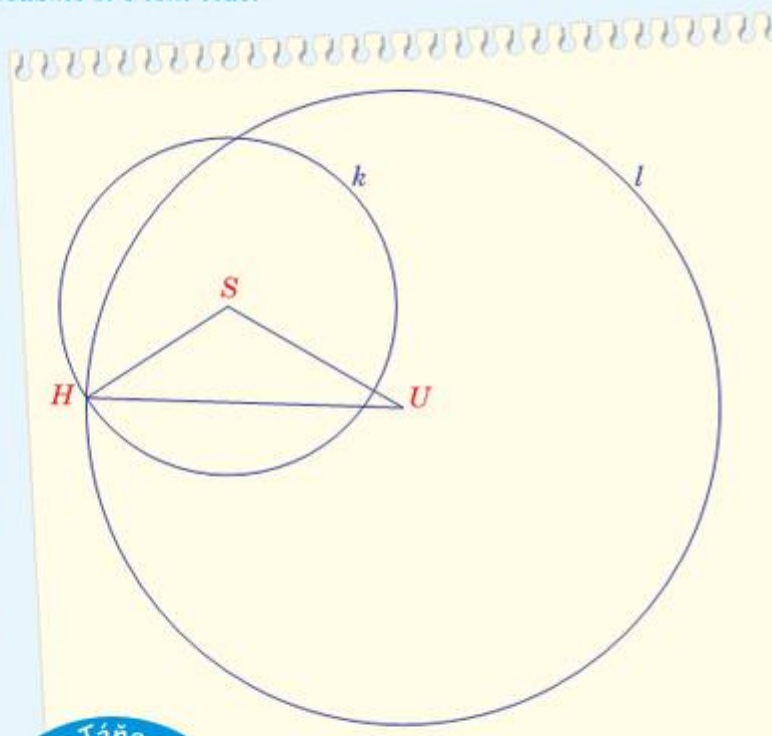


**S** schopnosť pripraviť náčrt, narysovať obrázok či zistiť počet možností konštrukcie môže byť užitočná. Povedzme si o tom viac.

- 1** Prerysujte obrázok do zošita. Body  $S$ ,  $U$  sú stredy kružníc  $k$ ,  $l$ . Pomôžte si meraním vybraných dĺžok. Opište slovné svoj postup.

*Tento obrázok sa skladá z dvoch kružníc a troch úsečiek  $HU$ ,  $US$ ,  $SH$ . Čo ste prerysovali ako prvé?*

*Karol sa rozhodol, že začne úsečkou  $HU$ . Zistil, že meria 4,7 cm. Janko začal úsečkou  $US$ , tiež si zistil jej dĺžku. Vyšli mu 3 cm. Táňa začala menšou kružnicou, bez problémov zistila veľkosť jej polomeru  $SH$ : 2,5 cm.*



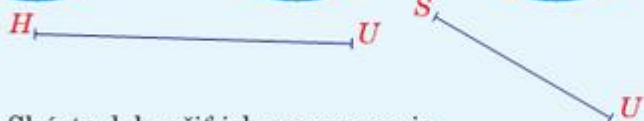
Karol



Janko

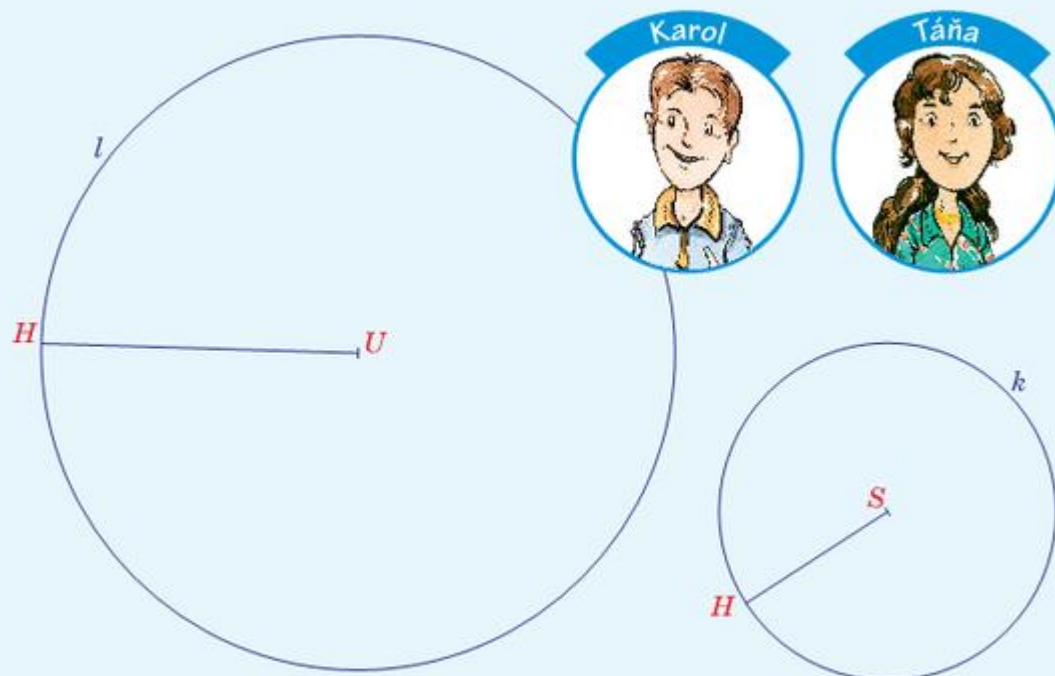


Táňa

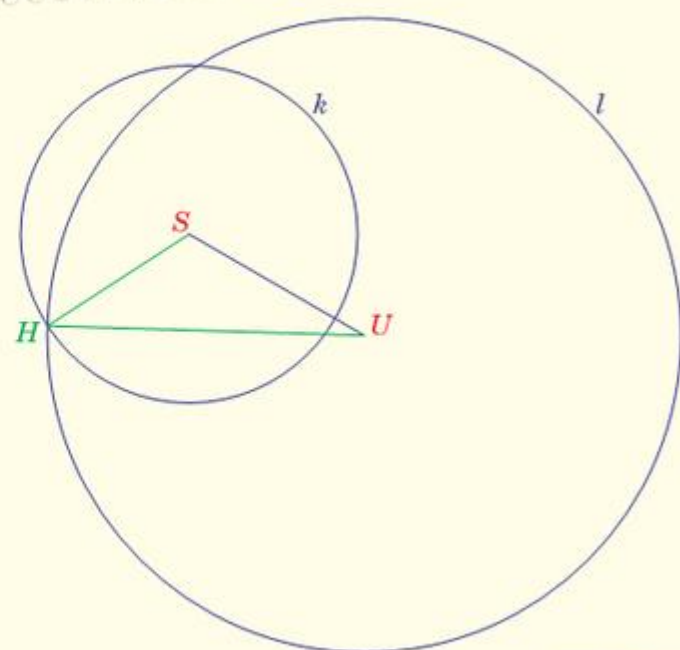
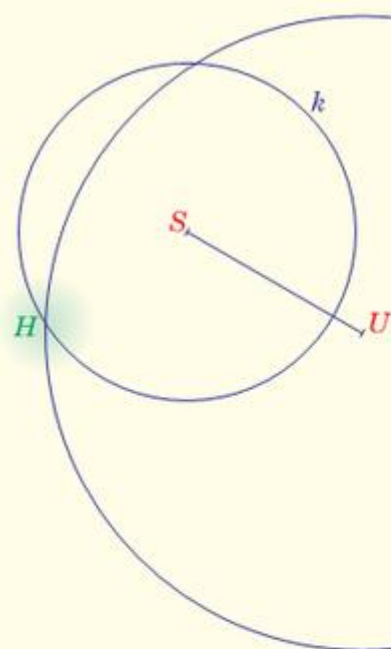


- 2** Skúste dokončiť ich prerysovania.

*Karolovi ani Táni sa nepodarilo prerysovanie dokončiť. Pravdepodobne aj vy ste skončili tam, kde oni a ďalej ste nevedeli pokračovať.*



Nie je však ťažké dokončiť Jankovo riešenie: Narysujeme obidve kružnice (poznáme stred aj polomer každej z nich). Tam, kde sa pretnú, dostaneme bod  $H$ . Potom už len stačí spojiť bod  $H$  s bodmi  $U$  a  $S$ .



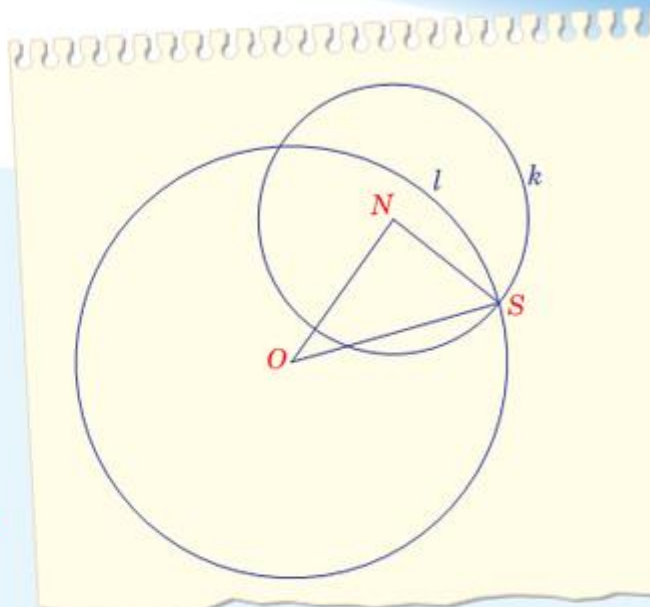
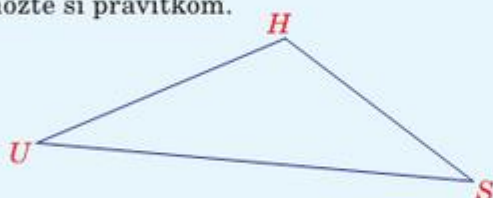




- 3 Teraz už asi dokážete podobný obrázok prerysovať bez väčších problémov.



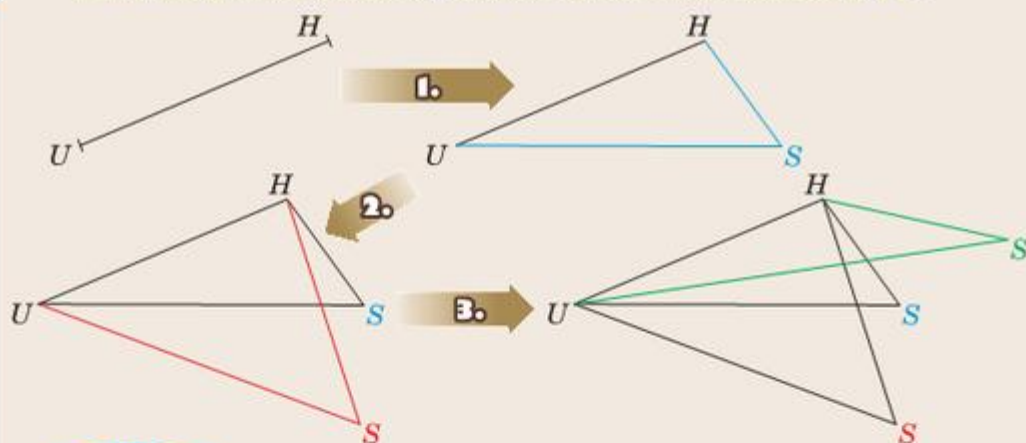
- 4 Verili by ste, že niekedy je ťažšie prerysovať jednoduchší obrázok? Skúste prerysovať tento trojuholník. Pomôžte si pravítkom.



Jozef



Ja som to skúsil až tri razy. Vždy som začal jednou stranou, ale ani raz som nevedel presne pokračovať. Iba som skúšal, kde by mal ležať bod S. Meraním som zistil, že ani pri jednom pokuse sa mi nepodarilo „trafiť“ naraz obidve veľkosti. Na treťom obrázku som „trafil“ dĺžku úsečky HS, na štvrtom obrázku dĺžku úsečky SU.



Dorka



Trojuholník HUS sme už raz prerysovali.

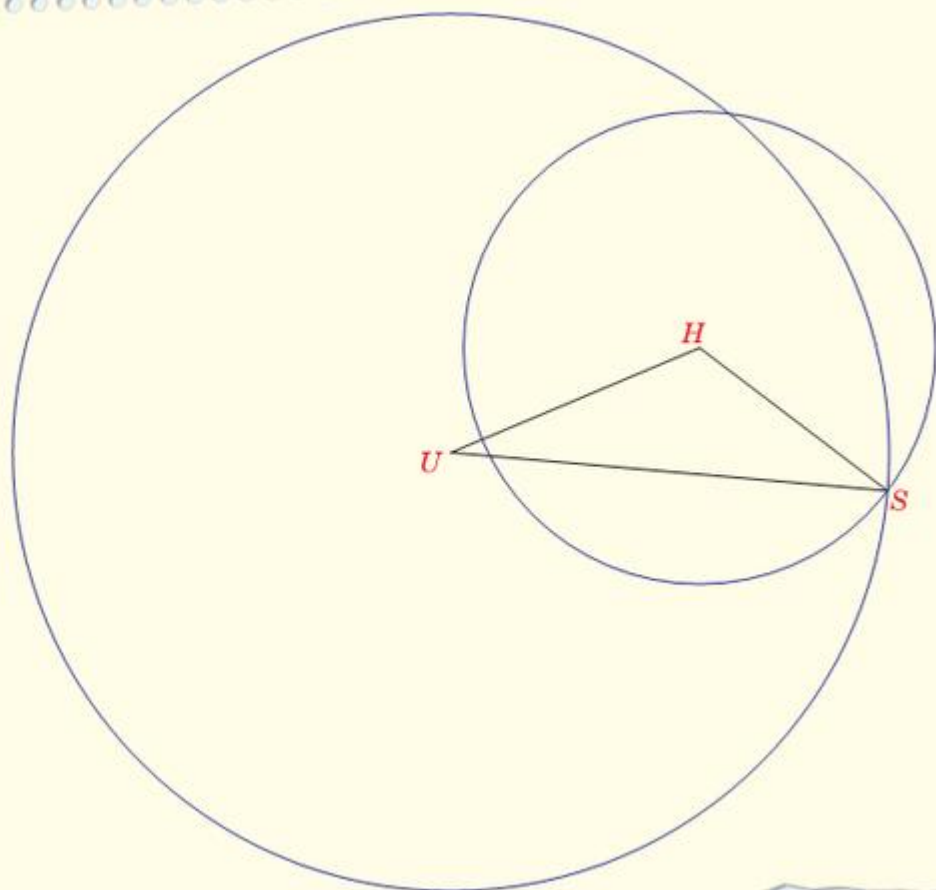
A čo nám bráni, aby sme si tými kružnicami pomohli aj teraz?

Jozef



Tam však bol spolu s kružnicami a tie nám pomohli.

Máš pravdu, nič. Doplňme ich do obrázka. Potom je to ľahké. Stačí narysovať kružnice so stredmi v bodoch H a U. Ich polomery sú dĺžky strán US a HS. A v ich priesečníku bude bod S.



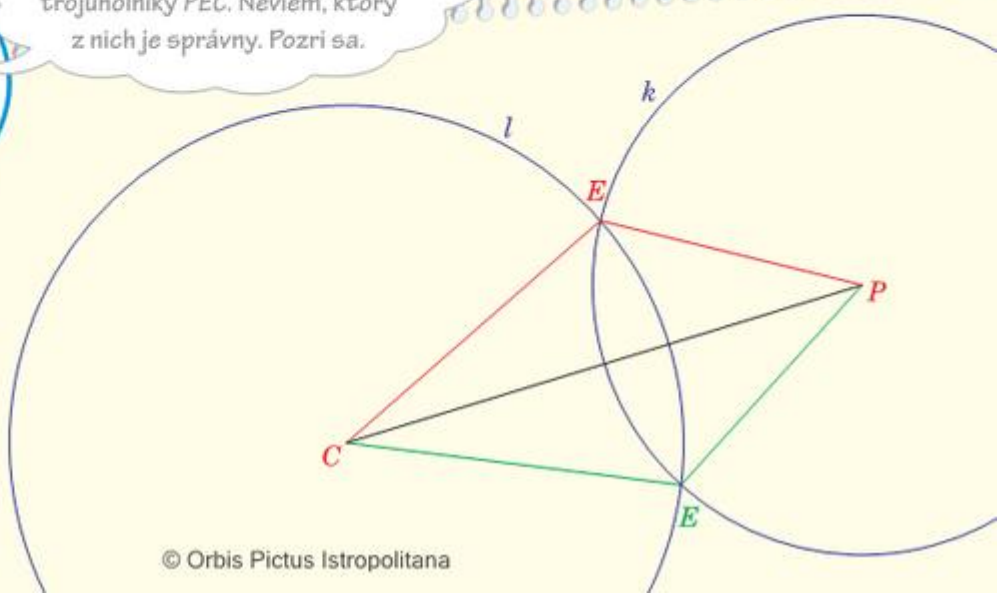
Aby ste nemuseli merať, trojuholník vám teraz nenarýsujeme, ale prezradíme vám dĺžky všetkých jeho strán.

- 5** Zostrojte trojuholník  $PEC$ , ak viete, že dĺžky jeho strán  $PE$ ,  $EC$  a  $CP$  sú v tomto poradí 4 cm, 5 cm, 8 cm.



Jozef

Teraz mi to už išlo ľahko.  
Narysované kružnice však mali dva  
priesečníky  $E$ . Vyšli mi preto až dva  
trojuholníky  $PEC$ . Neviem, ktorý  
z nich je správny. Pozri sa.







Dorka

Odmeral si  
dĺžky ich strán?

Áno, obidva trojuholníky  
majú požadované dĺžky strán.

Tak sú obidva  
správne.



Jozef

- 6** Skontrolujte, či aj vám vyšli dva trojuholníky *PEC*. Ak ste na niektorý zabudli, dorysujte ho.
- 7** Narysujte obidva trojuholníky *PEC* ešte raz na papier. Vystrihnite ich a diskutujte o tom, či sú tieto trojuholníky skutočne rovnaké.

*Ak vystrihnuté trojuholníky priložíte na seba, mali by ste zistiť, že sú rovnaké.*

## Dohoda

**Takéto trojuholníky považujeme za rovnaké. Preto v skutočnosti existuje len jeden trojuholník *PEC*, ktorý má požadované vlastnosti. Úloha má jedno riešenie.**

- 8** Narysujte trojuholník

- a)  $ABC$ , ak  $|AB| = 2,5 \text{ cm}$ ,  $|BC| = 3,5 \text{ cm}$ ,  $|AC| = 4,5 \text{ cm}$ ,  
 b)  $KLM$ , ak  $|KL| = 3 \text{ cm}$ ,  $|LM| = 3 \text{ cm}$ ,  $|KM| = 5 \text{ cm}$ ,  
 c)  $PQR$ , ak  $|PQ| = 8 \text{ cm}$ ,  $|QR| = 4 \text{ cm}$ ,  $|PR| = 5,5 \text{ cm}$ ,  
 d)  $XYZ$ , ak  $|XY| = 6 \text{ cm}$ ,  $|YZ| = 7 \text{ cm}$ ,  $|XZ| = 5 \text{ cm}$ .

- 9** Zostrojte trojuholník, v ktorom sú dĺžky dvoch strán rovnaké. Jeho dve rôzne dlhé strany majú dĺžky 4 cm a 6 cm. Pozor, úloha má dve riešenia. Nájdete obe?

- 10** Narysujte vedľa seba štyri trojuholníky. V každom z nich má jedna zo strán dĺžku 5 cm a ďalšia strana dĺžku 8 cm. Tretia strana meria v prvom trojuholníku 4 cm, v druhom 3,5 cm, v treťom 3 cm a vo štvrtom 2 cm.

*Aj vy ste mali problémy s poslednými dvoma úlohami? Alebo len s poslednou úlohou? Ak áno, je to v poriadku. K týmto úlohám sa ešte vrátíme, najprv sa však pozrieme na nové učivo.*

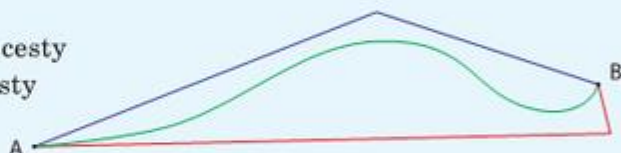


# OBJAV TROJUHOVNÍKOVEJ NEROVNOSTI

## Meriame krivé čiary



- 1** Na obrázku sú farebne vyznačené tri cesty z miesta A do miesta B. Viete tieto cesty zoradiť od najdlhšej po najkratšiu?

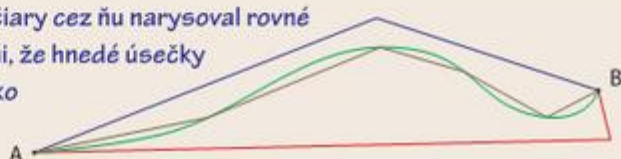


*Vôbec nepochybujeme, že červenú a modrú cestu ste zmerali ľahko. Ako ste si poradili s meraním dĺžky zelenej cesty? Mali ste podobný nápad ako Matúš alebo Karolína?*

**Matúš**



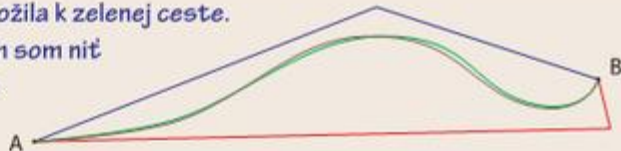
Ja som si namiesto krivej zelenej čiary cez ňu narysoval rovné úsečky a odmeral som tie. Vyšlo mi, že hnedé úsečky spolu merajú 8,9 cm. Približne toľko by mala merať aj zelená čiara.



**Karolína**



Ja som si zobrala niť a tú som priložila k zelenej ceste. Pomohla som si špendlíkom. Potom som niť narovnala a odmerala. Vyšlo mi, že zelená čiara meria 9,2 cm.



- 2** Zistite čo najpresnejšie dĺžky nasledujúcich krivých farebných čiar.

- 3** Nakreslite krivú čiaru, pre ktorú platí:

- je dlhá 108 mm,
- je dlhá 134 mm a je uzavretá,
- je dlhá 153 mm a dvakrát sa pretína,
- je dlhá 1 m.

Skontrolujte dĺžky čiar, ktoré nakreslil váš sused.

- 4** Zistite čo najpresnejšie dĺžky kružníc s polomeri 4 cm, 7 cm a 10 cm

- rysovaním ako Matúš,
- meraním niťou ako Karolína.



- 5** Zistite pomocou nite čo najpresnejšie polomery kružníc, ktorých dĺžky sú 20 cm, 25 cm a 30 cm.



# Vzdialenosť



- 1** Zvoľte si v zošite dva body. Spojte ich čo najkratšou čiarou. Pomocou nite sa presvedčte, že kratšia čiara už neexistuje.

**K** eď povieme „vzdialenosť dvoch bodov v rovine“, budeme tým rozumieť dĺžku najkratšej čiary v rovine, ktorou sa dajú spojiť. Keďže ste vyriešili úlohu 1, viete, že čiara – niť –, ktorá spája dva body, bude najkratšia vtedy, keď bude vystretá, teda keď to bude úsečka.

- 2** Prečítajte správne zápisy:  $|CD| = 5 \text{ cm}$ ,  $|AB| > |EF|$ .

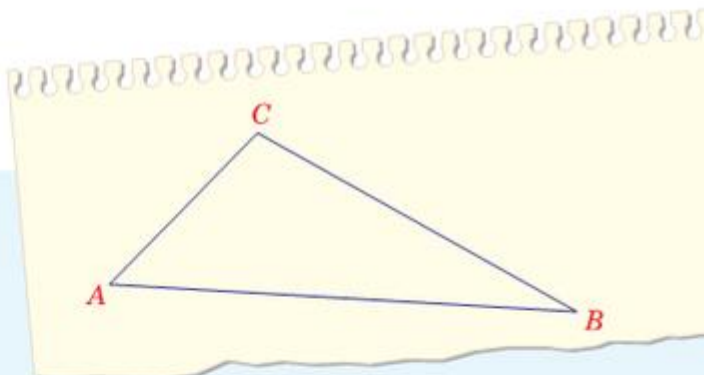
- 3** a) Narysujte body  $A, B, C$  tak, aby vzdialenosť bodov  $A$  a  $B$  bola  $6 \text{ cm}$  a  $|BC| = 4 \text{ cm}$ .  
b) Narysujte k bodom  $A, B$  z časti a) ďalšie štyri rôzne body  $C$ , ktoré vyhovujú zadaniu úlohy a).

- 4** Narysujte body  $A, B, C$  tak, aby platilo  $|AC| = 10 \text{ cm}$ ,  $|BC| = 7 \text{ cm}$  a  
a)  $|AB| = 17 \text{ cm}$ ,      b)  $|AB| = 2 \text{ cm}$ ,      c)  $|AB|$  bola čo najmenšia.

## Trojuholníková nerovnosť

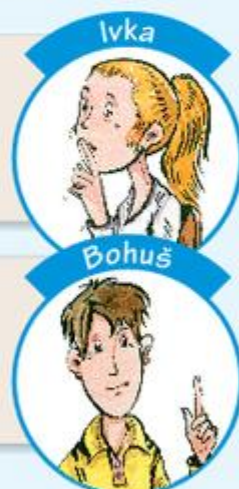


**Ž** iaci v škole rysovali trojuholník  $ABC$ . Prečítajte si, čo o dĺžkach jeho strán povedali Ivka a Bohuš:



Dĺžka  $|AB|$  strany  $AB$  je dĺžka najkratšej čiary, ktorá spája body  $A$  a  $B$ . Strany  $BC$  a  $AC$  tvoria spolu tiež čiaru, ktorá spája body  $A$  a  $B$ . Dĺžka tejto čiary je nutne väčšia ako dĺžka najkratšej čiary  $AB$ . Preto platí:  $|BC| + |AC| > |AB|$ .

Dĺžka  $|BC|$  strany  $BC$  je zasa dĺžka najkratšej čiary, ktorá spája premenu body  $B$  a  $C$ . Strany  $BA$  a  $AC$  tvoria spolu tiež čiaru, ktorá spája body  $B$  a  $C$ . Dĺžka tejto čiary je nutne väčšia ako dĺžka najkratšej čiary  $BC$ . Preto platí:  $|AB| + |AC| > |BC|$ .

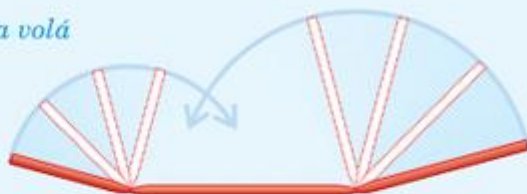


- 1** Napíšte podobnú úvahu pre stranu  $AC$ .

Dostali sme tak tri nerovnosti. Každá z nich sa volá trojuholníková nerovnosť.



Súčet ľubovoľných dvoch strán trojuholníka je väčší ako dĺžka zvyšnej strany.



