

1. časť

Matematika
pre 8. ročník ZŠ
a 3. ročník gymnázií
s osemročným štúdiom



Autori
PaedDr. Ján Žabka
RNDr. Pavol Černek, CSc.

Lektorky
Mgr. Eva Bausová
Mgr. Jana Fraasová, PhD.
RNDr. Mgr. Ľudmila Matoušková
PaedDr. Martina Totkovičová, PhD.
Mgr. Renáta Vestegová

Cover design
Ladislav Blecha

Design
Ing. Michal Pakši

Illustrations
Mgr. art. Juraj Martiška

Foto
Archív Orbis Pictus Istropolitana
Photos.com
Martin Vagaský
Lucia Haverlíková

Vydal ©
Orbis Pictus Istropolitana, spol. s r. o.
Miletičova 7, 821 08 Bratislava
v roku 2019 (N)

Zodpovedný redaktor
Mgr. Branislav Hriňák

Jazyková redaktorka
Mgr. Anna Kališková

Skeny
TYPOSET, s. r. o., Bratislava
Zalomenie a predtlačová príprava
DE SIGNO s. r. o., Bratislava

Schválilo Ministerstvo školstva,
vedy, výskumu a športu SR
pod č. 2018/6042:25-10K0 ako
učebnicu matematiky pre 8. ročník
základnej školy a 3. ročník gymnázia
s osemročným štúdiom, 1. časť.
Schvaľovacia doložka má platnosť
do 31. augusta 2020.

Všetky práva vyhradené!
Kopírovať, rozmnožovať a šíriť
toto dielo alebo jeho časť
v akejkoľvek podobe bez sú-
hlasu majiteľa práv je trestné.

ISBN 978-80-8120-711-2

www.orbispictus.sk



Milé žiačky a žiaci,

v 8. ročníku, resp. v 3. ročníku gymnázia s osemročným štúdiom budeme pokračovať v objavovaní užitočnosti matematiky pre život okolo nás.

Najskôr si zopakujeme a rozšírime učivo z predchádzajúceho ročníka. Podrobnejšie sa pozrieme najmä na niektoré časti finančnej matematiky, z ktorej si aj pripravíte projekt.

Zoznámite sa s novým typom čísel, s ktorými sa v bežnom živote môžete stretnúť. Naučíte sa s nimi pracovať v rôznych situáciách.

Pozrieme sa na niektoré vlastnosti trojuholníka a zopakujeme si a rozšírime vedomosti o konštrukciách tak, aby ste si vedeli poradiť, keď sa s nejakou konštrukciou či návodom stretnete.

Vrátíme sa tiež k závislostiam a zoznámime sa aj s ďalším typom telies – hranolmi.

Okrem známych piktogramov, teda:



opakovanie



objavovanie
a vysvetľovanie
učiva



úlohy na pre-
cvičenie



úlohy pre tých, ktorých
téma zaujala



hry



námety na prácu
v skupinách



námety na prácu
pri počítači

nájdete opäť v učebnici aj úlohy v rubrike. Niektoré z nich vám pomôžu pri objavovaní učiva v druhom polroku.

Veríme, že s úlohami z učebnice zažijete čo najviac pekných a užitočných objavov.

Autori

Ján Žabka – Pavol Černek

Matematika

pre 8. ročník ZŠ
a 3. ročník
gymnázií
s osemročným
štúdiom

1. časť



Orbis Pictus Istropolitana
Bratislava

Vážené kolegyně, vážení kolegovia.

Dovoľte, aby sme na úvod 1. časti novej učebnice pre 8. ročník ZŠ a 3. ročník gymnázií s osemročným štúdiom aspoň stručne vysvetlili hlavné zámery jednotlivých kapitol.

Ťažiskom prvej kapitoly je opakovanie a rozšírenie učiva z nižších ročníkov. Upozorňujeme, že táto kapitola okrem opakovania obsahuje aj nové učivo, preto na prvý pohľad pôsobí obširnejším dojmom. Zároveň sme sa v nej snažili aj prepojiť a skombinovať učivá z minulých ročníkov, napríklad pri riešení úloh s percentami používame trojčlenku, ktorá sa preberala na konci 7. ročníka.

Ďalším rozšírením opakovania je aktivita – finančný projekt zaradený do časti venovanej finančnej matematike. Cieľom tohto projektu je prvé zoznámenie sa s niektorými finančnými produktmi (bežný, termínovaný vklad, hypotéka, lízing, dôchodkové sporenie, pôžičky). Projekt pokladáme za vhodné doplnenie učiva o percentách, daniach a úrokoch. Odporúčame, ak je to možné, samotný projekt začať jednou hodinou v počítačovej učebni, kde prostredníctvom internetu žiaci zisťujú odpovede na otázky a popritom riešia jednotlivé úlohy projektu. Podľa záujmu žiakov a hĺbky, do ktorej chceme ísť, sa z týchto úloh dá vybrať príslušná podmnožina. Uvedené úlohy a otázky môžu slúžiť ako námety na diskusiu a prácu s internetom. Nie je cieľom, aby po tejto hodine v počítačovej učebni vedeli žiaci odpovedať na všetko, ale aby aj tí, ktorí sa s uvedenou problematikou nikdy nestretli, získali prvý, úvodný prehľad o niektorých otázkach finančnej matematiky. V učebnici uvádzame námet na konkrétny projekt aj s návrhom realizácie a hodnotenia. Samozrejme, učiteľ si môže projekt prispôbiť podľa svojich možností a potrieb.

V úlohách, v ktorých sa vyskytujú sumy v eurách, uvádzame niektoré z nich (ktoré neobsahujú jednotlivé centy) v tvare napr. 2,50 € aj 2,5 €, pretože s takto zapísanými sumami sa stretneme aj v bežnom živote a z matematického hľadiska sú správne.

Pri opakovaní učiva o číselnej osi uvádzame aj formuláciu „na číselnej osi je väčšie to číslo, ktoré je ďalej od nuly“. Toto tvrdenie platí len pre kladné čísla, v texte to však nezdôrazňujeme, lebo záporné čísla žiaci ešte nepreberali. Ak niektorí žiaci poznajú záporné čísla, možno s nimi diskutovať, či uvedená formulácia zostane v platnosti aj v tomto prípade. Diskusiu môže pomôcť otvoriť aj Kamilka, ktorá tvrdí, že na teplomere toto tvrdenie neplatí.

V kapitole venovanej priamej a nepriamej úmernosti považujeme za najdôležitejšiu časť obsahujúcu zmes úloh bez rozlíšenia, o aký typ úmernosti ide. Za dôležité totiž považujeme najmä to, aby žiaci samostatne spoznali, kedy ide o priamu a kedy o nepriamu úmernosť.

Okrem opakovania z minulého ročníka a nového učiva v 1. kapitole opakujeme aj konštrukčné úlohy, s ktorými sa žiaci v predchádzajúcom ročníku stretli len okrajovo. Toto opakovanie sme zaradili s predstihom pred kapitolou *Jednoduché konštrukcie*, aby si žiaci pripomenuli základné konštrukcie a mohli na ne nadviazať.

Po tomto rozšírení opakovania začíname novým učivom – kladnými a zápornými číslami. Ako prípravu postupne uvádzame tri modely týchto čísel. V úvodnej kapitole *Počítame poschodia* po-

užívame kladné a záporné čísla ako adresy – označenia poschodí. Pomocou tohto modelu si žiaci pomaly a postupne budujú predstavu záporných čísel a ich usporiadania. Žiaci objavajú aj prvé princípy počítania s kladnými a so zápornými celými číslami. Po tomto úvode pokračujeme kapitolou *Nadmorská výška*, v ktorej sa uvedené objavy rozširujú na počítanie s viaccifernými číslami. Po nich nasledujú *Účtovné knihy* – počítanie s dlhmi a hotovosťou ako ďalší model kladných a záporných celých čísel.

Nasleduje sformulovanie vety o súčte vnútorných uhlov v trojuholníku aj s úlohami na precvičenie.

V kapitole *Závislosti a písmená* sme sa pridržali poznatkov, ktoré žiaci už ovládajú: porovnávanie o koľko, koľkokrát, porovnávanie pomocou časti celku. Na konkrétnych úlohách s konkrétnymi číslami prirodzeným spôsobom zavádzame používanie premennej, zo začiatku označovanej celým slovom, neskôr iba písmenom – malým alebo veľkým –, keďže v matematike sa používajú obidve možnosti. Pokiaľ to bolo možné, usilovali sme sa použiť čo najviac príkladov zo života. Ozrejmili sme aj základné pojmy výraz, vzorec, premenná. V závere v kapitole *Križom-križom s výrazmi* sme zaradili množstvo úloh na precvičenie. S ďalšími pojmami z oblasti výrazov aj s prepojením na rovnice sa žiaci stretnú v druhej časti učebnice.

V druhom stretnutí s kladnými a so zápornými číslami využijeme meranie teploty na zopakovanie doterajších poznatkov. Definujeme kladné a záporné čísla, opačné čísla a absolútnu hodnotu čísla. Povieme si o porovnávaní celých čísel aj o ich znázorňovaní na číselnej osi. Zhrnieme poznatky o sčítaní a odčítaní celých čísel. V tejto kapitole prepojíme s kladnými a so zápornými číslami farebné čísla – jeden z modelov celých čísel. Začneme pani Janou, ktorá používa len farebné čísla, pokračovať budeme pani Petrou, ktorá používa kladné aj záporné čísla. V niektorých úlohách vedome vynechávame znak €, aby sme u žiakov budovali štruktúru záporných čísel bez väzby na konkrétny model. V tejto časti sa nachádza aj úloha o výpise z účtu. Podobná úloha sa ešte raz objaví pri desatinných záporných číslach.

Iné – dynamické – vysvetlenie sčítania a odčítania kladných a záporných čísel nájdú žiaci s hlbším záujmom napríklad na dvojstrane *Hráme sa s robotom Samom*, ktorá je označená pikogramom Pre záujemcov. Tento text ponúkame ako ďalšiu z alternatív zavedenia sčítania a odčítania celých čísel. Závisí od učiteľa, či túto alternatívu zaradi na vyučovaciu hodinu pri vysvetľovaní učiva, alebo ju nechá spracovať žiakov napríklad formou samostúdia po prebratí učiva.

Okrem sčítania a odčítania sa v tejto časti učebnice venujeme aj násobeniu celých čísel. Zdôvodnenie, prípadne objavenie, PREČO je súčin dvoch záporných čísel kladné číslo, považujeme za pomerne náročné, preto ho uvádzame ako učivo pre záujemcov. Je na rozhodnutí učiteľa, akým spôsobom tento text použije.

V ďalšom stretnutí so zápornými číslami v 2. časti učebnice bude nasledovať zhmútenie práce s kladnými a so zápornými číslami. Potom nadviažeme na pani Petru a rozšírime výpočty o desatinné čísla (eurá a centy). Neskôr záporné čísla rozšírime aj do oboru racionálnych čísel a dostaneme sa k deleniu kladných a záporných čísel.

Predposlednou kapitolou 1. časti učebnice je prvé stretnutie s hranolmi. Okrem vysvetlenia tohto pojmu sa venujeme označeniu, pomenovaniu a ďalším základným pojmom (hrana, podstava, plášť) a sieti hranola. Prirodzene sa odvolávame na učivo o kocke a kvádri z nižších ročníkov.

Poslednou kapitolou je kapitola o kružnici a kruhu. Vlastnosti kružnice a kruhu, podobne ako v predchádzajúcich ročníkoch, objavujeme postupne a usilujeme sa, aby na tieto poznatky žiaci prišli podľa možnosti sami. Niektoré z nich, najmä odvodenie vzorca na výpočet obsahu a obvodu kruhu, považujeme za náročné, preto základné myšlienky iba naznačujeme. Myslíme si, že v tejto časti je dôležitejšia schopnosť aplikovať uvedené poznatky pri riešení úloh, ideálne z bežného života. Ako súčasť učiva o obsahu a obvode kruhu sme zaradili aj výpočet dĺžky kružnicového oblúka a obsahu kruhového výseku. Tieto úlohy chápeme ako aplikačné, preto neočakávame, že každý žiak uvedeného učiva objaví sám.

Posledná časť týchto poznámok sa týka ďalších úloh z rubriky. Rubrika *Dekoračné kocky* sa zaoberá vplyvom zväčšenia rozmerov kocky na veľkosť jej povrchu a objemu. Úlohy tejto rubriky obsahujú viacero zmlčaných predpokladov, napr.:

- cena za lakovanie je priamoúmerná veľkosti nalakovanej plochy,
- cena za odvoz piatich kociek je rovnaká ako cena za odvoz jednej kocky (veľkej či malej),
- poslednú kocku dal Paľo lakovať u toho istého lakovača ako predchádzajúce.

Tým sa tieto úlohy podobajú situáciám z bežného života, ktoré sa tiež často vyznačujú množstvom nevyslovených predpokladov. Je pravdepodobné, že niektorí žiaci podvedome pochopia, čo mal autor otázky na mysl. Ostatným nemá zmysel vyčítat', že nepochopili otázku rovnako ako autor. Naopak, nejasnosti vo formuláciách a zmlčané predpoklady môžu byť podnetom na diskusiu o tom, čo všetko treba ešte doplniť do zadania, aby úloha mala také riešenie, ako očakával autor.

Pre uvedenú nejednoznačnosť v textoch zadání nie je vhodné použiť úlohy tejto témy ako úlohy do testu. Riešenia uvádzame s uvažovaním zmlčaných predpokladov, ktoré sme uviedli v úvode. Ak žiaci dostali odlišné výsledky, mali by v následnej diskusii sformulovať predpoklady, za ktorých dospeli k svojmu riešeniu. Rubriky *Hľadáme čísla* sú propedeutikou rovníc. Hneď v úlohe 1 prvej rubriky sa dané čísla dajú doplniť dvomi spôsobmi, a to číslom 500 a číslom 1 100. To však v tomto prípade nie je dôležité, lebo dôraz kladieme na samotné objavenie skrytých čísel. Na tieto rubriky nadviažeme učivom o rovniciach v 2. časti učebnice.

Rubriky *Kto má väčšiu šancu* sú zasa propedeutikou pravdepodobnosti. Ich cieľom nie je, aby sa žiaci naučili v tejto fáze riešiť dané úlohy. Dôležitá je diskusia o riešení a postupné budovanie pravdepodobnostného citu.

Pri príprave učebnice matematiky pre 8. ročník ZŠ a 3. ročník gymnázií s osemročným štúdiom si ceníme pomoc viacerých ľudí. Svojimi pripomienkami, postrehmi a konzultáciami nám veľmi pomohol najmä Zbyněk Kubáček z Fakulty matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislave. Za jeho pomoc a podporu mu

ďakujeme. Za starostlivé preštudovanie textu ďakujeme aj Petrovi Novotnému z FMFI UK. Niektoré časti učebnice boli odskúšané na 1. súkromnom gymnázium a Súkromnej základnej škole na Bajkalskej ulici v Bratislave. Za túto aj ďalšiu pomoc ďakujeme vedeniu týchto škôl. Naša vďaka patrí i všetkým lektorom a redaktorom, ktorí svojimi postrehmi a pripomienkami tiež prispeli k skvalitneniu učebnice.

Milé kolegyně, milí kolegovia, prajeme vám veľa radosti z objavných hodín matematiky.

Autori

Literatúra:

KUBÁČEK, Z. – ČERNEK, P. – ŽABKA, J. a kol.:

Matematika a svět okolo nás – zbirka úloh.

Vydavateľstvo: Mgr. Pavol Cibulka, Bratislava, rok vydania: 2008, počet strán: 200.

PRIPOMÍNAME SI A NIEČO AJ PRIDÁVAME



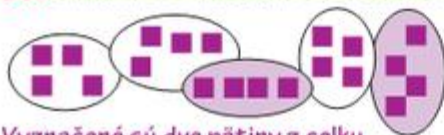
V minulom školskom roku ste sa učili mnoho užitočného: znázorňovali ste kocky a kvádre, počítali ste ich povrch a objem, pracovali ste so zlomkami, naučili ste sa riešiť úlohy s percentami a s promile, pracovali ste s mierkou, rozdeľovali ste v danom pomere a podobne. Teraz si spoločne zopakujeme – a pri viacerých celkoch aj rozšírime – tie najdôležitejšie myšlienky.

Zlomok ako časť celku

So zlomkom sme sa najskôr stretli ako s časťou celku, neskôr aj ako s číslom. Pripomenieme si obidve možnosti. Začneme zlomkom ako časťou celku.

Zlomky a ich znázornenie

Celky na obrázku sú rozdelené na päť rovnakých častí. Preto sú to **pätiny**. Vyfarbené sú **dve** z nich. Na každom z obrázkov sú teda znázornené dve pätiny z celku.



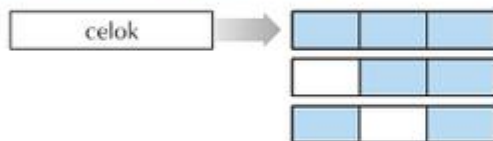
Vyznačené sú dve pätiny z celku, ktorý tvorí 20 fialových štvorcov.



Vyznačené sú dve pätiny z celku, ktorý predstavuje veľký obdĺžnik.

Zlomky často znázorňujeme pomocou plošných obrázkov, najmä obdĺžnikmi a kruhmi. Časti, na ktoré delíme tieto útvary, považujeme za rovnaké, ak majú rovnaký obsah.

Na predchádzajúcich obrázkoch sme mali jeden celok. Z jedného celku môžeme vyznačiť jednu, dve alebo tri tretiny. (Koľko sú tri tretiny celku?) Ak máme viac rovnakých celkov, môžeme mať aj viac ako 3 tretiny. Na obrázku je zelenou farbou znázornených 7 tretín celku.



1 Aké časti týchto obdĺžnikov sú vyfarbené?

- a)
- b)
- c)
- d)

2 Zvoľte si kruh a znázornite na ňom a) $\frac{2}{4}$, b) $\frac{5}{6}$, c) $\frac{1}{3}$, d) $\frac{7}{10}$.

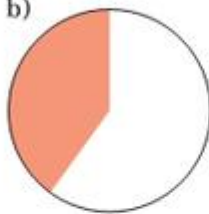
- 3 Zapište jedným zlomkom a) dve a pol tehly, b) jedna celá a tretina debničky, c) tri a štvrt chleba.

- 4 Aké časti týchto kruhov sú vyfarbené?

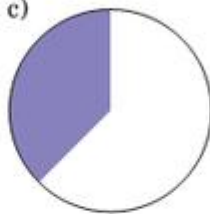
a)



b)

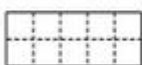


c)

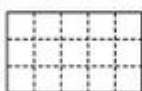


- 5 Do obdĺžnika na obrázku a) sa budú dobre vyznačovať polovice, a celku. Aké časti celku sa budú ľahko znázorňovať do obdĺžnikov na obrázkoch b), c)?

a)



b)



c)



- 6 Rozdeľte obdĺžnik tak, aby sa na ňom dala ľahko znázorniť a) polovica aj tretina, b) štvrtina aj pätina.

- 7 Zvoľte si obdĺžnik a znázornite na ňom súčasne a) $\frac{1}{4}$ aj $\frac{1}{3}$, b) $\frac{2}{5}$ aj $\frac{1}{2}$, c) $\frac{5}{6}$ aj $\frac{3}{4}$.

Niekedy zlomky znázorňujeme pomocou úsečiek rozdelených na časti rovnakej dĺžky.

- 8 Zvoľte si úsečku dlhú 6 cm a znázornite na nej a) $\frac{2}{4}$, b) $\frac{5}{6}$, c) $\frac{1}{3}$, d) $\frac{7}{10}$.

- 9 Pomocou úsečiek znázornite zlomky a) $\frac{3}{2}$, b) $\frac{7}{6}$, c) $\frac{7}{3}$, d) $\frac{13}{4}$.

- 10 Janka zbiera pohľadnice. Už ich má 120. Svojim kamarátom chcela niektoré z nich darovať. Soni venovala $\frac{1}{4}$ a Andrejovi $\frac{1}{5}$ všetkých svojich pohľadníc. Koľko pohľadníc dostal každý z nich?