- 2** Skontrolujte, ktoré trojice dĺžok by mohli byť dĺžkami strán trojuholníka:  
a) 4 cm, 7 cm, 10 cm, b) 6 cm, 3 cm, 3 cm, c) 20 cm, 9 cm, 12 cm, d) 2 cm, 1 cm, 5 cm.

- 3** Ku každej dvojici dĺžok z ľavého stĺpca priradte jednu dĺžku z pravého stĺpca tak, aby ste dostali trojicu dĺžok, ktoré môžu byť dĺžkami strán trojuholníka (teda vyhovujú trojuholníkovým nerovnostiam). Každú dĺžku z pravého stĺpca použite iba raz.

|   |             |   |        |
|---|-------------|---|--------|
| 1 | 5 cm, 7 cm  | A | 13 cm  |
| 2 | 4 cm, 5 cm  | B | 17 cm  |
| 3 | 2 cm, 14 cm | C | 11 cm  |
| 4 | 6 cm, 12 cm | D | 7 cm   |
| 5 | 3 cm, 9 cm  | E | 1,5 cm |



- 4** Úloha 3 má dve rôzne riešenia. Podarí sa vám nájsť obidve?

- 5** Akú veľkosť môže mať tretia strana trojuholníka, ak prvé dve majú veľkosti 8 cm a 20 cm? Nájdite všetky možnosti.

Porovnajte svoje riešenie s Cyrilovým.



Súčet dĺžok prvých dvoch strán je 28 cm a ten musí byť väčší ako dĺžka tretej strany.

Preto dĺžka tretej strany je menšia ako 28 cm.

Áno.

To je tvoja odpoveď?

Nemáš to dobre.

Mám, veď dĺžka tretej strany musí byť menšia ako 28 cm.

To je pravda, ale nemáš to dobre.

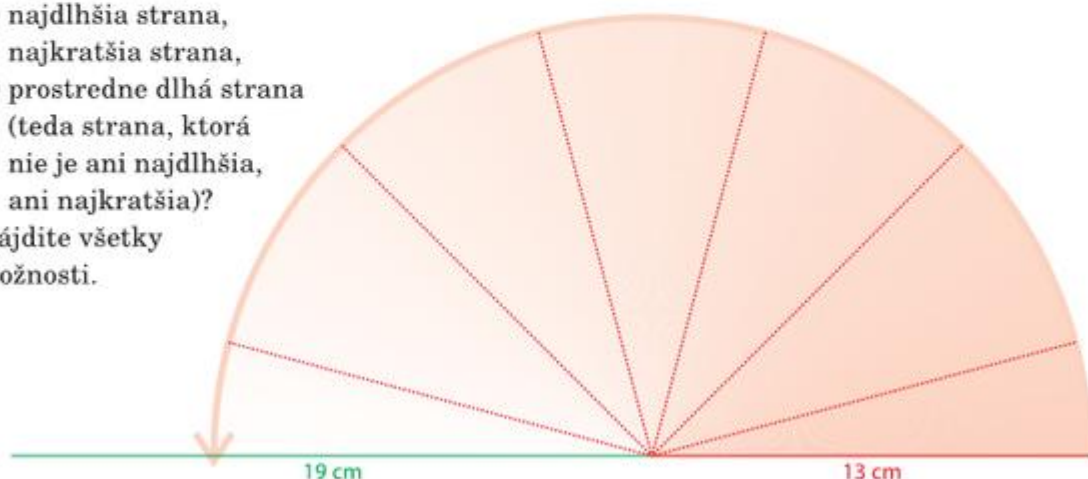
To som z toho jeleň. Dobré počujem? Mám pravdu a nemám to dobre?

Áno.



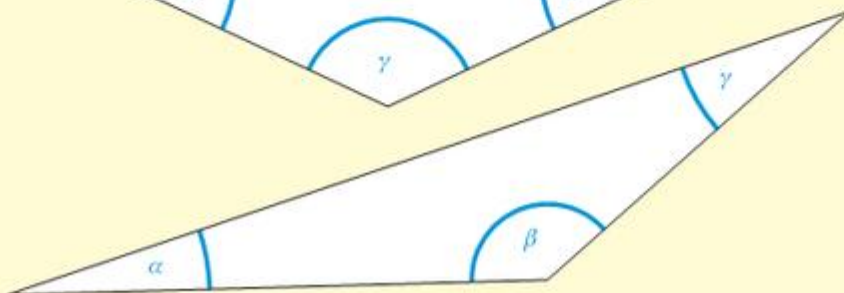
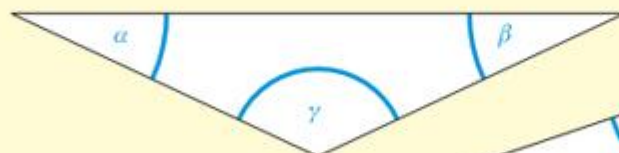
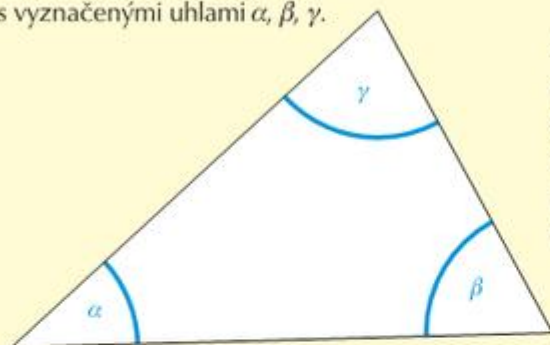


- 6** Rozsúďte Natašu a Cyrila.
- 7** Akú veľkosť môže mať tretia strana trojuholníka, ak prvé dve majú veľkosť 186 mm a 20 cm? Nájdite všetky možnosti.
- 8** Dve strany trojuholníka majú dĺžku 13 cm a 19 cm. Akú dĺžku môže mať:
- tretia strana,
  - najdlhšia strana,
  - najkratšia strana,
  - prostredne dlhá strana (teda strana, ktorá nie je ani najdlhšia, ani najkratšia)?
- Nájdite všetky možnosti.



### Bádame o uhloch 3

Na obrázku sú štyri trojuholníky s vyznačenými uhlami  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .



Narysujte do zošita ďalšie štyri trojuholníky.

**Úloha 1:** V každom trojuholníku odmerajte veľkosti všetkých troch uhlov. Potom skúmajte, či existuje nejaká súvislosť medzi týmito tromi veľkosťami. Na základe svojho bádania vyslovte hypotézu. Nakoniec svoju hypotézu porovnajte s ostatnými skupinami.



# POKRAČUJEME V KONŠTRUKCIÁCH



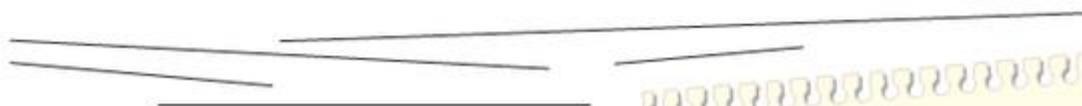
**N**ajprv sa vrátime k úlohe 10 z kapitoly Konštrukcie – rysujeme rovnaké obrázky na strane 109.

**1** Vysvetlite, prečo sa tretí a štvrtý trojuholník nedali narysovať.

*Úlohy nemajú riešenie preto, lebo keby taký trojuholník existoval, musela by preň platiť trojuholníková nerovnosť. Teda súčet dvoch strán by musel byť väčší ako dĺžka zvyšnej strany. Táto podmienka však v týchto dvoch prípadoch nie je splnená.*



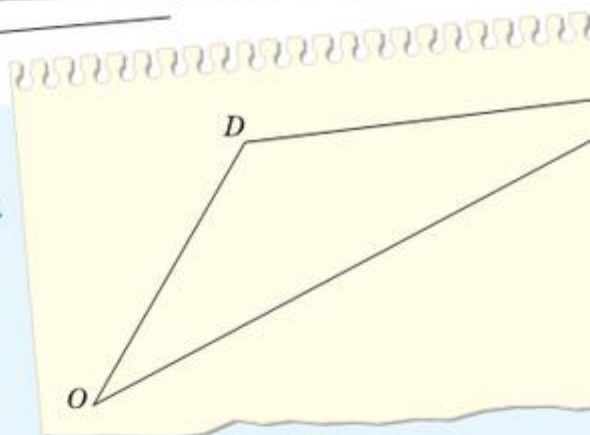
**2** Na obrázku je päť úsečiek. Narysujte všetky trojuholníky, ktoré dostaneme, ak z týchto úsečiek vyberieme tri a ich dĺžky zvolíme za dĺžky strán trojuholníka.



*Jakub je zvedavý, aký veľký je tretí uhol trojuholníka DOM, ktorého časť je mimo papiera.*

**3** Vedeli by ste Jakubovi poradiť?

*Pozrite, ako Jakubovi poradila Lucia.*



Vieš čo?

Prekresli si ho tak, aby sa ti zmestil na papier.

Myslel som na to, ale odmerať viem len dĺžku strany DO. Zvyšné strany nevidím celé, a preto sa ich dĺžky nedajú odmerať.

Pomôžem ti. Predstav si, že sa prechádzaš po obvode tohto trojuholníka. Ideš po chodníku DO a v mieste O musíš zmeniť smer. Nevieš, aký dlhý je úsek OM, ale vieš, ktorým smerom sa máš vydať.

Máš na mysli, že viem odmerať uhol DOM?

Presne tak. A to is...

Počkaj, nehovor. Už to viem.





- 4 Viete, na čo Jakub prišiel? Viete dokončiť úvahu?



To isté môžem urobiť aj v bode  $D$  a odmerať uhol  $ODM$ . Kde sa obidva „smery“ z bodov  $D$  a  $M$  stretnú, dostanem bod  $M$ .



A potom si odmeriaš uhol  $DMO$ .

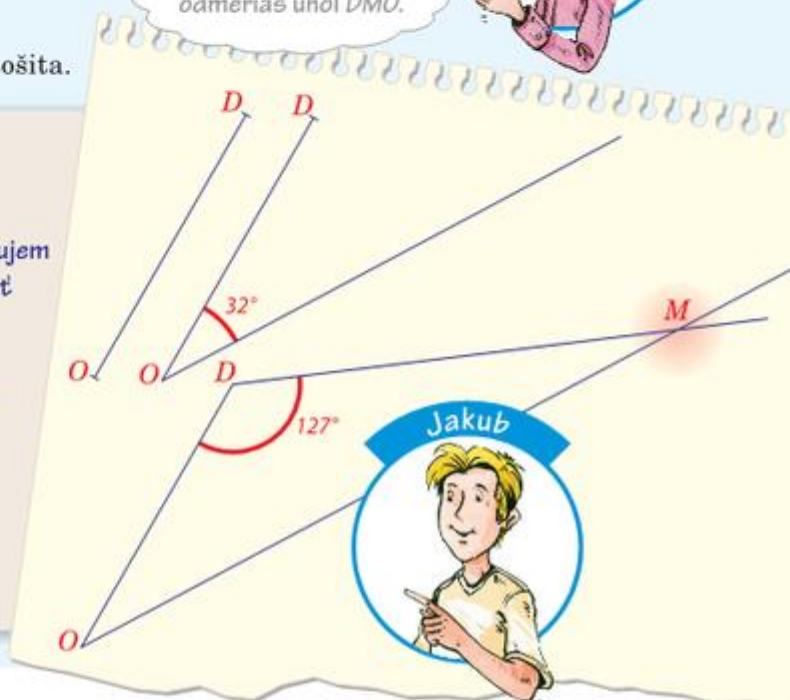
- 5 Prerysujte trojuholník  $DOM$  do zošita.

Takže najskôr odmeriam úsečku  $DO$ . Vyšlo mi 4,5 cm. Môžem ju narysovať.

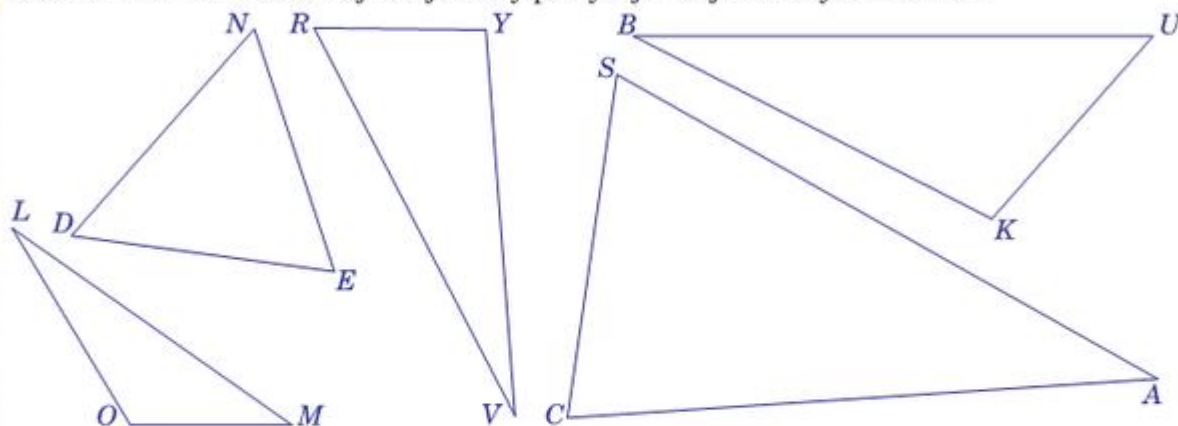
Teraz odmeriam uhlomerom uhol  $DOM$  a narysujem ho. Vyšlo mi, že meria  $32^\circ$ . Bod  $M$  ešte rysovať nebudem, lebo neviem, kde bude ležať.

Nakoniec odmeriam uhol  $ODM$  a narysujem ho. Vyšlo mi, že meria  $127^\circ$ . Tam, kde sa pretnú oba smery, bude ležať bod  $M$ .

Teraz môžem odmerať uhol  $OMD$ . Vychádza mi, že meria  $21^\circ$ .



- 6 Odmeraním dvoch uhlov a jednej strany prerysujte trojuholníky na obrázku.



- 7 Narysujte trojuholník a)  $SUD$ , b)  $ROJ$ , c)  $KAZ$ , ak sú dané veľkosti jeho vnútorných uhlov. Dĺžky strán si môžete zvoliť ľubovoľne.

- a)  $|\angle SUD| = 50^\circ$ ,  $|\angle USD| = 68^\circ$ ,  $|\angle UDS| = 62^\circ$ ,  
 b)  $|\angle ROJ| = 72^\circ$ ,  $|\angle JRO| = 57^\circ$ ,  $|\angle RJO| = 59^\circ$ ,  
 c)  $|\angle KAZ| = 48^\circ$ ,  $|\angle KZA| = 61^\circ$ ,  $|\angle ZKA| = 64^\circ$ .

Ak ste úlohu 7 nevedeli vyriešiť, je to v poriadku. O jej riešení sa porozprávame o chvíľu. Najprv sa vrátíme k úlohe 3, v ktorej Jakub zisťoval veľkosť nedostupného uhla v trojuholníku. Tentoraz mu pomohla Soňa.



Jakub, poradím ti, ako sa dá zistiť veľkosť uhla *OMD* bez narysovania trojuholníka *DOM*! Najskôr však musíš niečo objaviť.

Už sa teším.

Nakresli si obdĺžnik. Aký je súčet veľkostí jeho uhlov?

Všetky jeho uhly sú .....  
ich súčet je  $4 \cdot \dots^\circ = \dots^\circ$ .

Teraz ho rozdeľ na dva pravouhlé trojuholníky.



To je ľahké. Obidva sú rovnaké.

Potom vieš zistiť, aký je súčet uhlov v týchto pravouhlých trojuholníkoch.

Sú to rovnaké trojuholníky, budú mať rovnaký súčet uhlov. Spolu tieto uhly dávajú už vypočítaných  $\dots^\circ$ . Preto súčet uhlov v jednom z nich bude  $\dots^\circ : 2 = \dots^\circ$ .



Súčet všetkých uhlov v pravouhlom trojuholníku je  $180^\circ$ .



Súčet ostrých uhlov v pravouhlom trojuholníku je  $90^\circ$ .

Soňa



Teraz si narysuj ľubovoľný trojuholník a rozdeľ ho na dva pravouhlé trojuholníky.



Tu ich máš:



Jakub



Aký je súčet ostrých uhlov v týchto dvoch pravouhlých trojuholníkoch?

V každom trojuholníku je to  $\dots^\circ$ . Teda spolu vo dvoch trojuholníkoch je to  $\dots^\circ + \dots^\circ = \dots^\circ$ . Ale počkaj, veď tieto štyri uhly dávajú dokopy všetky uhly v pôvodnom trojuholníku! Súčet uhlov v ľubovoľnom trojuholníku bude  $\dots^\circ$ .



Súčet všetkých uhlov v ľubovoľnom trojuholníku je  $180^\circ$ .



**T**eraz sa môžeme vrátiť k úlohe 7 zo strany 115.

V časti b) a c) nemá táto úloha riešenie, lebo keby taký trojuholník existoval, musel by byť súčet jeho vnútorných uhlov presne  $180^\circ$ . Trojuholník ROJ má však súčet uhlov až  $72^\circ + 57^\circ + 59^\circ = 188^\circ$ . Trojuholník KAZ má súčet uhlov len  $48^\circ + 61^\circ + 64^\circ = 173^\circ$ .



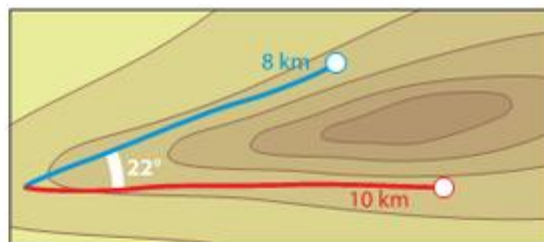
**8** Narysujte trojuholník a)  $ABC$ , b)  $DEF$ , c)  $GHI$ , d)  $JKL$ , ak poznáte:

- a)  $|AB| = 5,5 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle CAB| = 70^\circ$ ,  $|\sphericalangle ABC| = 47^\circ$ ,
- b)  $|DE| = 3,8 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle DEF| = 124^\circ$ ,  $|\sphericalangle FDE| = 21^\circ$ ,
- c)  $|IH| = 8,3 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle HIG| = 62^\circ$ ,  $|\sphericalangle IHG| = 78^\circ$ ,
- d)  $|AB| = 7,3 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle ABC| = 48^\circ$ ,  $|\sphericalangle ACB| = 60^\circ$ .

Aj vy ste v časti d) predchádzajúcej úlohy najskôr počítali a až potom rysovali?

**9** Vypočítajte veľkosť tretieho uhla v každom trojuholníku z predchádzajúcej úlohy. Skontrolujte, či táto veľkosť zodpovedá veľkosti uhla v narysovaných trojuholníkoch.

**10** Na obrázku je náčrtok, ktorý znázorňuje dve obce spojené cestou. Medzi obcami je kopec. Keď sa chcete autom dostať z jednej obce do druhej, musíte prejsť až 18 km. Keby sa však postavil tunel...  
Čo najpresnejšie narysujte danú situáciu do zošita a meraním zistíte, ako dlhý by bol tento tunel.



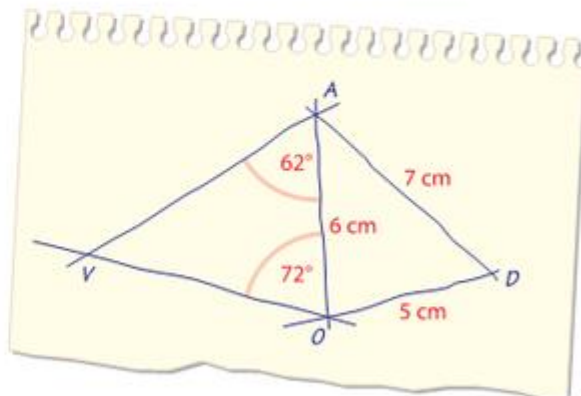
**11** Narysujte trojuholník a)  $MNO$ , b)  $PQR$ , c)  $STU$ , d)  $VWX$ , ak poznáte:

- a)  $|MN| = 6,2 \text{ cm}$ ,  $|NO| = 4,7 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle MNO| = 73^\circ$ ,
- b)  $|PQ| = 10,1 \text{ cm}$ ,  $|QR| = 8,3 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle PQR| = 162^\circ$ ,
- c)  $|TU| = 4,6 \text{ cm}$ ,  $|SU| = 5,8 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle SUT| = 100^\circ$ ,
- d)  $|XW| = 5,8 \text{ cm}$ ,  $|XV| = 7,3 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle VXW| = 38^\circ$ .

**12** Narysujte obrázok načrtnutý v učebnici.

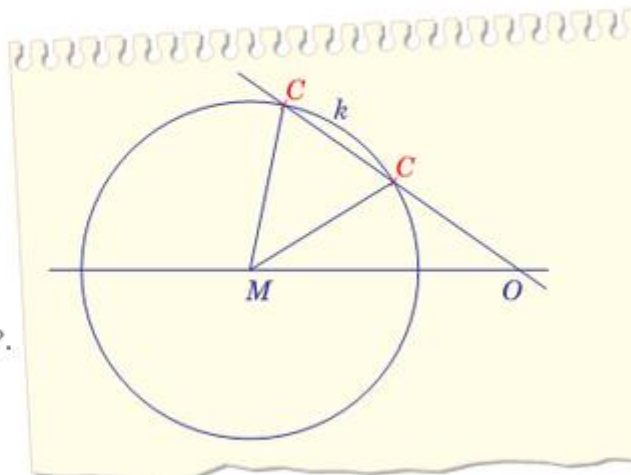
**13** Peter vyriešil predchádzajúcu úlohu tak, že začal trojuholníkom  $ODA$  so stranami 5 cm, 6 cm a 7 cm. Ak ste tak nerysovali, vyskúšajte aj tento postup.

**14** Pavol postupoval inak: začal trojuholníkom  $VOA$  s dvoma uhlami. Ak ste tak nerysovali, vyskúšajte aj jeho postup.





- 15** Narysujte štvoruholník *VODA*, ak je dané:  $|OD| = 4 \text{ cm}$ ,  $|DA| = 3 \text{ cm}$ ,  $|AO| = 6 \text{ cm}$ ,  $\sphericalangle VOA = 70^\circ$ ,  $\sphericalangle VAO = 70^\circ$ .
- 16** Predchádzajúcej úlohe vyhovujú až dva rôzne štvoruholníky *VODA*. Ak ste našli iba jeden, skúste narysovať aj druhý.
- 17** Prerysujte obrázok tak, že si odmeriate dĺžky úsečiek *MO*, *MC* a veľkosť uhla *COM*. (Iné veľkosti nemerajte.) Bod *M* je stred narysovanej kružnice. Čo narysujete ako prvé?
- 18** Zostrojte trojuholník *MOC*, ak je dané  $|MO| = 6 \text{ cm}$ ,  $|MC| = 4 \text{ cm}$ ,  $\sphericalangle COM = 30^\circ$ . Pomôžte si predchádzajúcou úlohou.
- 19** V trojuholníku poznáme dĺžku jednej strany – 5 cm – a veľkosti dvoch uhlov –  $30^\circ$  a  $100^\circ$ . Koľko takých trojuholníkov existuje? Všetky narysujte.
- 20** Koľko trojuholníkov má dĺžky dvoch strán 4 cm a 6 cm a jeden z jeho uhlov má veľkosť  $30^\circ$ ? Všetky narysujte.



## Zorné pole 1

Zorné pole je oblasť, ktorú dokážu oči obsiahnuť bez toho, aby sa pohybovali (t. j. pri pohľade nasmerovanom na jeden bod). Na obrázku je znázornené zorné pole krokodíla. Toto zorné pole má *zorný uhol*  $290^\circ$ . To znamená, že krokodíl vidí čiastočne aj „za seba“.

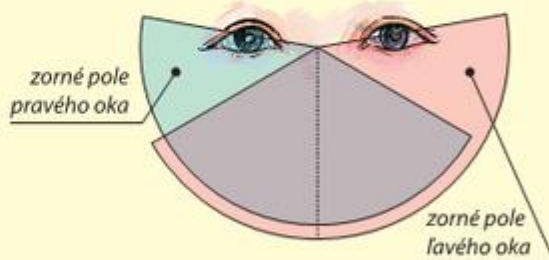


**Úloha 1:** Vysvetlite, aký je rozdiel medzi zorným poľom a zorným uhlom.

**Úloha 2:** Znázorníte tú časť videnia jedného oka, ktorú sme nazvali „videnie za seba“.

Aký uhol v stupňoch vyjadruje toto „videnie za seba“ pre každé oko?

Uhol celkového zorného poľa človeka (obidvoch očí) je asi  $200^\circ$ . Zorný uhol jedného oka je asi  $160^\circ$ . Oblasť, ktorú vidíme obidvoma očami súčasne (teda spoločná oblasť zorného poľa pravého a ľavého oka), dokážeme vidieť priestorovo (trojrozmerné).



**Úloha 3:** Vypočítajte veľkosť zorného uhla oblasti, ktorú vidíme priestorovo.



# 13. časť POČÍTAME S DESATINNÝMI ČÍSLAMI 4

## ARITMETICKÝ PRIEMER



**D**ve šieste triedy zbierali v rámci ochrany životného prostredia starý papier do zberu. V tabuľkách vidíte, koľko kilogramov ktorý žiak triedy doniesol.

|     |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 6.A | 3,5 kg | 6 kg   | 7,2 kg | 0,8 kg | 4,8 kg | 2,6 kg | 11 kg  | 3,8 kg | 7,4 kg | 5,6 kg |
|     | 7,5 kg | 2,1 kg | 8 kg   | 9,3 kg | 0,5 kg | 4,8 kg | 3,7 kg | 2,6 kg | 10 kg  |        |
| 6.B | 8,2 kg | 7,6 kg | 4,8 kg | 2,1 kg | 0 kg   | 12 kg  | 9,8 kg | 6,4 kg | 5,9 kg | 8,5 kg |
|     | 7,6 kg | 4,8 kg | 3,2 kg | 0,4 kg | 1,4 kg | 9,6 kg |        |        |        |        |

**1** Ktorá trieda bola podľa vás v zbere usilovnejšia?

*Jakub, Filip a Lucia sa tiež rozprávali o tom, ktorá trieda bola v zbere úspešnejšia. Kto z nich má najbližšie k vašej odpovedi?*

Jakub



Je to jasné.  
6.A nazbierala spolu 101,2 kg  
a 6.B len 92,3 kg. 6.A bola  
v zbere úspešnejšia.

Lucia



Navyše, v 6.B bol dokonca žiak,  
ktorý nič nepriniesol. V 6.A taký žiak  
nebol. Každý niečo doniesol, aspoň trochu.  
Aj podľa mňa sa viac darilo 6.A.

Ale B-čkarov zbieralo menej.  
Je jasné, že keď ich je menej,  
aj menej nazbierajú.

Filip



Máš asi pravdu. Navrhujem,  
aby sme zistili, koľko kilogramov  
papieru vychádza v oboch  
triedach na jedného žiaka.

**2** Zistíte, koľko kilogramov papieru vychádza v oboch triedach na jedného žiaka.

Jakub



Keby každý z 19 žiakov 6.A doniesol rovnako, vyšlo by to na jedného približne 5,33 kg. Ale na každého zo 16 B-čkarov vychádza viac – približne 5,77 kg.

Takže podľa mňa lepšie zbierala 6.B.

Filip



Ty si vlastne zistil, koľko priemerne nazbierali žiaci 6.A a koľko žiaci 6.B.

Vyzerá to tak, že usilovnejšia bola 6.B.

Čo sa ale súťaženia týka, nedá sa jednoznačne povedať, ktorá trieda bola úspešnejšia. Nepoznáme totiž pravidlá súťaže. Ak na začiatku súťaže bolo pravidlo, že vyhrá trieda, ktorá nazbiera viac kilogramov, vyhrala by 6.A. Ak by bolo pravidlo, že vyhrá tá trieda, ktorej žiaci v priemere nazbierajú viac, vyhrala by 6.B. Čo to presne znamená „v priemere“? Pozrime sa na to podrobnejšie.

## Priemer dvoch čísel



**Z**ačneme priemerom dvoch čísel.

**1** Tomáš váži 43 kg, Paľo váži 51 kg. Diskutujte o tom, čo môže byť priemerná hmotnosť Tomáša a Paľa.

Aj Jakub, Filip a Lucia o tom diskutovali. Tu sú ich názory.

Lucia



Priemerná hmotnosť dvoch ľudí je rozrátanie „spoločnej“ hmotnosti na oboch ľudí, ak by vážili rovnako.

Filip



Priemerná hmotnosť dvoch ľudí je hmotnosť, ktorá je v strede medzi ich hmotnosťami.

Jakub



Priemerná hmotnosť dvoch ľudí je taká hmotnosť, ktorá sa rovnako odlišuje od ich hmotností.

Mne to podľa môjho opisu vychádza tak, že priemerná hmotnosť Tomáša a Paľa je 47 kg.

**2** a) Má Jakub pravdu? b) Je 47 kg priemerná hmotnosť aj podľa opisu Lucie a Filipa?



*Jakubova kontrola:*

Tomáš váži 43 kg.  
Od 47 kg sa jeho hmotnosť odlišuje o  $47 - 43 = 4$ .  
Paľo váži 51 kg.  
Od 47 sa jeho hmotnosť odlišuje o  $51 - 47 = 4$ .  
Rozdiely sú rovnaké. Pre „môj“ priemer je to dobre.



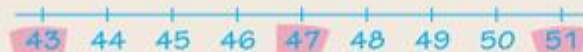
*Luciina kontrola:*

Tomáš váži 43 kg a Paľo 51 kg.  
Priemerná hmotnosť 47 kg znamená, že keby obaja vážili 47 kg, spolu by vážili rovnako, ako vážia teraz. Musím teda skontrolovať, či  $43 + 51$  je to isté, ako  $47 + 47$ .  
Oboje je 94, pre „môj“ priemer je to tiež dobre.



*Filipova kontrola:*

Znázorním si všetky 3 čísla na číselnú os.



Vidím, že 47 je v strede medzi 43 a 51, pre „môj“ priemer je to dobre.



- 3 Zistite, či aj pre dvojice hmotností a) 80 g a 57 g, b) 34,8 tony a 40,6 tony, c) 12,75 kg a 18,13 kg sú priemery podľa Jakuba, Lucie a Filipa rovnaké. Vypočítajte ich.
- 4 Zvoľte si päť dvojíc čísel, ktorých súčet je 96, a vypočítajte ich priemer.

**Aritmetický priemer dvoch čísel je číslo:**

- ktoré sa rovnako odlišuje od daných čísel;
- ktorým ak nahradíme dané dve čísla, súčet ostane rovnaký;
- ktoré je v strede medzi danými číslami.

**Priemer dvoch čísel vypočítame tak, že sčítame tieto čísla a súčet vydelíme dvoma.**

Napríklad priemer čísel 146 a 159 vypočítame  
 $(146 + 159) : 2 = 152,5$ .

$$(\text{😊} + \text{😊}) : 2$$



- 5** Vypočítajte priemery čísel. Určte, o koľko sa tento priemer odlišuje od daných čísel.

a) 146 cm a 158 cm      b) 24 € a 31 €      c) 47,4 a 51,3

- 6** Priemer dvoch čísel je 18. Jedno z čísel je 13,5. Určte druhé číslo.



*Pozrite sa, ako si s úlohou 6 poradila Patrícia, Petra a Kristián.*

Patrícia



Priemer sa od oboch čísel odlišuje rovnako.  
Priemer 18 sa od 13,5 odlišuje o 4,5. Aj od druhého čísla sa musí odlišovať o 4,5.  
Preto výsledok je  $18 + 4,5 = 22,5$ .

Petra



13,5 a hľadané číslo musí dávať rovnaký súčet ako súčet dvoch čísel 18.

$$13,5 + ? = 18 + 18 \quad 13,5 + ? = 36$$

Hľadané číslo je 22,5.

Kristián



Ja som si z toho vyrobil kartičkovú úlohu:

$$(13,5 + \text{A}) : 2 = 18$$

Potom  $13,5 + \text{A}$  musí byť 36

Takže  $\text{A}$  je  $36 - 13,5 = 22,5$ .



- 7** Priemer dvoch čísel je 44,5. Jedno číslo je a) 10, b) 20, c) 30, d) 40, e) 50. Určte druhé číslo.

- 8** Dané sú tri čísla 32,6; 8,9 a 60. Vyberte si z daných čísel dve čísla a vypočítajte ich priemer. Potom vypočítajte priemer z tohto priemeru a zvyšného čísla. Zopakujte tento postup ešte dvakrát, zakaždým začnite inou dvojicou z daných čísel.

- 9** Dané sú štyri čísla 0,8; 3,4; 5,6 a 0. Rozdeľte dané štyri čísla na dve dvojice a vypočítajte ich priemery. Potom vypočítajte priemer z týchto priemerov. Zopakujte tento postup ešte dvakrát, zakaždým začnite iným rozdelením daných čísel na dve dvojice.

- 10** Povedzte aspoň dve ďalšie situácie zo života, v ktorých vystupuje priemer. Vysvetlite tieto situácie.



# Priemer troch čísel



**T**ri kamarátky Betka, Peťa a Katka si prečítali, že basketbalistky v ich veku merajú priemerne 160 cm. Chceli vedieť, či aj ony tolko v priemere merajú.

- 1** Určte priemer výšok Betky, ktorá meria 172 cm, Peti, ktorá meria 164 cm a Katky, ktorá meria 153 cm.

*Pozrite sa, ako si s touto úlohou poradila Žofia a Cyril.*

Žofia



- Priemer sa od všetkých troch čísel musí odlišovať rovnako. To znamená, že to, čo je pod priemerom, musí byť spolu rovnaké ako to, čo je nad priemerom.
- Ak by bola ich priemerná výška 160 cm, tak pod priemerom by bola iba Katka. Od priemeru by sa odlišovala o 7 cm. Betka a Peťa by boli nad priemerom. Betka by bola vyššia o 12 cm a Peťa o 4 cm. Spolu by boli vyššie o 16 cm. Takže celkovo by im do priemeru chýbalo 7 cm a prevyšovalo by 16 cm. Takže priemer musí byť väčšie číslo.
- Skúsím 165 cm.  
Katke by chýbalo do priemeru 12 cm a Peti by chýbal 1 cm. Spolu by im chýbalo 13 cm.  
Vyššia ako priemer by bola iba Betka. Tá by prečnievala nad priemerom o 7 cm. Takže priemer musí byť menší.
- Skúsím 163 cm.  
Katke by chýbalo presne 10 cm.  
Peťa a Betka by boli vyššie ako priemer, jedna o 1 cm, druhá o 9 cm. Spolu by prečnievali o 10 cm. Mám to.  
Priemer je 163 cm.

Cyril



- Priemerná výška je taká výška, koľko by merala každá, keby všetky merali rovnako. Najskôr teda zistím, koľko merajú spolu:  
 $172 + 164 + 153 = 489$ .  
Na jednu potom vyjde tretina.  $489 : 3 = 163$ .  
Ich priemerná výška je 163 cm.

- 2** Zvoľte si päť trojíc čísel, ktorých súčet je 39 a vypočítajte ich priemer.

**Aritmetický priemer troch čísel je číslo:**

- ktoré sa rovnako odlišuje od daných čísel. Teda to, čo je spolu pod priemerom, je rovnaké ako to, čo je spolu nad priemerom;
- ktorým ak nahradíme dané tri čísla, súčet ostane rovnaký.

**Priemer troch čísel vypočítame tak, že sčítame tieto čísla a súčet vydáme tromi.**

Napríklad priemer čísel 172, 164 a 153 vypočítame  
 $(172 + 164 + 153) : 3 = 163$

$$(\text{😊} + \text{😄} + \text{😊}) : 3$$



**3** Vypočítajte na kalkulačke priemer troch čísel a určte, či to, čo je spolu pod priemerom je rovnaké ako to, čo je spolu nad priemerom.

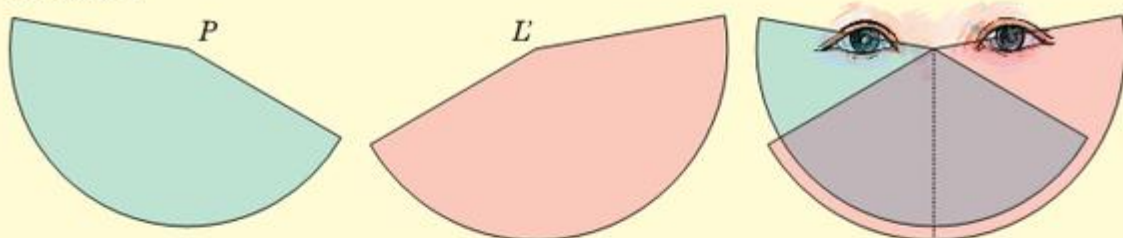
- a) 28; 36; 26      b) 114; 71; 100      c) 12,5; 13,4; 4,4  
 d) 0,876; 0; 9      e) 1; 2; 4

**4** Karol tvrdí, že nula nemá vplyv na priemer, preto ju môžeme škrtnúť. Teda napríklad priemer čísel 25, 37 a 0 je rovnaký ako priemer čísel 25 a 37. Má pravdu?

## Zorné pole 2

Znázornenie zorného uhla v rubrike *Zorné pole 1* je trochu zjednodušené: Do celkového zorného poľa sme uhol pre zorné pole pravého oka umiestnili tak, aby jeho vrchol *P* ležal v bode *V*. Rovnako sme postupovali so zorným poľom ľavého oka.

Obrázok 1.



Skutočnosť by viac zodpovedalo, keby sme vrchol *P* umiestnili do pravého oka a vrchol *L* do ľavého oka.

Obrázok 2.



Ak porovnáme obrázky, vidíme, že oblasť, ktorú vidíme priestorovo, je na nich zobrazená rozdielne. Zaujímá nás, či zjednodušenie, ktoré sme použili, mohlo zmeniť veľkosť zorného uhla oblasti, ktorú vidíme priestorovo.

**Úloha 1:** Má oblasť priestorového videnia znázornená na obr. 1 rovnaký zorný uhol ako oblasť priestorového videnia na obr. 2? Svoju odpoveď zdôvodnite.



# Priemer viacerých čísel



**B**ývalí spolužiaci Karol a Samo sa rozprávali o svojich nových školách. Chceli porovnať, kto má denne v škole v priemere viac hodín.

- 1** Určte priemerný počet hodín Karola a Sama. Karol má v pondelok 6 hodín, v utorok a v stredu po 7 hodín, vo štvrtok 6 hodín a v piatok 5 hodín. Samo má v pondelok a v utorok po 7 hodín, v stredu 6 hodín, vo štvrtok 7 hodín a v piatok 6 hodín.

*Pri úlohe 1 ste asi uvažovali tak, že priemerný počet hodín je také číslo, že keby mal Karol každý deň rovnaký počet hodín, celkový počet vyučovacích hodín Karola by sa nezmenil. Rovnako to bude aj u Sama.*

*Preto bolo potrebné sčítať všetky čísla a tento súčet vydeliť ich počtom.*

*Tak budeme počítat priemer vždy. Takýto priemer sa volá aritmetický. Na strednej škole sa stretnete aj s inými typmi priemerov. Najčastejšie sa však stretnete s aritmetickým priemerom.*

**Aritmetický priemer počítame tak, že dané čísla sčítame a výsledný súčet vydelíme počtom čísel, ktoré sme sčítali.**

$$(6 + 7 + 7 + 6 + 5) : 5 = 6,2$$

- 2** Skontrolujte, že aj v úlohe o priemernom počte vyučovacích hodín platí, že to, čo je spolu pod priemerom, je rovnaké ako to, čo je spolu nad priemerom.



- 3** Vypočítajte priemer daných čísel.

a) 6; 8; 4      b) 3,2; 4,7; 5,2; 6,8      c) 0,12; 5,4; 0,1; 7; 12,4  
d) 1 024; 2 137; 1 358; 748; 800      e) 4; 1; 1; 3; 1; 1; 1; 2

- 4** Určte priemer čísel.

a) 6; 0      b) 6; 0; 0      c) 6; 0; 0; 0      d) 6; 0; 0; 0; 0  
e) 6; 0; 0; 0; 0; 0

- 5** Priemer štyroch čísel je 15. Tri z týchto čísel sú 12, 18 a 6. Určte štvrté číslo.

- 6** Vilo sa pripravoval na maratón. V pondelok zabehol 7,5 km, v utorok 8 km, v stredu 10 km, vo štvrtok pršalo, preto zabehol iba 4,5 km a v piatok zabehol 9 km. Priemerne koľko kilometrov denne zabehol Vilo za posledných päť dní?

**7** V úlohe 3 v časti e) ste videli Vierkine známky z matematiky za pol roka. Vierka si vypočítala priemer, vyšlo jej číslo 1,75. Takže na vysvedčení čakala dvojku. Aké bolo jej prekvapenie, keď jej pani učiteľka dala zaslúženú jednotku.

- Povedzte dôvody, prečo mohla mať Vierka zaslúženú jednotku, aj keď priemer jej známok bol 1,75.
- Mohla mať Vierka na vysvedčení pri rovnakých známkach zaslúženú trojku?

*Vierka si nakoniec spomenula, že 4 a 3 dostala za malú domácu úlohu. A päť jednotiek dostala za písomky. Z toho jedna bola štvrtročná a druhá polročná. Vierke je už jasné, že nemá zmysel počítať priemernú známku, pretože jednotlivé známky majú rôznu dôležitosť.*

**8** Na Slovensku používame na platenie mince ôsmich rôznych hodnôt a bankovky siedmich rôznych hodnôt. Predstavte si, že máte v peňaženke z každej bankovky a z každej mince práve jeden kus.

- Určte priemernú hodnotu mince, ktorú máte v peňaženke.
- Určte priemernú hodnotu bankovky, ktorú máte v peňaženke.
- Určte priemernú hodnotu platidla (mince alebo bankovky), ktoré máte v peňaženke.

**9** Urobte experiment a určte, približne koľkokrát za hodinu žmurknete. Môžete postupovať tak, že zistíte, koľkokrát žmurknete za minútu a výsledok vynásobíte číslom 60.

**10** Paľo povedal, že predchádzajúca úloha je nezmysel, lebo on vydrží celú minútu nežmurkať. Potom mu vyjde, že ani za hodinu nežmurkne ani raz. Čo by ste mu na to povedali? Má pravdu?

**11** Tomáš počíta priemer troch čísel takto: najskôr vypočíta priemer dvoch čísel. Potom z tohto priemeru a z tretieho čísla vypočíta nový priemer. Tento nový priemer je podľa neho výsledok. Vyskúšajte jeho spôsob na aspoň piatich trojiciach čísel a povedzte na základe toho, či je jeho spôsob výpočtu priemeru správny.

**12** Nájdite tri čísla, pre ktoré Tomášov spôsob výpočtu priemeru funguje, teda počíta správny priemer.

**13** Tomáš má vlastný spôsob aj na výpočet priemeru štyroch čísel. Postupuje takto: najskôr vypočíta priemer dvoch čísel. Potom vypočíta priemer druhých dvoch čísel. Nakoniec počíta priemer z týchto dvoch priemerov, ktoré dostal. Je jeho postup na výpočet priemeru štyroch čísel správny? Overte to aspoň na piatich štvoriciach čísel.

**14** Priemerná výška ôsmich basketbalistov je presne 200 cm. Ich tréner povedal, že z toho vyplýva, že štyria merajú menej ako 200 cm a štyria viac ako 200 cm. Má tréner pravdu? Musia merať štyria menej ako priemer a štyria viac ako priemer?





**15** Dokážete nájsť také výšky basketbalistov, aby ich priemerná výška bola 200 cm a zároveň siedmi merali menej ako 200 cm a iba jeden viac ako 200 cm?

**16** Aritmetický priemer piatich čísel je presne 8. Súčet štyroch týchto čísel je 30. Aké je piate číslo?

**17** Ak chcete určiť hrúbku jedného listu papiera, zistíte, že stupnica na pravítku je príliš veľká. Jeden list papiera má totiž hrúbku o dosť menšiu ako 1 mm. Ako by ste pomocou pravítka určili hrúbku jedného listu papiera? Pomôžete si priemerom?

## Priemerný člen družiny (Miniprojekt)

Trieda sa rozdelí na 4 – 6 skupín.

Každá skupina sa snaží odmerať a vypočítať priemernú veľkosť jednotlivých častí tela jej členov. Napríklad:

- priemerná výška člena družiny,
- priemerná veľkosť hlavy člena družiny,
- priemerná šírka hlavy člena družiny,
- priemerná dĺžka predlaktia člena družiny,
- priemerná dĺžka ramena člena družiny,
- priemerná dĺžka lýtky člena družiny,
- priemerná dĺžka dlane a prstov člena družiny,
- priemerná veľkosť ucha člena družiny,
- priemerná veľkosť nosa člena družiny,
- priemerná veľkosť trupu člena družiny,
- priemerná šírka člena družiny.

Keď sú výpočty hotové, vezmite veľký baliaci papier a skúste takéhoto priemerného člena skupiny nakresliť. Vaše práce môžete vystaviť v triede.



# TROCHU ZVLÁŠTNE ČÍSLA



**V**eríme, že si ešte pamätáte, ako sa delia dve prirodzené čísla.

**1** Spomeňte si na delenie dvoch prirodzených čísel. Vydeľte  $723 : 4$  bez zvyšku.

**2** Vydeľte bez zvyšku.

a)  $5 : 3$

b)  $11 : 6$

c)  $100 : 9$

d)  $20 : 11$

e)  $11 : 7$

## Periodické čísla

Ivka mala s príkladmi z úlohy 2 problémy. Delenie stále pokračovalo, nie a nie skončiť. Vychádza to tak aj vám?

Pozrime sa spolu na Ivkin výpočet delenia  $11 : 7$ .

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 \underline{40} \\
 50 \\
 \underline{10} \\
 30 \\
 \underline{20} \\
 60 \\
 \underline{40} \\
 50 \\
 \underline{10} \\
 30 \\
 \underline{20} \\
 60 \\
 \underline{40} \\
 5
 \end{array}
 \quad : 7 = 1, \overline{5714285714285}$$



Všimla som si zvyšky, ktoré pri výpočte postupne dostávam: 4, 5, 1, 3, 2, 6. Týmto zvyškom zodpovedajú vo výsledku postupne číslice 5, 7, 1, 4, 2, 8.

Po zvyšku 6 nasleduje opäť zvyšok 4 a zvyšky sa zase opakujú: 4, 5, 1, 3, 2, 6. Rovnako tak sa vo výsledku zopakuje skupina číslic 571428. To sa predsa bude opakovať stále! Ak teda urobím hocikolko krokov výpočtu, nikdy nedostanem zvyšok 0.

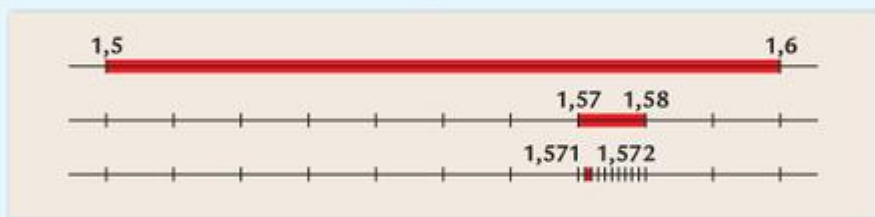
To znamená, že nikdy nezískam presnú hodnotu podielu  $11 : 7$ .

Ivka má pravdu. Delenie nikdy neskončí. Výsledok delenia  $11 : 7$  je číslo, ktoré vieme postupným delením zapísať stále presnejšie.



Tento výsledok vieme aj zakresliť na číselnej osi:

- po 1. kroku sme mali výsledok 1,5, takže sme vedeli, že výsledok delenia  $11 : 7$  leží medzi číslami 1 a 2;
- po 2. kroku sme vedeli, že leží medzi číslami 1,5 a 1,6 (horná úsečka na obrázku);
- po 3. kroku medzi 1,57 a 1,58 (stredná úsečka na obrázku),
- po 4. kroku medzi 1,571 a 1,572 (spodná úsečka na obrázku) atď.



To, že sa číslice 571428 vo výsledku opakujú, zapisujeme takto:

$$11 : 7 = 1,\overline{571\,428}$$

Čiaru dávame nad skupinu číslic, ktorá sa opakuje. Táto skupina sa nazýva **perióda**.

Výsledok delenia  $11 : 7$ , teda číslo  $1,\overline{571\,428}$  voláme **periodické číslo**.

**3** Zapište pomocou periodických čísel výsledky úlohy 2.

**4** Vydeľte a výsledok zapište pomocou periódy.

- a)  $13 : 3$       b)  $8 : 9$       c)  $30 : 11$       d)  $50 : 13$

**5** Vypočítajte a všimajte si výsledky. Čo je na nich zaujímavé?

- 1 : 7      2 : 7      3 : 7      4 : 7      5 : 7  
6 : 7      7 : 7      8 : 7      9 : 7      10 : 7

**6** Experimentujte s kalkulačkou a určte, ktoré čísla sme delili, keď vyšiel výsledok a)  $5,\overline{2}$ ; b)  $1,\overline{16}$ ; c)  $0,8\overline{3}$ .

**7** Experimentujte s kalkulačkou a určte, ktoré čísla sme delili, keď výsledok je  $1,\overline{18}$ .

**8** Klára vedela, že keď nejaké číslo najskôr vydolí a potom vynásobí tým istým číslom, dostane pôvodné číslo. Preto ostala prekvapená, keď na kalkulačke postupne počítala príklad  $1 : 9 \cdot 9$ . Kalkulačka jej po delení ukázala výsledok  $0,11111111111111$ . Po vynásobení videla namiesto správneho výsledku 1 číslo  $0,999999999999$ .

- a) Vypočítajte na vašej kalkulačke príklad  $1 : 9 \cdot 9$ . Vyšlo vám 1 alebo  $0,999999999999$ ?  
b) O koľko je číslo  $0,\overline{9}$  menšie ako 1? Diskutujte o tom v triede.

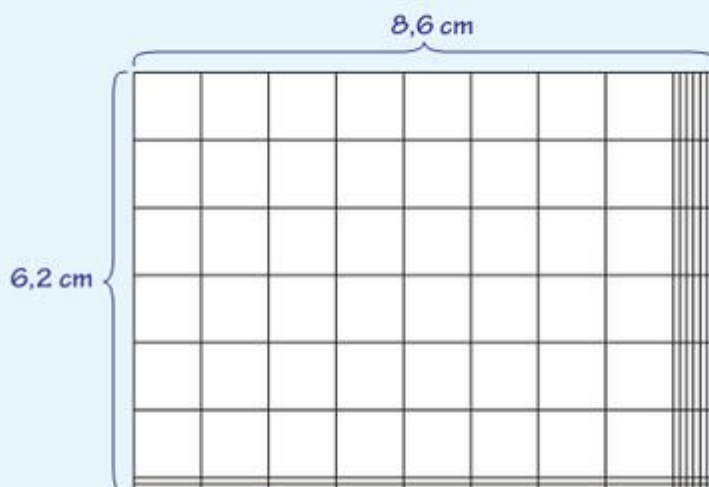
# OBSAH ÚTVAROV A DESATINNÉ ČÍSLA



**K** eď sme sa naučili počítat s desatinnými číslami, vrátime sa k obsahu štvorca a obdĺžnika.

**1** Vypočítajte obsah obdĺžnika so stranami a) 13 cm a 4 cm, b) 8,6 cm a 6,2 cm.

Aj vám vyšiel v časti a) obsah  $52 \text{ cm}^2$ ? Ako ste počítali obsah v časti b)?  
Môžeme jednoducho vynásobiť strany, aj keď sú to desatinné čísla?



Pozrite, ako si s tým poradila Zuzka.

Neviem, či môžem strany vyjadrené desatinnými číslami vynásobiť len tak. Ale určite si ich môžem premeniť na milimetre:

$$8,6 \text{ cm} = 86 \text{ mm} \quad 6,2 \text{ cm} = 62 \text{ mm}$$

Teraz už viem, že obsah obdĺžnika so stranami 86 mm a 62 mm je počet milimetrových štvorčekov, z ktorých sa obdĺžnik skladá. Ten zistím tak, že čísla 86 a 62 vynásobím:

$$86 \cdot 62 = 5\,332.$$

Obsah obdĺžnika bude  $5\,332 \text{ mm}^2$ . To je  $53,32 \text{ cm}^2$ .

Keby som hneď na začiatku dĺžky strán vynásobila, dostala by som

$$8,6 \cdot 6,2 = 53,32.$$

Vyšlo by teda to isté.

Zuzka



Zuzkina kamarátka Bianka mala na domácu úlohu podobný príklad:

**2** Vypočítajte obsah obdĺžnika so stranami 3,7 cm a 2,4 cm.



Bianka si pomohla tak, že si obdĺžnik predstavila v štvorcovej sieti a každý štvorec rozdelila na 10 riadkov a 10 stĺpcov. Každý veľký štvorec rozdelila na  $10 \cdot 10 = 100$  rovnakých malých štvorčekov. Každý malý štvorček je stotina veľkého štvorca. Obdĺžnik, ktorého obsah má Bianka vypočítať, je na obrázku vyznačený oranžovou farbou.



Obdĺžnik, ktorého obsah mám vypočítať, sa skladá z  $37 \cdot 24$  malých štvorčekov. To je 888 malých štvorčekov. Každý malý štvorček je stotina veľkého štvorca. To je 888 stotín veľkého štvorca, čiže 8,88. Veľký štvorec má obsah  $1 \text{ cm}^2$ . Takže obsah obdĺžnika so stranami 3,7 cm a 2,4 cm je  $8,88 \text{ cm}^2$ .

- 3 Skontrolujte, či rovnaký obsah obdĺžnika dostaneme tak, že vynásobíme dĺžky strán 2,4 cm a 3,7 cm.