- 11 Na obrázku vidíte zvyšok bonboniéry. Chýbajúce bonbóny zjedli štyria kamaráti, pričom každý zjedol rovnaké množstvo.
a) Akú časť bonboniéry zjedli spolu štyria kamaráti?
b) Akú časť bonboniéry zjedol každý z chlapcov?
c) Aká časť bonbónov ostala v bonboniére?

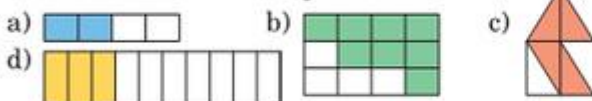


- 12 Mama rozdeľovala vreckové svojim piatim synom. Najstarší Adam dostal $\frac{1}{5}$ celej rozdeľovanej sumy, Boris dostal $\frac{1}{4}$ zo zvyšku, Cyril $\frac{1}{3}$ zo zvyšku, Dominik $\frac{1}{2}$ zo zvyšku a Erik dostal zvyšok. Kto dostal najviac a kto najmenej? Pomôžte si znázornením.

Rovnosť zlomkov, ich rozširovanie a krátenie



- 1 Zapište dvoma rôznymi spôsobmi vyfarbené časti celku na obrázku pomocou zlomku.



Zlomky, ktoré znázorňujú rovnakú časť, považujeme za rovnaké.

Našli ste v časti d) úlohy 1 aj vy dva spôsoby? Milan áno. On si totiž každý z 10 dielikov v duchu rozdelil na 4 rovnaké časti. Dostal tak $10 \cdot 4 = 40$ nových menších dielikov. Z nich bolo vyfarbených $3 \cdot 4 = 12$ nových dielikov. 12 (nových) dielikov z celkového počtu 40 (nových) dielikov je $\frac{12}{40}$ celku.



- 2 Aké zlomky dostanete, ak budete pracovať ako Milan a v duchu každý dielik rozdelíte na a) 2, b) 3, c) 6, d) 11, e) 20 rovnakých častí?



Milanovým spôsobom sme v časti e) predchádzajúcej úlohy upravili zlomok

$\frac{12}{40}$ na rovnaký, ale inak zapísaný

zlomok: $\frac{3 \cdot 20}{10 \cdot 20} = \frac{60}{200}$.

Úpravu, pri ktorej čitateľa aj menovateľa zlomku násobíme tým istým nenulovým číslom, voláme **rozširovanie zlomku**.

- 3 Rozšírte zlomky číslom v zátvorke.

a) $\frac{5}{6}$ (5), b) $\frac{5}{6}$ (6), c) $\frac{3}{2}$ (8), d) $\frac{21}{4}$ (2)

- 4 Rozšírte zlomky na menovateľa v zátvorke (napr. prvý zlomok treba rozšíriť tak, aby nový zlomok mal menovateľa 12).

a) $\frac{5}{6}$ (12), b) $\frac{5}{6}$ (30), c) $\frac{3}{2}$ (8), d) $\frac{21}{4}$ (28), e) $\frac{21}{4}$ (100)



Obrátený postup ako rozširovanie zlomku je **krátenie zlomku**. Pri krátení zlomku čitateľa aj menovateľa delíme tým istým nenulovým číslom.

- 5 Vykráťte zlomky číslom v zátvorke.

a) $\frac{5}{15}$ (5), b) $\frac{56}{24}$ (2), c) $\frac{56}{24}$ (8), d) $\frac{42}{28}$ (7)



Každý zlomok má nekonečne veľa tvarov. Tvar, v ktorom sa už zlomok nedá krátiť, voláme **základný tvar zlomku**.

Napr. $\frac{2}{3}$ je základný tvar zlomkov $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{10}{15}$, atď.

- 6 Upravte zlomky $\frac{56}{24}$, $\frac{42}{28}$, $\frac{51}{21}$, $\frac{33}{66}$ na základný tvar.

- 7 Upravte zlomok tak, aby čitateľom nového zlomku bolo číslo uvedené v zátvorke.

a) $\frac{8}{3}$ (16), b) $\frac{8}{6}$ (4), c) $\frac{3}{2}$ (12), d) $\frac{21}{15}$ (7), e) $\frac{12}{5}$ (60)

O

Čo je racionálne číslo?

Výsledok delenia dvoch
prirodzených čísel je
raciálne číslo.

1

3 753 : 9 54 : 4 33 : 5 119 : 28 5 : 80 39 : 416

2

14 : 3 53 : 11 157 : 37 39 : 70

3

Nájdite dve prirodzené čísla tak, aby ste vydelením prvého z nich druhým dostali číslo a) 4; b) 76; c) 0,01; d) 0,2; e) 1,1; f) 3,4; g) 12,02.

4

Ktoré z čísel 7; 569; 0,1; 0,017; 34,58 sú racionálne čísla? Svoju odpoveď zdôvodnite.

R

acionálne čísla zapisujeme buď v tvare zlomku, alebo pomocou desatinného zápisu. Napríklad výsledok delenia $71 : 5$ môžeme zapísať ako

$$71 : 5 = \frac{71}{5}$$
$$\begin{array}{r} 71 : 5 = 14,2 \\ 21 \\ 10 \\ 0 \end{array}$$

To znamená, že

$$\frac{71}{5} = 14,2$$

Všetky výsledky delenia dvoch prirodzených čísel sú racionálne čísla. Nie všetky tieto výsledky sú však súčasne aj desatinnými číslami. Niekedy delenie akoby nemalo konca. Tak to bolo aj v úlohe 2.

$$14 : 3 = 4,66666666666666666666.....$$

[illegible]

$$157 : 37 = 4,2432432432432432, \dots$$

$$39 : 70 = 0,55714285714285714285714285714...$$

V týchto prípadoch sa však vo výsledku vždy objaví skupinka číslíc, ktorá sa bude stále opakovať – perióda. Vtedy si pomáhame zápisom, v ktorom dáme nad periódu čiaru a číslice vpravo od nej už nepíšeme.

$$14 : 3 = 4,\overline{6}$$

$$53 : 11 = 4,\overline{81}$$

$$157 : 37 = 4,\overline{243}$$

$$39 : 70 = 0.5571428$$

5

Preveďte na desatinný zápis. Pomôžte si kalkulačkou.

$$\frac{8}{10}$$

$$\frac{33}{4}$$

$$\frac{61}{5}$$

$$\frac{21}{16}$$

$$\frac{1}{32}$$

Zlomok prevedieme do desatinného zápisu tak, že čitateľa vydělíme menovateľom.

6 Preveďte desatinné čísla na zlomky.

4,7 2,14 3,814 0,012 4 12,374 98

7 Zlomky zapíšte v tvare desatinného čísla tak, že čitateľa budete deliť menovateľom. Výsledok zaokrúhlite tak, ako je uvedené v zátvorke.

a) $\frac{7}{110}$ (na tisíciny nadol), b) $\frac{49}{1\,300}$ (na milióntiny nahor), c) $\frac{4\,382}{47}$ (na stotiny nadol).

8 Preveďte do desatinného zápisu s danou presnosťou, čiže deľte čitateľa menovateľom a výsledok zaokrúhlite tak, ako je uvedené v zátvorke.

a) $\frac{37}{110}$ (na desaťtisíciny), b) $\frac{409}{1\,300}$ (na stotiny), c) $\frac{4\,002}{47}$ (na tisíciny).

9 Namiesto bodiek ústne doplňte správne prirodzené čísla tak, aby platili rovnosti.

$\frac{8}{2} = \dots$ $\frac{7}{7} = \dots$ $\frac{\dots}{7} = 5$ $\frac{12}{\dots} = 3$ $\frac{\dots}{5} = 11$ $\frac{120}{15} = \dots$

Číselná os a porovnávanie racionálnych čísel

N a obrázku je znázornená číselná os s vyznačenými číslami 0 a 1.

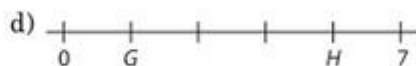
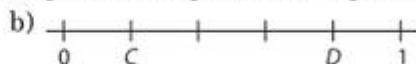
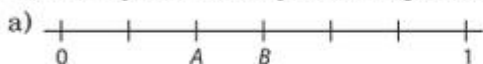


Ak úsečku na obrázku rozdelíme na 5 rovnakých častí, tak prvé dva dieliky tvoria $\frac{2}{5}$ tejto úsečky a druhá čiarka za nulou znázorňuje číslo $\frac{2}{5}$.



1 Podobne znázorníte na číselnej osi zlomky $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{16}{5}$.

2 Na každej číselnej osi sú všetky vyznačené dieliky rovnakej dĺžky. Ktoré čísla sú na číselných osiach vyznačené písmenami? Zapíšte ich aspoň dvoma spôsobmi.



3 Narysujte číselnú os s jednotkovou dĺžkou 6 cm a znázorníte na nej čísla $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{12}{6}$.

4 Narysujte dve osi s rovnakou jednotkovou dĺžkou a) 6 cm, b) 5 cm, c) 4 cm a na jednu z nich znázorníte jeden zlomok a na druhú druhý zlomok.

a) $\frac{4}{6}$ a $\frac{2}{3}$, b) $\frac{1}{5}$ a $\frac{2}{10}$, c) $\frac{3}{4}$ a $\frac{6}{8}$

5 Znázorníte na číselnú os zlomky a) $\frac{9}{15}$, b) $\frac{20}{25}$, c) $\frac{26}{39}$, d) $\frac{48}{72}$.

Budú sa vám znázorňovať ľahšie, ak ich najskôr upravíte na základný tvar.

- 6 Dvojice zlomkov a) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$; b) $\frac{7}{5}, \frac{3}{2}$; c) $\frac{4}{3}, \frac{5}{4}$; c) $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}$ znázornite na jednu číselnú os.

- 7 Vráťte sa k znázorneným číslam z riešenia predchádzajúcej úlohy. Na základe tohto znázornenia rozhodnite, ktorý zo zlomkov je menší.



Na číselnej osi je väčšie to číslo, ktoré je ďalej od nuly.

Kamila:

Napríklad pri teplomere to však neplatí. Veď tam je 15 stupňov pod nulou ďalej od nuly ako 2 stupne nad nulou. Ale 15 stupňov pod nulou je určite menej ako 2 stupne nad nulou.

Kamila



Porovnávať zlomky pomocou znázornenia na číselnej osi je nepraktické.

- 8 Opíš, ako zlomky $\frac{7}{18}$ a $\frac{5}{12}$ porovnávaš ty.

Peter:

Ja zlomky porovnávam tak, že ich upravím na rovnakého menovateľa.

Napríklad pri dvojici $\frac{7}{18}$ a $\frac{5}{12}$ dostanem dvojicu $\frac{7 \cdot 12}{18 \cdot 12}$ a $\frac{5 \cdot 18}{12 \cdot 18}$,

teda $\frac{84}{216}$ a $\frac{90}{216}$. Vidím, že väčší je zlomok $\frac{90}{216}$, čiže zlomok $\frac{5}{12}$.

Peter



- 9 Viete zlomky z predchádzajúcej úlohy upraviť na menšieho spoločného menovateľa?

Úprava na spoločného menovateľa je často nepraktická – napríklad ak vyžaduje násobenie veľkých čísel.

- 10 Porovnajte zlomky $\frac{121}{56}$ a $\frac{329}{152}$.

Zuzana:

Ja zlomky porovnávam tak, že ich pomocou kalkulačky upravím na

desatinný tvar. Napríklad pri dvojici $\frac{121}{56}$ a $\frac{329}{152}$ dostanem

$$\frac{121}{56} = 2,160\,714\,28\dots \text{ a } \frac{329}{152} = 2,164\,473\,68\dots$$

Teraz výsledky napíšem pod seba, akoby som ich mala sčítať:

2,160 714 28...

2,164 473 68...

Vidím, že väčšie je druhé číslo, teda zlomok $\frac{329}{152}$.

Zuzana



11 Ktorý zlomok je väčší a o koľko? Precvičte si Petrovu aj Zuzkinu metódu.

- a) $\frac{4}{10}, \frac{9}{15}$ b) $\frac{18}{24}, \frac{20}{25}$ c) $\frac{26}{39}, \frac{14}{21}$ d) $\frac{5}{3}, \frac{8}{10}$

Upravili ste si zlomky zo zadania predchádzajúcej úlohy najskôr na základný tvar? Porovnávanie by potom bolo ešte jednoduchšie.

12 Čo je viac:

- a) $\frac{5}{6}$ hodiny alebo $\frac{3}{4}$ hodiny, b) $\frac{5}{12}$ dňa alebo 8 hodín, c) $\frac{1}{100}$ minúty alebo $\frac{7}{10}$ sekundy?

13 Na číselnej osi sú znázornené iba dve čísla: a) zlomky $\frac{3}{8}$ a $\frac{13}{8}$, b) zlomky $\frac{1}{3}$ a $\frac{3}{5}$.

Opíšte, ako by ste na tejto číselnej osi našli bod, ktorý znázorňuje číslo 1.

Sčítanie a odčítanie zlomkov

Zlomky niekedy potrebujeme aj sčítovať a odčítovať. Keď majú rovnaké menovatele, je to jednoduché.



1 Vypočítajte.

- a) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7}$ b) $\frac{11}{15} - \frac{7}{15}$ c) $\frac{3}{20} + \frac{9}{20}$ d) $\frac{17}{23} - \frac{8}{23}$

2 Tóno má veľmi rád čokoládu, najskôr zjedol $\frac{1}{8}$, potom $\frac{2}{8}$ a nakoniec $\frac{3}{8}$ celej čokolády. Koľko čokolády mu ešte ostalo?

Spomínate si, ako sa sčítali a odčítali zlomky, ktoré nemali rovnaké menovatele?

3 Sčítajte $\frac{3}{7}$ koláča a $\frac{2}{5}$ koláča.

Pomohli ste si obrázkom ako Zlatica?

Zlatica:

- Koláč si nakreslím ako obdĺžnik. Rozdelím ho na sedem stĺpcov a päť riadkov.
- Tri sedminy sú tri celé stĺpce – 15 malých obdĺžnikov. Dve pätiny sú dva celé riadky – 14 malých obdĺžnikov.
- Ak chcem vidieť, koľko kúskov je to spolu, musím 14 malých obdĺžnikov vyznačiť inak.



Spolu je všetkých malých obdĺžnikov $5 \cdot 7 = 35$. Vyznačených je 29, takže výsledok je $\frac{29}{35}$.

Zlatica



4 Vypočítajte graficky. a) $\frac{5}{8} - \frac{1}{2}$, b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{9}$

Zlaticin výpočet si Peter zapisuje stručne ako úpravu na spoločného menovateľa:

Peter:

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 7}{7 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 5 + 2 \cdot 7}{7 \cdot 5} = \frac{29}{35}$$

Ušetrím si tým kreslenie obrázkov.



Keď si napíšeme len prvú rovnosť, asi vám napadne, prečo sa Petrov postup volá **krížové pravidlo**:

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 7}{7 \cdot 5}$$

5 Vypočítajte bez obrázkov.

a) $\frac{5}{8} + \frac{1}{2}$, b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{9}$, c) $\frac{5}{8} - \frac{1}{2}$, d) $\frac{3}{4} - \frac{1}{9}$

6 Poradíte si aj s tromi zlomkami?

a) $\frac{8}{14} + \frac{11}{21} + \frac{3}{2}$, b) $\frac{7}{28} + \frac{14}{21} - \frac{3}{12}$

J e užitočné zlomky pred každým výpočtom skontrolovať a – ak sa dá – zjednodušiť.

7 Vypočítajte $\frac{24}{72} + \frac{33}{44}$. Pred výpočtom si zlomky zjednodušte.

Porovnajte svoj výpočet s výpočtom Libora:

Libor:

Najskôr si zlomky zjednoduším: $\frac{24^{\cancel{4}^1}}{72^{\cancel{4}^3}} = \frac{1}{3}$ $\frac{33^{\cancel{3}^1}}{44^{\cancel{4}^4}} = \frac{3}{4}$

Takže $\frac{24}{72} + \frac{33}{44} = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 4 + 3 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{13}{12}$

Libor



8 Vráťte sa k časti b) úlohy 6. Zopakujte výpočet, ale všetky zlomky najskôr vykráťte.

Hľadáme čísla 1

Úloha 1: a) K číslam 300 a 800 doplňte ďalšie číslo a zo všetkých troch čísel vytvorte a napíšte vypočítaný príklad na sčítanie.

b) Z tých istých troch čísel vytvorte a napíšte vypočítaný príklad na odčítanie.

c) Z tých istých troch čísel vytvorte a napíšte iný vypočítaný príklad na odčítanie.

Úloha 2: Čísla 300 a 800 sa dajú doplniť tretím číslom tak, aby sa zo všetkých troch čísel dal vytvoriť vypočítaný príklad na sčítanie, až dvoma spôsobmi. Nájdite iný

spôsob, ako ste našli v úlohe 1, a urobte preň všetky časti z úlohy 1.

Úloha 3: Urobte ešte 4-krát to isté ako v úlohe 1, len postupne s dvojicami čísel

a) 36 a 42, b) 58 a 94, c) 340 a 505, d) 34 672 a 890 032.

Úloha 4: Pokúste sa vymyslieť také tri čísla, z ktorých sa dá vytvoriť vypočítaný príklad na sčítanie, ale nedá sa vytvoriť vypočítaný príklad na odčítanie.

9 Vypočítajte.

$$\frac{7}{14} + \frac{13}{21}$$

$$\frac{7}{16} + \frac{13}{24}$$

$$\frac{3}{28} + \frac{14}{21}$$

$$\frac{11}{32} + \frac{13}{16}$$

$$\frac{17}{12} + \frac{7}{18}$$

$$\frac{5}{24} - \frac{7}{36}$$

$$\frac{3}{22} - \frac{2}{33}$$

$$\frac{19}{12} - \frac{15}{22}$$

$$\frac{7}{45} - \frac{4}{27}$$

$$\frac{9}{34} - \frac{12}{51}$$

10 Julo počítal 8 príkladov z knihy. Počas výpočtu zlomky nekrátil a postupne mu vyšli tieto výsledky: $\frac{33}{36}$, $\frac{20}{45}$, $\frac{51}{28}$, $\frac{310}{70}$, $\frac{115}{105}$, $\frac{1\ 213}{324}$, $\frac{888}{720}$, $\frac{187}{980}$. Na konci knihy v riešeníach boli postupne uvedené tieto správne výsledky: $\frac{11}{12}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{13}{7}$, $\frac{65}{14}$, $\frac{23}{35}$, $\frac{203}{54}$, $\frac{148}{120}$, $\frac{37}{196}$. Ktoré výsledky mal Julo nesprávne?

Násobenie a delenie zlomkov

S kôr, ako si pripomenieme násobenie zlomkov, si zopakujeme násobenie prirodzeného čísla a zlomku.



1 Vypočítajte.

a) $3 \cdot \frac{2}{7}$

b) $3 \cdot \frac{3}{8}$

c) $2 \cdot \frac{9}{5}$

d) $3 \cdot \frac{12}{11}$

e) $4 \cdot \frac{17}{6}$

2 Opíšte, ako vy násobíte zlomok prirodzeným číslom.

Spomenuli ste si, že zlomok násobíme prirodzeným číslom tak, že čitateľa zlomku vynásobíme daným prirodzeným číslom a menovateľa iba odpišeme?

3 Nedajte sa nachytať. Vypočítajte $3\frac{5}{8} + 7\frac{1}{4}$. Výsledok zapíšte v tvare zlomku.

Vyšiel vám výsledok $\frac{116}{32}$ alebo $\frac{29}{8}$? Potom ste asi počítali ako Michal alebo ako Michaela.

Michal:

$$3\frac{5}{8} + 7\frac{1}{4} = \frac{15}{8} + \frac{7}{4} = \frac{15 \cdot 4 + 7 \cdot 8}{4 \cdot 8} = \frac{116}{32}$$

Michaela:

$$3\frac{5}{8} + 7\frac{1}{4} = \frac{15}{8} + \frac{7}{4} = \frac{15}{8} + \frac{7 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{29}{8}$$

Ak vám to vyšlo rovnako ako Michalovi alebo Michaelae, tak ste sa dali nachytať! Zápis $3\frac{5}{8}$ totiž neznamena $3 \cdot \frac{5}{8}$, ale $3 + \frac{5}{8}$. Takýto zápis sa niekedy používa pre zlomky väčšie ako 1. Vtedy sa nám môže hodiť zápis, z ktorého vidno, koľko „celých“ daný zlomok obsahuje, napríklad $\frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$. Tento zápis voláme **zmiešané číslo** a čítame ho „štyri celé a dve tretiny“.