Bianka, ty si úlohu riešila vlastne tak ako ja. Tie desatiny centimetra sú totiž milimetre, takže si premenila centimetre na milimetre a obsah obdĺžnika si počítala v milimetroch. Ale ty si si to nakreslila.



- 4 Vypočítajte obsah a) obdĺžnika so stranami 6,4 m a 2,1 m, b) obdĺžnika so stranami 8,21 dm a 3,07 dm, c) štvorca so stranou 0,238 m. Pri výpočte premeňte dĺžky strán na iné jednotky tak, aby ste počítali bez desatinných čísel. Na aké jednotky ste premieňali?

- 5 Vypočítajte obsah útvarov z úlohy 4 tak, že vynásobíte dĺžky strán vyjadrené desatinnými číslami. Vyšli vám rovnaké výsledky?

Obsah obdĺžnika vypočítame tak, že vynásobíme dĺžky jeho strán.  
Platí to aj pre desatinné čísla.

- 6 Vypočítajte obsah obdĺžnika so stranami 3,2 cm a 5,7 dm.



Pozrite, ako Viktor vyriešil úlohu 6.

Obsah obdĺžnika vypočítam tak, že vynásobím dĺžky jeho strán.

$$3,2 \cdot 5,7 = 18,24$$

Obsah obdĺžnika je 18,24.



- 7 Je Viktorov výsledok správny?

- 8 V akých jednotkách Viktor počítal? V akých jednotkách vyšiel Viktorovi obsah obdĺžnika?



- 9 Vypočítajte obsahy obdĺžnikov so stranami:

a) 8,1 cm a 10,4 cm;

b) 3,4 m a 21,3 dm;

c) 0,08 dm a 160 mm.

- 10 Akú rozlohu má záhrada s rozmermi 22,5 m a 38,5 m? Výsledok uveďte v ároch aj v hektároch.

- 11 Aké sú rozmery a) obdĺžnika, ak jeho obsah je  $168,48 \text{ cm}^2$  a jedna jeho strana meria 5,4 cm, b) štvorca, ak jeho obsah je  $1,21 \text{ dm}^2$ ?

## Zorné pole 3

V porovnaní s človekom má pes celkové zorné pole väčšie, až  $240^\circ$ . Oblasť, ktorú vidí pes obidvomi očami súčasne, je však menšia, asi  $60^\circ$ .

**Úloha 1:** Prekreslite si na priesvitný papier hlavu psa. Do obrázka narysujte jeho celkové zorné pole, zorné pole pravého a ľavého oka a farebne vyznačte oblasť, ktorú pes vidí priestorovo.

**Úloha 2:** Vypočítajte zorný uhol jedného oka psa.





## Vety o zhodnosti trojuholníkov



**P**ripomeňme si konštrukcie trojuholníka, ak sú dané niektoré strany a uhly.

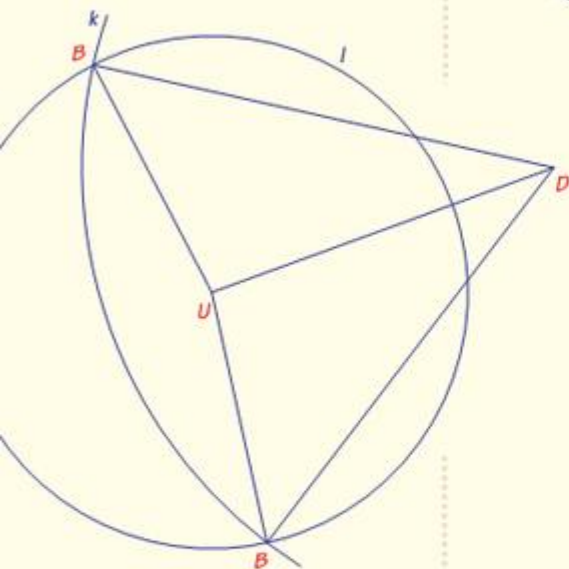
**1** Zostrojte trojuholník, ak je dané:

- $|DU| = 5,4 \text{ cm}$ ,  $|UB| = 3,8 \text{ cm}$ ,  $|DB| = 7 \text{ cm}$ ,
- $|DU| = 5,4 \text{ cm}$ ,  $|UB| = 3,8 \text{ cm}$ ,  $\angle DUB = 114^\circ$ ,
- $|UB| = 3,8 \text{ cm}$ ,  $\angle DUB = 114^\circ$ ,  $\angle DBU = 44^\circ$ .

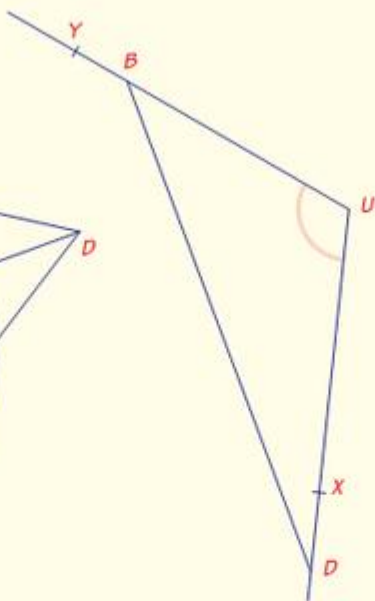
Vo všetkých troch prípadoch vám mal vyjsť jediný taký trojuholník.

Tu sú možné postupy:

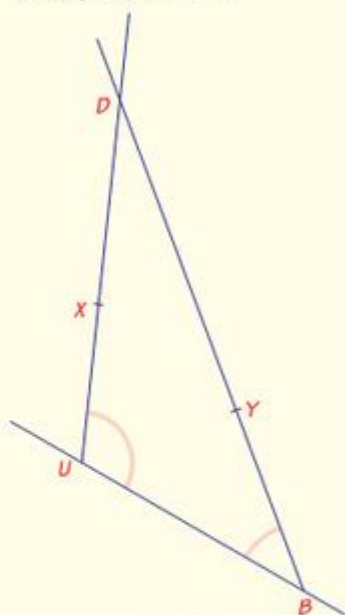
- Úsečka  $DU$ ;  $|DU| = 5,4 \text{ cm}$ ,
- kružnica  $k$ ; jej stred je  $D$ , polomer  $7 \text{ cm}$ ,
- kružnica  $l$ ; jej stred je  $U$ , polomer  $3,8 \text{ cm}$ ,
- bod  $B$ ;  $B$  je priesečník kružníc  $k$  a  $l$ ,
- trojuholník  $DUB$ .



- Uhol  $XUY$ ;  $\angle XUY = 114^\circ$ ,
- bod  $D$ ; bod  $D$  leží na polpriamke  $UX$ ,  $|DU| = 5,4 \text{ cm}$ ,
- bod  $B$ ; bod  $B$  leží na polpriamke  $UY$ ,  $|UB| = 3,8 \text{ cm}$ ,
- trojuholník  $DUB$ .



- Úsečka  $UB$ ;  $|UB| = 3,8 \text{ cm}$ ,
- uhol  $XUB$ ;  $\angle XUB = 114^\circ$ ,
- uhol  $UBY$ ;  $\angle YBU = 44^\circ$ ,
- bod  $D$ ; bod  $D$  leží na polpriamkach  $UX$  aj  $BY$ ,
- trojuholník  $DUB$ .



To, že v 1. prípade nám pri konštrukcii vyšli až 2 trojuholníky, neprekáža. Sú totiž rovnaké, preto je to to isté riešenie.



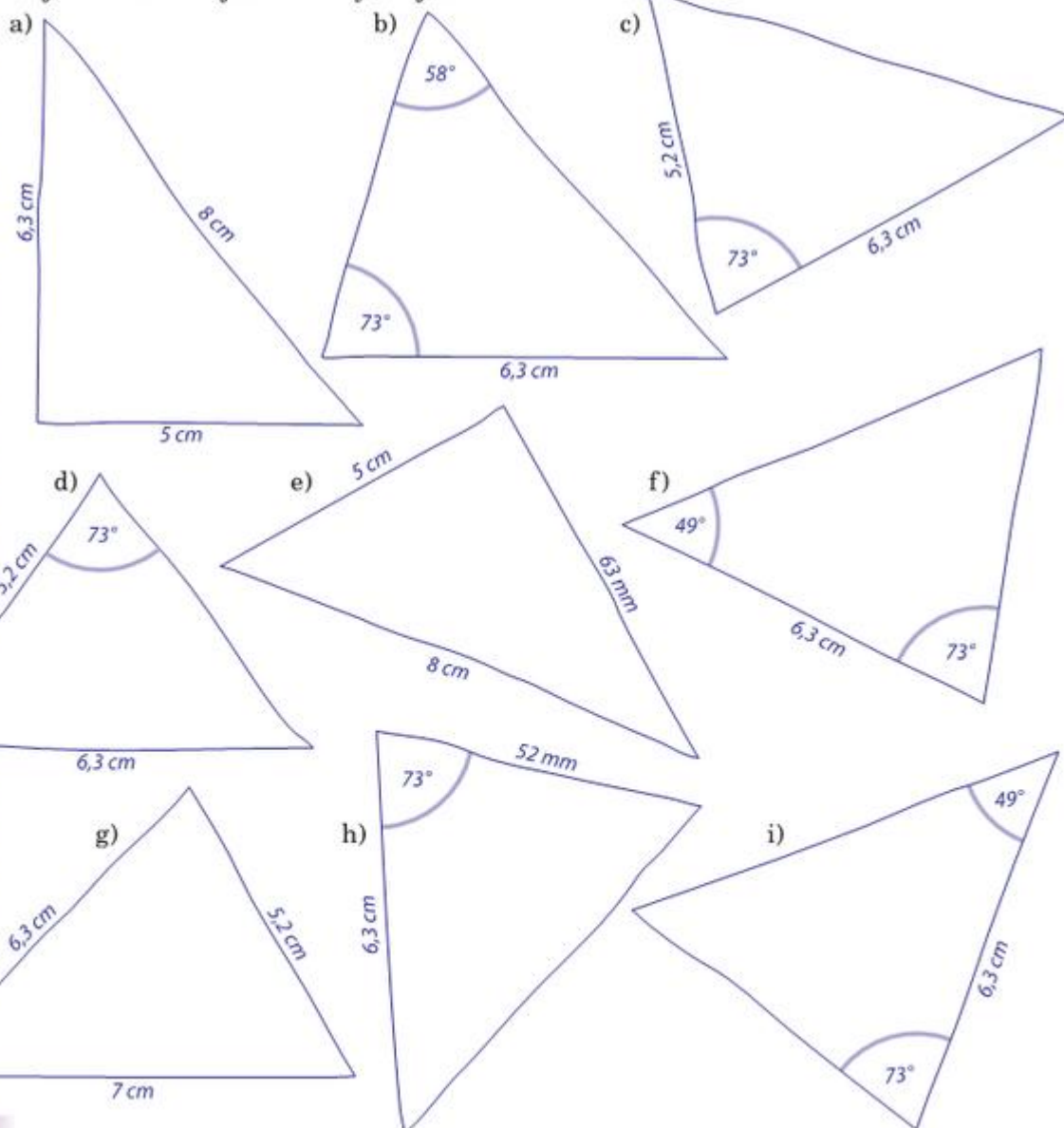
To, že každému z vás vyšiel v každej úlohe jediný a rovnaký trojuholník, znamená, že ak o dvoch trojuholníkoch zistíme, že majú

- navzájom rovnako dlhé všetky tri strany (pozri 1. stĺpec), tak musia byť rovnaké. Budeme hovoriť, že sú **zhodné podľa vety sss** (skratka pre strana, strana, strana),
- navzájom rovnako dlhé dve strany a rovnako veľký uhol, ktorý je nimi zovretý (pozri 2. stĺpec), tak musia byť rovnaké. Budeme hovoriť, že sú **zhodné podľa vety sus** (skratka pre strana, uhol, strana),
- navzájom rovnako dlhú jednu stranu a rovnako veľké uhly, ktoré sú k nej priľahlé, tak musia byť rovnaké. Budeme hovoriť, že sú **zhodné podľa vety usu** (skratka pre uhol, strana, uhol).



2

Rozhodnite, ktoré dva trojuholníky z načrtnutých trojuholníkov budú po narysovaní zhodné. Vždy uveďte, na základe ktorej vety budú zhodné. Je tam 5 dvojíc zhodných trojuholníkov. Nájdete všetky dvojice?





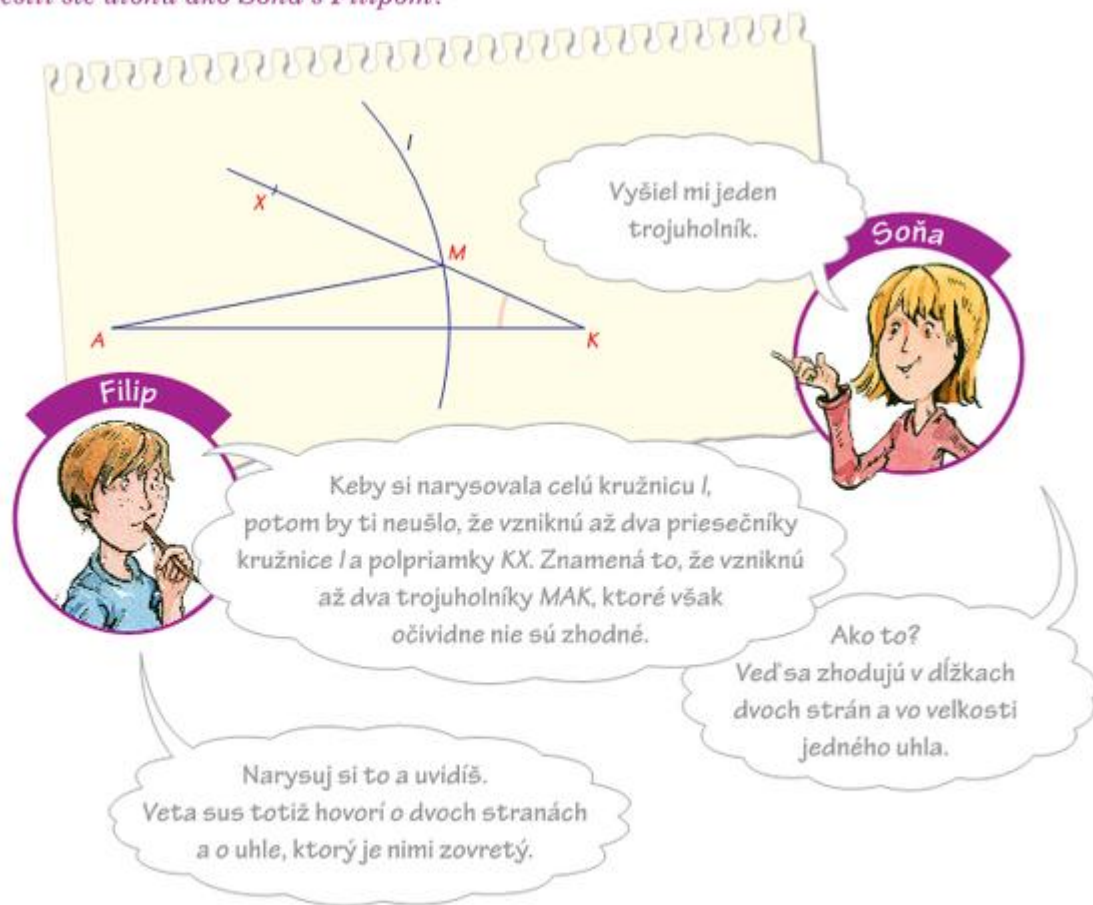
- 3 Rozhodnite, ktoré dva trojuholníky budú po narysovaní zhodné. Vždy uveďte, na základe ktorej vety budú zhodné. Sú tam tri dvojice zhodných trojuholníkov. Nájdite všetky tri.

$\triangle ABC$ :  $|AB| = 6 \text{ cm}$ ,  $|BC| = 7 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle ABC| = 24^\circ$ ,  
 $\triangle DEF$ :  $|EF| = 8 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle EDF| = 50^\circ$ ,  $|\sphericalangle DFE| = 93^\circ$ ,  
 $\triangle GHI$ :  $|GH| = 10 \text{ cm}$ ,  $|HI| = 11 \text{ cm}$ ,  $|GI| = 14 \text{ cm}$ ,  
 $\triangle JKL$ :  $|JK| = 7 \text{ cm}$ ,  $|JL| = 60 \text{ mm}$ ,  $|\sphericalangle JKL| = 24^\circ$ ,  
 $\triangle MNO$ :  $|MN| = 8 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle MNO| = 93^\circ$ ,  $|\sphericalangle NMO| = 37^\circ$ ,  
 $\triangle PQR$ :  $|PQ| = 1,1 \text{ dm}$ ,  $|QR| = 1 \text{ dm}$ ,  $|PR| = 1,4 \text{ dm}$ ,  
 $\triangle STU$ :  $|ST| = 6 \text{ cm}$ ,  $|SU| = 70 \text{ mm}$ ,  $|\sphericalangle TSU| = 24^\circ$ .

- 4 Narysujte podľa danej konštrukcie trojuholník  $MAK$ , v ktorom je dané:  
 $|MA| = 5 \text{ cm}$ ,  $|AK| = 7 \text{ cm}$ ,  $|\sphericalangle MKA| = 24^\circ$ .

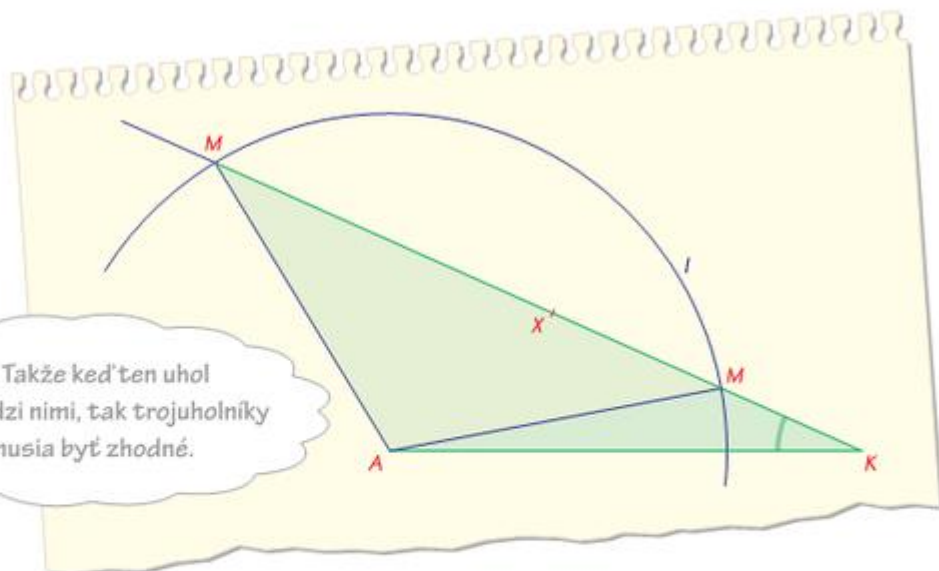
1. Úsečka  $AK$ ;  $|AK| = 7 \text{ cm}$ ,
2. uhol  $AKX$ ;  $|\sphericalangle AKX| = 24^\circ$ ,
3. kružnica  $I$ ; jej stred je  $A$ , polomer  $5 \text{ cm}$ ,
4. bod  $M$ ;  $M$  je priesečník kružnice  $I$  a polpriamky  $KX$ ,
5. trojuholník  $MAK$ .

Riešili ste úlohu ako Soňa s Filipom?





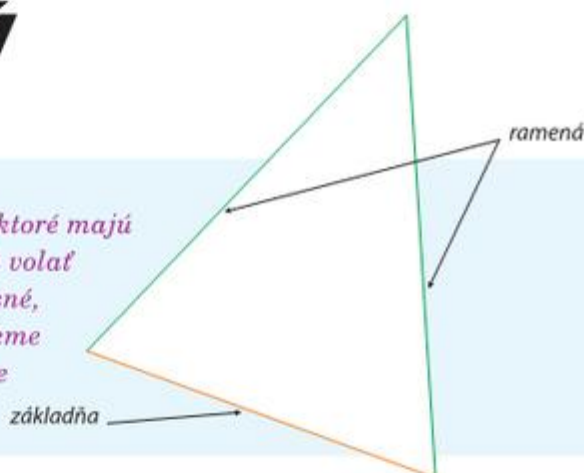
Aha! Takže keď ten uhol  
neleží medzi nimi, tak trojuholníky  
nemusia byť zhodné.



## Rovnoramenný trojuholník



**T**eraz si budeme všimaf trojuholníky, ktoré majú dve strany rovnako dlhé. Budeme ich volaf **rovnoramenné**. Z tohto názvu je jasné, že dvojicu rovnako dlhých strán budeme volaf **ramená**. Tretiu stranu budeme volaf **základňa**.



- 1 Narysujte jeden rovnoramenný trojuholník, ktorý je a) tupouhlý, b) ostrouhlý, c) pravouhlý.
- 2 Narysujte si ľubovoľný rovnoramenný trojuholník  $KRV$  so základňou  $KR$ . Stred strany  $KR$  označte  $S$  a zostrojte aj úsečku  $VS$ . Dostali ste dva trojuholníky  $KSV$  a  $RSV$ . Porovnajte dĺžky strán týchto trojuholníkov.



*Aj vy ste asi prišli na to, že*

- $|KV| = |RV|$ , lebo úsečky  $KV$  a  $RV$  sú ramená rovnoramenného trojuholníka  $KRV$ ,
- $|KS| = |SR|$ , lebo bod  $S$  je stred strany  $KR$ ,
- $SV$  je spoločná strana.

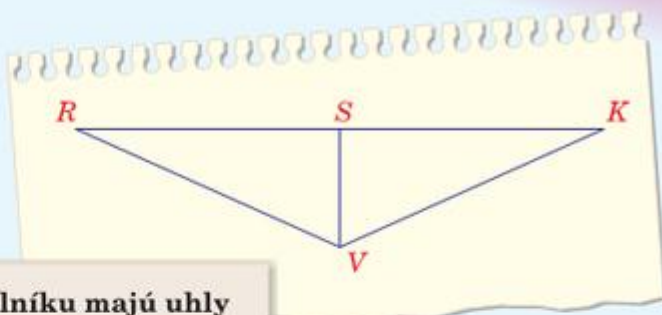
*To však znamená, že tieto dva trojuholníky majú navzájom rovnako dlhé všetky tri strany, preto sú zhodné podľa vety sss. Potom je jasné, že aj príslušné zodpovedajúce si uhly v týchto trojuholníkoch musia mať rovnakú veľkosť.*



Platí, že  $|\sphericalangle VKS| = |\sphericalangle VRS|$ . To sú uhly, ktoré ležia oproti ramenám v rovnoramennom trojuholníku  $KRV$ .

Zistili sme teda, že:

**V rovnoramennom trojuholníku majú uhly oproti ramenám rovnakú veľkosť.**



Platí tiež, že  $|\sphericalangle KVS| = |\sphericalangle RVS|$ .

Toto sú však uhly, na ktoré polpriamka  $VS$  delí uhol oproti základni rovnoramenného trojuholníka  $KRV$ . Preto platí, že:

**Priamka  $VS$  rozdeľuje uhol oproti základni na rovnako veľké uhly.**

Platí aj to, že  $|\sphericalangle KSV| = |\sphericalangle RSV|$ .

Ak si navyše uvedomíme, že súčet veľkostí týchto dvoch uhlov je  $180^\circ$ , znamená to, že obidva tieto uhly sú pravé. Platí teda, že:

**Priamka  $VS$  je kolmá na základňu.**



- 3** Uhol  $JED$  rovnoramenného trojuholníka  $JED$  má veľkosť a)  $138^\circ$ , b)  $38^\circ$ . Vypočítajte veľkosti zvyšných dvoch uhlov rovnoramenného trojuholníka  $JED$ .

*Našli ste v časti b) predchádzajúcej úlohy obidve riešenia?*

- 4** Narysujte si na papier niekoľko rovnoramenných trojuholníkov. Potom ich vystrihnite a skúste ich preložiť tak, aby sa zložené časti prekrývali. Dá sa to urobiť so všetkými rovnoramennými trojuholníkmi?

- 5** Nakreslite si do zošita štvorec. Rozdeľte ho na a) 2, b) 4, c) 3, d) 5 rovnoramenných trojuholníkov.



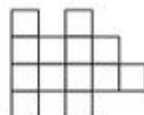
- 6** Nájdite spôsob, ako rozdeliť štvorec na a) 6, b) 11, c) 100, d) ľubovoľne veľa rovnoramenných trojuholníkov.



**A** k sa dá vystrihnutý útvar preložiť tak, aby sa zložené časti prekrývali, hovoríme, že tento útvar je **osovo súmerný**.

- 7** Narysujte jeden osovo súmerný a) štvoruholník, b) päťuholník, c) šesťuholník. Dokážete narysovať taký, ktorý nemá všetky strany rovnako dlhé?

- 8** Na obrázku a) škrtnite, b) dorysujte jeden štvorček tak, aby ste dostali osovo súmerný obrázok.



# Rovnostranný trojuholník



**N**iektoré trojuholníky majú všetky tri strany rovnako dlhé. Takéto trojuholníky sa volajú **rovnostranné**.



- 1** Narysujte rovnostranný trojuholník so stranou a) 3 cm, b) 5 cm. Odmerajte veľkosť jeho uhlov.
- 2** Určte obvod trojuholníkov z predchádzajúcej úlohy.
- 3** Nakreslite si do zošita rovnostranný trojuholník. Rozdeľte ho na 4 rovnostranné trojuholníky.
- 4** Žiaci mali v škole narysovať do zošita rovnoramenný trojuholník. Lucia narysovala rovnostranný trojuholník. Prečítajte si rozhovor Lucie a Janky.



*Ktorá z nich má pravdu?*

*Asi ste prišli na to, že pravdu môžu mať obidve. Závisí to od toho, ako chápu vetu „v rovnoramennom trojuholníku sú dve strany rovnako dlhé“. Či ju chápu ako „presne dve strany“, alebo „aspoň dve strany“. Tento spor nemá víťaza, pomôže len dohoda.*

## Dohoda

**V rovnoramennom trojuholníku sú aspoň dve strany rovnako dlhé.**



- 5 Možno na základe predchádzajúcej dohody označiť rovnostranný trojuholník aj za rovnoramenný trojuholník? (Je rovnostranný trojuholník špeciálnym prípadom rovnoramenného trojuholníka?)

*Odteraz teda pre nás bude platiť, že rovnostranný trojuholník je špeciálnym prípadom rovnoramenného trojuholníka, čiže každý rovnostranný trojuholník je súčasne aj rovnoramenný.*

- 6 Zdôvodnite, že všetky uhly v každom rovnostrannom trojuholníku majú veľkosť  $60^\circ$ .

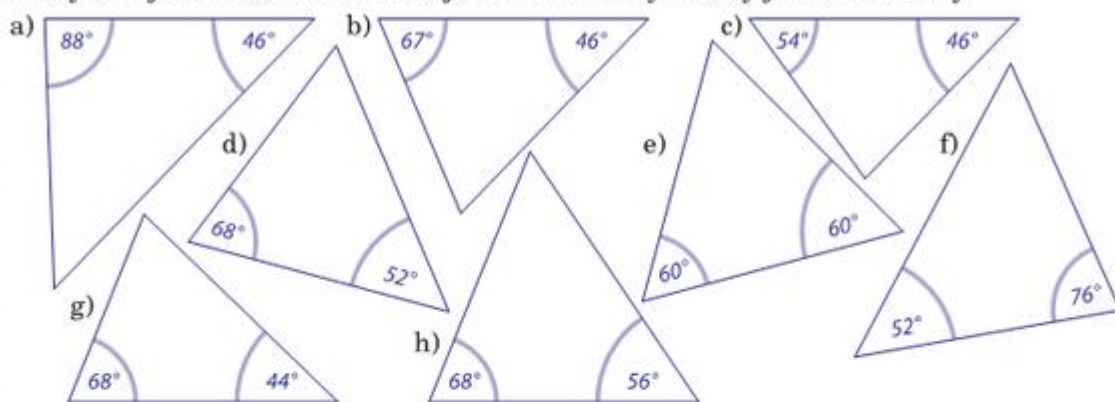
*Filip pri zdôvodnení využil vlastnosti rovnoramenného trojuholníka.*

Filip



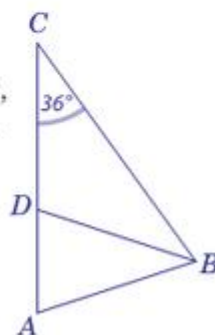
V rovnoramennom trojuholníku platí, že uhly oproti ramenám majú rovnakú veľkosť. Rovnostranný trojuholník je špeciálny prípad rovnoramenného trojuholníka, za ramená v ňom môžeme považovať ľubovollú dvojicu strán. Každé dva uhly preto musia byť rovnako veľké. To je možné iba vtedy, ak všetky tri uhly majú rovnakú veľkosť. Keďže súčet uhlov v trojuholníku je  $180^\circ$  a rovnaké uhly sú tri, každý z nich meria  $180^\circ : 3 = 60^\circ$ . Platí to aj naopak: Ak všetky uhly v trojuholníku majú rovnakú veľkosť, trojuholník je rovnostranný.

- 7 Ktorý z trojuholníkov na obrázku je rovnoramenný? Ktorý je rovnostranný?



- 8 Vypočítajte zvyšné uhly v rovnoramennom trojuholníku, ak jeden jeho uhol má veľkosť a)  $40^\circ$ , b)  $60^\circ$ , c)  $88^\circ$ , d)  $100^\circ$ . Pozor, úloha má niekedy až 2 riešenia. Je niektorý z trojuholníkov rovnostranný?

- 9 Na obrázku je rovnoramenný trojuholník  $ABC$  so základňou  $AB$  a bod  $D$ , ktorý leží na strane  $AC$ , pričom  $|BD| = |AB|$ . Zistite, či je trojuholník  $BCD$  rovnoramenný. Svoje riešenie vysvetlite.



- 10 Pravidelný šesťuholník je útvar, ktorý sa skladá zo šiestich rovnostranných trojuholníkov. Narysujte pravidelný šesťuholník a) s použitím uhlomera, b) bez použitia uhlomera.

# Kombinatorická odbočka

**V** tejto odbočke si budeme všimáť iba trojuholníky, ktorých dĺžky strán v centimetroch sú prirodzené čísla.



## Viktorova séria



- 1** Koľko rovnoramenných trojuholníkov má **najdlhšiu** stranu dlhú 10 cm? Nehanbite sa ich vypisovať. V tomto prípade je to veľmi dobrý spôsob.

~~5, 5, 10~~; 6, 6, 10; 7, 7, 10; 8, 8, 10; 9, 9, 10; 10, 10, 10

To je 5 možností. Trojuholník so stranami 10, 10, 10 je rovnostranný, ale je vlastne aj rovnoramenný.

10, 10, 1; 10, 10, 2; 10, 10, 3; .....; 10, 10, 10;

To je 10 možností.

Výsledný počet je  $10 + 5 = 15$ .

Viktor



- 2** a) Prečo Viktor prečiarkol možnosť 5, 5, 10?  
b) Vysvetlite Viktorovo riešenie. Správne riešenie je 14. Kde urobil chybu?
- 3** Koľko rovnoramenných trojuholníkov má **najdlhšiu** stranu dlhú a) 11 cm, b) 12 cm, c) 16 cm, d) 30 cm, e) 100 cm?

## Dankina séria

- 4** Koľko trojuholníkov má **druhú najdlhšiu** stranu dlhú 5 cm? Opäť si môžete pomôcť vypisovaním.

*Danka riešila predchádzajúcu úlohu takýmto vypisovaním:*

5, 5, 5; 5, 5, 6; 5, 5, 7; 5, 5, 8; 5, 5, 9; ~~5, 5, 10~~;

Výsledný počet je 5.

Danka



*Správny výsledok je však oveľa väčší. To znamená, že Danka na nejaké možnosti zabudla.*

- 5** V čom urobila Danka chybu?



*Po chvíli si Danka uvedomila, že nemala hľadať iba rovnoramenné trojuholníky. Zmenila preto systém vypisovania.*



1, 5; ~~1, 6~~  
 2, 5; 2, 6  
 3, 5; 3, 6; 3, 7  
 4, 5; 4, 6; 4, 7; 4, 8  
 5, 5; 5, 6; 5, 7; 5, 8; 5, 9

Danka



Výsledný počet je  
 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15.$

6 Vysvetlite Dankino riešenie.

7 Koľko trojuholníkov má **druhú najdlhšiu** stranu dlhú a) 6 cm, b) 7 cm, c) 9 cm, d) 13 cm, e) 25 cm?

## Jankova séria

8 Rovnoramenný trojuholník má obvod 80 cm, pričom dĺžky jeho strán v centimetroch sú celé čísla. Ktoré celé čísla by mohli byť dĺžkou najdlhšej strany takéhoto trojuholníka? Koľko je takých čísel?

*Pozrite sa, ako si vypisovaním pomohol Janko.*

Veľkosť najdlhšej strany nemôže byť menej ako tretina obvodu:

$$80 : 3 = 26,666\ 6...$$

27, 27, 26; 28, 28, 24; 29, 29, 22; 30, 30, 20; .....; 39, 39, 2.

Od 27 do 39 je 13 čísel. Preto je hľadaných čísel 13.

Janko



9 Vysvetlite Jankovo riešenie.

10 Darina namietala, že Janko zabudol na prípady, keď je najdlhšia strana základňa. Čo vy na to? Svoju odpoveď vysvetlite.

11 Koľko čísel môže byť v centimetroch dĺžkou najdlhšej strany rovnoramenného trojuholníka s obvodom a) 81 cm, b) 82 cm, c) 83 cm, d) 90 cm, e) 120 cm?

## Jarmilina séria

12 Koľko rovnoramenných trojuholníkov s celočíselnými dĺžkami strán má obvod 13 cm?

*Pozrite sa, ako si vypisovaním pomohla Jarmila.*

$$13 : 4 = 3,25$$

4: 4, 4, 5; 4, 3, 6; ~~4, 2, 7~~

5: 5, 5, 3; 5, 4, 4

6: 6, 6, 1; 6, 5, 2; 6, 4, 3

~~7:~~

Všetkých možností je 7.

Jarmila



13 Vysvetlite Jarmilino riešenie.

14 Opravte Jarmilino riešenie.

15 Koľko rovnoramenných trojuholníkov má obvod  
a) 14 cm, b) 15 cm, c) 16 cm, d) 21 cm, e) 33 cm?

16 Koľko je **rovnoramenných** trojuholníkov s obvodom 1 000 cm?



## Strany a uhly v trojuholníku



**V** nasledujúcich úlohách budeme experimentovať aj zdôvodňovať to, čo objavíme. Môžete pracovať v skupinách.

Susedný uhol k ľubovoľnému uhlu trojuholníka voláme **vonkajší uhol** trojuholníka. Súčet týchto dvoch uhlov je vždy  $180^\circ$ , keďže ide o susedné uhly. Jeden z vonkajších uhlov sme na obrázku vyznačili červenou farbou.



1 Koľko vonkajších uhlov je v jednom trojuholníku?

2 Koľko stupňov merajú vonkajšie uhly v trojuholníku, ktorého uhly majú veľkosti a)  $70^\circ$ ,  $28^\circ$ ,  $82^\circ$ , b)  $56^\circ$ ,  $18^\circ$ , c)  $124^\circ$ ,  $73^\circ$ ?

3 V akých trojuholníkoch majú 4 vonkajšie uhly rovnakú veľkosť?

4 Koľko stupňov merajú vonkajšie uhly v rovnostrannom trojuholníku?

5 Koľko stupňov spolu meria všetkých šesť vonkajších uhlov trojuholníka, ktorého vnútorné uhly merajú a)  $70^\circ$ ,  $48^\circ$ ,  $62^\circ$ , b)  $56^\circ$ ,  $108^\circ$ , c)  $1^\circ$ ,  $3^\circ$ ?

### Poznámka:

Veľmi často sa v učebniciach stretnete aj s pojmom vnútorný uhol trojuholníka. Vnútorný uhol trojuholníka je to isté ako uhol trojuholníka. Prívlastok vnútorný sa pridáva hlavne na jasné odlišenie od vonkajšieho uhla trojuholníka.



6 Koľko stupňov spolu meria všetkých šesť vonkajších uhlov ľubovoľného trojuholníka?



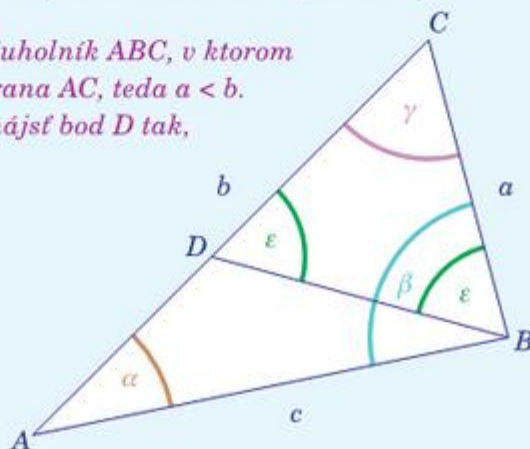


**7** Narysujte si náhodne 6 rôznostranných trojuholníkov (teda takých, ktoré nie sú rovnoramenné ani rovnostranné). V každom z nich zistite, ktorá strana je najdlhšia a ktorý uhol je najväčší. Pozorujte vzájomnú polohu najdlhšej strany a najväčšieho uhla. Výsledok pozorovania skúste sformulovať.

**8** V trojuholníkoch z predchádzajúcej úlohy si teraz všimajte najkratšiu stranu a najmenší uhol a opäť pozorujte ich vzájomnú polohu. Výsledok pozorovania skúste sformulovať.

**A** k by sme mali zhrnúť vaše pozorovania, tak najčastejšie sa vám asi stalo, že oproti najdlhšej strane v trojuholníku ležal najväčší uhol a oproti najkratšej strane ležal najmenší uhol. Bude to tak vždy? Pozrime sa na to podrobnejšie.

Zvoľme si rôznostranný trojuholník  $ABC$ , v ktorom je strana  $BC$  kratšia ako strana  $AC$ , teda  $a < b$ . Potom sa dá na strane  $CA$  nájsť bod  $D$  tak, aby  $|CB| = |CD|$ . Dostaneme obrázok:



Rovnakým písmenom  $\epsilon$  sme v ňom označili rovnako veľké uhly  $DBC$  a  $CDB$ , lebo trojuholník  $DBC$  je rovnoramenný, pretože  $|CB| = |CD|$ .

V každom z trojuholníkov má súčet všetkých uhlov veľkosť  $180^\circ$ . Uhol  $\gamma$  pri vrchole  $C$  majú tieto trojuholníky spoločný. Preto súčet zvyšných dvoch uhlov musí byť v každom z nich rovnaký (je ním doplnok uhla  $\gamma$  do  $180^\circ$ ):

$$\alpha + \beta = \epsilon + \epsilon$$

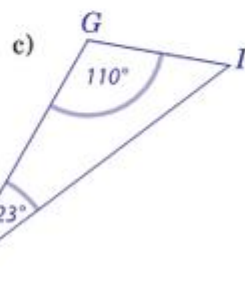
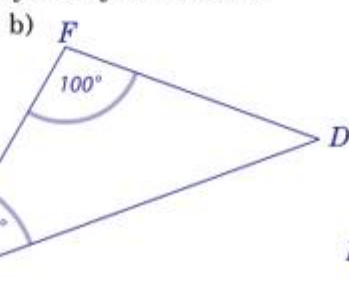
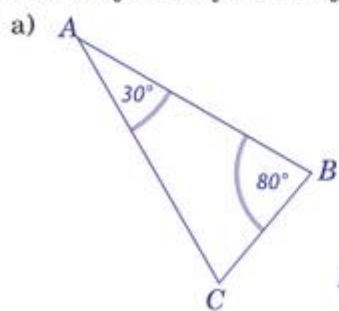
Z obrázka je jasné, že  $\beta > \epsilon$ . Ak má byť splnená rovnosť  $\alpha + \beta = \epsilon + \epsilon$ , tak musí platiť  $\alpha < \epsilon$ . Z tejto nerovnosti a z nerovnosti  $\epsilon < \beta$  vyplýva, že  $\alpha < \beta$ .

Tým sme ukázali, že  $\alpha < \beta$ . Teda:

Oproti dlhšej strane v trojuholníku musí ležať väčší uhol. Platí to aj naopak, čiže oproti väčšiemu uhlu v trojuholníku leží dlhšia strana.



**9** Porovnajte dĺžky strán v jednotlivých trojuholníkoch.



# VÝŠKY V TROJUHLNÍKU



**D** oteraz ste sa učili vypočítat obsah štvorca, obdĺžnika a pravouhlého trojuholníka. V živote sa však často stretnete aj s potrebou vypočítat napr. obsah pozemku, ktorého tvar je iný.

Na obrázku vidíte kúsok takzvanej katastrálnej mapy. Sú na nej vyznačené pozemky – parcely – aj s číslami. Všimnite si rôzne tvary, aké tieto pozemky majú.



V tejto časti sa najprv niečo dozvieme o vzdialenosti. Potom sa naučíte určovať výšku trojuholníka. Neskôr sa naučíte vypočítat obsahy trojuholníkov (nielen pravouhlých) a iných útvarov.

## Vzdialenosť

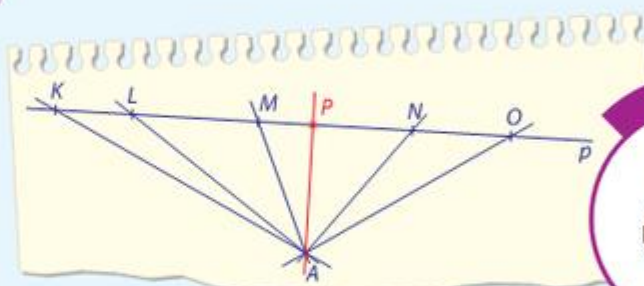


**S** o slovom vzdialenosť sa stretávate bežne.

**1** Narysujte do zošita priamku  $p$  a bod  $A$ , ktorý na nej neleží.

- Vyznačte na priamke 5 rôznych bodov  $K, L, M, N, O$ . Odmerajte dĺžky úsečiek  $AK, AL, AM, AN, AO$ . Ktorá úsečka vám vyšla najdlhšia a ktorá najkratšia?
- Hľadajte na priamke  $p$  taký bod  $P$ , aby úsečka  $AP$  bola najkratšia možná.

*Pomohli ste si pri riešení predchádzajúcej úlohy narysovaním kolmice ako Janka?*



Janka



*Jarmilu zaujímalo, či dokáže zdôvodniť, prečo je kolmá úsečka na obrázku najkratšia.*

- 2** Pokúste sa zdôvodniť, že úsečka  $AP$  kolmá na priamku  $p$  je najkratšia zo všetkých možných úsečiek. Pomôžte si vzájomným vzťahom medzi dĺžkami strán trojuholníka a veľkosťami jeho uhlov.



Janka uvažovala takto:

Na obrázku vidím veľa pravouhlých trojuholníkov. Jeden z nich je napríklad trojuholník  $APN$ . V ňom je pravý uhol pri vrchole  $P$ .

Pri vrcholoch  $A$  a  $N$  je uhol menší ako pravý. Viem, že oproti väčšiemu uhlu v trojuholníku leží dlhšia strana a oproti menšiemu uhlu leží kratšia strana.

Strana  $AN$  leží oproti pravému uhlu, strana  $AP$  leží oproti uhlu, ktorý je menší ako pravý. Takže strana  $AP$  je vždy určite menšia ako úsečka  $AN$ .



Vidíme, že dĺžka úsečky prechádzajúcej cez bod  $A$ , ktorá je kolmá na priamku  $p$ , je najmenšia možná zo všetkých úsečiek. Táto dĺžka dostala pomenovanie **vzdialenosť bodu od priamky**, v našom prípade vzdialenosť bodu  $A$  od priamky  $p$ . Túto vzdialenosť označujeme často značkou podobnou značke pre veľkosť úsečky:

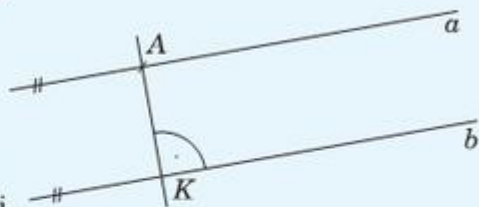
$$|A, p|$$

- 3 Narysujte priamku  $p$ . Náhodne si zvolte 7 bodov tak, aby jeden z nich ležal na priamke  $p$ . Zistite vzdialenosti týchto bodov od priamky  $p$ .
- 4 Narysujte priamku  $s$ . Narysujte bod  $N$ , ktorého vzdialenosť od priamky  $s$  je a) 4 cm, b) 3,2 cm, c) 1,8 cm, d) 8 cm, e) 0 cm, f) 3,3 cm.
- 5 Narysujte bod  $M$ . Narysujte priamku  $r$  tak, aby vzdialenosť bodu  $M$  od tejto priamky bola a) 4 cm, b) 3,2 cm, c) 1,8 cm, d) 8 cm, e) 0 cm, f) 3,3 cm.
- 6 Daný je obdĺžnik  $ABCD$  so stranami  $|AB| = 4$  cm;  $|BC| = 5,5$  cm. Aká je vzdialenosť a) bodu  $A$  od priamky  $BC$ , b) bodu  $A$  od priamky  $CD$ , c) bodu  $B$  od priamky  $AD$ , d) bodu  $B$  od priamky  $CD$ ?
- 7 Narysujte do zošita rovnostranný trojuholník so stranou 6 cm. Určte vzdialenosť jeho vrcholov od priamok, na ktorých ležia protifaľné strany. Pomôžte si rysovaním a meraním.
- 8 Narysujte do zošita trojuholník  $ABC$  so stranami  $a = 5$  cm,  $b = 6$  cm,  $c = 8$  cm. Určte rysovaním a meraním vzdialenosť a) bodu  $A$  od priamky  $BC$ , b) bodu  $B$  od priamky  $AC$ , c) bodu  $C$  od priamky  $AB$ .
- 9 Narysujte dve rovnobežky. Na každej z nich si zvolte 5 bodov a zistite ich vzdialenosť od rovnobežky, na ktorej neležia. Čo pozorujete?
- 10 Narysujte priamku  $t$ . Potom narysujte 8 bodov, pričom vzdialenosť každého z nich od priamky  $p$  je 4,4 cm.
- 11 Vráťme sa k predchádzajúcej úlohe. Dokážete za 15 sekúnd narysovať aspoň 88 takých bodov?



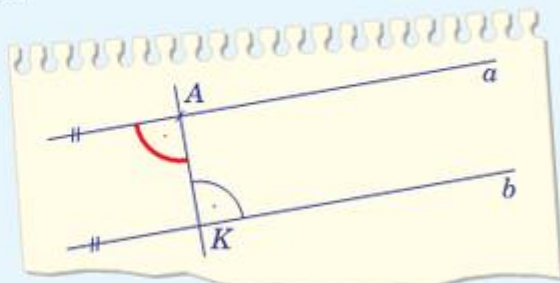
**U** rčíte si spomínate, ako narysujete dve rovnobežky.

- 12** Narysujte dve rovnobežky  $a, b$ . Na priamke  $a$  zvolte bod  $A$ . Z bodu  $A$  zostrojte kolmicu na priamku  $b$ . Pätu tejto kolmice na priamke  $b$  označte  $K$ . Podľa zadania je priamka  $AK$  kolmá na priamku  $b$ . Zistite, či je priamka  $AK$  kolmá aj na priamku  $a$ . Svoju odpoveď zdôvodnite.



*Aj vy ste využili to, že striedavé uhly pri dvoch rovnobežkách sú rovnaké?*

*To znamená, že aj červený uhol na obrázku s vrcholom  $A$  je pravý. Teda priamka  $AK$  je kolmá aj na priamku  $a$ .*

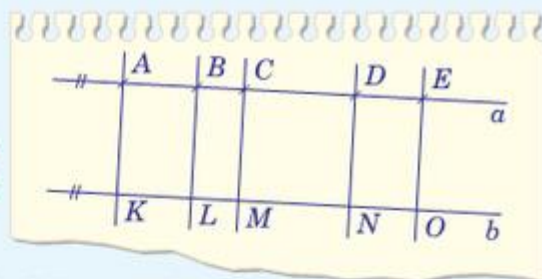


- 13** Na základe predchádzajúcej úlohy doplňte vetu.

Ak je priamka kolmá na jednu z rovnobežiek, tak .....

- 14** Narysujte dve rovnobežky  $a, b$ . Na priamke  $a$  zvolte až 5 bodov  $A, B, C, D, E$ . Z každého z nich zostrojte kolmicu na priamku  $b$ . Päty kolmíc označte zaradom  $K, L, M, N, O$ .

*Podľa predchádzajúcej úlohy máme na obrázku 5 kolmíc na obidve rovnobežky  $a, b$ . To znamená, že na obrázku je narysovaných veľa obdĺžnikov, napríklad aj obdĺžnik  $ACMK$ .*



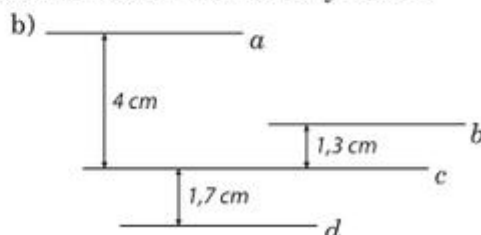
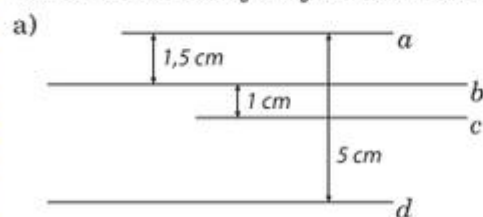
- 15** Koľko obdĺžnikov je narysovaných na obrázku? Vypíšte ich.

*To však znamená, že všetky strany  $AK, BL, CM, DN, EO$  sú rovnako dlhé. Túto dĺžku budeme volať **vzdialenosť rovnobežiek  $a, b$** . Inými slovami povedané, vzdialenosť rovnobežiek je dĺžka kolmice z bodu ležiaceho na jednej priamke na druhú priamku. Túto vzdialenosť označujeme často značkou podobnou značke pre veľkosť úsečky:*

$|a, b|$



- 16** Na obrázku je štvorica rovnobežiek. Bez rysovania, len výpočtom, zistite vzdialenosť každej dvojice rovnobežiek. Niektoré vzdialenosti sme vyznačili.





*Prišli ste na to, že vzdialenosti sa v prípade rovnobežiek môžu sčítať alebo odčítat?*

V časti b) som si všimla, že vzdialenosť priamok  $a$  a  $b$  môžem zistiť tak, že od vzdialenosti priamok  $a$  a  $c$  odčítam vzdialenosť priamok  $b$  a  $c$ , teda  $4 \text{ cm} - 1,3 \text{ cm} = 2,7 \text{ cm}$ .

Žofia



- 17** Narysujte do zošita dve dvojice rovnobežiek tak, aby vám vznikol rovnobežník. Pomocou pravítka určte vzdialenosti oboch dvojíc rovnobežiek.

Vzdialenosť priamok  $b$  a  $d$  môžem zasa zistiť sčítaním:  
 $1,3 \text{ cm} + 1,7 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$ .

- S** *pojmom vzdialenosť sa stretávame aj v bežnom živote. Väčšinou však nejde o body a priamky, ale o objekty, ktoré sú im podobné.*

- 18** Pri pohľade zhora si človeka znázorníte ako kruh a stenu ako priamku. Diskutujte o tom, čo je podľa vás vzdialenosť kruhu (človeka) od priamky (steny).

- 19** Pri pohľade zhora si auto znázorníte ako obdĺžnik a stenu ako priamku. Diskutujte o tom, čo je podľa vás vzdialenosť obdĺžnika (auta) od priamky (steny).



- 20** Pri pohľade zhora si auto znázorníte ako obdĺžnik a stenu ako priamku. Diskutujte o tom, čo je podľa vás vzdialenosť obdĺžnika (auta) od priamky (steny) v tomto prípade.



- 21** Pri pohľade zhora si jazera znázorníte ako dve modré plochy. Diskutujte o tom, čo je podľa vás vzdialenosť dvoch plôch.



*Vzdialenosť dvoch útvarov sa v geometrii definuje ako najmenšia vzdialenosť dvoch bodov týchto útvarov.*

- 22** Určte vzdialenosti útvarov na obrázku:

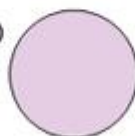
a)



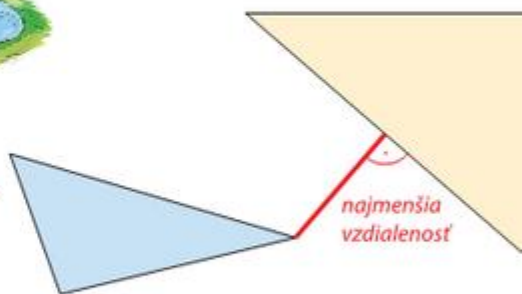
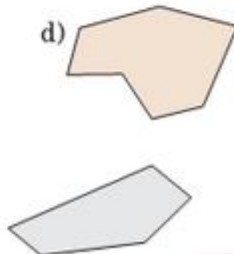
b)



c)



d)



# Výška trojuholníka, priesečník výšok

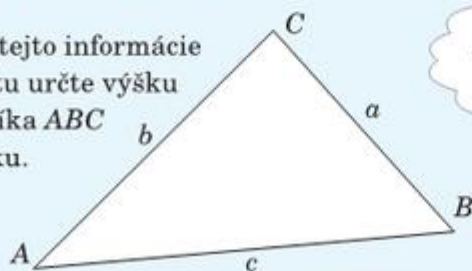


**P**eter sa od svojej staršej sestry dozvedel, že trojuholník má aj výšku. Čo to však tá výška trojuholníka je, to mu už nepovedala. Rozhodol sa preto, že to vyskúma. Narysoval si trojuholník ABC a začal rozmýšľať.