4 Zapíšte zlomkami tieto zmiešané čísla: $2\frac{1}{4}$ $3\frac{1}{5}$ $4\frac{2}{7}$ $6\frac{3}{8}$ $1\frac{3}{11}$ $2\frac{6}{7}$

5 Zapište ako zmiešané čísla.

$$\frac{5}{2} \quad \frac{8}{3} \quad \frac{21}{4} \quad \frac{38}{5} \quad \frac{11}{8} \quad \frac{24}{13}$$

6 Zapište ako zmiešané čísla desatinné čísla 3,2; 1,84; 2,501; 13,382 6.
Pomôžte si tým, ako sa tieto čísla čítajú.

Vráťme sa k násobeniu. Už sme si pripomenuli, ako sa zlomok násobí prirodzeným číslom. Vynásobiť dva zlomky je tiež jednoduché.



Dva zlomky násobíme tak, že súčin čitateľov delíme (lomíme) súčinom menovateľov.

7 Vypočítajte.

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{9} \quad \frac{9}{11} \cdot \frac{6}{7} \quad \frac{13}{10} \cdot \frac{2}{5} \quad \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{13} \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{5}{7}$$

8 Nájdite prevrátené zlomky k zlomkom $\frac{56}{24}$, $\frac{42}{28}$, $\frac{51}{21}$, $\frac{33}{66}$.



Prevrátený zlomok k zlomku $\frac{a}{b}$ je zlomok $\frac{b}{a}$.

9 Každý zo zlomkov vynásobte zlomkom k nemu prevráteným: $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{11}{8}$, $\frac{31}{20}$, $\frac{24}{35}$.

Teraz si môžeme pripomenúť delenie zlomkov.



Zlomok delíme zlomkom tak, že prvý zlomok vynásobíme prevráteným zlomkom k druhému zlomku.

10 Vypočítajte.

Výsledok uveďte v základnom tvare.

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{7} \quad \frac{2}{3} : \frac{5}{9} \quad \frac{9}{11} : \frac{6}{7} \quad \frac{13}{10} : \frac{2}{5} \quad \frac{3}{8} : \frac{5}{13}$$

11 Vydeľte $\frac{7}{4}$ číslami 14, $\frac{14}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{23}{11}$. Výsledky uveďte v základnom tvare.

Výpočty so zlomkami na kalkulačke

Pracovať so zlomkami nie je vždy ľahké. Veľkou pomocou je preto kalkulačka. Najskôr si však pripomeňme základné výpočty na nej.

1 a) Vypočítajte $9 : 3 + 8 : 2$.

b) Čo vám vyjde na vašej kalkulačke, keď postupne stlačíte číslo 9, znak pre delenie, číslo 3, znak pre súčet, číslo 8, znak pre delenie, číslo 2 a znak pre rovná sa?

Ak vám v predchádzajúcej úlohe v prípade a) vyšlo 7, počítali ste správne. Ak vám vyšlo iné číslo, pripomíname, že **delenie aj násobenie má prednosť pred sčítaním aj odčítaním**.

Pripomíname si a niečo aj pridávame

Mali ste teda počítať takto: $9 : 3 + 8 : 2 = (9 : 3) + (8 : 2) = 3 + 4 = 7$.

Ak vám aj v časti b) vyšlo 7, znamená to, že na vašej kalkulačke môžete jednoducho počítať príklad $9 : 3 + 8 : 2$ tak, že operácie a čísla stláčate za sebou. Ak nie, musíte asi použiť zátvorky a príklad $9 : 3 + 8 : 2$ počítať ako $(9 : 3) + (8 : 2)$.

2

Precvičte si to na príkladoch. Počítajte ručne aj na kalkulačke.

- a) $20 : 5 + 6 : 2$ b) $35 : 7 - 18 : 6$ c) $8 \cdot 7 - 12 : 6$ d) $48 : 8 - 2 \cdot 3$

Teraz ste už pripravení počítať so zlomkami ako Zuzana.

Zuzana:

Ja zlomky sčítujem a odčítujem tak, že ich najprv upravím na delenie a potom použijem kalkulačku.

Napríklad $\frac{17}{8} - \frac{35}{22}$ počítam ako príklad $17 : 8 - 35 : 22$.

Na kalkulačke mi vyjde $0,534\ 090\ 909\ 090\ 909\ 09\dots = 0,534\overline{09}$.

Zuzana



3

Vypočítajte na kalkulačke.

- a) $3 + 2 : 5$ b) $3 + \frac{2}{5}$ c) $10 - 2 \cdot \frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{2} + 3 \cdot 2 - \frac{1}{10}$

4

Úlohu $\frac{2}{3} : \frac{5}{7}$ môžeme zapísať aj niekoľkými ďalšími spôsobmi, napr. $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5}$,

$2 : 3 : (5 : 7)$ alebo $2 : 3 \cdot 7 : 5$. Posledný z týchto zápisov neobsahuje zátvorky ani zlomky. Zapište nasledujúce úlohy tak, aby neobsahovali zlomky ani zátvorky.

- a) $2 \cdot \frac{8}{5}$ b) $3 : \frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4} + 3 \cdot \frac{2}{5}$ d) $\frac{8}{2} - \frac{2}{3} : \frac{8}{6}$

5

Vypočítajte na kalkulačke. Výsledok zapište v tvare desatinného čísla.

- $\frac{1}{2} + 0,5$ $0,45 - \frac{3}{8}$ $0,18 + \frac{3}{25}$ $\frac{3}{5} + 0,5 \cdot \frac{3}{2}$ $4 : \frac{1}{2} - 2 : 0,25$

6

Vypočítajte na kalkulačke a výsledok zapište v desatinnom tvare s periódou.

- a) $\frac{1}{9} + \frac{35}{126}$ b) $\frac{4}{33} - \frac{2}{99}$ c) $0,283 + \frac{19}{37} \cdot \frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{5} : \frac{271}{3}$ e) $\frac{21}{56} + \frac{43}{111}$

N

iekedy sa môže stať, že celá perióda sa na displej nezmestí. V takom prípade sa musíme uspokojiť s tým, že nepoznáme presný, ale iba približný výsledok.

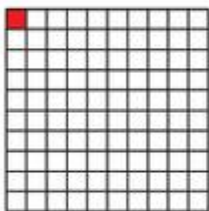
7

Vypočítajte. Výsledok uveďte s presnosťou uvedenou v zadaní:

- a) $\frac{4}{31} - \frac{2}{61}$ zaokrúhlené na tisíciny nahor,
b) $\frac{17}{19} : \frac{41}{131}$ zaokrúhlené na stotiny nadol,
c) $\frac{37}{387} + 0,25 \cdot \frac{12}{17}$ zaokrúhlené na 6 desatinných miest,
d) $\frac{430}{103} - \frac{253}{527} \cdot 0,1$ zaokrúhlené na tisíciny nadol.

Č

Percento je jedna **stotina** celku. Percentá majú aj svoju značku: %



$$\frac{1}{100} \text{ celku} = 0,01 \text{ celku} = 1 \% \text{ z celku}$$



$$\frac{1}{1\,000} \text{ celku} = 0,001 \text{ celku} = 1 \text{ ‰ z celku}$$



- 1 
- a) Aká časť obdĺžnika je vyfarbená jednotlivými farbami?
b) Koľko percent z obdĺžnika je vyfarbených jednotlivými farbami?

- 2** Koľko percent a) je $\frac{1}{5}$, b) sú $\frac{3}{4}$, c) je $\frac{5}{8}$, d) je $\frac{7}{10}$, e) je $\frac{13}{20}$, f) je $\frac{11}{16}$, g) je $\frac{31}{32}$, h) je $\frac{53}{40}$ z celku?

- 3** Peter si na displeji mobilného telefónu pozrel, na koľko percent má dobitú batériu. Viete to z obrázka zistiť aj vy?



Vo všetkých troch nasledujúcich úlohách sa pokúste zdôvodniť svoje odpovede.

Úloha 1: V zelenej tombole zostalo už len 10 lístkov s číslami na vylosovanie hlavnej ceny. Jeden z nich má Adam. V modrej tombole zostalo už len 15 lístkov s číslami na vylosovanie hlavnej ceny. Jeden z nich má Eva.

Je väčšia šanca: že hlavnú cenu vyhrá Adam

v zelenej tombole alebo že hlavnú cenu vyhrá Eva v modrej tombole?

Úloha 2: Riešte úlohu 1 s tým, že Eva má až 2 lístky s číslami z tých 15 v modrej tombole.

Úloha 3: Riešte úlohu 1 s tým, že Eva má až 3 lístky s číslami z tých 15 a Adam len 2 lístky z tých 10 v tombole.

Jedno percento, jedno promile

Pri výpočtoch s percentami je užitočné vedieť rýchlo určiť jedno percento. Potom ľahko určíte aj viac percent z celku. Stále majte na pamäti, že základ (teda celok) predstavuje 100 %.

1 Vypočítajte a) jednu stotinu, b) 1 % z celkov 76 100; 7 610; 761; 76,1; 7,61; 0,761.

2 Vypočítajte a) jednu tisícinu, b) 1 ‰ z celkov v predchádzajúcej úlohe.

3 Vypočítajte 1 ‰ z a) 237 700; b) 7 710; c) 106; d) 3,237; e) 0,7.



1 promile je desaťkrát menšie ako 1 percento. Preto je počet promile, ktorý zodpovedá časti celku, 10-krát väčší ako počet percent, ktorý zodpovedá tej istej časti celku.

4 Koľko percent je a) 12 ‰, b) 200 ‰, c) 26 ‰, d) 3,2 ‰?

5 Koľko promile je a) 12 %, b) 200 %, c) 26 %, d) 3,2 %?

6 Koľko je a) 20 %, b) 35 %, c) 250 %, d) 4,21 % z čísla 80?

Pozrite, ako časť b) úlohy 6 počítali Vilo a Soňa.

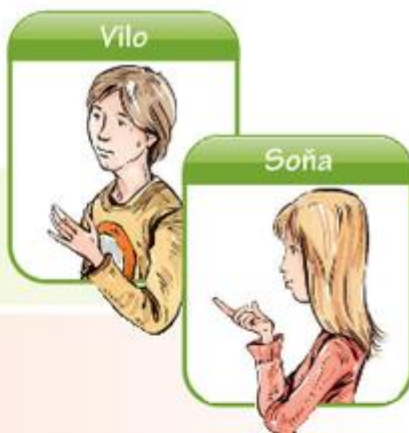
Vilo:

Najskôr vypočítam 1 % z 80. To je ľahké: $80 : 100 = 0,8$
35 % bude 35-krát viac ako 1 %: $0,8 \cdot 35 = 28$

Soňa:

Zapíšem si to pomocou trojčlenky: $100 \% \dots 80$
 $35 \% \dots ?$

Takže $35 : 100 = ? : 80$. Z toho mi vychádza, že $0,35 = ? : 80$. Preto $? = 0,35 \cdot 80 = 28$.



Počítali ste predchádzajúcu úlohu ako Vilo výpočtom cez 1 % alebo ako Soňa trojčlenkou? Vyskúšajte si aj tú metódu, ktorú ste nepoužili.

7 Zistite 1 % z celku, ak viete, že a) 50 % z celku je 8 500, b) 35 % z celku je 700, c) 14 % z celku je 2,8, d) 200 % z celku je 300.

8 Prekreslite si do zošita tabuľku a vyplňte ju.

Dané číslo	320	1 677	23 600				10 000		203 000
1 ‰ z daného čísla				32	167,7			1 000	
7 ‰ z daného čísla						16 520			

- 9 V mise je 30 sliviek. Fero si zobral dve pätiny a neskôr Viera jednu šestinú. Koľko sliviek si zobral Fero a koľko Viera?

Róbert a Jano sa nevedia dohodnúť, kto z nich to má správne. Obom vyšlo, že Fero si zobral 12 sliviek, ale pri Viere sa ich výsledky líšia. Róbertovi vyšli 3 slivky a Janovi 5 sliviek. Aký výsledok máte vy?



- 10 V čom sa v uvažovaní líšia Róbert a Jano? Kto z nich úlohu chápe dobre?

- 11 Vypočítajte $\frac{5}{12}$ z 33.

Ako ste počítali poslednú úlohu? Najprv ste zisťovali jednu dvanástinu? V tom prípade ste zvolili jeden zo správnych postupov. Inou (správnou) možnosťou výpočtu je násobenie: $\frac{5}{12}$ z 33 sa rovná $\frac{5}{12} \cdot 33$.

- 12 Vypočítajte pomocou násobenia a) $\frac{7}{18}$ zo 6,3; b) $\frac{11}{15}$ z $\frac{2}{3}$.

- 13 Pomocou násobenia vypočítajte aj 15 % z 9, 12 ‰ z 37, 54 ‰ z 210, 87 % z 3 482, 165 % z 8.



$$15 \% \text{ z } 9 = 0,15 \cdot 9 = 1,35$$

- 14 Cena výrobku sa zvýšila štvornásobne. O koľko percent sa cena zvýšila?

- 15 Riešte úlohu 14, ak sa cena zvýšila a) dvojnásobne, b) trojnásobne, c) päťnásobne.

Kto má väčšiu šancu? (2. časť)

V tanečnom klube je 6 dievčat a 9 chlapcov. Vedúci klubu sa chystá spravodlivo vylosovať jeden tanečný pár na vystúpenie.



Úloha 1: Navrhните a pripravte a) dvojkoľové losovanie, b) jednokolové losovanie tanečného páru.

Úloha 2: Je väčšia šanca, že vylosujú Adama alebo že vylosujú Evu?

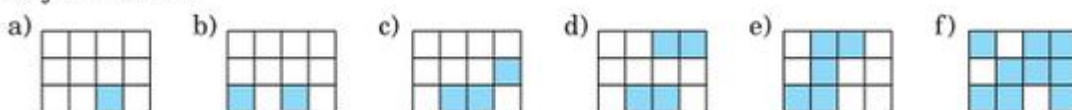
Úloha 3: Je väčšia šanca, že nevylosujú Adama alebo že nevylosujú Evu? Svoje odpovede sa opäť pokúste zdôvodniť.

Aký je celok?

Niekedy vieme, aká veľká je časť celku a potrebujeme zistiť, aký veľký je celok. Pripomenieme si to v nasledujúcich úlohách.

- 1 Koľko je celok, ak a) $\frac{1}{3}$, b) $\frac{1}{15}$, c) $\frac{1}{100}$, d) 1 ‰ z neho je 24.
- 2 Riešte predchádzajúcu úlohu, ale číslo 24 zmeňte na číslo a) 40; b) 2,8.
- 3 Vypočítajte celok, ak sa 1 % z neho rovná a) 18; b) 7 200; c) 0,63; d) 2,7; e) 0,006.
- 4 Jedno promile z neznámeho čísla je a) 33, b) 7, c) 3,27, d) 0,36; e) 2,731; f) 200. Zistite neznáme číslo.

- 5 Vypočítajte, koľko stoja celky na obrázkoch, ak viete, že zafarbená časť stojí 60 centov.



- 6 Vypočítajte, koľko je všetkých sliviek, ak 8 sliviek je a) $\frac{1}{3}$, b) $\frac{2}{5}$, c) $\frac{4}{13}$ zo všetkých sliviek.
- 7 Vypočítajte celok, ak a) $\frac{3}{5}$, b) $\frac{8}{25}$, c) $\frac{13}{100}$, d) 13 % z celku je 27,3.

Pozrite, ako časť b) predchádzajúcej úlohy počítal Vilo a ako časť d) počítala Soňa.

Vilo:

Najprv zistím, koľko je $\frac{1}{25}$ z celku.

$\frac{8}{25}$ z celku je 27,3. Potom $\frac{1}{25}$ z toho celku bude 8-krát menej:

$$27,3 : 8 = 3,4125.$$

Celok bude 25-krát väčší: $25 \cdot 3,4125 = 85,3125$

Celok je 85,3125.

Vilo



Soňa:

Musím len vedieť, že celok je 100 %. Najprv zistím 1 % z celku.

13 % je 27,3.

1 % bude 13-krát menej: $27,3 : 13 = 2,1$.

Potom 100 % bude $100 \cdot 2,1 = 210$.

Celok je 210.

Soňa



- 8 Vypočítajte celok, ak 12 % z neho je a) 60, b) 900, c) 0,3, d) 12,18.

- 9 Riešte predchádzajúcu úlohu, len namiesto percent dajte promile.

Aká časť celku to je? Koľko je to percent? Koľko promile?



Z ačneme jednoduchou úlohou.

1 Akú časť z 84 tvorí 49?

Je to skutočne jednoduchá otázka, lebo odpoveď ľahko zapíšeme pomocou zlomku: $\frac{49}{84}$.

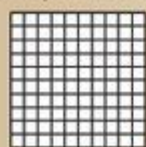
2 Akú časť z prvého čísla tvorí druhé číslo? Prvé čísla vyberajte z modrej skupinky, druhé čísla vyberajte z červenej skupinky. Pozor, je to 9 príkladov. Odpoveď sformulujte slovne: Číslo 5 tvorí z čísla 3 206

5; 98; 4 523 3 206; 120; 9

3 Akú časť zo 40 tvorí 16? Výsledok uďte v stotínach.

Milano:

40 si predstavím ako 100 stotín.



Jeden štvorček je potom $40 : 100 = 0,4$.

Koľko štvorčekov zaberie 16? $16 : 0,4 = 40$

Odpoveď je $\frac{40}{100}$.

Milan



4 a) Akú časť z 84 tvorí 49? Výsledok uďte v tridsatinách. b) Akú časť z 24 tvorí 15? Výsledok zapíšete v tvare $\frac{?}{32}$. c) Akú časť z 15 tvorí 24? Výsledok uďte v tvare $\frac{?}{32}$. d) Koľko štyridsatín tvorí 27 zo 72? e) Koľko dvadsaťpäťtín tvorí 216 zo 120?

5 Koľko percent z 350 kg je 17,5 kg?

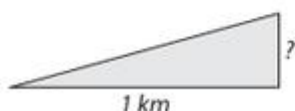
Pripomeňme si, že hľadať počet percent je to isté, ako hľadať počet stotín. Ak vypočítame $17,5 : 350$, dostaneme 0,05. To je 5 stotín. Takže to je aj 5 %.

6 Určte, koľko percent zo základu tvorí časť celku.

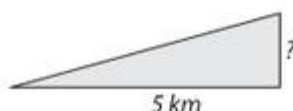
Základ	150	480	320	0,32	6,4	2 000
Časť	30	312	330	0,016	8	30
Počet percent						

7 Stúpanie, resp. klesanie, v promile vypočítame ako pomer medzi veľkosťou zvislej a vodorovnej vzdialenosti. Aký výškový rozdiel prekonáme, ak prejdeme cesty na obrázku?

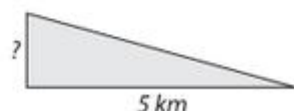
a) Stúpanie je 21 ‰.



b) Stúpanie je 1,2 ‰.



c) Klesanie je 4 ‰.



Rôzne základy



Problémy s percentami často vzniknú vtedy, keď si nevšimneme, že v úlohe pracujeme s rôznymi základmi. S touto situáciou sa môžeme stretnúť aj pri porovnávaní.

- 1** Porovnajme čísla 25 a 32: a) O koľko percent je číslo 25 menšie ako číslo 32?
b) O koľko percent je číslo 32 väčšie ako číslo 25?

Čísla 25 a 32 sa líšia v oboch prípadoch o $32 - 25 = 7$.

Rozdiel medzi otázkami a) a b) spočíva v tom, že pri porovnávaní v otázke a) je základom porovnávania číslo 32 a pri porovnávaní v otázke b) je základom číslo 25. Všimnite si, že základ porovnávania sa nachádza vo vete za slovom „ako“.

V prípade a) hľadáme, koľko percent je 7 z 32:

$$1 \% \text{ je } 0,32, \quad 7 : 0,32 = 21,875.$$

V prípade b) hľadáme, koľko percent je 7 z 25:

$$1 \% \text{ je } 0,25, \quad 7 : 0,25 = 28.$$

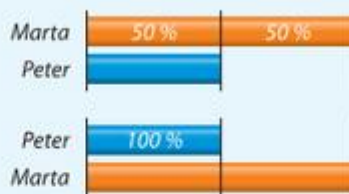
Odpoveď teda znie: Číslo 25 je o 21,875 % menšie ako číslo 32. Číslo 32 je o 28 % väčšie ako číslo 25.



Podobne napr.: Ak má Peter o 50 % známok menej ako Marta, neznamená to, že Marta má o 50 % známok viac ako Peter!

Ak má Peter o 50 % menej ako Marta,

tak Marta má o 100 % viac ako Peter.



- 2** Po zdražení o 20 % stojí tovar 15 €. Koľko eur stál tovar pred zdražením? Dajte si pozor, akého základu sa týka tých 20 %.

Edita:

Tých 20 % sa týka starej ceny, teda nie sumy 15 €! Radšej si to nakreslím.



Vidím, že tých 15 € je 120 % starej ceny. Použijem trojčlenku.

$$120 \% \dots\dots\dots 15$$

$$100 \% \dots\dots\dots ?$$

$$\frac{?}{15} = \frac{100}{120}, \text{ teda } ? = 100 \cdot 15 : 120 = 12,5$$

Tovar stál pred zdražením 12,5 €.

Edita





- 3 Riešte predchádzajúcu úlohu s týmito zmenami: a) namiesto 20 % bude 25 %, b) namiesto 15 € bude 21 €, c) namiesto 20 % bude 25 % a súčasne namiesto 15 € bude 21 €.
- 4 Po zlacnení o 40 % stojí tovar 15 €. Koľko € stál tovar pred zlacnením?
- 5 Koľko bude stáť tovar s cenou 13 €, ak v priebehu dvoch týždňov dvakrát zlacnie o 50 %? Pozor, tovar nebude zadarmo! O koľko % celkovo zlacnie?
- 6 Peter má o 25 % viac známok ako Jana. Uveďte (vymyslite) 3 konkrétne počty známok Petra a Jany, pre ktoré to platí. Pre tieto 3 prípady doplňte vetu: Jana má o % menej známok ako Peter.
- 7 Tovar najprv zlacnel o 20 %, ale neskôr zdražel o 20 %. Uveďte (vymyslite) 3 konkrétne trojice cien (pôvodná – po zlacnení – po zdražení), pre ktoré to platí. Pre každú z týchto trojíc doplňte vetu: Celkovo tento tovar o %.
- 8 Viola má záhradu o 15 % väčšiu ako Pavla, ale o 20 % menšiu ako Ružena. O koľko percent má Pavla menšiu záhradu ako Ružena? Aké veľké záhrady majú tieto dámy? Riešte úlohu pre prípady a) Pavlina záhrada má veľkosť 3 680 m², b) Ruženina záhrada má veľkosť 3 680 m², c) Violina záhrada má veľkosť 3 680 m².
- 9 Tovar stojí 10 €. Cena tovaru klesla dva týždne po sebe vždy o 10 %. O koľko percent klesla celkovo?
- 10 Čo je pre zákazníka výhodnejšie? Ak ostane množstvo tovaru nezmenené a cena za toto množstvo stúpne o 20 %, alebo ak množstvo tovaru klesne o 20 % a cena za toto zmenené množstvo zostane nezmenená?



Hľadáme čísla 2

Úloha 1: a) K číslam 6 000 a 4 000 doplňte ďalšie číslo a zo všetkých troch čísel vytvorte a napíšte vypočítaný príklad na odčítanie.
b) Z tých istých troch čísel potom vytvorte a napíšte iný vypočítaný príklad na odčítanie.
c) Z tých istých troch čísel potom vytvorte a napíšte vypočítaný príklad na sčítanie.

Úloha 2: Čísla 6 000 a 4 000 sa až dvoma spôsobmi dajú doplniť tretím číslom tak, aby sa zo všetkých troch čísel dal vytvoriť vypočítaný príklad na odčítanie. Nájdite iný

spôsob, ako ste našli v úlohe 1, a urobte preň všetky časti z úlohy 1.

Úloha 3: Urobte ešte 4-krát to isté ako v úlohe 1, len postupne s dvojicami čísel
a) 65 a 42, b) 54 a 97, c) 390 a 806,
d) 34 658 a 669 005.

Úloha 4: Pokúste sa vymyslieť také tri čísla, z ktorých sa dá vytvoriť vypočítaný príklad na odčítanie, ale nedá sa vytvoriť vypočítaný príklad na sčítanie.

Kocky a kvádre

Znázorňovanie kocky, kvádra a ďalších telies



S pomínate si, ako sme znázorňovali kocky a kvádre? Dodržiavali sme tieto pravidlá:



- Protilahlé hrany na stenách rysujeme rovnobežne.
- Prednú a zadnú stenu rysujeme v skutočnej veľkosti.
- Šikmé hrany rysujeme približne v polovičnej veľkosti oproti skutočnosti.
- Rysujeme ich spravidla pod uhlom 30° až 60° , najčastejšie 45° .
- Hrany, ktoré nevidíme, rysujeme čiarkovanou čiarou alebo ich nerysujeme vôbec.

- 1** Narysujte kocku s hranou dĺžky 2,5 cm. Skúste dodržať všetky uvedené pravidlá. Hrany, ktoré nevidíme, nerysujte.

Narysovali ste to, čo Marcel, alebo to, čo Veronika?



Obidva obrázky sú narysované správne, rozdiel je len v tom, že Marcel nakreslil kocku pri pohľade zhora a sprava a Veronika pri pohľade zhora a zľava.

- 2** Dorysujte do svojho obrázka čiarkovanou čiarou aj hrany, ktoré nevidíme.

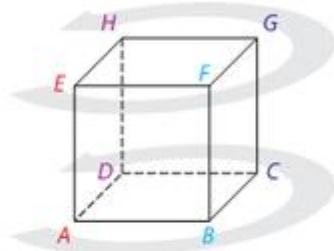
Pri kocke a kvádri rozlišujeme štyri základné pohľady: zhora zľava (tento pohľad voláme nadhľad zľava), zhora sprava (nadhľad sprava), zospodu zľava (podhľad zľava) a zospodu sprava (podhľad sprava).

- 3** Načrtnite kocky v tých troch základných pohľadoch, v ktorých ste ju nenarysovali v predchádzajúcej úlohe.

- 4** Načrtnite 3 kvádre *ABCDEFGH* tak, aby ľavý predný horný vrchol bol označený vždy iným písmenom.

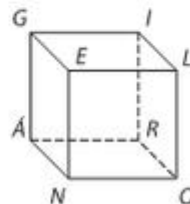
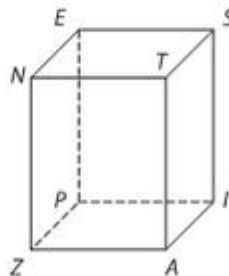
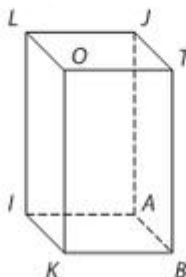
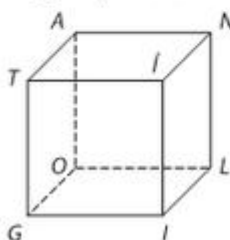
Skontrolujte, či vaše pomenovania spĺňajú dohodu z minulého ročníka:

Najprv pomenujeme jeden štvorec (obdĺžnik) – jednu stenu – napr. $ABCD$ – a potom štvorec (obdĺžnik), ktorý tvorí protiľahlú stenu – napr. $EFGH$. Prvé vrcholy z každého štvorca (obdĺžnika) pritom musia tvoriť hranu (AE), podobne aj druhé (BF), tretie (CG) a štvrté (DH).



Pomenovanie každého kvádra možno „prečítať“ v rôznych poradiach, napr. kváder $ABCDEFGH$ na obrázku je súčasne aj kvádom $BCGFADHE$.

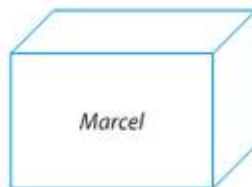
- 5 Pri vhodnom „čítaní“ vytvoria pomenovania nasledujúcich kvádrov nejaké zmysluplné slovo. Nájdite ho.



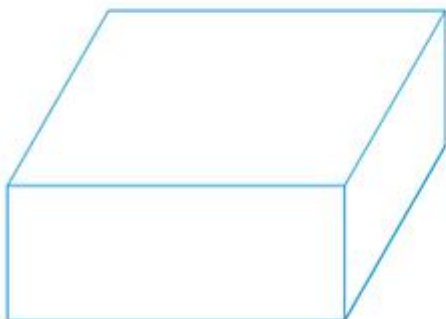
- 6 Znázornite kváder $KLMNOPRS$ s rozmermi 6 cm, 5 cm a 4 cm troma spôsobmi.
- Raz tak, aby predná stena mala rozmery 6 cm a 4 cm.
 - Druhý raz tak, aby predná stena mala rozmery 5 cm a 4 cm.
 - Tretíkrát tak, aby predná stena mala rozmery 6 cm a 5 cm.

- 7 Marcel aj Veronika správne vyriešili časť a) predchádzajúcej úlohy, napriek tomu boli ich obrázky odlišné. Ako je to možné?

Aj vy ste prišli na to, že Marcel a Veronika mali inak otočené predné steny?



- 8 Na obrázku je znázornený kváder v mierke 1 : 1. Meraním zistíte skutočné rozmery tohto kvádra.



Pozrite, ako si s úlohou 8 poradil Karol:

Karol:

Rozmery prednej steny určím ľahko: stačí ich odmerať. Vyšlo mi 2 cm a 5 cm. Šikmá hrana sa rysuje v polovičnej veľkosti, preto v skutočnosti je dĺžka šikmých hrán dvakrát väčšia, teda v tomto prípade 6 cm.

9

Je Karolovo riešenie správne? Ktoré rozmery určil Karol správne?

Gabriela:

Rozmery hrán v prednej stene znázorňujeme v skutočnej veľkosti. Tie určil Karol správne: 2 cm a 5 cm. Rozmery šikmých hrán znázorňujeme v približnej polovičnej veľkosti. Ak zistíme, že na obrázku meria 3 cm, v skutočnosti meria približne dvakrát viac: môže to byť teda 6 cm, ale môže to byť aj iné číslo, napr. 5,6 cm alebo 7,2 cm. Takže dĺžku šikmej hrany nevieme z obrázka presne určiť. Karol by mal pravdu vtedy, keby si bol (mohol byť) istý, že dĺžky šikmých hrán na obrázku sú znázornené presne v polovičnej veľkosti.

Gabriela



10

Nájdite tie obrázky kvádrov, ktoré môžu znázorňovať ten istý kváder. Pomôžte si meraním.

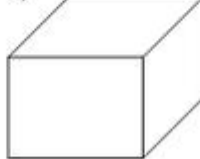
a)



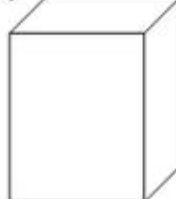
b)



c)



d)



e)



11

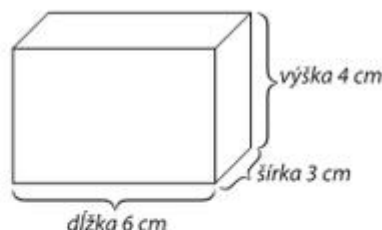
V jednom obrázku nakreslite tri rôzne znázornenia kvádra s rozmermi 2 cm x 2 cm x 5 cm v nadhľade sprava.

12

Narysujte kváder z úlohy 11 jedným spôsobom v nadhľade zľava.

13

Kváder na obrázku vznikol zložením z troch rovnakých menších kvádrov. Narysujte do zošita kváder, ktorý by mohol byť jedným z týchto menších kvádrov. Úloha má viac riešení. Stačí, ak nájdete dve z nich.



14

Narysujte teleso, ktoré vznikne z kocky s hranou 4 cm odrezaním „rožteka“ tvaru kocky s hranou 2 cm.

15

Narysujte teleso zlepené zo štyroch rovnakých kociek tak, aby to nebol kváder, aby kocky boli zlepené iba celými stenami a podložky sa dotýkali a) všetky štyri, b) iba tri, c) iba dve kocky.

16

Kváder *PRALINKY* je rozrezaný na dve rovnaké telesá tak, že „rez“ je obdĺžnik *PAKI*. Načrtnite najprv kváder *PRALINKY* a potom narysujte jedno zo spomínaných telies.

Nárys, bokorys a pôdorys

N

a každé teleso sa môžeme pozrieť mnohými spôsobmi. Takto môžu vyzeráť tri rôzne pohľady na kocku.



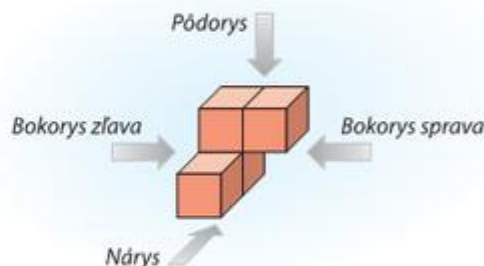
Najčastejšie sa používajú tieto štyri pohľady:

nárys (pohľad spredu),

pôdorys (pohľad zhora),

dva bokorysy (pohľady z boku – zľava a sprava).

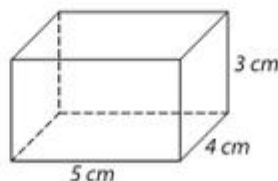
Bokorys niekedy voláme aj profil.



1 Načrtnite nárys, bokorys zľava, bokorys sprava aj pôdorys telesa na predchádzajúcom obrázku.

2 Čo je nárysom, bokorysom a pôdorysom kocky s hranou 2 cm?

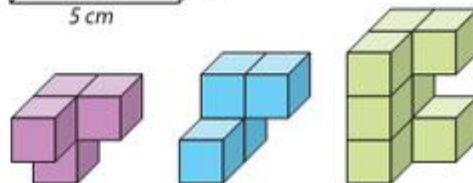
3 Nakreslite nárys, bokorys a pôdorys kvádra na obrázku.



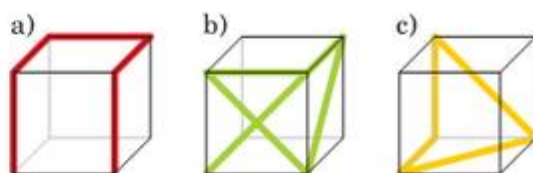
4 Telesá na obrázku sú zložené z kociek rovnakej veľkosti.

a) Z koľkých kociek sa skladajú jednotlivé telesá?

b) Načrtnite nárys, bokorys zľava, bokorys sprava a pôdorys telies na obrázku.



5 Na obrázku je sklenený model kocky, v ktorom je zaliaty farebný drôt. Nakreslite nárys, pôdorys a bokorys zľava tohto drôtu.



Hľadáme čísla 3

Úloha 1: a) Bez toho, aby ste zisťovali číslo pod kartičkou v príklade $376 + \text{K} = 1\ 205$, vytvorte z rovnakých čísel príklad na odčítanie.

b) Z tých istých troch čísel vytvorte a napíšte iný príklad na odčítanie.

Dostali ste tri príklady, v ktorých je pod kartičkou rovnaké číslo. V ktorom z nich sa číslo pod kartičkou zisťuje najľahšie?

Úloha 2: Urobte ešte 4-krát to isté ako v úlohe 1, len postupne s príkladmi

a) $492 + \text{L} = 2\ 003$, b) $\text{A} + 79 = 1\ 205$,

c) $\text{P} + 4\ 672 = 12\ 000$,

d) $30\ 576 + \text{T} = 124\ 605$.

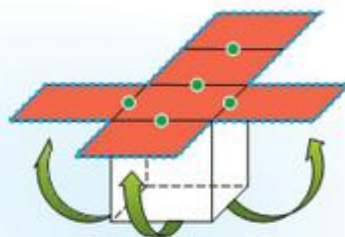
Úloha 3: Poučte sa z predchádzajúcich úloh a zistíte pomocou odčítania čísla pod kartičkami v príkladoch:

$43 + \text{G} = 71$, $\text{Z} + 87 = 111$, $\text{F} + 543 = 907$,

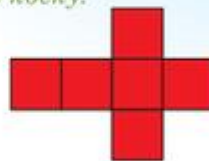
$4\ 670 + \text{S} = 6\ 723$.

Sieť a povrch kocky a kvádra

Pripomeňme si najprv sieť niektorých telies. Asi si spomínate, že povrch kocky sa skladá zo šiestich rovnakých štvorcov. Keď tieto štvorce nakreslíme tak, aby sa z útvaru, ktorý dostaneme, dala poskladať kocka (pozri obrázok), nazývame vzniknutý útvar sieť kocky.



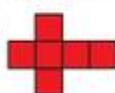
Sieť kocky teda môže vyzeráť napríklad takto:



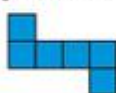
1 Vymyslite a nakreslite inú sieť kocky.

2 Na ktorom obrázku je sieť kocky?

a)



b)



c)



d)



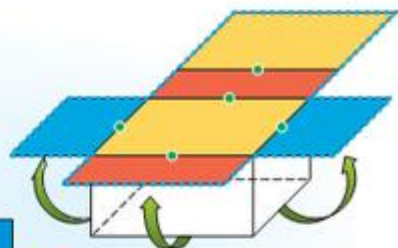
3 Na tvrdý papier narysujte sieť kocky, ktorá má hranu dlhú 3 cm. Sieť vystrihnite (aj s pomocnými „ušami“) a kocku poskladajte.



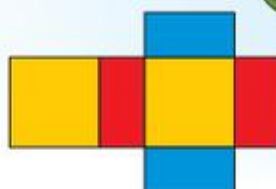
Povrch telesa tvorí to, čo sa zafarbí, keď teleso ponoríme do farby.

4 Načrtnite jednu sieť kvádra. Vysvetlite, z čoho sa skladá povrch kvádra.

Spomenuli ste si, že povrch kvádra sa skladá z troch dvojíc rovnakých obdĺžnikov? Sieť kvádra, podobne ako sieť kocky, je útvar zložený zo stien kvádra tak, aby sa z neho kváder dal poskladať.

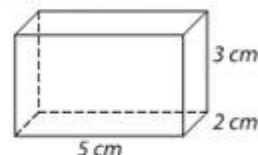


Sieť kvádra môže vyzeráť napríklad takto:



5 a) Narysujte sieť kvádra s rozmermi 5 cm x 3 cm x 2 cm.

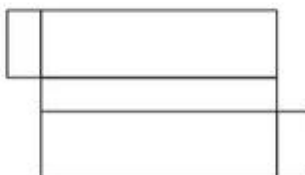
b) Vystrihnite túto sieť a jej zlepením vytvorte kváder. (Nezabudnite na „ušá“, ktoré vám pomôžu pri zlepaní.)



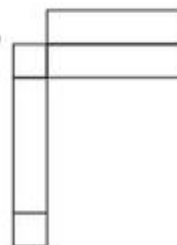
6 Narysujte ešte jednu sieť kvádra z predchádzajúcej úlohy, ale tak, aby nemala vedľa seba štyri obdĺžniky.

7 Na obrázku vidíte nedokončenú sieť kvádra. Prerysujte ju do zošita a dokončite ju. Nájdete dve rôzne riešenia?

a)



b)



8 Nájdite všetky riešenia predchádzajúcej úlohy.

- 9 Vypočítajte obsah siete kocky s hranou dlhou 3 cm.

Počítali ste rovnako ako Martina?

Martina:

Sieť kocky sa skladá zo **šiestich** rovnakých štvorcov.

Obsah jedného štvorca je $3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$.

Takže sieť kocky bude $6 \cdot 9 \text{ cm}^2 = 54 \text{ cm}^2$.