**1** Skúste poradiť Petrovi, čo je výška trojuholníka.

Nakoniec si Peter výšku trojuholníka pozrel na internete. Dozvedel sa toto: Výška trojuholníka je vzdialenosť vrcholu trojuholníka od priamky, na ktorej leží protilahlá strana.

**2** Pomocou tejto informácie z internetu určte výšku trojuholníka ABC na obrázku.



To je ľahké.  
Výška tohto trojuholníka je 3,2 cm.



Mýliš sa, výška tohto trojuholníka je 4 cm.



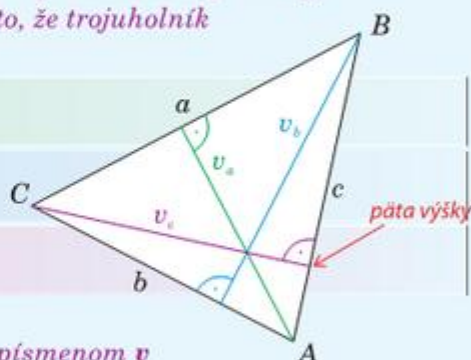
**3** Čo vy na to? Viete rozhodnúť, kto z nich má pravdu?

**4** Predstavte si, že pravdu majú obaja. Dokonca aj Erika, ktorá tvrdí, že jeho výška je 5 cm. Viete to vysvetliť?

**A**k ste si dobre zapamätali, čo je výška trojuholníka, mali by ste vedieť, kto z nich má pravdu.

Keďže výška trojuholníka je vzdialenosť vrcholu trojuholníka od priamky, na ktorej leží protilahlá strana, a vzhľadom na to, že trojuholník má tri vrcholy, bude mať aj tri výšky:

- jedna výška bude vzdialenosť vrcholu A od priamky, na ktorej leží strana BC,
- druhá výška bude vzdialenosť vrcholu B od priamky, na ktorej leží strana AC,
- tretia výška bude vzdialenosť vrcholu C od priamky, na ktorej leží strana AB.



Výšky v trojuholníku budeme označovať malým písmenom  $v$  s indexom, ktorý hovorí, výška na ktorú stranu to je.

Takže výška z vrcholu A na stranu BC bude mať označenie  $v_{BC}$  alebo  $v_a$ .



**5** Aké označenie budú mať zvyšné dve výšky v trojuholníku  $ABC$ ?

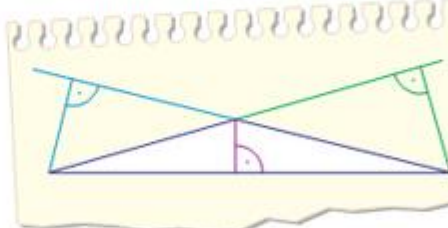
**6** Aké označenie by mali výšky v trojuholníku  $KLM$ ?



**7** Narysujte do zošita dva rôzne a) ostrouhlé, b) pravouhlé, c) tupouhlé trojuholníky. Určte, koľko merajú všetky tri výšky v každom trojuholníku.

*Našli ste všetky tri výšky v každom tupouhlom trojuholníku?*

*Soňa narysovala a odmerala tieto farebné úsečky:*



Soňa



**8** Má to Soňa správne?

**9** Zistite, či trojuholník môže mať **dve** rovnaké výšky. Ak áno, narysujte ho. Ak nie, zdôvodnite, prečo musí byť každá výška iná.

**10** Zistite, či trojuholník môže mať **tri** rovnaké výšky. Ak áno, narysujte ho. Ak nie, zdôvodnite prečo.

**11** Narysujte trojuholník, ktorého všetky tri výšky merajú 4 cm.

**12** Rysujete presne? Narysujte do zošita ostrouhlý trojuholník s rôznymi uhlami. Z každého vrcholu trojuholníka zostrojte kolmicu na protiľahlú stranu. Čo pozorujete?

**13** Pretínajú sa všetky tri spomenuté kolmice aj v tupouhlom trojuholníku?

*Výšku si môžeme predstaviť ako úsečku alebo jej dĺžku. Vtedy ide o vzdialenosť vrcholu od priamky, na ktorej leží protiľahlá strana. Ak si výšky predstavíme ako priamky, všetky tri sa vždy pretnú v jednom bode. Tento bod sa volá priesečník výšok trojuholníka.*

Soňa



**14** Kolmica z vrcholu  $A$  na stranu  $a$  rozdelí trojuholník  $ABC$  so stranami  $a = 6$  cm,  $b = 4$  cm,  $c = 5$  cm na dva pravouhlé trojuholníky. Narysujte trojuholník  $ABC$  a pomocou merania a) vypočítajte obsahy týchto pravouhlých trojuholníkov, b) vypočítajte obsah trojuholníka  $ABC$ .

**15** Narysujte trojuholník  $ABC$  so stranami  $a = 7$  cm,  $b = 8$  cm,  $c = 6$  cm. Vypočítajte obsah trojuholníka  $ABC$  tak, že použijete postup z úlohy 14.

*Súhrnné cvičenia na záverečné opakovanie učiva 6. ročníka, výsledky konštrukčných úloh a rubrik nájdete na [www.orbispictus.sk](http://www.orbispictus.sk) v anotácii učebnice.*

# Výsledky úloh

## Meriame obsahy, jednotky obsahu

Opakujeme si, čo vieme o dĺžke a jej meraní

- 5/1 Po stĺpcoch: 1 000; 0,001; 10; 0,1; 10; 0,1; 10; 0,1; 100; 0,01; 1 000; 0,001; 100; 0,01; 10 000; 0,000 1.
- 5/2 Narysované úsečky majú mať dĺžky: a) 20 cm, b) 2 cm, c) 2 mm, d) 2 cm, e) 2 mm, f) 2 mm.
- 5/3 30 mm, 30; 32 mm, 32; 32,7 mm, 32,7; 568 mm, 568; 391,48 mm, 391,48; nehľadiac na jednotky, výsledky pod sebou sú vždy rovnaké.
- 6/4 „jedno“, „... o“, „doprava“
- 6/5 0,1 cm, 0,3 cm, 0,32 cm, 0,327 cm, 5,68 cm, 3,914 8 cm; „jedno“, „...o“, „doprava“
- 6/6 0,01 m, 0,03 m, 0,432 m, 1,232 7 m, 5,608 56 m, 12,391 894 m; „dve“, „...a“, „doprava“
- 6/7 300 cm, 320 cm, 327 cm, 5 680 cm, 3 914 cm; „dve“, „...a“, „doprava“
- 6/8 2,4; 2,4 mm; 0,4; 0,4 cm; 30; 30 mm; 23 406 000; 23 406 000 mm; 0,23; 0,23 m; 0,040 8; 0,040 8 dm; 0,000 77; 0,000 77 km; 0,050 6; 0,050 6 km
- 7/9 a) 0,1 dm, 0,3 dm, 0,32 dm, 0,327 dm, 5,68 dm, 3,914 dm; b) 0,01 dm, 0,03 dm, 0,032 dm, 0,032 7 dm, 0,568 dm, 0,391 4 dm; c) 10 dm, 30 dm, 32 dm, 32,7 dm, 568 dm, 391,4 dm.
- 7/10 5 mm = 0,5 cm, o jedno miesto doprava; 2,31 m = 2 310 mm, o 3 miesta doprava; 314 cm = 3,14 m, o dve miesta doprava; 12 m = 0,012 km, o 3 miesta doprava; 12 cm = 0,12 m, metre; 12 cm = 1,2 dm, centimetrov
- 7/11 (Pozri tab. 1)
- 7/12 0,000 002 km, 0,000 02 km, 0,000 2 km, 0,002 km
- 7/13 Po riadkoch: 0,4 m, 3 dm, 2 800 cm, 1,4 km; 23 m, 20 m, 34 mm, 0,201 dm; 28 dm, 0,41 m, 0,002 8 km, 0,37 m.
- 8/14 a) hl, b) hm
- 8/15 Po riadkoch: 200 m, 0,3 km, 4 600 dm, 3 800 mm, 23 hm, 2,8 hm, 6 hm, 38 hm.
- 8/16 kilogramy, tony, gramy

- 8/17 1 000
- 8/18 mili-, centi-, deci-, deka-, hekto-
- 8/19 milióntina, biliardina, trilióntina, milión, miliarda, bilión
- 8/20 10 gramov, stotina gramu, 100, 100 gramov, tisícina gramu, 100, tisícina gramu, Decimeter, decigram je desatina gramu.
- 9/21 Po riadkoch: 1 000; 0,001; 1 000; 10; 0,001; 1 000; 0,001; 0,1; 10. Nesprávna jednotka, ktorá sa často používa, je dkg.
- 9/22 (Pozri tab. 2)
- 9/23 Po riadkoch: 150; 48; 2 300; 250; 64,5; 20.

## Najskôr obvod, potom obsah

- 9/1 Lucia zle odmerala alebo zapísala jednu stranu. Namiesto 30 mm malo byť 25 mm. Správne je obvod útvaru 180 mm.
- 10/2 4 cm + 2,5 cm + 3 cm + 2,5 cm + 1 cm + 5 cm = 18 cm
- 10/3 a) 115 mm, b) 179 mm, c) 225 mm.
- 10/4 Štvorec má všetky strany rovnako dlhé. Obdĺžnik má protihľané strany rovnako dlhé. Trojuholník nemusí mať žiadne dve strany rovnako dlhé. Rovnoramenný trojuholník má rovnako dlhé ramená. Rovnostranný trojuholník má všetky tri strany rovnako dlhé.
- 11/5 Obvod štvorca je  $3,4 + 3,4 + 3,4 + 3,4 = 4 \cdot 3,4 = 13,6$  cm.
- 11/6 Strana meria  $32,8 : 4 = 8,2$  cm.
- 11/7 Obvod obdĺžnika je  $5,2 + 2,7 + 5,2 + 2,7 = 2 \cdot 5,2 + 2 \cdot 2,7 = 15,8$  cm.
- 11/8 a) Obvod je 18 cm. Jedna strana obdĺžnika meria 2,5 cm. Toľko

isto meria aj protihľaná strana. To je spolu 5 cm. Na zvyšné dve rovnaké strany ostáva  $18 - 5 = 13$  cm. Jedna strana bude merať 6,5 cm. b) 7,6 cm.

- 11/9 V rovnostrannom trojuholníku sú všetky strany rovnako dlhé. Jeho obvod je  $4,8 + 4,8 + 4,8 = 3 \cdot 4,8 = 14,4$  cm.
- 11/10 Obvod útvaru je 19 cm.
- 12/11 a) 17 cm, b) 18 cm

## Počítame obsah štvorca a obdĺžnika

- 15/1 Červený – 12 cm<sup>2</sup>.  
Modrý – 36 cm<sup>2</sup>.  
Zelený – 21 cm<sup>2</sup>.
- 15/2 a) 7 a 10, b) 4 a 11, c) 12 a 5, d) 25 a 40.
- 16/3 a) 70 cm<sup>2</sup>, b) 44 cm<sup>2</sup>, c) 60 cm<sup>2</sup>, d) 1 000 cm<sup>2</sup>.
- 16/4 a) 72 cm<sup>2</sup>, b) 7 200 cm<sup>2</sup>, c) 2 240 cm<sup>2</sup>, d) 2 500 cm<sup>2</sup>.
- 16/6 Obdĺžnik: 54 cm<sup>2</sup>, 45 cm<sup>2</sup>, 3 cm, 8 cm. Štvorec: 16 cm<sup>2</sup>, 36 cm<sup>2</sup>, 5 cm, 8 cm.
- 17/7 a) 70 a 100, b) 40 a 110, c) 120 a 50, d) 250 a 400.
- 17/8 a) 7 000 mm<sup>2</sup>, b) 4 400 mm<sup>2</sup>, c) 6 000 mm<sup>2</sup>, d) 100 000 mm<sup>2</sup>.
- 17/9 a) 72 mm<sup>2</sup>, b) 720 000 mm<sup>2</sup>, c) 22 400 mm<sup>2</sup>, d) 250 000 mm<sup>2</sup>.
- 17/10 „kilometroch“, „m<sup>2</sup>“
- 17/11 a) 48 m<sup>2</sup>, b) 480 000 cm<sup>2</sup>, c) 48 000 000 mm<sup>2</sup>, d) 4 800 dm<sup>2</sup>.
- 17/13 (Pozri tab. 3 na strane 151)

## Premieňanie jednotiek obsahu

- 18/1 Stotina, stotina, stotina.
- 18/2 10 000
- 19/3 Po riadkoch: 100, 100, 100,

tab. 1

| Milimetre | Centimetre | Decimetre | Metre | Kilometre |
|-----------|------------|-----------|-------|-----------|
| 2         | 0,2        | 0,02      | 0,002 | 0,000 002 |
| 18 000    | 1 800      | 180       | 18    | 0,018     |
| 430       | 43         | 4,3       | 0,43  | 0,000 43  |
| 70 000    | 7 000      | 700       | 70    | 0,07      |
| 500 000   | 50 000     | 5 000     | 500   | 0,5       |

tab. 2

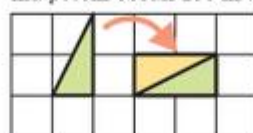
| Tona          | Kilogram  | Dekagram | Gram      | Miligram      |
|---------------|-----------|----------|-----------|---------------|
| 1             | 1 000     | 100 000  | 1 000 000 | 1 000 000 000 |
| 0,001         | 1         | 100      | 1 000     | 1 000 000     |
| 0,000 01      | 0,01      | 1        | 10        | 10 000        |
| 0,000 001     | 0,001     | 0,1      | 1         | 1 000         |
| 0,000 000 001 | 0,000 001 | 0,000 1  | 0,001     | 1             |



10 000, 10 000, 1 000 000

19/4 Po riadkoch: 0,01; 0,01; 0,01;  
0,000 1; 0,000 1; 0,000 00119/6 Ár má 100 m<sup>2</sup>. Hektár má  
10 000 m<sup>2</sup>.

20/7 (Pozri tab. 4)

20/8 21,3 m<sup>2</sup>, 11,7 ha, 110 cm<sup>2</sup>20/9 Po riadkoch: dm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>, a, cm<sup>2</sup>, km<sup>2</sup>,  
dm<sup>2</sup>20/10 1 800 000 000 000 mm<sup>2</sup>, 0,18 km<sup>2</sup>,  
18 000 m<sup>2</sup>, 18 a, 0,018 ha,  
1 800 dm<sup>2</sup> = 180 000 cm<sup>2</sup>20/11 327 000 mm<sup>2</sup>, 327 dm<sup>2</sup>,  
327 000 cm<sup>2</sup>, 0,032 7 ha,  
0,003 27 km<sup>2</sup>, 32 700 m<sup>2</sup>, 3 270 a**Kde všade sa stretneme  
s jednotkami obsahu?**21/1 a) V m<sup>2</sup>, v ároch. b) V km<sup>2</sup>.  
c) V km<sup>2</sup>.21/2 a) Najväčšiu rozlohu má  
Banskobystrický kraj, najmenšiu  
má Bratislavský kraj. b) Ak  
sčítame rozlohu jednotlivých  
krajov, dostaneme 49 035,6 km<sup>2</sup>.  
To je približne 4 903 560 ha.  
Tento údaj môže zodpovedať  
údaju v zadaní, nakoľko rozlohy  
jednotlivých krajov boli  
zaokrúhlené.22/3 a) Približne 1,6 m<sup>2</sup>. b) Približne  
1,38 m<sup>2</sup>.22/4 Bez doplnenia ďalšej informácie  
nie je možné jednoznačne  
odpovedať. Jedna z možností je  
napríklad 60 kg a 182 cm.22/5 Áno. Jedna z možných odpovedí  
je, že Adam vyrástol o 10 cm, ale  
súčasne mohol schudnúť. Iným  
vysvetlením je, že povrch tela  
zistený pomocou nomogramu jelen približný. Preto ak pri výške  
172 cm a hmotnosti napríklad  
63 kg je podľa nomogramu povrch  
tela približne 1,75 m<sup>2</sup> a pri výške  
182 cm a 63 kg je tento povrch  
približne 1,8 m<sup>2</sup>, v skutočnosti  
mohol byť povrch v oboch  
prípadoch napr. 1,77 m<sup>2</sup>.22/7 2,55 ha = 25 500 m<sup>2</sup>;  
25 500 : 150 = 170. Šírka  
pozemku je 170 m.22/8 Obvod pozemku je 150 + 170 +  
+ 150 + 170 = 640 m. Za pletivo  
zaplatíme 1 280 €.22/9 Obsah je 455 m<sup>2</sup>. Obvod je 96 m.22/10 Obsah celého pozemku s fontánou  
je 52 500 m<sup>2</sup>. Rozloha fontány je  
5 000 m<sup>2</sup>. Rozloha trávinatej časti  
pozemku je 47 500 m<sup>2</sup>, teda  
4,75 ha.**Obsah pravouhlého trojuholníka**23 Dve červené polia spolu sú väčšie,  
teda aj viac úrodné, ako jedno  
modré.23/1 Obsah zelených polí je rovnaký  
ako obsah žltého poľa.23/2 Dve zelené trojuholníkové polia  
sú spolu rovnako veľké ako žlté  
obdĺžnikové pole. Žlté pole má  
obsah 200 m<sup>2</sup>, preto aj dve zelené  
polia spolu majú obsah 200 m<sup>2</sup>.  
Jedno zelené trojuholníkové pole  
má potom obsah 100 m<sup>2</sup>.

24/4 Nataša a Petra.

24/5 a) 3 cm<sup>2</sup>, b) 5 cm<sup>2</sup>, c) 10 cm<sup>2</sup>.**Počítame s desatinnými  
číslami 1****Sčítanie a odčítanie  
desatinných čísel**

25/1 54 778, 32 524, 610 293

25/2 79 789, 278 060, 10 160 143

25/3 a) 387 739, b) 494 564.

25/4 a) 2 413, b) 12 569.

25/5 39,3 °C

26/6 39,9; 38,1; 40,3; 36,6; 18,1; 37,7

26/7 15,87 €

26/8 14,41; 38,76; 8,83; 32,04; 10,27

26/9 Po riadkoch: 8,62; 19,68; 151,32;  
6,03; 13,92; 553,95; 62,8; 58,7;  
80,7; 419; 673; 6 720.

27/10 2,144 m

27/11 42,113; 188,638; 55,564; 43,936

27/12 72,73; 368,29; 807,25; 58,48;  
645,8927/13 Po riadkoch: 8,642; 19,668;  
151,33; 6,039; 13,872; 553,935;  
60,83; 53,09; 235,18; 792,9;  
627,7; 4 807.

28/14 7,789; 14,42; 8,930 3

28/15 32,2; 55,3; 4,02; 2,892; 17,223

29/16 26,458; 21,537 3; 766,083 6;  
34,927 3829/17 Po riadkoch: 326,415; 3 456,975;  
32,641 5; 34,569 75; 1,335 9;  
3,264 15; 34,762 575; 0,326 415.29/18 Po stĺpcoch: 9,1; 5,7; 3,4; 2,14;  
1,8; 0,34; 6,02; 0,96; 5,06; 1,05;  
0,56; 0,49; 43,433; 34,67; 8,763.29/19 6,486; 44,46; 0,844 9; 363,28;  
49,386; 5,770 9; 368,206;  
43,744 9; 406,18; 362,564 929/20 a) 3,0; 2,6; 2,2; 1,8; 1,4;  
b) 3,05; 3,13; 3,21; 3,29; 3,37.29/21 a) 42,584; 9,029;  
b) 19,205 2; 14,644 88.29/22 Po stĺpcoch: 2,7; 1,1; 13,834;  
12,254; 0,862; 11,402; 21,697 7;  
60,628 3.

29/23 0,492 5; 3,74; 29,825; 386,195

29/24 Úlohy v každej dvojici majú  
rovnaké výsledky. Po riadkoch:  
4,7; 3,2; 9,21; 7,07; 10,983; 21,037.29/25 Po stĺpcoch: 9,8; 0,53; 4,85; 7,1;  
10,217; 249,616; 29,91; 11,4;  
7,73; 0,308.30/26 a) 10,445; b) 8,191 8; c) 2,539;  
d) 90,159 2.30/27 Peter a Lucia majú našetrené po  
30 €, Baltazar našetрил 74,45 €.30/28 a) Najviac získala Lea (132,3)  
a najmenej Tomáš (99,6). b) 32,7**tab. 3**

| Obdĺžnik     |                       |                    |                       |                        |                        |                       |                    |
|--------------|-----------------------|--------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|--------------------|
| Jedna strana | 6 cm                  | 3 dm               | 6 m                   | 3 dm                   | 6 m                    | 23 dm                 | 6 cm               |
| Druhá strana | 90 mm                 | 150 cm             | 90 mm                 | 15 cm                  | 9 mm                   | 15 cm                 | 6 cm               |
| Obsah        | 5 400 mm <sup>2</sup> | 45 dm <sup>2</sup> | 5 400 cm <sup>2</sup> | 45 000 mm <sup>2</sup> | 54 000 mm <sup>2</sup> | 3 450 cm <sup>2</sup> | 36 cm <sup>2</sup> |

V posledných štyroch stĺpcoch mohli byť použité aj iné jednotky.

**tab. 4**

| mm <sup>2</sup> | cm <sup>2</sup> | dm <sup>2</sup> | m <sup>2</sup> | a       | ha        | km <sup>2</sup> |
|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|---------|-----------|-----------------|
| 2 300 000       | 23 000          | 230             | 2,3            | 0,023   | 0,000 23  | 0,000 002 3     |
| 42 000 000      | 420 000         | 4 200           | 42             | 0,42    | 0,004 2   | 0,000 042       |
| 1 800 000 000   | 18 000 000      | 180 000         | 1 800          | 18      | 0,18      | 0,001 8         |
| 953 000 000     | 9 530 000       | 95 300          | 953            | 9,53    | 0,095 3   | 0,000 953       |
| 75 800 000      | 758 000         | 7 580           | 75,8           | 0,758   | 0,007 58  | 0,000 075 8     |
| 100 450 000     | 1 004 500       | 10 045          | 100,45         | 1,004 5 | 0,010 045 | 0,000 100 45    |
| 25 000 000      | 250 000         | 2 500           | 25             | 0,25    | 0,002 5   | 0,000 025       |





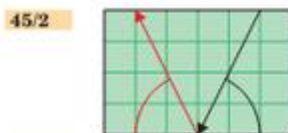
# Otáčame a otáčame sa

- 42/1 Najviac sa musí otočiť na treťom obrázku, najmenej na druhom obrázku.
- 42/2 Napr. a) Uhol určuje, o koľko sa musíme otočiť. b) Čím viac sa musíme otočiť, tým je uhol väčší.

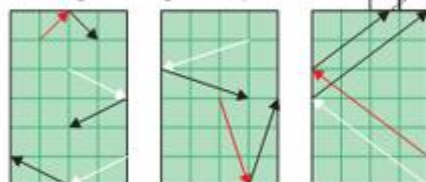
# Uhly na cestách, strmost'

- 43/1 Na ulicu Figaša Bystrého.
- 43/2 Na prvej križovatke odbočte kolmo doprava, potom kolmo doľava, na prvej križovatke pod veľkým uhlom doľava, na Skuteckého ulici kolmo doľava a vzápätí kolmo doprava a z Kukučínovej odbočte pod malým uhlom doľava.
- 44/3 Strmší je druhý kopec.
- 44/4 B, D, A, C. Strmší kopec napr. znamená, že by z neho šli na bicykli veľmi rýchlo.
- 44/5 Z prvého. Je strmší. Je tam väčší uhol.
- 44/6 Smerom C.
- 44/7 Napr.: Smeč je tým strmší, čím menší je uhol medzi smerom smeču a sieťou.

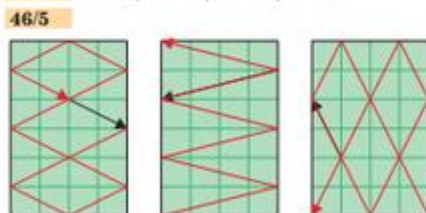
# Uhly pri biliarde



- 45/3 Na treťom obrázku sme si pomohli pomocnými čiarami.



- 45/4 A = D, B = K, C = H, F = J



# Hádzanie a uhol

- 46/2 Smerom určeným šípkou B.

# Počítame s desatinnými číslami 2

## Násobenie desatinných čísel

## Násobenie desatinného čísla prirodzeným číslom

- 47/1 22,32; 44,64
- 48/2 a) 243,36; b) 4,392; c) 351,45.
- 48/4 103,6; 33,075; 48,204; 0,607 2; 187,83; 5,184
- 48/5 1 080,4; 102,9; 369,564; 11,1; 709,58; 29,359 4
- 48/6 Dva výsledky v každom stĺpci sú vždy rovnaké: 7,82; 20,46; 9,536 8; 0,010 998; 148,910 36; 0,339 3.
- 48/7 „... sa nezmení.“ alebo „... bude rovnaký.“ a pod.
- 48/8 5,6; 39,2; 15,48; 0,484 2; 3,6; 277,4

## Násobenie desatinného čísla prirodzeným číslom

- 49/Experiment 1 0,63; 0,78; 4,594; 0,07; 0,000 004 5; 5,6; 0,505 7; 0,004 81; 3,470 8; 0,01
- 49/1 „...posunieme o 1 miesto doľava.“
- 49/Experiment 2 0,063; 0,078; 0,459 4; 0,007; 0,000 000 45; 0,56; 0,050 57; 0,000 481; 0,347 08; 0,001
- 49/2 „... posunieme o 2 miesta doľava.“
- 49/Experiment 3 0,006 3; 0,007 8; 0,045 94; 0,000 7; 0,000 000 045; 0,056; 0,005 057; 0,000 048 1; 0,034 708; 0,000 1
- 49/3 „... posunieme o 3 miesta doľava.“
- 50/4 Dva výsledky v každom stĺpci sú rovnaké: 0,005 6; 0,004 93; 0,000 53; 0,023 709; 0,000 006 5; 0,007.

tab. 5

| krát  | desať      | sto        | tisíc      |
|-------|------------|------------|------------|
| desať | sto        | tisíc      | desaťtisíc |
| sto   | tisíc      | desaťtisíc | stotisíc   |
| tisíc | desaťtisíc | stotisíc   | milión     |

| krát     | desatina      | stotina       | tisícina      |
|----------|---------------|---------------|---------------|
| desatina | stotina       | tisícina      | desaťtisícina |
| stotina  | tisícina      | desaťtisícina | stotisícina   |
| tisícina | desaťtisícina | stotisícina   | milióntina    |

- 50/5 „... číslom 1 000.“
- 50/6 a) číslom 100; b) posunieme o 4 miesta doľava; c) 0,01; d) 0,1; e) posunieme o 7 miest doľava; f) číslom 0,000 1; g) číslom 100 000; h) 0,000 01.
- 50/7 Po riadkoch: 0,1; 0,01; 0,01; 0,1; 0,001; 0,001; 0,001; 0,000 1; 0,000 01.

# Nakupujeme

- 51/1 a) 2,80 €, b) 4,20 €, c) 7 €, d) 16,80 €.
- 51/2 Paprika stála 6,30 €, jablká boli za 8,70 €, hrušky za 7,04 € a hrozno za 19,12 €. Celý nákup stál 41,16 €.
- 51/3 0,08 €
- 52/4 Pravdu majú obaja.
- 52/5 3,91 €
- 53/6 a) 11,20 €, b) 0,28 €, c) 1,68 €, d) 12,88 €.
- 53/7 a) 20,70 €, b) 0,23 €, c) 0,92 €, 21,62 €.
- 53/8 a) 56,40 €, b) 0,47 €, c) 3,76 €, d) 60,16 €.
- 53/9 a) 2,07 €, b) 2,88 €, c) 7,83 €.
- 53/10 a) 4,23 €, b) 21,62 €, c) 60,16 €.
- 53/11 a) 2,72 €, b) 21,01 €, c) 91,80 €.
- 53/12 3,68; 9,12; 3,64; 14,44; 58,08; 220,43
- 54/13 0,01 €
- 54/14 (Pozri tab. 5)
- 54/15 100 000; 0,000 01; 1 000 000; 0,000 001; 1 000 000; 0,000 001; 100 000 000; 0,000 000 01; 100 000 000; 0,000 000 01; 10 000 000 000; 0,000 000 000 1

## Násobenie dvoch desatinných čísel

- 55/1 sčítame
- 56/2 (Pozri tab. 6 na strane 154)
- 56/3 0,48; 0,063; 0,014 4; 0,108; 0,030 6; 0,000 1
- 56/5 453,534; 45,353 4; 453,534;

45,353 4; 4,535 34; 0,453 534;  
0,004 535 34; 0,000 453 534;  
0,000 453 534

56/6 0,063; 0,64; 0,018; 0,005 6;  
0,000 054; 0,000 000 35

56/7 0,504; 0,057 8; 0,726; 1,072 5;  
0,004 379 2

56/8 Po stĺpcoch: 368; 3,68; 1 932;  
0,019 32; 6 878; 0,006 878;  
617 232; 0,617 232; 48 282 795;  
4,828 279 5.

56/9 Po riadkoch: 0,603 2; 0,962;  
1,932; 0,013 23; 1 521,160 2;  
1,814 86; 0,003 094;  
0,000 000 098 8.

## Vraciame sa k nakupovaniu

57/1 3,64 €

57/2 7,99 €

57/3 5,36 €

57/4 40,13 €

58/5 Nie. 5,5 kg šampiňónov stojí  
15,40 €. Chýbať bude 0,40 €, teda  
40 centov.

58/6 a) 6,80 € (2 kg dostanú zadarmo),  
b) 4,68 € (2 kg dostanú zadarmo),  
c) 20,31 € (3 kg dostanú  
zadarmo),  
d) 31,79 €.

58/7 Bez zľavy by zaplatili 10,20 € za  
hrušky, 6,38 € za jablká a 30,06 €  
za čerešne. Spolu by bez zľavy  
zaplatili 46,64 €. Ušetrili  
46,64 € - 31,79 € = 14,85 €.

## Precvičte si násobenie desatinných čísel

58/1 0,06; 0,02; 0,000 12; 0,14; 1,4; 14;  
16; 480; 2 400

58/2 Po riadkoch: 234 337,6; 23 433,76;  
2 343,376; 23,433 76; 23,433 76;  
2,343 376; 0,023 433 76;  
2 343 376; 0,002 343 376.

58/3 (Pozri tab. 7)

58/4 Čísla v treťom stĺpci v tabuľke  
vzniknú ako súčet čísel v prvom  
a druhom stĺpci. Čísla v piatom  
stĺpci sú súčtom čísel v treťom  
a štvrtom stĺpci.

58/5 Áno, má pravdu.

58/6 a) 100, b) 7, c) 0,012, d) 100,  
e) Napr. 18 a 1 000.

59/7 Napr. 18 a 1 000, alebo 180  
a 10 000, alebo 1,8 a 100.

59/8 Napr. a) 0,36 a 1; 0,036 a 10; 3,6  
a 0,1; 36 a 0,01;

b) 0,072 a 1; 0,72 a 0,1; 7,2 a 0,01;  
72 a 0,001;

c) 14,4 a 0,1; 144 a 0,01; 1 440  
a 0,001; 0,144 a 10.

59/9 A = 0,3; B = 0,03; C = 0,002;  
D = 0,000 4; E = 30; F = 0,003.

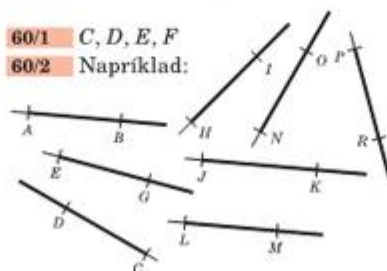
59/10 a) 19,22; b) 8,778; c) 0,156;  
d) 8,844.

## Uhly 2

### Uhly v matematike

60/1 C, D, E, F

60/2 Napríklad:



60/3 Má to dobre. Na obrázku sú rôzne  
polpriamky AJ, JE, JA, ET, EA,  
TO, TJ, OT.

60/4 a) A, B, C, D, E;

b) A, B, C, D, E;

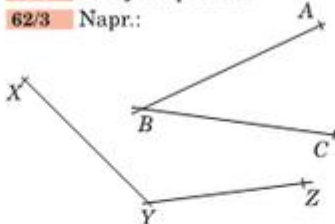
c) D, E, F.

60/5 W

### Uhol, vrchol a ramená

62/2 Juraj má pravdu.

62/3 Napr.:



tab. 6

|       | 0,3    | 0,04    | 0,34     | 16       | 16,34       |
|-------|--------|---------|----------|----------|-------------|
| 2,35  | 0,705  | 0,094   | 0,799    | 37,6     | 38,399      |
| 3,8   | 1,14   | 0,152   | 1,292    | 60,8     | 62,092      |
| 6,82  | 2,046  | 0,272 8 | 2,318 8  | 109,12   | 111,438 8   |
| 0,74  | 0,222  | 0,029 6 | 0,251 6  | 11,84    | 12,091 6    |
| 77,21 | 23,163 | 3,088 4 | 26,251 4 | 1 235,36 | 1 261,611 4 |

tab. 7

|               |                           |                    |         |
|---------------|---------------------------|--------------------|---------|
| 11 · 0,2 =    | 11 · 2 desatiny =         | 22 desatín =       | 2,2     |
| 23 · 0,3 =    | 23 · 3 desatiny =         | 69 desatín =       | 6,9     |
| 1,4 · 0,6 =   | 14 desatín · 6 desatín =  | 84 stotín =        | 0,84    |
| 0,18 · 2,4 =  | 18 stotín · 24 desatín =  | 432 tisícín =      | 0,432   |
| 5,2 · 0,03 =  | 52 desatín · 3 stotiny =  | 156 tisícín =      | 0,156   |
| 6,1 · 0,012 = | 61 desatín · 12 tisícín = | 732 desaťtisícín = | 0,073 2 |

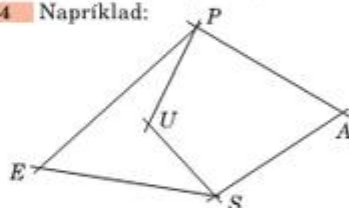
## Aké mená majú uhly?

63/1 AVB alebo BVA.

63/2 RST alebo TSR, KLM alebo MLK,  
OPQ alebo QPO.

63/3 Pretože bod R by musel byť  
vrcholom uhla, čo nie je.

63/4 Napríklad:



63/5 Áno, má pravdu.

64/6 a), b), d), e).

64/7 taxi, bios (život), polis (mesto),  
mikros (malý)

64/9 a) Všetky uhly majú spoločný  
vrchol. b) Spoločné rameno majú  
dvojice uhlov  $\alpha$  a  $\beta$ ,  $\beta$  a  $\gamma$ ,  $\gamma$  a  $\delta$ ,  
 $\delta$  a  $\alpha$ .

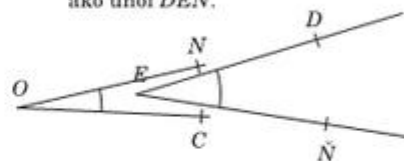
64/10 Dva uhly ACB, dva uhly ACD, dva  
uhly BCD.

## Porovnávanie uhlov



65/1 a) D, b) C.

65/5 Nemá pravdu. Vysvetlenie: Napr.  
stačí predĺžiť ramená uhla NOC  
a vidíme, že uhol NOC nie je väčší  
ako uhol DEN.

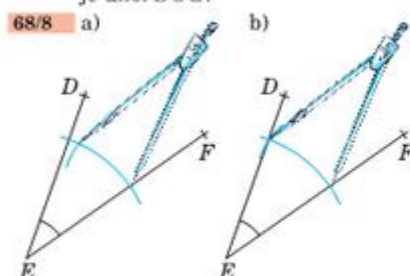




Iné vysvetlenie nájdete v ďalšom texte.

67/6 Uhol DEF.

67/7 Najväčší je uhol DGO a najmenší je uhol DOG.



68/9 a) Uhol RAK je väčší ako uhol GOL. b) Uhly PES a RAK sú rovnako veľké.

68/10 Všetky uhly sú rovnaké.

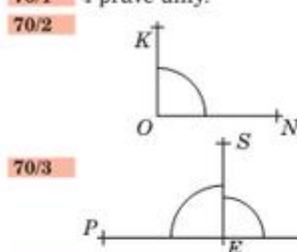
69/12 Nie je. Nemožno ju použiť vtedy, keď jeden z uhlov je „ten menší“ a druhý „ten väčší“.

69/13 Od najmenšieho: B, D, A, C.

69/14 a) Uhol  $\alpha$  je menší ako uhol  $\beta$ .  
b) Uhly majú rovnakú veľkosť.

### Pravý, ostrý, tupý, priamy

70/1 4 pravé uhly.



70/3

71/4 Menšie uhly ako pravý uhol sú uhly A a C. Väčšie sú uhly B, D, E a F.

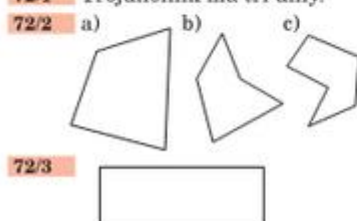
71/5 B a E.

71/6 Menšie uhly ako priamy uhol sú uhly A, B, C a E. Väčšie sú uhly D a F.

71/7 tupý, ostrý, ostrý

### Uhly v trojuholníkoch

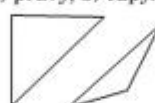
72/1 Trojuholník má tri uhly.



72/4 a) 2, b) 3, c) 2, d) 2.

72/5 Taký trojuholník neexistuje.

73/6 a) pravý, b) tupý.



73/7 Taký trojuholník neexistuje.

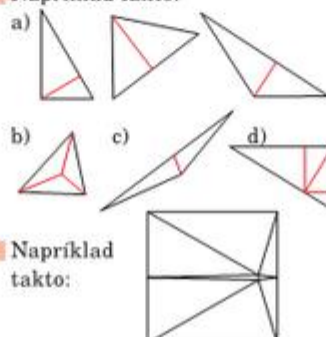
73/8 Má pravdu v tom, že ak priamky predĺžime, tak sa pretnú. Nemá pravdu v tom, že vznikne trojuholník s dvoma tupými uhlami.

74/9 Ostrouhlé: A, E, pravouhlé: C, D, tupouhlé: B, F.

74/10 Dva pravouhlé trojuholníky.

74/11 a)  $6 \text{ cm}^2$ , b)  $30 \text{ cm}^2$ , c)  $96 \text{ cm}^2$ .

74/12 Napríklad takto:



### Počítame s desatinnými číslami 3

#### Delenie desatinných čísel

76/1 6 142, zv. 0; 0, zv. 3; 6 030, zv. 8; 92 021, zv. 4; 65 608, zv. 2; 59 009, zv. 3

76/2 20

#### Delenie prirodzeným číslom

78/2 So zvyškom: 29, zv. 9.

Bez zvyšku: 29,75.

78/3 Áno, má pravdu.

79/4 a) 19, zv. 1; 7, zv. 4; 6, zv. 3; 9, zv. 3; 3, zv. 3; 4, zv. 7; 2, zv. 7; b) 19,5; 7,8; 6,5; 9,75; 3,25; 4,875; 2,437 5.

79/5 a) 4 049, zv. 2; 404, zv. 7; 40, zv. 3; 4, zv. 0; 0, zv. 3; b) 4 049,25; 404,875; 40,375; 4; 0,375.

79/6 58,5; 1 016,75; 6 840,25; 148 068,4; 487 093,125

79/7 18,75; 116,525; 9,605; 61,185 375

79/8 18,75; 116,525; 9,605; 61,185 375

79/9 14,865

80/10 2,7; 1,35; 1,24; 8,212 5; 0,892 5

80/11 a) 13,75; 38,595; 14,461;

b) 6,875; 19,297 5; 7,230 5;

c) 5,5; 15,438; 5,784 4;

d) 3,437 5; 9,648 75; 3,615 25.

80/12 a) 13,90 €, b) 10,82 €, c) 47,30 €.

80/13 2,49 €

80/14 2,08 € (po zaokrúhlení)

80/16 3,19 €

### Delenie číslami 0,1; 0,01; 0,001...

81/Experiment 1 63; 78; 459,4; 7; 0,000 45; 560; 50,57; 0,481; 347,08; 1

81/1 .... posunieme o 1 miesto doprava."

81/Experiment 2 630; 780; 4 594; 70; 0,004 5; 5 600; 505,7; 4,81; 3 470,8; 10

81/2 .... posunieme o 2 miesta doprava."

82/Experiment 3 6 300; 7 800; 45 940; 700; 0,045; 56 000; 5 057; 48,1; 34 708; 100

82/3 .... posunieme o 3 miesta doprava."

82/4 Dva výsledky v každom stĺpci sú rovnaké: 5 600; 4 930; 530; 23 709; 6,5; 7 000.

82/5 .... číslom 100."

82/6 a) .... číslom 1 000."

b) .... posunieme o 5 miest doprava."

c) .... 0,000 1." d) .... 0,01."

e) .... posunieme o 6 miest doprava."

82/7 Po riadkoch: 0,1; 0,01; 0,001; 0,01; 0,01; 0,001; 0,001; 0,000 000 01; 0,000 1.

82/8 Po riadkoch:  $\cdot 10^4$ ;  $\cdot 100^4$ ;  $\cdot 1 000^4$ ;  $\cdot 100^4$ ;  $\cdot 1 000^4$ ;  $\cdot 1 000^4$ ;  $\cdot 100 000 000^4$ ;  $\cdot 10 000^4$ .

### Delenie desatinného čísla desatinným číslom

83/Experiment 1 Všetky výsledky sú rovnaké (68).

83/2 Zadané 0,000 612 : 0,000 009 si Kamila predstaví v kilometroch. Počítať bude v milimetroch. 0,000 612 km = 612 mm, 0,000 009 km = 9 mm. Preto 0,000 612 : 0,000 009 = 612 : 9 = 68.

- 83/3 a) 78, b) 46, c) 84, d) 84.  
 83/4 1 240,2  
 84/5 Po riadkoch: 3; 30; 300; 3 000; 30; 300; 3 000; 30 000; 5; 0,5; 0,05; 0,000 5.  
 84/6 Po riadkoch: 12,1; 1,21; 0,121; 0,012 1; 1 210; 12 100; 121 000; 1 210 000; 121; 12,1; 0,121; 121.  
 84/7 A = 9; B = 800; C = 0,009; D = 0,04; E = 1 200; F = 0,3.  
 84/8 a) 25,2; b) 31,68; c) 0,02; d) 0,18.  
 84/9 a) 1,55 €, b) 2,56 €.  
 84/10 20 € bude stačiť, pretože druhý nákup bude stať presne 19,98 €.  
 84/11 0,4; 2,18; 6,25; 12,12

## Je násobenie zväčšovanie a delenie zmenšovanie?

- 85/1 a) 12; b) 21; c) 74,52; d) 1,2; e) 0,042. Väčšie ako 6 sú iba výsledky v častiach a), b) a c). V časti d) a e) sú výsledky menšie.  
 85/2 Po riadkoch: 0,16; 5,6; 7,92; 8,08; 11,68; 188,8; 0,34; 11,9; 16,83; 17,17; 24,82; 401,2; 0,006; 0,21; 0,297; 0,303; 0,438; 7,08. Výsledky väčšie ako dané číslo sme dostali, keď sme násobili číslami 1,01; 1,46 a 23,6. Výsledky menšie ako dané číslo sme dostali, keď sme násobili číslami 0,02; 0,7 a 0,99.  
 85/3 a) 6; b) 3; c) 1,5; d) 20; e) 120. Menšie ako 6 sú výsledky v častiach b) a c). Väčšie ako 6 sú výsledky v častiach d) a e).  
 85/4 a) Pri delení číslom väčším ako 1. b) Pri delení číslom menším ako 1.  
 85/5 a) Dané číslo. b) 1,4-násobok daného čísla. c) Dané číslo vydelené číslom 0,5. d) Dané číslo.

## Uhly 3

### Meranie uhlov

#### Ako budeme merať uhly?

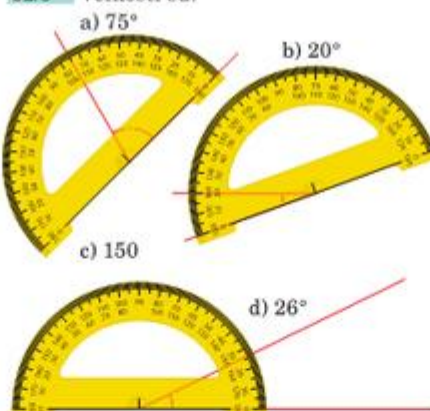
- 88/2 Áno, má to dobre.  
 88/4 Nie je správny.  
 89/5 a) Presne 2. b) Presne 3.  
 89/6 Presne 90.  
 89/7 Štyri stupne, päťdesiat stupňov, sto osemdesiat stupňov.  
 89/8 Uhol AXB meria 5°, uhol BXC

meria 9°, uhol CXD 18°, uhol AXC meria 14°, uhol BXD meria 27° a uhol AXD meria 32°.

- 90/9 Pretože 30° môže odmerať pomocou uhlov s veľkosťou 10° a 20°.  
 90/10 80°  
 90/11 Napríklad: 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°, 90°, 100°. Sú aj ďalšie uhly.  
 90/12 Pomocou štyroch vystrihnutých uhlov sa dajú uhly odmerať iba približne.

### Uhlomer

- 92/1 a) Uhlomer priložili správne. b) Uhol na obrázku meria 45°, pravdu má Gabika.  
 92/2 a) Nesprávne. Neprekryva sa ani jedno rameno s dolnou čiarou na uhlomere. b) Nesprávne. Uhol je mimo stupnice uhlomera. c) Správne. d) Nesprávne. Vrchol uhla nie je na čiarke v strede dolnej čiary uhlomera.  
 92/3 Veľkosti sú:



- a) 75°  
 b) 20°  
 c) 150°  
 d) 26°  
 92/4 62°, 118°  
 92/5 Soňa aj Klára si vybrali nesprávnu stupnicu. Soňa na nej prečítala veľkosť sprava, Klára zľava.  
 93/6 a) 117°, b) 15°, c) 173°.  
 93/7 a) 55°, b) 35°.  
 93/8 a) 37°, b) 118°, c) 29°, d) 48°, e) 50°, f) 147°.  
 93/9 a)  $\alpha = 98^\circ$ ,  $\beta = 47^\circ$ ,  $\gamma = 35^\circ$ , b)  $\alpha = 44^\circ$ ,  $\beta = 31^\circ$ ,  $\gamma = 105^\circ$ .  
 94/10 126°  
 94/11 a) 180°, b) 180°.  
 94/12 a) 2, b) 4, c) približne 1,33, d) 6, e) 0,25.  
 94/13 O 106°.

- 95/14 360°  
 95/15 Uhly merajú približne 37° a 53°. Obvod je 12 cm.  
 95/16 Najhorší strelecký uhol má hráč A, najlepší hráč B.  
 95/17 Približne 3°.  
 95/18 V každom trojuholníku majú dva uhly rovnakú veľkosť.

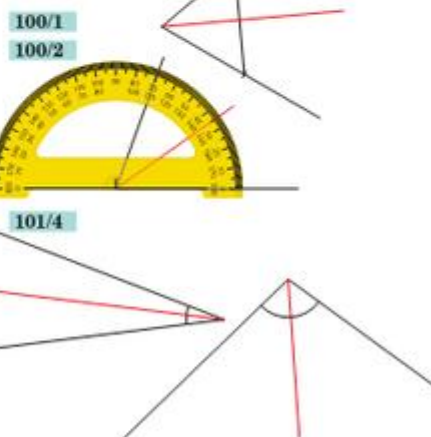
### Rysovanie uhlov

- 96/3 Tretí uhol každého trojuholníka meria 70°.

### Koľko stupňov merajú ostré, pravé, tupé, priame a ešte väčšie uhly?

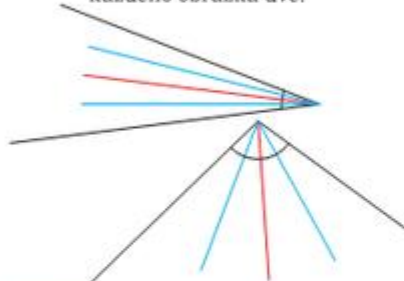
- 97/1 90°  
 97/2 180°  
 97/3 90, 90, 180  
 97/4 Má to správne. Od veľkosti uhla, ktorý zodpovedá celému kruhu (360°) odpočítal uhol 70°.  
 97/5 a) 240°, b) 300°, c) 340°.  
 97/6   
 97/7 180  
 99/8 a) 120 minút, b) 210 minút, c) 720 minút, d) 252 minút.  
 99/9 a) 120', b) 210', c) 720', d) 252'.  
 99/10 a) 1 hodina; b) pol hodiny, teda 0,5 hod.; c) 2,5 hod.; d) 15 hod.  
 99/11 a) 1°, b) pol stupňa, teda 0,5°, c) 2,5°, d) 15°.  
 99/12 a) 3°0', b) 3°30', c) 4°12', d) 5°15'.

### Os uhla



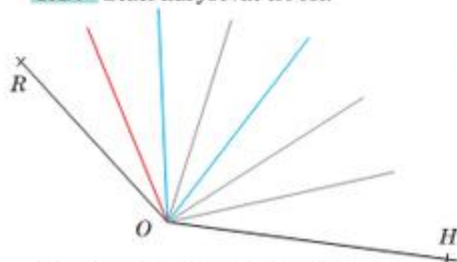


- 101/5 Stačí dorysovať ešte štyri osi – do každého obrázku dve.



- 101/6 Osi uhlov (ak sú presne narysované) sa v každom trojuholníku pretínajú v jednom bode.

- 101/7 Stačí narysovať tri osi.



### Susedné a vrcholové uhly

- 102/1  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 150^\circ$ ,  $\gamma = 30^\circ$ ,  $\delta = 150^\circ$

- 102/2 Áno, sú.

- 102/3 Súčet ich veľkostí je vždy presne  $180^\circ$ .

- 103/4 a) CBE, b) ABC, c) EBC a ABD.

- 103/5  $23^\circ$ ,  $157^\circ$ ,  $23^\circ$ ,  $157^\circ$

- 103/6  $90^\circ$

- 103/7  $35^\circ$

- 104/8  $50^\circ$  alebo  $130^\circ$ .

- 104/9 Priamky zvierajú dva uhly. Jeden meria  $50^\circ$ , druhý meria  $130^\circ$ . Preto mohol mať Dušan napísané ako riešenie jednu veľkosť a Kamila druhú. Obaja to majú správne.

- 104/10 a)



- 104/11 a)  $70^\circ$  a  $110^\circ$ , b)  $73,5^\circ$  a  $106,5^\circ$ .

- 104/12 a)  $45^\circ$  a  $135^\circ$ , b)  $12^\circ$  a  $168^\circ$ .



- 104/14



- 104/15 Stačí narysovať os daného uhla a jeden z uhlov, ktoré sme dostali, opäť rozdeliť osou na dva rovnako veľké uhly.

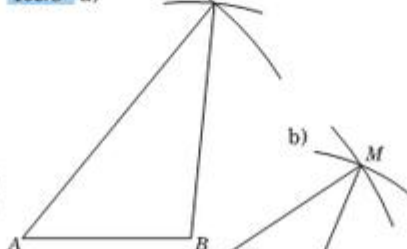


## Konstruktívne úlohy

### Jednoduché konštrukcie

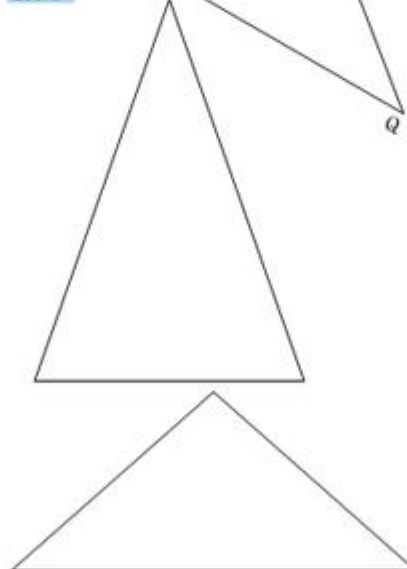
### Rysujeme rovnaké obrázky

- 109/8 a)

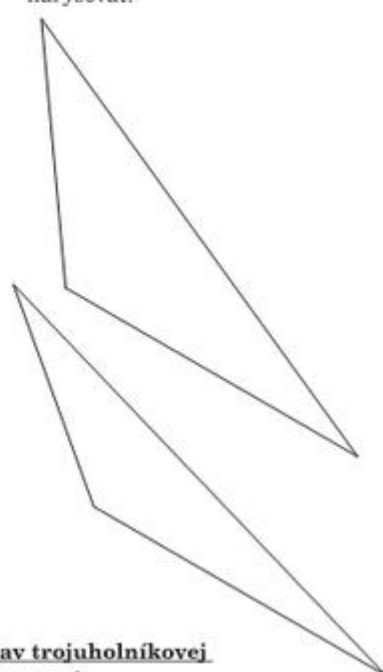


- c)

- 109/9



- 109/10 Prvé dva trojuholníky sú na obrázku, tretí a štvrtý sa nedá narysovať.



### Objav trojuholníkovéj nerovnosti

### Meriame krivé čiary

- 110/1 Najdlhšia cesta je zelená: 16,0 cm, potom modrá: 15,9 cm a najkratšia je červená: 15,7 cm.

- 110/2 Dĺžky čiar sú: čierna: 7,3 cm, červená: 11,8 cm, modrá: 9,1 cm, žltá: 7,1 cm, zelená: 11,9 cm.

- 110/3 Aj vy ste si odstrihli niť príslušnej dĺžky a tú potom „obkreslili“?