Martina



O bsah siete kocky nazývame aj veľkosť povrchu kocky alebo skrátene povrch kocky. Takže, keď povieme povrch kocky, môžeme tým myslieť šesť štvorcov alebo obsah týchto šiestich štvorcov.

- 10 Vypočítajte a) obsah siete, b) povrch kvádra s rozmermi 3 cm, 4 cm a 5 cm.

Aj teraz ste si poradili ako Martina?

Martina:

Sieť kvádra sa skladá z troch **dvojíc** rovnakých obdĺžnikov. Obsahy týchto obdĺžnikov sú:

$$3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 12 \text{ cm}^2 \quad 3 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2 \quad 4 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^2$$

Takže sieť kocky bude $2 \cdot 12 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 15 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 20 \text{ cm}^2 = 94 \text{ cm}^2$.

Môžeme to zapísať aj $2 \cdot (12 \text{ cm}^2 + 15 \text{ cm}^2 + 20 \text{ cm}^2) = 94 \text{ cm}^2$.

- 11 Vypočítajte povrch kvádra s rozmermi a) 5 cm, 12 cm a 9 cm,
b) 2,7 dm, 3,4 dm a 5,9 dm.

- 12 Zložte zo šiestich rovnakých kociek s hranou dlhou 4 cm teleso, ktoré má povrch
a) 416 cm^2 , b) 384 cm^2 , c) 352 cm^2 , d) 488 cm^2 . Ak majú kocky spoločnú plochu, musia sa dotýkať celou stenou.

Hľadáme čísla 4

Úloha 1: a) Bez toho, aby ste zisťovali číslo pod kartičkou v príklade $376 - \boxed{K} = 97$, vytvorte z rovnakých čísel iný príklad na odčítanie.

b) Z tých istých troch čísel vytvorte a napíšte príklad na sčítanie.

Dostali ste tri príklady, v ktorých je pod kartičkou rovnaké číslo. V ktorom z nich sa číslo pod kartičkou zisťuje najľahšie?

Úloha 2: Urobte ešte 4-krát to isté ako

v úlohe 1, len postupne s príkladmi:

a) $492 - \boxed{L} = 203$,

b) $504 - \boxed{A} = 336$,

c) $4\,672 - \boxed{P} = 2\,430$,

d) $730\,576 - \boxed{T} = 124\,605$.

Úloha 3: Poučte sa z predchádzajúcich úloh a zistite pomocou odčítania čísla pod kartičkami v príkladoch:

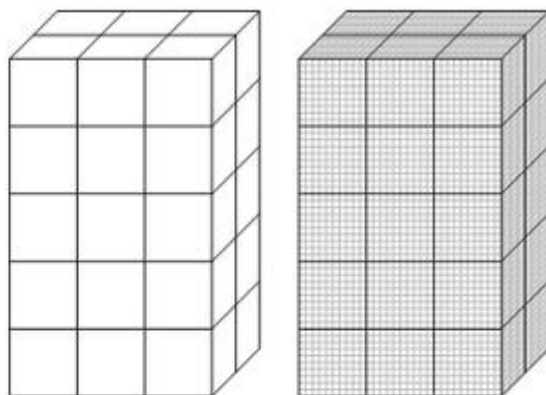
$93 - \boxed{G} = 28$, $287 - \boxed{Z} = 111$,

$1\,543 - \boxed{F} = 907$, $354\,670 - \boxed{S} = 68\,723$.

Jednotky objemu a objem kvádra a kocky

V bežnom živote sa často stretneme s meraním objemu.

- 1 Z koľkých kociek s hranou a) 1 mm, b) 1 cm sa skladá kváder s rozmermi 3 cm x 2 cm x 5 cm?



Milan:

V dolnej vrstve je $30 \cdot 20 = 600$ kociek.
Vrstiev je 50. Všetkých kociek je preto
 $600 \cdot 50 = 30\,000$.

Viera:

Mohol si to násobiť naraz:
 $30 \cdot 20 \cdot 50 = 30\,000$.

Tento výpočet je vlastne výpočet objemu kvádra. Zistiť objem kvádra totiž znamená zistiť počet kociek, z ktorých sa tento kváder skladá.

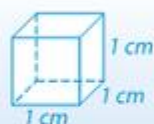
- 2 Rozhodnite, či má objem kvádra z úlohy 1 byť 30, alebo 30 000.

Obidva výsledky sú aj správne, aj nesprávne. Chýbajú im totiž **jednotky**. Obidva výsledky budú správne až vtedy, keď ku každému pripíšeme správne **jednotky objemu**.

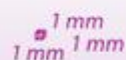
Ak pracujeme s jednotkou – kockou s hranou 1 cm, tak pracujeme s objemovou jednotkou 1 cm^3 a správny výsledok je 30 cm^3 .

Ak pracujeme s jednotkou – kockou s hranou 1 mm, tak pracujeme s objemovou jednotkou 1 mm^3 a správny výsledok je $30\,000\text{ mm}^3$.

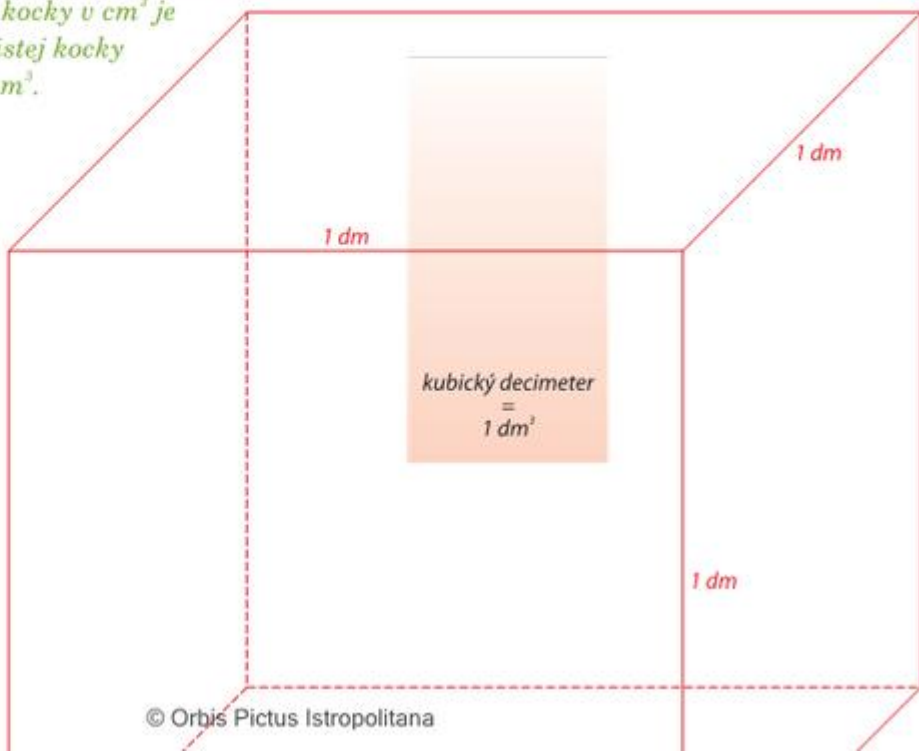
Preto objem danej kocky v cm^3 je 30 cm^3 . Objem tej istej kocky v mm^3 je $30\,000\text{ mm}^3$.



kubický centimeter
 $= 1\text{ cm}^3$



kubický milimeter
 $= 1\text{ mm}^3$



Tieto jednotky objemu sú odvodené od jednotiek dĺžky – od metra, centimetra atď. Napríklad 1 kubický meter je objem kocky s hranou 1 meter.

- 3 Vypočítajte objem a) zelenej kocky s hranou 1 dm, b) modrej kocky s hranou 10 cm. Ktorá z nich má väčší objem?

Adam:

Kedže 1 dm = 10 cm, kocky sú rovnaké a majú rovnaký objem.
Objem zelenej kocky s hranou 1 dm je kubický decimeter (1 dm³).
Modrá kocka má objem 10 cm · 10 cm · 10 cm = 1 000 cm³.
Preto platí, že 1 dm³ = 10 cm · 10 cm · 10 cm = 1 000 cm³.

Adam



- 4 Doplňte chýbajúce čísla v základných prevodoch. Ak to neviete spamäti, pomôžte si ako v predchádzajúcej úlohe.

$$1 \text{ cm}^3 = \dots \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3 = \dots \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3 = \dots \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ km}^3 = \dots \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3 = \dots \text{ mm}^3$$

- 5 Precvičte si premieňanie jednotiek a vyplňte tabuľku.

mm ³	cm ³	dm ³	m ³	km ³
2 700 000 000				
			0,02	
		30 000		
	760 000			
				0,000 000 3

- 6 Vyplňte tabuľku. Pozor, treba správne doplniť aj jednotky v prvom riadku.

m ³			
3 500	3 500 000 000 000		
	2 000 000 000		2 000 000
80		0,000 000 08	

- 7 Doplňte chýbajúce jednotky.

$$8\,300 \text{ cm}^3 = 8,3 \dots$$

$$0,308 \text{ dm}^3 = 308\,000 \dots$$

$$800\,000 \text{ mm}^3 = 0,000\,8 \dots$$

$$0,000\,857 \text{ km}^3 = 857\,000 \dots$$

$$60\,000 \text{ cm}^3 = 0,06 \dots$$

$$710\,000 \text{ mm}^3 = 0,71 \dots$$

objem kvádra v kubických $\begin{matrix} \text{metroch (m}^3\text{)} \\ \text{decimetroch (dm}^3\text{)} \\ \text{centimetroch (cm}^3\text{)} \\ \text{milimetroch (mm}^3\text{)} \end{matrix}$ = súčin dĺžok jeho strán v $\begin{matrix} \text{metroch} \\ \text{decimetroch} \\ \text{centimetroch} \\ \text{milimetroch} \end{matrix}$

- 8 Vypočítajte v dm³ objemy kvádrov s rozmermi a) 11 dm, 2 dm a 4 dm, b) 3 dm, 11 dm a 40 dm, c) 10 dm, 10 dm a 1 dm, d) 20 dm, 20 dm a 2 dm.

- 9 Určte objem kvádra z časti b) predchádzajúcej úlohy v a) cm³, b) mm³, c) m³.

Ako ste počítali časť c) v úlohe 9? Ako Peter alebo ako Agáta?

Peter:

Už som vypočítal, že jeho objem je $1\,320\text{ dm}^3$.
Stačí mi tento výsledok premeniť na m^3 .
Tých je 1 000-krát menej,
teda dostanem $1,32\text{ m}^3$.

Agáta:

Ja som si premenila rozmery
 $3\text{ dm} = 0,3\text{ m}$; $11\text{ dm} = 1,1\text{ m}$ a $40\text{ dm} = 4\text{ m}$.
Tieto tri dĺžky som vynásobila:
 $0,3\text{ m} \cdot 1,1\text{ m} \cdot 4\text{ m} = 1,32\text{ m}^3$.



- 10** Vypočítajte objem kvádra s hranami 6,8 cm, 2,1 cm a 1,2 dm. Výsledok uveďte najprv v cm^3 a potom v dm^3 .

- 11** Vyplňte tabuľky.

Kváder			
Jedna hrana	Druhá hrana	Tretia hrana	Objem
4 cm	10 cm	3,5 cm	
2 cm	25 cm		350 cm^3
	18 cm	22 cm	$5\,544\text{ cm}^3$
0,2 cm		1,4 cm	$0,7\text{ cm}^3$

b)

Kocka	
Hrana	Objem
3 cm	
12 cm	
	8 cm^3
	64 cm^3

Kontrola v Malinovkovom raji

Inšpektori Slovenskej obchodnej inšpekcie kontrolovali objem malinovky čapovanej v reštaurácii Malinový raj. Tu je záznam o ich prieskume – zistené objemy tzv. veľkých malinoviek (0,5 litra) a malých malinoviek (0,3 litra):

veľké malinovky: 0,48; 0,48; 0,51; 0,47; 0,46;
malé malinovky: 0,28; 0,3; 0,27; 0,31; 0,27;
0,28 (údaje sú v litroch).

Úloha 1: Vypočítajte priemerný objem skúmanej vzorky veľkej malinovky.

Úloha 2: O koľko percent mala priemerná malá malinovka zo skúmanej vzorky menší objem, ako mala mať?

Predpokladajme, že vzorka, ktorú skúmali inšpektori obchodnej inšpekcie, bola reprezentatívna. To znamená, že čašník predáva malinovky s takýmto priemerným objemom všetkým hosťom.

Úloha 3: Koľko litrov malinovky takto čašník za jeden deň ušetril, ak predal 240 veľkých a 80 malých malinoviek?

Úloha 4: Rozhodnite, kedy sa vo väčšej miere poškodzuje zákazník: keď dostane veľkú malinovku s objemom 0,48 litra alebo keď dostane malú malinovku s objemom 0,28 litra.

Úloha 5: Zistíte, pri ktorej malinovke (malej alebo veľkej) zistila inšpekcia na základe uvedeného prieskumu v reštaurácii Malinový raj väčšiu mieru poškodzovania zákazníka.





V

živote častejšie používame iné jednotky objemu, a to najmä: **liter (l)** a od neho odvodené jednotky: **mililiter (ml)**, tisícina litra), **centiliter (cl)**, stotina litra), **deciliter (dl)**, desatina litra) a **hektoliter (hl)**, sto litrov).

12

Premeňte na uvedené jednotky.

$$200 \text{ cl} = \dots \text{ dl}$$

$$0,3 \text{ hl} = \dots \text{ l}$$

$$40\,000 \text{ ml} = \dots \text{ cl}$$



Jeden liter je rovnaký objem ako jeden kubický decimeter.

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

13

Doplňte správne čísla.

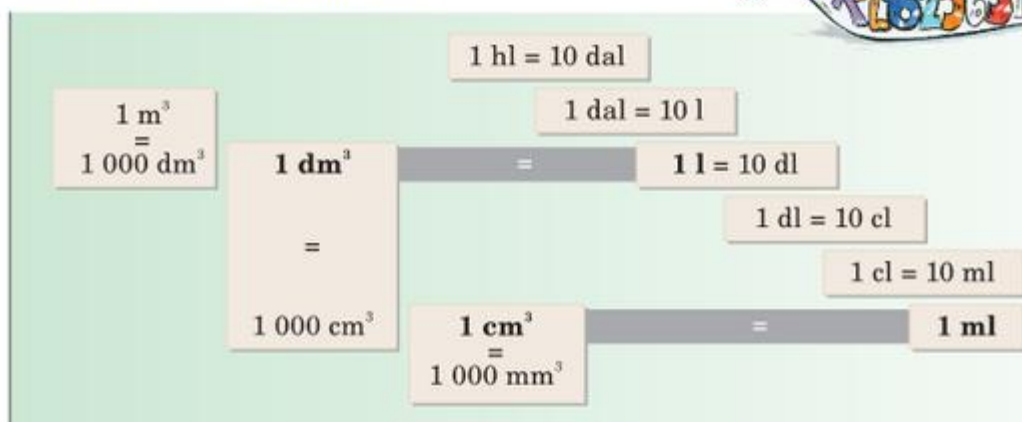
a) $1 \text{ l} = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3 = \dots \text{ mm}^3$

b) $1 \text{ cm}^3 = \dots \text{ ml}$

Pravdepodobne aj vám vyšlo, že

$$1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$$

Takže pre jednotky objemu platí:



14

Premeňte po stĺpcoch na uvedené jednotky.

$$14 \text{ m}^3 = \dots \text{ mm}^3$$

$$0,006 \text{ l dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$$

$$100\,200 \text{ mm}^3 = \dots \text{ dm}^3$$

$$0,000\,054 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$$

$$0,003 \text{ m}^3 = \dots \text{ cm}^3$$

$$0,09 \text{ cl} = \dots \text{ ml}$$

$$1,007 \text{ ml} = \dots \text{ dl}$$

$$1\,003 \text{ dm}^3 = \dots \text{ dl}$$

$$84,07 \text{ cm}^3 = \dots \text{ ml}$$

$$174,07 \text{ mm}^3 = \dots \text{ dl}$$

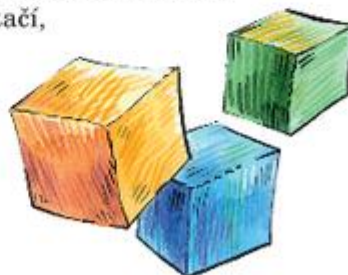
15

Určte, koľko litrov vody je v akváriu s vnútornými rozmermi 45 cm, 35 cm a s výškou 25 cm, ak je naplnené 7 cm pod okraj.

16

Nájdite kváder, ktorý má taký objem v cm^3 ako povrch v cm^2 .

(Takých kvádrov je nekonečne veľa, nám stačí, ak nájdete jeden.)



Kombinatorika



Často sa stáva, že zo všetkých možností, ktoré máme na výber, nie sú všetky použiteľné, možné či realizovateľné. Napríklad nie všetky kombinácie 8 písmen alebo znakov sú vhodné ako heslá z hľadiska bezpečnosti. V nasledujúcich úlohách nás bude zaujímať, koľko je takých možností, ktoré navyše spĺňajú ešte nejaké dodatočné podmienky.

- 1 Zo siedmich detí treba vybrať dve, ktoré pôjdu reprezentovať triedu. Koľko existuje rôznych možností výberu dvojice detí, ktoré budú zastupovať triedu?
- 2 Riešte predchádzajúcu úlohu s tým, že viete, že pôjde nanajvýš jeden z trojice Adam, Boris a Daniel.

Aj vy ste si povedali, že keď ste už vyriešili úlohu 1, stačí v jej riešení vyškrtat tie dvojice, v ktorých sú obaja zo spomínanej trojice? To sú 3 možnosti: AB, AD a BD. Preto výsledok úlohy 2 je $21 - 3 = 18$ možností.

- 3 Z troch chlapcov a piatich dievčat treba vybrať dve deti, ktoré pôjdu na výstavu urobiť reportáž. Vie sa, že nemôžu ísť dve dievčatá. Koľko je za tejto podmienky možností, ako vybrať dve deti? Riešte to podobne ako predchádzajúcu úlohu: najprv zistíte všetky možnosti, aj tie, ktoré nespĺňajú uvedenú podmienku. Potom z nich vyškrtajte tie, ktoré sú zakázané.

Pozrite, ako si začala zapisovať riešenie predchádzajúcej úlohy Silvia.

	A1	A2	A3	A4	A5
B1					
C1					
AB					

Chlapcov si označím písmenami A, B, C a dievčatá číslami 1, 2, 3, 4, a 5.

Všetky možnosti potom sú:

Silvia



- 4 Dokončíte Silviino riešenie.
- 5 V 1. rade v divadle je šesť miest na sedenie. Rad je prázdny, Jana a Milan si v ňom majú vybrať miesto na sedenie. Koľko je možností, že Milan a Jana budú sedieť a) vedľa seba, b) tak, že medzi nimi bude jedno sedadlo voľné?
- 6 Riešte predchádzajúcu úlohu pre a) sedem miest v 1. rade, b) osem miest v 1. rade, c) 18 miest v 1. rade.
- 7 Kamila si chce zmeniť heslo **daliborZ**, tak, že a) dve spoluhlásky vymení navzájom medzi sebou, b) zmení jednu malú samohlásku na takú istú veľkú samohlásku, c) urobí obidve zmeny. Koľko možností má na výber?



- 8 Deväť dievčat z 8. triedy si ide zahrať volejbal proti deviatačkám. Na ihrisku môže byť naraz šesť hráčov jedného družstva. Koľko úvodných zostáv má trénerka ôsmačiek na výber, ak vie, že a) nie je dobré, aby ôsmačky Táňa a Eva boli na ihrisku naraz, b) nie je dobré, ak je Viktória na ihrisku bez Lívie, c) majú byť splnené obe podmienky z častí a) aj b)? Rozostavenie dievčat na ihrisku neberieme pri riešení do úvahy.

Systematické vypisovanie možností je výborný spôsob, ako nezabudnúť ani na jednu možnosť a zistiť ich presný počet. Niekedy je však možností veľmi veľa. Vtedy by vypisovanie mohlo byť neprehľadné alebo by mohlo trvať veľmi dlho. Oplatí sa preto poznať aj iné spôsoby riešenia.

- 9 Dlhodobý stolnotenisový turnaj sa hrá systémom každý s každým jeden zápas. Do súťaže sa zatiaľ prihlásilo 14 dievčat. Koľko zápasov pribudne, ak sa a) prihlási ešte jedno dievča, b) prihlásia ešte 2, c) prihlásia ešte 3, d) prihlásia ešte 4 dievčatá?

- 10 Do podobného turnaja chlapcov sa prihlásilo 20 chlapcov. Koľko zápasov ubudne, ak sa z turnaja a) odhlási 1 chlapec, b) odhlásia 2, c) odhlásia 3, d) odhlásia 4 chlapci?

- 11 Režisér muzikálu si vyberá jeden tanečný pár chlapec – dievča z 12 chlapcov a zo 16 dievčat. Koľko možností na výber mu pribudne, ak sa počet chlapcov a dievčat **zvýši** naraz tak, ako je to uvedené v tabuľke? Pozor, je to až 16 úloh.

		Chlapci			
		Nezmení	o 1	o 2	o 3
Dievčatá	Nezmení				
	o 1				
	o 2				
	o 3				

- 12 Riešte predchádzajúcu úlohu pre prípady, že sa počet chlapcov či dievčat o dané počty **zmenšuje**.

- 13 Turnaj s 10 účastníkmi sa odohrá systémom každý s každým práve jeden zápas. Koľko zápasov sa odohrá? Prečo nie je správny postup výpočtu $10 \cdot 10 = 100$? Aký je správny výsledok?

- 14 Nájdite správny výsledok predchádzajúcej úlohy pre turnaj a) s 9, b) s 11, c) s 13, d) so 16 účastníkmi.

- 15 Koľkými spôsobmi sa dá zo a) 6, b) 7 žiakov vybrať predseda a podpredseda triedy?

- 16 Koľkými spôsobmi sa dá rozdeliť a) 20, b) 24, c) 33 rovnakých hrušiek medzi Janka a Marienku? (Hrušky nebudeme krájať a delenie nemusí byť spravodlivé, napr. pripúšťame, že Janko dostane všetky hrušky.)

- 17 Koľkými spôsobmi sa dajú rozdeliť 2 nerovnaké hrušky medzi a) 3, b) 4, c) 5 detí?

- 18 Koľkými spôsobmi sa dajú rozdeliť 2 rovnaké hrušky medzi a) 3, b) 4, c) 5 detí?

- 19 Koľkými spôsobmi sa a) dajú rozdeliť 3 rovnaké hrušky, b) dá rozdeliť 5 rovnakých hrušiek medzi Janka, Marienku a Adelu?

Priama a nepriama úmernosť



V bežnom živote sa často stretnete s rôznymi závislosťami medzi dvoma alebo viacerými veličinami. Niektoré závislosti majú podobné vlastnosti. Pripomeňme si ich.

Priama úmernosť

- 1** V rozdielnych obchodoch predávajú sirupy v rôzne veľkých fľašiach. Prepíšte si do zošita tabuľku a vyplňte ju.

	Obchod							
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Počet fliaš	4	8			24	36		8
Celkové množstvo (l)		12	18	6		18	14,4	6
Objem 1 fľaše (l)	1,5		1,5	0,5	0,5		1,2	

- 2** Prevádzkarky dvoch susedných chat kupovali sirup v rovnakých fľašiach v tom istom obchode. Pani Jana kúpila prepravku s 12 fľašami a pani Elena väčšiu prepravku s 15 fľašami. Pani Jana kúpila spolu 9 litrov sirupu. Koľko litrov sirupu kúpila pani Elena?

Riešili ste úlohu ako Ivan, Hedviga, alebo ako Peter?

Ivan:

Najskôr si z nákupu pani Jany určím, koľko sirupu je v jednej fľaši:

$$9 : 12 = 0,75 \text{ litra}$$

Takže v 15 fľašiach bude $15 \cdot 0,75 = 11,25$ litra sirupu.



Hedviga

Hedviga:

Ja som použila trojčlenku pre priamu úmernosť: $\begin{matrix} \uparrow 12 \text{ fliaš} \dots 9 \text{ litrov} \\ \uparrow 15 \text{ fliaš} \dots ? \text{ litrov} \end{matrix}$

$$15 : 12 = ? : 9 \quad 1,25 = ? : 9 \quad ? = 1,25 \cdot 9 \quad ? = 11,25$$

V 15 fľašiach bude 11,25 litra sirupu.



Peter:

Ja si pamätám, že neznáme číslo môžem pri priamej úmernosti určiť tak, že čísla na uhlopriečke vynásobím a výsledok vydelím tretím číslom: $15 \cdot 9 : 12$. To je 11,25.



Ivan aj Hedviga pri riešení tejto úlohy využili vlastnosť:



Koľkokrát menej je rovnakých fliaš, **toľkokrát menší** je objem alebo **koľkokrát viac** je rovnakých fliaš, **toľkokrát väčší** je objem.



Závislosť dvoch veličín, v ktorých platí, že koľkokrát **zväčšíme** (zmenšíme) jednu veličinu, toľkokrát sa **zväčší** (zmenší) druhá veličina, sa volá **priama úmernosť**.



3 Precvičte si Ivanov, Hedvigín aj Petrov spôsob a doplňte chýbajúce čísla.

a)

6 fľaš	7,2 litra
24 fľaš	

b)

6 fľaš	
24 fľaš	18 litrov

c)

4 fľaše	
14 fľaš	28 litrov

d)

4 fľaše	10 litrov
14 fľaš	

e)

	7,2 litra
18 fľaš	10,8 litra

f)

24 fľaš	19,2 litra
	20 litrov

4 Doplňte chýbajúce údaje (hmotnosť jabĺk alebo cenu príslušného množstva jabĺk).

Hmotnosť	1 kg	2 kg		4 kg	1,6 kg			3,27 kg
Cena	0,85 €		4,25 €			2,04 €	2,72 €	

Vyšla vám v poslednom stĺpci cena 2,779 5 €? Ak áno, tak ste počítali správne, ale cena sa uvádza iba na dve desatinné miesta a často sa zaokrúhľuje na celé centy nadol v prospech kupujúceho (spotrebiteľa). Ak chceme dodržať obidve tieto pravidlá, doplníme do tabuľky cenu 2,77 €.

5 Doplňte k tabuľke z predchádzajúcej úlohy ešte dva riadky (v oboch treba vypočítať podiel) a vyplňte ich:

Hmotnosť	1 kg	2 kg		4 kg	1,6 kg			3,27 kg
Cena	0,85 €		4,25 €			2,04 €	2,72 €	
Cena : hmotnosť								
Hmotnosť : cena								

6 Čo určuje číslo, ktoré vyšlo v treťom riadku tabuľky z predchádzajúcej úlohy?
Čo určuje číslo, ktoré vyšlo vo štvrtom riadku?

7 Prečo nevyšli všetky čísla v treťom riadku ani všetky čísla vo štvrtom riadku rovnako?

Dekoračné kocky

Paľo si umiestnil do záhrady pri dome ako dekoráciu veľkú plnú drevenú kocku. Aby mu ju dážď nezničil, dal si ju nalakovať. Tu je účet za odvoz a dovoz kocky a za jej nalakovanie, ktorý dostal od lakovača:

Dovoz – odvoz (km)	11 €
Lakovanie (m ²)	18 €
Spolu	29 €

Kocka sa osvedčila nielen ako dekorácia, ale aj ako stolička. Preto Paľo vyrobil ešte 5 presne takých istých a dal ich nalakovať u toho istého lakovača.

Úloha 1: Aký účet dostal Paľo teraz? Doplňte sumy v nasledujúcej tabuľke.

Dovoz – odvoz (km)	€
Lakovanie (m ²)	€
Spolu	€

Neskôr Paľo vyrobil ešte jednu kocku, ktorú potom používal ako stôl. Táto kocka mala 3-krát dlhšie hrany ako predošlé kocky.

Úloha 2: Koľko eur ho stálo jej nalakovanie spolu s dovozom a odvozom u toho istého lakovača?

Aby bol Paľo úplne spokojný, vyrobil ešte jednu kocku z rovnakého dreva ako všetky predchádzajúce. Táto kocka bola taká veľká, že bola 8-krát ťažšia ako kocka – stolička.

Úloha 3: Koľko eur stálo Paľu jej nalakovanie a dovoz?

Nepriama úmernosť



N

ie každá závislosť má také vlastnosti ako priama úmernosť.

1

Desiati brigádnici mali dostať za prácu po 33 €. Nakoniec všetku prácu urobili iba šiesti brigádnici. Tí si rovnakým dielom rozdelili celú odmenu určenú pôvodne pre desiatich. Koľko dostal každý?

Aj pri tejto úlohe ste použili spôsob Ivana, Hedvigy alebo Petra?

Ivan:

Najskôr si určím, koľko eur bola celá odmena za vykonanú prácu: $10 \cdot 33 \text{ €} = 330 \text{ €}$
Keď boli iba šiesti, každý z nich dostal $330 \text{ €} : 6 = 55 \text{ €}$.

Hedviga:

Ja som opäť použila trojčlenku, tentoraz pre nepriamu úmernosť:

↑ 10 brigádnikov ... každý 33 €
↓ 6 brigádnikov každý ? €

$$6 : 10 = 33 : ?$$

Tentoraz použijem krížové pravidlo: $6 \cdot ? = 10 \cdot 33$ $6 \cdot ? = 330$ $? = 330 : 6$ $? = 55$

Každý zo šiestich brigádnikov dostal 55 €.

Peter:

Hľadané číslo v trojčlenke pre nepriamu úmernosť dostanem tak, že čísla v jednom riadku vynásobím a výsledok vydelím tretím číslom:

$$10 \cdot 33 : 6 = 55$$

$$\begin{array}{ccc} 10 & \cdot & 33 \\ 6 & : & ? \end{array}$$

Ivan aj Hedviga pri riešení tejto úlohy využili vlastnosť:

Koľkokrát menej je brigádnikov, **toľkokrát väčšia** je odmena pre každého alebo **koľkokrát viac** je brigádnikov, **toľkokrát menšia** je odmena pre každého.



Závislosti dvoch veličín, v ktorých platí, že koľkokrát **zväčšíme** (zmenšíme) jednu veličinu, toľkokrát sa **zmenší** (zväčší) druhá veličina, sa volajú **nepriame úmernosti**.



2

Dvoma rovnakými autami odvezú kameň z lomu za 5 hodín. Za aký čas by ho odviezli a) štyrmi, b) piatimi, c) ôsmimi rovnako veľkými autami? Predpokladajme, že čas na nakladanie kameňa je stále rovnaký. Najprv sa presvedčte, že ide o nepriamu úmernosť.

3

Spolužiáci sa chceli poskladať na narodeninový darček, ktorý stojí 60 €. Prekreslite si do zošita tabuľku opisujúcu vzťah medzi počtom spolužiakov, ktorí sa budú skladať, a príspevkom každého z nich. Tabuľku vyplňte, najprv sa však presvedčte, že ide o nepriamu úmernosť.

Počet spolužiakov	5	6		10		15		30
Každý zaplatí			7,5 €		5 €		2,5 €	

Priama či nepriama úmernosť? Alebo niečo celkom iné?

V nasledujúcich úlohách vám neprezradíme, či ide o priamu alebo o nepriamu úmernosť.

1 Šesť dláždičov potrebuje na vydláždenie námestia 12 pracovných dní. Za koľko pracovných dní by toto námestie vydláždili a) štyria, b) dvaja rovnako šikovní dláždiči? Pomôžte si doplnením vety: Dvakrát viac dláždičov pracuje dvakrát viac/menej dní.

2 Koľko minút je 2,4 a) hodiny, b) sekundy? Pomôžte si doplnením vety: Dvakrát viac hodín je dvakrát viac/menej minút.

Aj v ďalších úlohách vám môže pomôcť doplnenie podobných viet.

3 Koľko hodín je a) 96 minút, b) 1 hodina 36 minút? Výsledok vyjadrite desatinným číslom.

4 Ak za tri rovnaké pizze zaplatíme 11,10 €, koľko by sme zaplatili za a) 4 také pizze, b) 7 takých píz?

5 V obchode je akcia: za každé 2 zaplatené rožky je tretí rožok zdarma. Koľko rožkov zdarma dostaneme, ak zaplatíme za a) 20, b) 21, c) 22 rožkov?

6 Dve ozubené kolesá do seba zapadajú. Väčšie koleso má 56 zubov, menšie má 20 zubov. Koľkokrát sa otočí menšie koleso, ak sa väčšie otočí a) 30-krát, b) 60-krát?



7 Auto prejde priemerne 80 kilometrov za hodinu a vzdialenosť medzi dvoma mestami prejde za 15 hodín. Koľko by to trvalo, keby za hodinu prešlo priemerne a) iba 50 kilometrov, b) až 100 kilometrov?

8 Vážením sa zistilo, že 6 priemerných pomarančov má hmotnosť 96 dag. Koľko kilogramov pomarančov majú kúpiť do jedálne, v ktorej sa stravuje 450 stravníkov, ak každý má dostať dva pomaranče?

9 V jedálni nakoniec kúpili 145 kg pomarančov a napriek tomu sa všetkým stravníkom neušlo. Ako je to možné?



- 10 Keď strom vysoký 8 metrov vrhá tieň dlhý 2,4 metra, aký tieň by v tom istom čase a na tom istom mieste vrhal strom vysoký a) 4 metre, b) 10 metrov?



Aj príklady na časť celku, percentá a promile sa dajú počítať trojčlenkou.



- 11 Vyskúšajte si trojčlenku a určte, koľko a) pätnástin je 24 z 90, b) percent je 81 zo 144.

Počítali ste ako Peter?

Peter:

a) Celok je 90.

15 pätnástin je 90

? pätnástin je 24

$$?: 15 = 24 : 90, \text{ preto } ? = 15 \cdot 24 : 90 = 4$$

Sú to 4 pätnástiny.

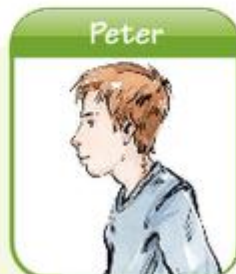
b) Celok je 144.

100 percent 144

? percent 81

$$?: 100 = 81 : 144, \text{ preto } ? = 100 \cdot 81 : 144 = 56,25$$

Je to 56,25 percenta.



- 12 Vypočítajte, koľko je a) 25 % z celku, ak 60 % z toho istého celku je 720, b) 9 % z celku, ak 81 % z toho istého celku je 7 200, c) 113 % z celku, ak 61 % z toho istého celku je 231,8.

- 13 Rozdeľte sa do skupín po 4 – 5 žiakov. Každá skupina vymyslí tri úlohy: jednu na priamu úmernosť, jednu na nepriamu úmernosť a jednu ľubovoľnú. Vymyslené úlohy potom zadajte ostatným skupinám. Ktorá skupina vymyslela najzaujímavejšiu úlohu?

- 14 Šesť strojov vyrobí 42 súčiastok za 7 minút. Za aký čas by osem strojov vyrobilo 64 súčiastok?



Diagramy



Ú

daje si často vieme lepšie predstaviť, keď sú znázornené graficky, napr. diagramom. Diagramy môžu byť rôzneho typu. Pripomeňme si niektoré z nich.

1

Na obrázku je obdĺžnikový diagram, ktorý znázorňuje, ako v triede dopadla písomka z fyziky, z ktorej nikto nemal pätku. Na základe diagramu odpovedzte na tieto otázky:



- Približne koľkokrát viac bolo dvojok ako trojok?
- Približne koľkokrát menej bolo štvoriek ako jednotiek?
- Približne koľko % zo všetkých známok bolo štvoriek?

Pomôžte si meraním.

Róbert:

Musím si odmerať dĺžky jednotlivých obdĺžnikov, lebo z ich dĺžok sa dá všetko vypočítať.

Modrý: 30 mm Červený: 48 mm Zelený: 24 mm Fialový: 18 mm

- $48 : 24 = 2$ V triede bolo asi dvakrát viac dvojok ako trojok.
- $30 : 18 = 1,6666... = 1,6$ to je približne 1,7. Štvoriek bolo približne 1,7-krát menej.
- Celá dĺžka je $30 + 48 + 24 + 18 = 120$. Musím zistiť, koľko percent zo 120 je 18:
 1% je 1,2 $18 : 1,2 = 15$ Je to asi 15 %.

Róbert



2

Prečo Róbert vo všetkých svojich odpovediach písal správne „asi...“ alebo „približne...“?



V obdĺžnikovom diagrame platí, že koľkokrát dlhší je obdĺžnik, toľkokrát väčšie množstvo znázorňuje.

3

Znázorníte situáciu v úlohe 1 stĺpcovým diagramom.

4

Podľa odpovedí v dotazníku sa z 200 oslovených v Košickom kraji 90 chystá na dovolenku k moru, 64 sa chystá na dovolenku do hôr a ostatní sa v najbližšom čase nechystajú na žiadnu dovolenku. Znázorníte tieto údaje a) obdĺžnikovým, b) stĺpcovým, c) kruhovým diagramom. Pri obdĺžnikovom a stĺpcovom diagrame odporúčame zvoliť mierku „čo človek to 1 mm“.

5

Podľa odpovedí v dotazníku sa z 213 oslovených v Žilinskom kraji 78 chystá na dovolenku k moru, 45 sa chystá na dovolenku do hôr a ostatní sa v najbližšom čase nechystajú na žiadnu dovolenku. Tieto údaje chceme znázorniť obdĺžnikovým diagramom s dĺžkou 20 cm, aby sme ich mohli porovnať s Košickým krajom. Akú dĺžku bude mať obdĺžnik pre tých, ktorí sa chystajú k moru? Počítajte s presnosťou na milimetre.

Róbert:

Pre mňa to je jasná trojčlenka: 213 200 mm
 78 ?

$$\begin{aligned} ? &= 78 \cdot 200 : 213 = \\ &= 73,239437... = 73 \end{aligned}$$

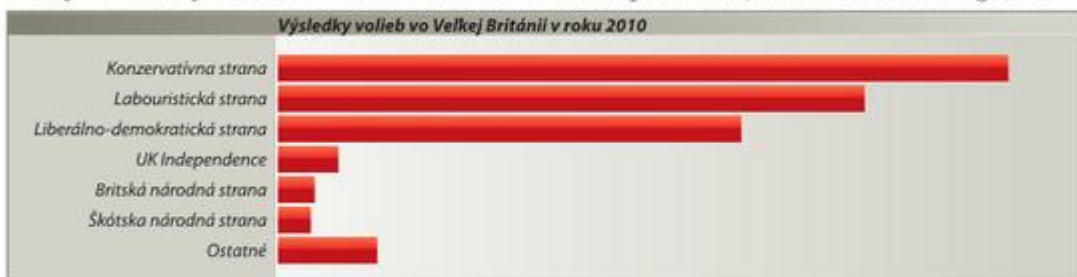
6

Znázorníte všetky údaje z predchádzajúcej úlohy obdĺžnikovým diagramom s dĺžkou a) 10 cm, b) 16 cm. Rysujte s presnosťou na milimetre.



- 7 V predvolebnom prieskume vo Veľkej Británii v apríli roku 2010 sa zistilo, že Labouristická strana si drží podporu na úrovni 37 percent, kým Konzervatívna strana pomaly stráca a podľa aprílového prieskumu sa jej podpora momentálne pohybuje na úrovni 36 percent. Na treťom mieste by skončila Liberálno-demokratická strana so ziskom 19 percent. Zvyšní voliči ešte neboli rozhodnutí. Znázornite tieto údaje a) obdĺžnikovým, b) stĺpcovým, c) kruhovým diagramom.

- 8 Voľby vo Veľkej Británii v roku 2010 nakoniec dopadli tak, ako vidíte na diagrame:



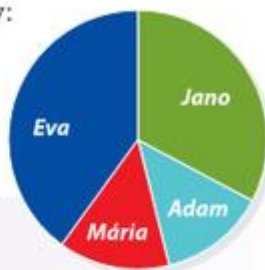
- a) Meraním a výpočtom určte približné počty percent hlasov, ktoré získali strany umiestnené na 4., 5. a 6. mieste.
b) Ktorá z troch „veľkých“ strán si oproti prieskumom polepšila a ktorá pohoršila?