- 110/4 25,1 cm, 44,0 cm, 62,8 cm.

- 110/5 3,2 cm, 4,0 cm, 4,8 cm.

### Vzdialenosť

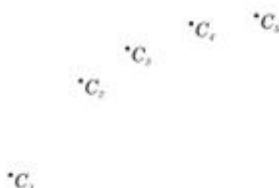
- 111/2 „Dĺžka úsečky CD je 5 cm“ alebo „úsečka CD meria 5 cm“, „dĺžka úsečky AB je väčšia ako dĺžka úsečky EF“

- 111/3 a) \*C

A'

\*B

b)



13 cm. d) Prostredne dlhá strana trojuholníka môže mať dĺžku od 13 cm do 19 cm.

## Pokračujeme v konštrukciách

**114/2** Narysovať sa dajú trojuholníky so stranami: 2,8 cm, 3,9 cm, 6,4 cm; 2,8 cm, 6,4 cm, 8 cm; 3,9 cm, 6,4 cm, 8 cm; 6,4 cm, 8 cm, 12 cm.

**115/7** Narysovať sa dá iba trojuholník *SUD*.

**117/8** Pozri na [www.orbispictus.sk](http://www.orbispictus.sk) v anotácii učebnice.

**117/9**  $\angle ACB = 63^\circ$ ,  $\angle EFD = 35^\circ$ ,  $\angle HGI = 40^\circ$ ,  $\angle CAB = 72^\circ$

**117/10** Približne 4 km.

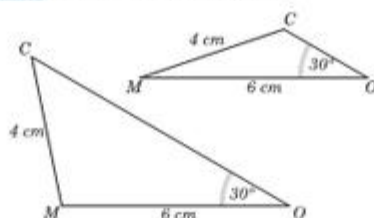
**117/11** Pozri na [www.orbispictus.sk](http://www.orbispictus.sk) v anotácii učebnice.

**118/15** Pozri riešenie nasledujúcej úlohy.

**118/16** Pozri na [www.orbispictus.sk](http://www.orbispictus.sk) v anotácii učebnice.

**118/17** Treba začať úsečkou *MO*, resp. uhlami *COM* a *COM*.

**118/18** Úloha má dve riešenia.



**118/19** Sú tri také trojuholníky.

**118/20** Sú štyri také trojuholníky.

## Počítame s desatinnými číslami 4

### Aritmetický priemer

**119/2** V 6.A približne 5,33 kg, v 6.B približne 5,77 kg.

### Priemer dvoch čísel

**120/2** a) Áno, b) áno, áno.

**121/3** Áno, sú rovnaké. a) 68,5 g, b) 37,7 t, c) 15,44 kg.

**121/4** Ich priemer je vždy 48.

**122/5** a) 152 cm, od oboch sa odlišuje o 6 cm, b) 27,50 €, od oboch sa odlišuje o 3,50 €, c) 49,35, od oboch sa odlišuje o 1,95.

**122/6** 22,5

**122/7** a) 79, b) 69, c) 59, d) 49, e) 39.

**122/8** 40,375; 33,525; 27,6

**122/9** Zakaždým 2,45.

### Priemer troch čísel

**123/1** 163 cm

**123/2** Priemer je vždy 13.

**124/3** a) 30; nad priemerom aj pod priemerom je rovnako (6); b) 95; nad priemerom aj pod priemerom je rovnako (24); c) 10,1; nad priemerom aj pod priemerom je rovnako (5,7); d) 3,292; nad priemerom aj pod priemerom je rovnako (5,708); e) 2,3333333333333333...; nad priemerom aj pod priemerom je rovnako (1,666666...).

**124/4** Nemá pravdu. Ak nulu škrtne, ostnú len dve čísla. Ich priemer bude iný, ako priemer troch čísel s nulou, lebo by sme pri výpočte delili len dvoma a nie tromi.

### Priemer viacerých čísel

**125/1** Karol má denne priemerne 6,2 hodiny, Samo má denne priemerne 6,6 hodiny. Samo má denne v priemere viac hodín.

**125/2** Karol: Pod priemerom je 0,2 + 0,2 + 1,2 = 1,6; nad priemerom je 0,8 + 0,8 = 1,6. Samo: Pod priemerom je 0,6 + 0,6 = 1,2; nad priemerom je 0,4 + 0,4 + 0,4 = 1,2.

**125/3** a) 6; b) 4,975; c) 5,004; d) 1 213,4; e) 1,75.

**125/4** a) 3; b) 2; c) 1,5; d) 1,2; e) 1.

**125/5** 24

**125/6** 7,8 km

**126/7** a) Lepšie známky boli za dôležitejšie aktivity (napr. písomky, testy...), horšie známky za menej dôležité aktivity. b) Mohla. Ak by 3 a 4 dostala z dôležitých testov. Z ďalšieho testu mala 2. Päť jednotiek mohla dostať za malé domáce úlohy. Potom by asi bola trojka zaslúžená.

**126/8** a)  $(0,01 € + 0,02 € + 0,05 € + 0,10 € + 0,20 € + 0,50 € + 1 € + 2 €) : 8 = 3,88 € : 8 = 0,485 €$ ; b)  $(5 € + 10 € + 20 € + 50 € +$

A

B

**111/4** a) Riešením je úsečka *AB* (Pozri obr. 1). b) Nedá sa narysovať. c) Dĺžka úsečky musí byť aspoň 3 cm (Pozri obr. 2).

### Trojuholníková nerovnosť

**111/1** Dĺžka  $|AC|$  strany *AC* je dĺžka najkratšej čiary, ktorá spája body *A* a *C*. Strany *AB* a *BC* tvoria spolu tiež čiaru, ktorá spája body *A* a *C*. Dĺžka tejto čiary je nutne väčšia ako dĺžka najkratšej čiary *AC*. Preto platí:

$$|AB| + |BC| > |AC|.$$

**112/2** Dĺžkami strán trojuholníka by mohli byť trojice a) a c).

**112/3** Úloha má dve riešenia: (1C, 2E, 3A, 4B, 5D), (1D, 2E, 3A, 4B, 5C).

**113/6** Pravdu má Nataša. Cyril má pravdu, že tretia strana musí byť menšia ako 28 cm. Zároveň však musí byť táto tretia strana spolu so stranou dlhou 8 cm dlhšia ako strana 20 cm. Preto tretia strana musí byť väčšia ako 12 cm. Cyril našiel iba jednu z dvoch podmienok. Správne riešenie úlohy 5 je: Tretia strana musí byť väčšia ako 12 cm a súčasne menšia ako 28 cm. Cyrilovu podmienku by spĺňala napr. aj strana dĺžky 10 cm. Tá by však nemohla byť trefou stranou trojuholníka.

**113/7** Tretia strana musí byť menšia ako 386 mm a súčasne väčšia ako 14 mm.

**113/8** a) Tretia strana trojuholníka musí byť väčšia ako 6 cm a zároveň menšia ako 32 cm. b) Najdlhšia strana trojuholníka môže mať dĺžku od 19 cm do 32 cm (ale nie 32 cm). c) Najkratšia strana môže mať dĺžku viac ako 6 cm a najviac





+ 100 € + 200 € + 500 €) : 7 =  
= 885 € : 7 = 126,428 57 €  
(približne);  
c) Všetky mince a bankovky spolu  
majú hodnotu 888,88 €.  
Priemerná hodnota platidla je  
59,258 7 € (po zaokrúhlení).

**126/10** Má pravdu. Uvedená približná  
metóda funguje iba vtedy, ak  
žmurkáme stále „rovnačo“.

**126/11** Nie je.

**126/12** Napr. čísla 5, 5, 5. Ich priemer  
je 5. Aj Tomášovým postupom  
vyjde 5.

**126/13** Áno, je správny.

**126/14** Nemá pravdu.

**127/15** Napr. 199 cm, 199 cm, 199 cm,  
199 cm, 199 cm, 199 cm, 199 cm  
a 207 cm.

**127/16** 10

**127/17** Stačí odmerať napr. 100 listov.  
Ak vyjde napr. 1,2 cm, jeden list  
meria 1,2 cm : 100 = 0,012 cm =  
= 0,12 mm.

## Trochu zvláštne čísla

**128/1** 180,75

**128/2** a) 1,6666666666...;  
b) 1,8333333333...;  
c) 11,11111111111111...;  
d) 1,818181818181...;  
e) 1,571428571428571...

**129/3** 1,6; 1,83; 11,1; 1,81; 1,571428

**129/4** a) 4,3; b) 0,8; c) 2,72; d) 3,846153.

**129/5** Po riadkoch: 0,142857; 0,285714;  
0,428571; 0,571428; 0,714285;  
0,857142; 1; 1,142857; 1,285714;  
1,428571.

Opakujúce sa skupinky cifier sa  
skladajú stále z tých istých cifier  
1, 2, 4, 5, 7, 8. Sú stále v tom  
istom poradí (za 1 ide vždy 4, za 4  
ide vždy 2, atď.). Navyše v perióde  
vystupujú tri dvojčiferné čísla 14,  
28 a 57, pričom  $14 \cdot 2 = 28$  a  $28 \cdot 2$   
je skoro 57.

**129/6** Napríklad: a) 47 : 9, b) 7 : 6,  
c) 5 : 6.

**129/7** Napríklad 13 : 11.

## Obsah útvarov a desatinné čísla

**130/1** 52 cm<sup>2</sup>, 53,32 cm<sup>2</sup>

**130/2** 8,88 cm<sup>2</sup>

**131/3** Áno, vyjde rovnaký obsah.

**131/4** a) Na decimetre. Obsah je  
1 344 dm<sup>2</sup> = 13,44 m<sup>2</sup>.

b) Na milimetre. Obsah je  
252 047 mm<sup>2</sup> = 25,204 7 dm<sup>2</sup>.

c) Na milimetre. Obsah je  
56 644 mm<sup>2</sup> = 0,056 644 m<sup>2</sup>.

**131/5** Áno, výsledky sú rovnaké.

**132/6** 182,4 cm<sup>2</sup> = 1,824 dm<sup>2</sup>

**132/7** Nie, nie je správny.

**132/8** Viktorovou chybou je, že  
vynásobil centimetre  
s decimetrami.

**132/9** a) 84,24 cm<sup>2</sup>,

b) 724,2 dm<sup>2</sup> = 7,242 m<sup>2</sup>,

c) 1 280 mm<sup>2</sup> = 0,128 dm<sup>2</sup>.

**132/10** 866,25 m<sup>2</sup> = 8,662 5 a =  
= 0,086 625 ha

**132/11** a) 31,2 cm, b) 1,1 dm.

## Trojuholníky

### Vety o zhodnosti trojuholníkov

**133/2** a) je zhodný s c) podľa vety sss,  
c) je zhodný s h) podľa vety sus,  
b) je zhodný s f) podľa vety usu,  
f) je zhodný s i) podľa vety usu,  
b) je zhodný s i) podľa vety usu.

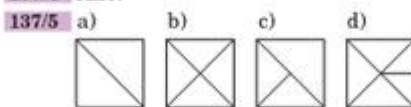
**134/3** Zhodné sú dvojice trojuholníkov:  
*ABC* a *STU* podľa vety sus,  
*DEF* a *MNO* podľa vety usu,  
*GHI* a *PQR* podľa vety sss.

### Rovnoramenný trojuholník

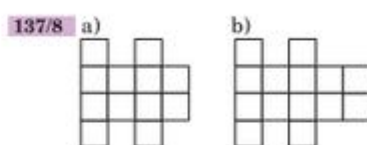
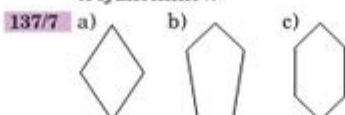


**137/3** a) 21° a 21°, b) Sú dve riešenia:  
71° a 71° alebo 38° a 104°.

**137/4** Áno.



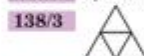
**137/6** Ak máme štvorec rozdelený  
na 5 rovnoramenných  
trojuholníkov, tak postupným  
delením vždy jedného  
trojuholníka na dva  
rovnoramenné trojuholníky  
pribudne vždy jeden  
rovnoramenný trojuholník, a tak  
sa vieme dostať k ľubovoľnému  
počtu rovnoramenných  
trojuholníkov.



### Rovnostranný trojuholník

**138/1** Všetky uhly merajú 60°.

**138/2** a) 9 cm, b) 15 cm.



**138/3** Áno.

**139/7** Rovnoramenné trojuholníky sú  
a), b), e), f), g) a h). Rovnostranný  
je trojuholník e).

**139/8** a) 40° a 100° (ak veľkosť 40° mal  
jeden z uhlov oproti ramenu)  
alebo 70° a 70° (ak veľkosť 40°  
mal uhol oproti základni),  
b) 60° a 60°, c) 88° a 4° alebo 46°  
a 46°, d) 40° a 40°. Rovnostranný  
je trojuholník v časti b).

**139/9** Áno, je rovnoramenný. Keďže  
uhol *ACB* meria 36°, tak uhly  
*CAB* a *ABC* merajú  
(180° - 36°) : 2 = 72°. Keďže dĺžka  
úsečiek *BD* a *AB* je rovnaká, aj  
trojuholník *ABD* je rovnoramenný.  
Uhly *BAD* a *ADB* sú preto  
rovnaké a majú veľkosť 72°. Potom  
uhol *ABD* meria 36°  
(= 180° - 72° - 72°). Uhol *DBC*  
potom tiež meria 36°. Uhly *DBC*  
a *DCB* majú rovnakú veľkosť,  
a preto je trojuholník *BCD*  
rovnoramenný so základňou *BC*.

### Kombinatorická odbočka

Viktorova séria

**140/1** 14

**140/2** a) Preto, lebo by nebola splnená  
trojuholníková nerovnosť.  
b) Vysvetlenie: Najprv vypísal  
prípady, keď najdlhšia strana je  
základňa. Potom vypísal prípady,  
keď najdlhšia strana sú ramená.  
Chybu urobil v tom, že možnosť  
10, 10, 10 započítal dva razy.

**140/3** a) 16, b) 17, c) 23, d) 44, e) 149

Dankina séria

**140/4** 15

**140/5** Danko vypisovala len  
rovnoramenné trojuholníky.

**141/6** Danko vypisovala len zvyšné dve  
strany (najkratšiu a najdlhšiu),  
druhá najmenšiu stranu rovnú

5 nepísala. Začínala vždy najkratšou stranou.

141/7 a) 21, b) 28, c) 45, d) 91, e) 325

Jankova séria

141/8 13

141/10 Darina má čiastočne pravdu. Aj trojuholník so stranami napr. 38, 21, 21 je rovnoramenný a má obvod 80. Dĺžka jeho najdlhšej strany je však 38 a tú sme už započítali v trojuholníku 38, 38, 4. Takže nijaké nové riešenia nepridubujú. Inými slovami povedané: číslo 38 patrí do nášho zoznamu, lebo vieme nájsť trojuholník, ktorý je rovnoramenný, jeho obvod je 80 cm a jeho najdlhšia strana je 38 cm. Aj keď takých trojuholníkov nájdeme viac, bude im v našom zozname prislúchať vždy iba jedno číslo – 38. Teda Jankovo riešenie netreba chápať tak, že našiel všetky možné trojice dĺžok, ktoré spĺňajú dané podmienky. Stačilo mu vždy uviesť aspoň jednu takú trojicu.

141/11 a) 14, b) 13, c) 14, d) 15, e) 20

Jarmilina séria

141/12 3

142/13 Jarmila najskôr zistila najkratšiu možnú dĺžku ramena. Potom však vypisovala všetky trojuholníky, nielen rovnoramenné.

142/14 Jarmila započítala niektoré možnosti viac ráz (napr. 4, 4, 5 a 5, 4, 4). Existujú iba tri rôzne možnosti: 4, 4, 5; 5, 5, 3; 6, 6, 1.

142/15 a) 3, b) 4, c) 3, d) 5, e) 8

142/16 249 trojuholníkov (od 251 cm, 251 cm, 498 cm až po 499 cm, 499 cm, 2 cm).

## Strany a uhly v trojuholníku

142/1 Tri dvojice rovnakých vonkajších (vrcholových) uhlov, teda šesť vonkajších uhlov.

142/2 Vždy dva vonkajšie uhly s veľkosťou: a)  $110^\circ$ ,  $152^\circ$ ,  $98^\circ$ , b)  $124^\circ$ ,  $162^\circ$ ,  $74^\circ$ , c) taký trojuholník neexistuje.

142/3 V rovnoramenných trojuholníkoch.

142/4  $120^\circ$

142/5 a)  $720^\circ$ , b)  $720^\circ$ , c)  $720^\circ$

142/6  $720^\circ$

143/9 a)  $|AC| > |AB| > |BC|$ ,

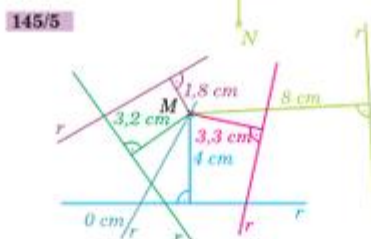
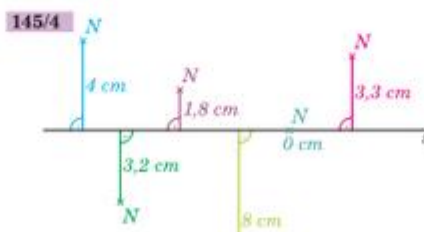
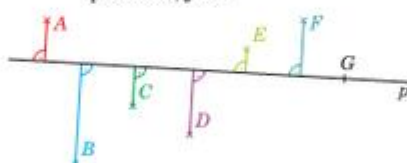
b)  $|DE| > |DF| = |EF|$ ,

c)  $|HI| > |GH| > |GI|$ .

## Výšky v trojuholníku

### Vzdialenosť

145/3 Vzdialenosť bodu, ktorý leží na priamke, je 0.



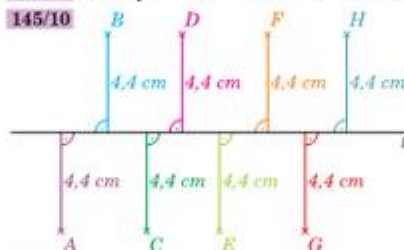
145/6 a) 4 cm, b) 5,5 cm, c) 4 cm,

d) 5,5 cm.

145/7 približne 5,2 cm.

145/8 a) približne 6 cm, b) približne 5 cm, c) približne 3,7 cm.

145/9 Všetky vzdialenosti sú rovnaké.



145/11 Stačí narysovať priamku, ktorá je rovnobežná s priamkou t, pričom vzdialenosť každého jej bodu od priamky t je 4,4 cm.

146/13 ...je kolmá aj na druhú z rovnobežiek.

146/15 10 obdĺžnikov: ABLK, ACMK, ADNK, AEOK, BCML, BDNL, BEOL, CDNLM, CEOM, DEON.

146/16 a)  $|a, b| = 1,5 \text{ cm}$ ;  $|a, c| = 2,5 \text{ cm}$ ;  $|a, d| = 5 \text{ cm}$ ;  $|b, c| = 1 \text{ cm}$ ;  $|b, d| = 3,5 \text{ cm}$ ;  $|c, d| = 2,5 \text{ cm}$ ; b)  $|a, b| = 2,7 \text{ cm}$ ;  $|a, c| = 4 \text{ cm}$ ;  $|a, d| = 5,7 \text{ cm}$ ;  $|b, c| = 1,3 \text{ cm}$ ;  $|b, d| = 3 \text{ cm}$ ;  $|c, d| = 1,7 \text{ cm}$ .

147/22 a) 8 mm; b) 9,5 mm; c) 9,5 mm; d) 7 mm.

## Výška trojuholníka, priesečník výšok

149/5  $v_{AC}$  alebo  $v_b$ ,  $v_{AB}$  alebo  $v_c$ .

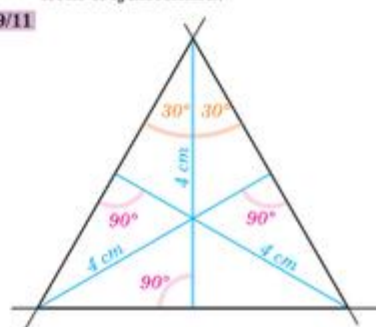
149/6  $v_{EL}$  alebo  $v_m$ ,  $v_{EM}$  alebo  $v_l$ ,  $v_{LM}$  alebo  $v_n$ .

149/8 Áno.

149/9 Áno. V ľubovoľnom rovnoramennom trojuholníku.

149/10 Áno. V ľubovoľnom rovnostrannom trojuholníku.

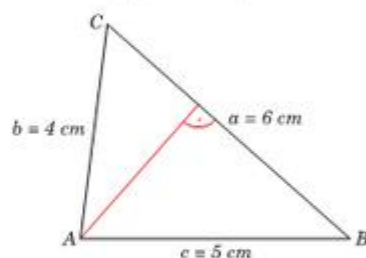
149/11



149/12 Všetky výšky prechádzajú jedným bodom.

149/13 Pretínajú, ale mimo trojuholníka.

149/14 a) Obsahy dvoch pravouhlých trojuholníkov sú približne  $6,2 \text{ cm}^2$  a  $3,7 \text{ cm}^2$ . b) Obsah trojuholníka ABC je približne  $9,9 \text{ cm}^2$ .



149/15 Obsah trojuholníka ABC je približne  $20,3 \text{ cm}^2$ .



# Ťahák - zopakujme si to najdôležitejšie

## Premieňanie jednotiek obsahu

$$1 \text{ cm}^2 = 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm} = 100 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ cm}^2 = 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 0,1 \text{ dm} \cdot 0,1 \text{ dm} = 0,01 \text{ dm}^2$$

$$1 \text{ mm}^2 = 0,01 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$$

$$1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 0,000\,001 \text{ km}^2$$

$$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10\,000 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha} = 10\,000 \text{ a}$$



## Aritmetický priemer

Aritmetický priemer dvoch čísel vypočítame tak, že tieto čísla sčítame a súčet vydělíme dvoma.

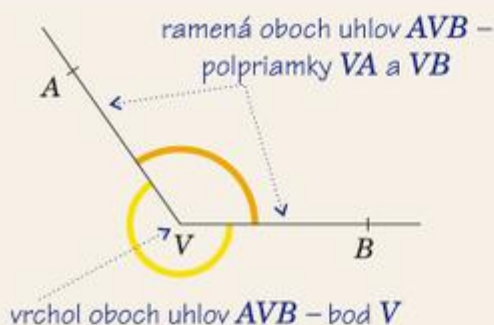
$$(\heartsuit + \clubsuit) : 2$$

Aritmetický priemer viacerých čísel vypočítame tak, že súčet všetkých čísel vydělíme ich počtom.

Napríklad aritmetický priemer piatich čísel 4, 0, 20, 8 a 100 je

$$\frac{4 + 0 + 20 + 8 + 100}{5} = 26,4$$

## Uhly



Vrcholové uhly

Susedné uhly



Meranie uhlov

Pravý uhol má veľkosť  $90^\circ$  (stupňov)

1 stupeň sa skladá zo 60 minút  $1^\circ = 60'$

Ostrý uhol



Pravý uhol



Tupý uhol



Priamy uhol



Uhol väčší ako priamy



V každom trojuholníku sú dva najmenšie uhly ostré.

**Ostrouhlý trojuholník** – najväčší uhol je ostrý



**Pravouhlý trojuholník** – najväčší uhol je pravý



**Tupouhlý trojuholník** – najväčší uhol je tupý



Meno žiaka alebo žiačky

Školský rok

Stav učebnice  
na začiatku šk. roka

Stav učebnice  
na konci šk. roka

|   |  |  |  |  |
|---|--|--|--|--|
| 1 |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |

# 6

## Obsah

ISBN 978-80-8120-708-2

### 5. Meriame obsahy, jednotky obsahu

- Opakujeme si, čo vieme o dĺžke a jej meraní /5
- Najskôr obvod, potom obsah /9
- Jednotky obsahu /13
- Počítame obsah štvorca a obdĺžnika /15
- Premieňame jednotiek obsahu /18
- Kde všade sa stretne s jednotkami obsahu? /21
- Obsah pravouhlého trojuholníka /23

### 6. Počítame s desatinnými číslami I

- Sčítanie a odčítanie desatinných čísel /25
- Pripomíname si počítanie s teplotou /25
- Pripomíname si počítanie s eurami a centmi /26
- Pripomíname si počítanie s dĺžkou /27
- Desatiny s desatinami, stotiny so stotinami... /31
- Precvičte si sčítanie a odčítanie desatinných čísel /35
- Desatinné čísla na kalkulačke /38

### 7. Uhly I

- Uhly okolo nás /40
- Výškový uhol /40
- Strelecký uhol /41
- Otáčame a otáčame sa /42
- Uhly na cestách, strmost /43
- Uhly pri biliarde /45
- Hádzanie a uhol /46

### 8. Počítame s desatinnými číslami 2

- Násobenie desatinných čísel /47
- Násobenie desatinného čísla prirodzeným číslom /47
- Násobenie číslami 0,1; 0,01; 0,001... /49
- Nakupujeme /51
- Násobenie dvoch desatinných čísel /55
- Vraciame sa k nakupovaniu /57
- Precvičte si násobenie desatinných čísel /58

### 9. Uhly 2

- Uhly v matematike /60
- Uhol, vrchol a ramená /61
- Aké mená majú uhly? /63
- Porovnávanie uhlov /65
- Pravý, ostrý, tupý, priamy /70
- Uhly v trojuholníkoch /72

### 10. Počítame s desatinnými číslami 3

- Delenie desatinných čísel /76
- Delenie prirodzeným číslom /77
- Delenie číslami 0,1; 0,01; 0,001... /81
- Delenie desatinného čísla desatinným číslom /83
- Je násobenie zväčšovanie a delenie znižovanie? /85

### 11. Uhly 3

- Meranie uhlov /86
- Meranie uhlov kedysi /87
- Ako budeme merať uhly? /88
- Uhlomer /91
- Rysovanie uhlov /96
- Koľko stupňov merajú ostré, pravé, tupé, priame a ešte väčšie uhly? /97
- Os uhla /100
- Susedné a vrcholové uhly /102

### 12. Konštrukčné úlohy

- Jednoduché konštrukcie /105
- Rysujeme rovnaké obrázky /105
- Objav trojuholníkovej nerovnosti /110
- Meriame krivé čiary /110
- Vzdialenosť /111
- Trojuholníková nerovnosť /111
- Pokračujeme v konštrukciách /114

### 13. Počítame s desatinnými číslami 4

- Aritmetický priemer /119
- Priemer dvoch čísel /120
- Priemer troch čísel /123
- Priemer viacerých čísel /125
- Trochu zvláštne čísla /128
- Periodické čísla /128
- Obsah útvarov a desatinné čísla /130

### 14. Trojuholníky

- Vety o zhodnosti trojuholníkov /133
- Rovnoramenný trojuholník /136
- Rovnostranný trojuholník /138
- Kombinatorická odbočka /140
- Strany a uhly v trojuholníku /142
- Výšky v trojuholníku /144
- Vzdialenosť /144
- Výška a obsah trojuholníka /148
- Výsledky úloh /150