- 9 Porovnajzte svoje riešenie predchádzajúcej úlohy s tabuľkou, v ktorej sú zisky zaokrúhlené na desatiny percent:

Výsledky volieb vo Veľkej Británii v roku 2010

Konzervatívna strana	36,2 %
Labouristická strana	29,1 %
Liberálno-demokratická strana	23,0 %
UK Independence	3,1 %
Britská národná strana	1,9 %
Škótska národná strana	1,7 %
Ostatné	5,0 %

- 10 Na obrázku je kruhový diagram, ktorý znázorňuje, ako dopadli v triede voľby o najlepšieho hráča, resp. hráčku v piškvorkách. Ako vidíte, hlasy dostali len štyria žiaci. Na základe tohto diagramu odpovedzte na tieto otázky:
a) Približne koľkokrát menej hlasov získal Adam ako Eva?
b) Približne koľkokrát viac hlasov získal Jano ako Mária?
c) Približne koľko % zo všetkých hlasov získal víťaz?
Pomôžte si meraním.



Lucia:

Musím si odmerať veľkosti uhlov v diagrame.

Eva: 144° Mária: 50° Adam: 48° Jano: 118°

- a) $144 : 48 = 3$ Adam získal približne trikrát menej hlasov ako Eva.
b) $118 : 50 = 2,36$ Jano získal asi 2,4-krát viac hlasov ako Mária.
c) Súčet všetkých uhlov musí byť 360°. Musím zistiť, koľko percent z 360° je 144°:
 1% je 3,6 $144 : 3,6 = 40$ Víťaz získal asi 40 % všetkých hlasov.

- 11 Znázornite situáciu v úlohe 1 kruhovým diagramom.

- 12 Znázornite situáciu v úlohe 10 obdĺžnikovým diagramom.

- 13 Znázornite situáciu v úlohe 10 polkruhovým diagramom.



Finančná matematika



S

percentami sa stretnete všelikde, napríklad pri daniach a úrokoch.

Dane

V roku 2011 bola daň z príjmu stanovená na 19 % z príjmu. Daň z príjmu sa zaokrúhľuje nadol na celé centy.

- 1 Určte, akú daň zaplatíte z príjmu a) 80 €, b) 112 €, c) 49,99 € z dohody o vykonaní práce.
- 2 Aký príjem mala Božena, ak zaplatila daň z príjmu a) 34 €, b) 8,64 €, c) 12,40 €.

Skratkou DPH sa označuje **daň z pridanej hodnoty**. Túto daň platíme pri každom nákupe a je započítaná v cene tovaru. DPH potom odvedie obchodník do štátneho rozpočtu.

K cene tovaru, ktorú si určí sám obchodník (**cena netto**), sa pripočíta DPH, ktorej percentuálnu sadzbu určuje štát zákonom. DPH je teda zákonom stanovený počet percent z ceny tovaru určenej obchodníkom.

Na cenovkách je uvedená celková suma, ktorú pri nákupe zaplatíme.

Táto suma (**cena brutto**) je súčet ceny, ktorú určil obchodník (**cena netto**) a sumy, ktorá predstavuje DPH.

Na Slovensku bola v roku 2011 základná sadzba DPH stanovená na 20 %. Znížená sadzba DPH na knihy a vybrané zdravotnícke zariadenia a pomôcky bola 10 %.



- 3 Cena knihy bez DPH bola u istého obchodníka presne 8,50 €. Aká bola DPH z ceny tejto knihy? Aká bola celková cena tejto knihy (s DPH) u tohto obchodníka?
- 4 Cena stola bez DPH v predajni nábytku bola 84,50 €. Aká bola DPH z ceny tohto stola? Aká bola celková cena (s DPH) tohto stola?



- 5 Cena brutto televízora u istého obchodníka bola 600 €. Koľko eur musel tento obchodník odvieť do štátneho rozpočtu ako daň z pridanej hodnoty z jedného predaného televízora? Aká je cena televízora bez DPH?

Soňa predchádzajúcu úlohu riešila takto:

Soňa:

Ak DPH je 20 % a 600 € je cena tovaru s DPH, stačí, keď vypočítam 20 % zo 600 €.

100 % ... 600 €

20 % ?

To je 120 €. Obchodník musí odvieť DPH vo výške 120 €. Cena televízora bez DPH je 480 €.

Soňa



- 6** Je Sonino riešenie správne? Skontrolujte, či pri cene televízora 480 € bez DPH je cena s DPH 600 €.

Soňa pri výpočte ceny bez DPH urobila chybu, lebo si neuvedomila, že 100 % je cena bez DPH, a tak cena s DPH je 120 % tejto ceny. Správny výpočet je preto:

120 % ... 600 €

20 % ?

Takže DPH je 100 € a cena bez DPH je 500 €.

- 7** Doplňte chýbajúce čísla v tabuľke. Uvedené sumy boli platné v roku 2011.

	1. tovar	2. tovar	3. tovar	4. tovar	5. tovar	6. tovar
Cena netto	220 €			348 €		
DPH (10%)		220 €			0,18 €	
Cena brutto			220 €			286 €

- 8** Doplňte chýbajúce čísla v tabuľke.

	1. tovar	2. tovar	3. tovar	4. tovar	5. tovar	6. tovar
Cena netto	720 €			348 €		
DPH (20%)		720 €			0,18 €	
Cena brutto			720 €			286 €

- 9** Koľko percent z ceny brutto tvorila v roku 2011 daň z pridanej hodnoty? Percentá uveďte s presnosťou na stotiny. (Pozor, správna odpoveď nie je 20 %).

- 10** Vysvetlite, prečo pri zmene DPH z 19 % na 20 % by sa nemala cena (brutto) tovaru zvýšiť o 1 %.

Úroky

- 0** *krem daní sa s percentami často stretnete aj pri úrokoch. Úroky dostanete od banky, ak v nej máte uložené peniaze. Akú sumu dostanete, vyjadruje úroková miera v percentách, napr. 1,8 % p. a. Skratka p. a. hovorí, že ide o ročný úrok. Pri takejto miere dostanete po roku od banky 1,8 % z vloženej sumy. Výsledné úroky sa najčastejšie zaokrúhľujú na celé centy nahor.*

- 1** Sporiteľňa Alibaba ponúka úrok a) 5 %, b) 4,5 % z uložených peňazí za rok. Koľko eur budeme mať po roku sporenia, ak na začiatku roka vložíme do sporiteľne 200 €?

- 2** Banka ponúka úrok vo výške 1,8 % p. a. z vloženej sumy. Určte, aký úrok dostanete, ak do banky vložíte na 1 rok a) 200 €, b) 718,50 €, c) 3 450 €, d) 20 000 €.

- 3** Pri úrokovej miere 0,85 % mi po 1 roku pripísali úrok presne 30,6 €. Aká bola istina (čiže vložená suma)?



V skutočnosti vám však na účet nepripíšu celý úrok, ale strhnú z neho daň. Ak si peniaze ani úrok nevyberiete, úrok vám pripíšu, teda pridajú k uloženým peniazom. O ďalší rok sa všetko zúročí znovu.

Ďalšie podrobnosti sa dozviete, keď v skupinách vypracujete finančný projekt:

Projekt

Rozdeľte sa do skupín. Odpovedzte na otázky a riešte úlohy:

Úloha 1: Aké sú ďalšie možnosti (okrem banky), kam sa dajú peniaze uložiť tak, aby sa zhodnocovali?

Úloha 2: Peniaze na účte v banke sa úročia. Z úrokov sa však odčíta tzv. zrážková daň. Zistite na internete jej aktuálnu hodnotu.

Úloha 3: Zistite aspoň v dvoch rôznych bankách aktuálne úrokové sadzby, ktoré ponúkajú.

Úloha 4: Jedna z bánk ponúka úrok 1,5 % p. a. Vypočítajte, aký najmenší musí byť zostatok na účte, ak chceme byť ziskoví. Zrážková daň je 19 %, ročný poplatok za vedenie účtu je 50 €. Experimentujte na kalkulačke.

Úloha 5: Potrebujete si súrne požičať 10 000 €. Aké máte možnosti?

Úloha 6: Nájdite na internete aspoň tri rozdielne ponuky od rôznych inštitúcií, ktoré ponúkajú požičanie peňazí.

Úloha 7: Čo je ročná percentuálna miera nákladov?

Úloha 8: Niekedy treba vedieť rýchlo porovnať viac ponúk práve podľa ročnej percentuálnej úrokovej sadzby. Nájdite na internete stránku s finančnou kalkulačkou, ktorá pre zadané hodnoty pôžičky, sumy, ktorá sa vracia, a doby pôžičky vypočíta ročnú úrokovú sadzbu. Napríklad ak si chcete požičať 10 000 € a za dva roky vrátite 12 000 €, ročná úroková sadzba je 9,54 % (prečo nie 10 %?). Ako táto kalkulačka pracuje?

Zadanie projektu: Trieda sa rozdelí na 4- až 5-členné skupiny (skupín by malo byť 5 až 6). Každá skupina si vyberie, či bude ponúkať pôžičky (napr. banka, splátková spoločnosť, „rýchle pôžičky“), alebo uloženie peňazí a ich úročenie, poistenie, prípadne iný finančný produkt.

Každá skupina nahlási zloženie tímu a vybratú tému svojej učiteľke/svojmu učiteľovi.

Úlohou každého tímu bude osobne navštíviť aspoň jednu inštitúciu (banku, poisťovňu, splátkovú spoločnosť, lízingovú spoločnosť) a zistiť čo najviac informácií o nej a o produktoch, ktoré ponúka (napríklad produkty ponúkané na internete). Potom tím pripraví:

1. reklamný leták vlastnej vymyslenej spoločnosti aj s ponukou,
2. reklamný šot (živý alebo natočený), z ktorého bude zrejmé, prečo je výhodné vybrať si práve ich ponuku. Bude v ňom vysvetlené aj úročenie, ukážka výpočtov a pod.

Na tzv. Trhu finančných spoločností, ktorý sa uskutoční v dohodnutom termíne, každý tím prezentuje svoje výtvary (leták, ponukový list, reklamu, prezentáciu v PowerPointe a pod.) a vysvetlí princíp úročenia pôžičiek. Na otázky musia vedieť reagovať všetci členovia tímu.

Po skončení Trhu finančných spoločností napíše každý tím krátku hodnotiacu správu (približne pol strany formátu A4) o zvyšných 4 – 5 spoločnostiach.

Členovia tímu budú hodnotení takto:

- Každý člen tímu získa max. 20 % za prípravu letáka, za jeho informačnú hodnotu a vzhľad.
- Každý člen tímu získa max. 20 % za prípravu šotu, za jeho informačnú hodnotu, obsah i úroveň spracovania.
- Každý člen tímu získa max. 30 % za prezentáciu výtvarov na Trhu finančných spoločností, za úroveň vystupovania, porozumenie matematike v pozadí.
- Každý člen tímu získa max. 10 % za prípravu hodnotiacej správy, za jej úroveň, kritiku (najmä pozitívnu) a objektivitu.

Uvedené percentá získajú všetci členovia rovnako.

Okrem týchto 80 % môže každý člen individuálne získať max. 20 % za tímovú spoluprácu.



Pomer a miera



K

ed' niečo delíme na dve časti, nie vždy potrebujeme dve rovnaké časti. Jedna môže byť menšia a druhá väčšia. To, ako je ktorá veľká, môžeme vyjadriť pomerom.



Rozdeliť celok na dve časti v pomere 8 : 6 znamená, že celok rozdelíme na $8 + 6 = 14$ rovnakých dielov. Prvá časť sa bude skladať z 8 dielov a druhá zo 6 dielov.

- 1 Rozdeľte sumu 420 € medzi dvoch pracovníkov v pomere 8 : 6.

Postupovali ste ako Boris?

Boris:

Keď mám rozdeliť sumu v pomere 8 : 6, musím ju rozdeliť na 14 rovnakých dielov. Jeden diel bude $420 \text{ €} : 14 = 30 \text{ €}$. Takže jeden pracovník dostane $8 \cdot 30 \text{ €} = 240 \text{ €}$ a druhý dostane $6 \cdot 30 \text{ €} = 180 \text{ €}$.

Boris



- 2 Rozdeľte 360 v pomere a) 5 : 7, b) 4 : 1, c) 7 : 5, d) 31 : 29, e) 23 : 13.

- 3 Doplňte správne nasledujúce vety.

- a) Rozdeliť celok na dve časti v pomere 3 : 8 znamená, že celok rozdelíme na + = rovnakých dielov. Prvá časť sa bude skladať z dielov a druhá z dielov.
b) Rozdeliť celok na dve časti v pomere : znamená, že celok rozdelíme na 12 rovnakých dielov. Prvá časť sa bude skladať z dielov a druhá z 5 dielov.

Rovnako sa postupuje aj pri rozdeľovaní na viac častí.

- 4 Rozdeľte sumu 420 € medzi troch pracovníkov v pomere 2 : 7 : 5.

- 5 Rozdeľte a) 200 v pomere 2 : 3 : 5, b) 770 v pomere 1 : 2 : 3 : 4.

- 6 Tri čísla sú v pomere 2 : 5 : 7. Ich súčet je 98. Ktoré sú to čísla?

- 7 Tri čísla sú v pomere 2 : 5 : 7. Jedno z nich je 98. Ktoré sú zvyšné čísla?

- 8 Pri rozdeľovaní odmeny dvom pracovníkom v pomere 2 : 5 sa Janovi ušlo 120 €. Koľko eur sa ušlo druhému pracovníkovi Jurovi?

Prišli ste na to, že predchádzajúca úloha má dve riešenia podľa toho, či pomer 2 : 5 vyjadruje pomer Janova odmena : Jurova odmena, alebo Jurova odmena : Janova odmena?

- 9 V návode na použitie základného náteru na stenu sa píše, že sa riedi vodou v pomere 1 : 5. Koľko náteru dostaneme, ak rozriedime 3 l základného náteru?

- 10 Rozdeľte 20 litrov v pomere a) 1 : 3, b) 2 : 6, c) 5 : 15.

Ak vám v predchádzajúcej úlohe zakaždým vyšlo, že jedna časť je 5 litrov a druhá 15 litrov, máte to správne.

Znamená to, že pomery 1 : 3, 2 : 6 a 5 : 15 vyjadrujú to isté rozdelenie. Môžeme teda zapísať, že napr.: $1 : 3 = 5 : 15$

Takáto rovnosť dvoch pomerov sa nazýva **úmera**.



Dva pomery sú rovnaké, ak sa rovnajú príslušné zlomky.

- 11 Zistite, ktoré z pomerov 2 : 6; 8 : 4; 10 : 20; 1 : 4; 1,5 : 4,5; 20 : 10 sa rovnajú.

- 12 Zistite, ktoré zo zápisov a) $20 : 25 = 24 : 30$; b) $21 : 12 = 12 : 21$; c) $3 : 8 = 13 : 18$; d) $32 : 12 = 48 : 18$ sú úmery.

- 13 Ktoré číslo patrí na prázdne miesto? Zapíšte do zošita príslušné úmery aj s doplnenými číslami.

a) $12 : 6 = 4 : \dots$ b) $24 : \dots = 6 : 9$ c) $\dots : 21 = 28 : 12$ d) $72 : 40 = \dots : 55$

S

peciálnym prípadom pomeru je **mierka**. Mierka vyjadruje pomer medzi veľkosťami na obrázku a v skutočnosti. Napríklad mierka 1 : 20 hovorí, že 1 mm na obrázku (mape, pláne...) zodpovedá 20 mm v skutočnosti. Obrázok je teda oproti skutočnosti zmenšený. Naproti tomu mierka 7 : 2 hovorí, že 7 mm na obrázku zodpovedá 2 mm v skutočnosti. Obrázok je oproti skutočnosti zväčšený.

- 14 Ktoré mierky predstavujú zväčšenie a ktoré zmenšenie oproti skutočnosti?
1 : 15 1 : 2 3 : 1 1 : 10 000 100 : 1 3 : 2 4 : 5

- 15 Prerysujte obrázok obdĺžnika na obrázku v mierke a) 1 : 2, b) 2 : 1, c) 3 : 4. Potrebne rozmery si odmerajte.



- 16 Koľkokrát dlhšie, resp. kratšie, sú strany vami narysovaných obdĺžnikov z úlohy 15 v porovnaní s daným obdĺžnikom?

- 17 Vypočítajte obsah daného aj všetkých troch vami narysovaných obdĺžnikov z úlohy 15. Koľkokrát väčší, resp. menší, obsah majú vami narysované obdĺžniky v porovnaní s daným obdĺžnikom?

- 18 Zistite mierku mapy, ak vzdialenosť dvoch miest na mape je 3,6 cm a ich skutočná vzdialenosť je 5,4 km. Mierku zapíšte tak, aby jedno z čísel bolo 1.

Jednoduché konštrukcie



V rôznych životných situáciách sa môžeme stretnúť s tým, že potrebujeme niečo nakresliť, navrhnuť, narysovať – návrh bytu, domu či záhradky, nákres súčiastky alebo prístroja. Na rysovanie aj kreslenie môžeme použiť počítač alebo jednoducho papier a rysovacie pomôcky. V tejto časti opakovania si pripomenieme jednoduché konštrukcie pomocou pravítka a kružidla. Niektoré z nich (najčastejšie konštrukcie kolmíc a rovnobežiek) sa nám môžu hodiť aj v bežnom živote – napr. pri rysovaní návrhov na prestavbu bytu. Nie všetky obrázky v takom prípade vyžadujú rovnakú presnosť: prvé náčrty kreslíme len približne, aby sme znázornili svoju predstavu. Naopak, v záverečnej fáze pred začatím práce potrebujeme obrázky čo najpresnejšie. Pomôcť nám môžu aj rôzni odborníci (napr. bytoví či exteriéroví architekti), ale veľa vecí môžeme zvládnuť sami. Aj pri realizácii prestavby v praxi sa stretneme s kolmými a rovnobežnými priamkami. Pri ich zostrojovaní si pomáhame rozdielnymi zariadeniami, napríklad olovniceou či vodováhou. Na obrázku vidíte, ako sa robí kolmica pomocou olovnice alebo vodováhy.



Jednou z užitočných jednoduchých konštrukcií je **rysovanie kolmíc**. Zopakujte si ju.



- 1 Narysujte si do zošita priamku p a a) na nej bod A , b) mimo nej bod B . Zostrojte kolmicu k na priamku p prechádzajúcu bodom a) A , b) B . Vystačíte si len s ceruzkou a jedným pravítkom s ryskou?
- 2 Zvoľte si priamku a . Zostrojte kolmicu b na priamku a . Zostrojte kolmicu c na priamku b . Zostrojte kolmicu d na priamku c .
- 3 Zvoľte si trojuholník VRT . Zostrojte kolmicu z bodu V na priamku RT . Potom zostrojte kolmicu z bodu R na priamku VT . Nakoniec zostrojte kolmicu z bodu T na priamku RV .
- 4 Riešte predchádzajúcu úlohu ešte trikrát, vždy pre nový trojuholník VRT .

Ak ste v predchádzajúcej úlohe rysovali dostatočne presne, všetky tri kolmice by sa mali preŕať v jednom bode.

Okrem kolmíc sa často stretneme aj s **rovnobežkami**.

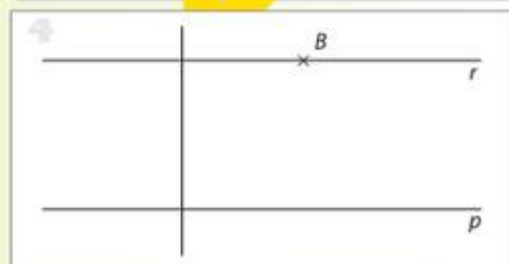
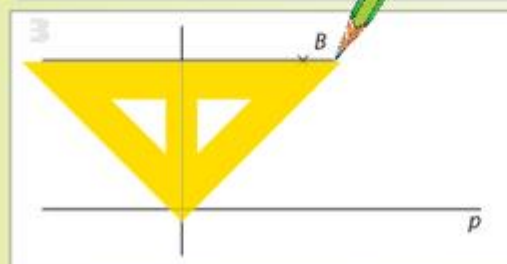
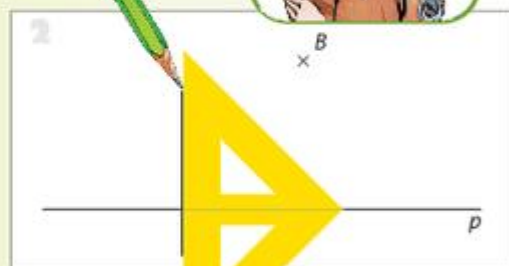


- 5 Zvoľte si v zošite priamku p a mimo nej bod B . Zostrojte rovnobežku r s priamkou p , ktorá prechádza bodom B . Rovnobežku r narysujte pomocou jedného dlhého a jedného trojuholníkového pravítka.

- 6** Riešte predchádzajúcu úlohu len pomocou jedného pravítka s ryskou. Pomôžte si kolmicami.

Postupovali ste podobne ako Jano?

Jano:



- 7** Odhadom narysujte rovnobežky. Potom urobte kontrolu, či sa vám to podarilo.

Pomocou rovnobežiek a kolmíc rysujeme aj ďalšie útvary.

- 8** Zostrojte tri rôzne rovnobežníky.

- 9** Zostrojte tri rôzne kosoštvorce.



- 10** Narysujte ľubovoľný štvoruholník VRAK (nemusí to byť rovnobežník). Zistite, či stredy strán VR, RA, AK, KV sú vrcholmi rovnobežníka.

- 11** Zvoľte si body R, U, K. Zostrojte rovnobežník RUKA.

- 12** Zvoľte v predchádzajúcej úlohe také tri rôzne body R, U, K, aby rovnobežník RUKA neexistoval.

- 13** Zvoľte si body R, U, K. Zostrojte rovnobežník, ktorého tri vrcholy sú body R, U, K. Koľko riešení ste našli?



- 14 Narysujte úsečku HK (body H a K sú jej krajnými bodmi). Úsečku HK rozdeľte v pomere $2 : 3$. Pomôžte si meraním a výpočtom na kalkulačke.

Aj vy ste postupovali podobne ako Jano s úsečkou na obrázku?

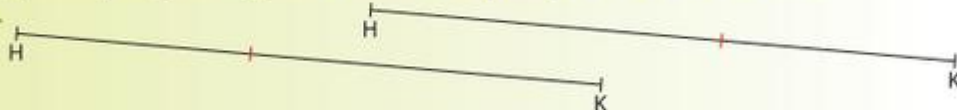
Jano:

Najprv si ju odmeriam. Vyšlo mi $8,7$ cm.

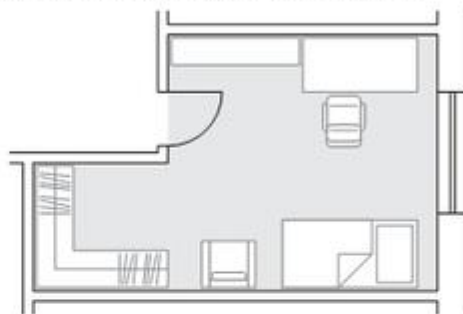
Túto dĺžku mám rozdeliť v pomere $2 : 3$. Mám teda $2 + 3 = 5$ dielikov.

$$8,7 : 5 = 1,74 \quad 3 \cdot 1,74 = 5,22 \quad 2 \cdot 1,74 = 3,48$$

Teraz čo najpresnejšie vyznačím jednu z úsečiek. Ale pozor, môžem to urobiť dvoma spôsobmi.



- 15 Narysujte uhol LUK s veľkosťou 132° . Rozdeľte úsečky LU a KU bodmi X a Y tak, že platí $UX : XL = 4 : 3$ a $UY : YK = 4 : 3$. Zistite, či priamky LK a XY sú rovnobežné.
- 16 Zvoľte si v zošite body B, O, D, Y . a) Zostrojte stred úsečky BO a označte ho S . b) Rozdeľte úsečku OD na 3 rovnako dlhé úsečky. c) Rozdeľte úsečku DY v pomere $2 : 3$. Vo všetkých prípadoch si pomôžte meraním a výpočtom na kalkulačke.
- 17 Zvoľte si úsečku ST , ktorej veľkosť je $5,4$ cm. Na priamke ST zostrojte bod M , pre ktorý platí $SM : MT = 1 : 2$. Pozor, také body M sú dva. Jeden leží mimo úsečky ST .
- 18 Zvoľte si v zošite body B, O . Zostrojte uhol BOU , ktorého veľkosť je 65° , a uhol OBH , ktorého veľkosť je 154° . Pozor, v oboch prípadoch existujú dve riešenia.
- 19 Prerysujte čo najpresnejšie obrázok s pôdorysom izby do zošita. Susedné steny sú na seba kolmé. Pomôžte si meraním.



- 20 Zvoľte si v zošite body B a L , ktorých vzdialenosť je menšia ako 5 cm a väčšia ako 2 cm. Zostrojte kružnicu k so stredom B a s polomerom $3,3$ cm a do toho istého obrázka kružnicu u so stredom L , ktorá prechádza bodom B . Priesečníky narysovaných kružníc označte X, Y . Zistite, či priamky YX a BL sú na seba kolmé.
- 21 Zostrojte kružnicu k s polomerom 4 cm. Zostrojte kružnicu m s polomerom 3 cm tak, aby obe mali spoločný iba jeden bod.

- 22 Zostrojte kružnicu k s polomerom 4 cm. Zostrojte čo najväčšiu kružnicu m tak, aby obe mali spoločný iba jeden bod a aby sa celá kružnica m zmestila do zošita.



Počítame poschodia



V o vyšších domoch a mrakodrapoch sú nevyhnutné výťahy. Stretneme sa tam s označením poschodí pomocou čísel. Prízemie býva označené písmenom P alebo číslom 0.

- 1** Predstavte si, že sa vozíte hore-dolu výťahom v mrakodrape. Prekreslite si danú tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Poschodie, na ktorom sa nachádzate	8	24	47	68	37	52					37	37
Počet poschodí, o ktoré idete hore/dolu	5	7			18	23	18	6	28	9		
Poschodie, na ktoré sa dostanete			59	40			26	51	43	19	46	28

- 2** Možno ste už na výťahu našli aj označenie -1 , -2 , -3 . Skúste vysvetliť, aké sú to poschodia.

- 3** Predstavte si, že ste na 4. poschodí a zveziete sa o 6 poschodí nižšie. Na ktorom poschodí budete?

Pozrite, ako úlohu riešil Vilo.

Vilo:

Postupne si predstavujem, ako idem

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| o jedno poschodie nižšie | 3. poschodie |
| o dve poschodia nižšie | 2. poschodie |
| o tri poschodia nižšie | 1. poschodie |
| o štyri poschodia nižšie | 0. poschodie (prízemie) |
| o päť poschodí nižšie | -1. poschodie |
| o šesť poschodí nižšie | -2. poschodie. |

Budem na -2. poschodí.



- 4** Na ktorom poschodí skončíte, ak ste a) na 2. poschodí a idete o 3 poschodia nižšie, b) na 3. poschodí a idete o 5 poschodí nižšie, c) na 1. poschodí a idete o 4 poschodia nižšie, d) na -1. poschodí a idete o 1 poschodie nižšie, e) na -1. poschodí a idete o 3 poschodia vyššie, f) na -2. poschodí a idete o 1 poschodie vyššie?

- 5** Doplňte tretí riadok tabuľky:

Sme na	4.	1.	7.	-1.	-2.	0.	-2.	poschodí.
Ideme	o 5 dole	o 2 hore	o 9 dole	o 4 hore	o 3 dole	o 2 dole	o 7 hore	
Budeme na								poschodí.

Predchádzajúce úlohy s menšími číslami s mínusom sa dali riešiť na prstoch alebo sme si ich mohli kresliť. Vo vyšších domoch a mrakodrapoch je poschodí (nadzemných aj podzemných) viac, a preto sa na ich označenie používajú väčšie čísla. Ako by ste podobné úlohy počítali, keby sme mali väčšie čísla, napríklad keby sme boli v mrakodrape?

Cestujeme dole

- 6** Na ktorom poschodí skončíte, ak ste na 46. poschodí a idete o 63 poschodí nižšie?

Jano:

Ja si v duchu rozdelím cestu na dve časti. Najprv sa musím dostať na 0. poschodie. Na to potrebujem ísť dole o 46 poschodí. Zostane mi ísť dole ešte $63 - 46 = 17$ poschodí. Dostanem sa teda na -17. poschodie.

- 7** Na obrázku je na tlačidle číslo poschodia, na ktorom práve ste. Vedľa neho je zapísané, o koľko poschodí pôjdete dole. Vypočítajte, na ktoré poschodie sa dostanete.

8 11 40 60 25 40 18 33 46 80 35 61 58 85 47 71

- 8** Na ktorom poschodí skončíte, ak ste na -8. poschodí a idete o 17 poschodí nižšie?

Jano:

Pre mňa to je to isté, akoby som bol na 8. poschodí a išiel o 17 poschodí hore, len teraz idem opačným smerom. Teda počítam $8 + 17 = 25$. Výsledok bude -25. poschodie.



- 9** Na ktoré poschodie sa dostanete, ak z daného poschodia pôjdete dole o toľko poschodí, ako je číslo vedľa?

-8 11 -40 60 -25 40 -18 33
-46 80 -35 61 -58 85 -47 71

Zaujímalo by ma, či na svete existuje budova, ktorá má pod zemou 100 poschodí.

Anna



- 10** Pohľadajte na internete budovu alebo inú stavbu, ktorá má čo najviac podzemných poschodí. Kto nájde „najhlbšiu“ stavbu?

- 11** Doplňte tretí riadok tabuľky:

Sme na	14.	-14.	27.	-27.	-19.	19.	-28.	poschodí.
Ideme dole	o 20	o 20	o 49	o 49	o 37	o 37	o 44	poschodí.
Budeme na								poschodí.

Cestujeme hore

12 Na ktorom poschodí skončíte, ak ste na -16 . poschodí a idete o 63 poschodí vyššie?

13 Pripomeňte si, ako Jano riešil úlohu 6. Na základe toho skúste opísať, ako by Jano riešil predchádzajúcu úlohu.

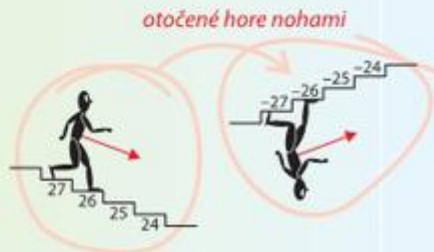
14 Na ktoré poschodie sa dostanete, ak z daného poschodia pôjdete hore o toľko poschodí, ako je číslo vedľa?

-8 11 -40 60 -25 40 -18 33 -46 80 -35 61 -58 85 -47 71

15 Na ktorom poschodí skončíte, ak ste na -27 . poschodí a idete o 18 poschodí vyššie?

Jano:

Je mi jasné, že ostanem v podzemí. Pre mňa je to potom to isté, akoby som bol na 27. poschodí a išiel o 18 poschodí dole, len teraz idem opačným smerom. Teda počítam $27 - 18 = 9$. Výsledok však bude -9 . poschodie.



16 Na ktoré poschodie sa dostanete, ak z daného poschodia pôjdete hore o toľko poschodí, ako je číslo vedľa?

-8 5 -24 11 -32 17 -63 41 -82 76 -94 62 -100 88 -103 67

17 Na ktorom poschodí skončíte, ak ste a) na 18. poschodí a idete o 20 poschodí nižšie, b) na 14. poschodí a idete o 17 poschodí nižšie, c) na 9. poschodí a idete o 9 poschodí nižšie, d) na -3 . poschodí a idete o 15 poschodí vyššie, e) na 29. poschodí a idete o 33 poschodí nižšie, f) na -1 . poschodí a idete o 4 poschodia nižšie, g) na -2 . poschodí a idete o 11 poschodí vyššie?

18 Na ktoré poschodie sa dostanete, ak z daného poschodia pôjdete a) hore, b) dole o toľko poschodí, ako je napísané vedľa?

23 27 18 20 30 14 -72 37 -56 14 -83 92 -38 75 40 67

19 Doplňte chýbajúce údaje v tabuľke:

Sme na	5.	2.		-3 .	-2 .	1.		poschodí.
Ideme			o 4 dole				o 2 hore	
Budeme na	2.	-3 .	-1 .	2.	-4 .	-6 .	-1 .	poschodí.

20 Skontrolujte, ktoré stĺpce sú vyplnené nesprávne.

Sme na	25.	12.	-13 .	-4 .	-46 .	10.	-25 .	44.	poschodí.
Ideme o	30 dole	17 hore	30 dole	32 hore	25 hore	86 hore	13 hore	60 dole	
Budeme na	5.	-5 .	-43 .	18.	-21 .	-76 .	-2 .	-16 .	poschodí.

21 Predpokladajme, že nesprávne vyplnené údaje v tabuľke v úlohe 20 sú len údaje v a) 1. riadku, b) 3. riadku. Opravte ich.

22 Koľko poschodí spolu prejde výťah, ak sa pohybuje
a) z 13. na -5. poschodie a potom na 18. poschodie,
b) z -13. na 5. poschodie a potom na -18. poschodie,
c) z 13. na -5. poschodie a potom na -18. poschodie,
d) z 13. na -25. poschodie a potom na 18. poschodie,
e) z 18. na -5. poschodie a potom na 13. poschodie?

23 V niektorých sci-fi filmoch sú budovy, ktoré majú výšku aj niekoľko kilometrov. Také budovy majú veľmi veľa poschodí. Vyskúšajte si výťahové počty aj v takejto budove. Na ktorom poschodí skončíte, ak ste a) na 23 265. poschodí a idete o 23 274 poschodí nižšie, b) na 1 473. poschodí a idete o 2 351 poschodí nižšie, c) na -829. poschodí a idete o 1 354 poschodie vyššie, d) na -21 346. poschodí a idete o 274 poschodí vyššie, e) na -13 004. poschodí a idete o 12 847 poschodí vyššie?

24 Ako rozumiete vtipnému slovnému spojeniu na obrázku?

IŠLA SOM VÝŤAHOM
O -3 POSCHODIA HORE.



Hľadáme čísla 5

Úloha 1: a) Bez toho, aby ste zisťovali číslo pod kartičkou v príklade **D** - 376 = 97, vytvorte z rovnakých čísel iný príklad na odčítanie.

b) Z tých istých troch čísel vytvorte a napíšte príklad na sčítanie.

Dostali ste tri príklady, v ktorých je pod kartičkou rovnaké číslo. V ktorom z nich sa číslo pod kartičkou zisťuje najľahšie?

Úloha 2: Urobte ešte 4-krát to isté ako v úlohe 1, len postupne s príkladmi:

- a) **H** - 773 = 203,
b) **R** - 504 = 336,
c) **U** - 4 672 = 2 430,
d) **V** - 73 576 = 124 605.

Úloha 3: Poučte sa z predchádzajúcich úloh a zistite pomocou sčítania čísla pod kartičkami v príkladoch:

- G** - 93 = 28, **Z** - 287 = 111,
F - 1 543 = 907, **S** - 354 670 = 68 723.

Nadmorská výška

U určite viete, že nadmorská výška nejakého miesta udáva, koľko metrov nad morskou hladinou (resp. nad hladinou svetového oceána) sa toto miesto nachádza. Nadmorská výška sa udáva v metroch nad morom (m. n. m.).

- 1 V tabuľke sú uvedené horské chaty vo Vysokých Tatrách. Zoradte ich podľa nadmorskej výšky od najvyššie položenej po najnižšie položenú.

Názov horskej chaty	Nadmorská výška
Zamkovského chata	1 475 m. n. m.
Sliezsky dom	1 670 m. n. m.
Bilíkova chata	1 255 m. n. m.
Chata pod Rysmi	2 250 m. n. m.
Chata pri Popradskom plese	1 500 m. n. m.
Zbojnická chata	1 960 m. n. m.
Chata pri Zelenom plese	1 551 m. n. m.
Téryho chata	2 015 m. n. m.



- 2 Aký je výškový rozdiel medzi najvyššie a najnižšie položenou výškovou chatou?

Porovnajte svoje riešenie s Matejovým.

Matej:

Výškový rozdiel je rozdiel medzi nadmorskými výškami, od väčšej z nich odčítam menšiu. Najvyššie položená chata je Chata pod Rysmi vo výške 2 250 m. n. m. Najnižšie položená chata je Bilíkova chata vo výške 1 255 m. n. m. Výškový rozdiel medzi nimi je $2\,250 - 1\,255 = 995$ metrov.



- 3 Nájdite chaty, medzi ktorými je najmenší výškový rozdiel.

- 4 Medzi ktorými chatami je výškový rozdiel väčší ako 500 metrov?

Morská hrádza v Holandsku



Holandsko je krajina, ktorej viac ako jedna tretina leží pod hladinou mora. Bez pobrežných hrádí by časť Holandska bola zaliata morskou vodou. Najnižší bod Holandska - Zuidplaspolder leží 7 metrov pod úrovňou mora. Naopak, najvyššie položeným miestom v Holandsku je vrch Vaalserberg s nadmorskou výškou 322 m. n. m.

(Zdroj: www.sme.sk)

- 5 Aký je výškový rozdiel medzi najvyššie a najnižšie položeným bodom v Holandsku?

Holandsko nie je jediná krajina, v ktorej časti územia ležia pod hladinou mora.

Ešte hlbšie pod hladinou mora leží jazero, ktoré sa nazýva Mŕtve more. Jeho povrch leží 415 metrov pod hladinou svetového oceána a jeho dno ešte o ďalších 398 metrov hlbšie.

- 6 Nájdiť na internete ďalšiu krajinu, ktorej časť územia leží pod hladinou mora.

- 7 Koľko metrov pod hladinou mora leží dno Mŕtveho mora?

Na svete sú však aj miesta s omnoho väčšou podmorskou hĺbkou. Najhlbšie miesto na Zemi je Mariánska priekopa. Ako jej hĺbka sa najčastejšie uvádza údaj 11 034 metrov pod hladinou mora.

- 8 Určte výškový rozdiel medzi dnom Mariánskej priekopy a najvyššie položeným miestom na svete – Mount Everestom – s nadmorskou výškou 8 848 m. n. m.

- 9 Zistite, v akej nadmorskej výške sa nachádza vaše mesto/vaša obec.

- 10 O koľko metrov a) nižšie, b) vyššie je vaše mesto/vaša obec v porovnaní s a) najvyššie, b) najnižšie položeným miestom na Slovensku?

Pozrite si mapu okolia Mŕtveho mora aj s niektorými vyznačenými miestami.



Mŕtve more má liečivé účinky pri niektorých kožných ochoreniach. Preto je v jeho okolí viacero hotelov. Okrem hotelov sa pri Mŕtvom mori nachádzajú aj ďalšie miesta hodné navštívenia: Pevnosť Masada leží na vysokom skalnom útese nad hladinou Mŕtveho mora. Kumrán je archeologické nálezisko. Rozkladá sa pri severozápadnom brehu Mŕtveho mora. Herodium sú zvyšky krásneho chrámu, ktorý tu dal vybudovať vládca Herodes ako vlastnú hrobku.

- 11 Čo znamenajú čísla uvedené v zátvorke za označením miesta a) Masada, b) Kumrán na mape?

- 12 V akej nadmorskej výške sa nachádza a) pevnosť Masada, b) nálezisko Kumrán, c) chrám Herodium, d) hotel pri Mŕtvom mori?

*Prišli ste na to, že pevnosť Masada a chrám Herodium sa nachádzajú 80 a 720 metrov **nad** hladinou mora (m. n. m.) a nálezisko Kumrán a hotel pri Mŕtvom mori vo výške 360 a 325 metrov **pod** hladinou mora (m. p. m.)? Aby sme nemuseli rozlišovať nadmorskú a podmorskú výšku, podmorskú výšku 70 metrov budeme značiť ako nadmorskú výšku -70 metrov.*

- 13 Všetky podmorské výšky spomenuté v tejto kapitole zapíšte ako nadmorské výšky.



- 14 Usporiadajte miesta podľa nadmorskej výšky – od najnižšie položeného po najvyššie položené (vzostupne).
1 362 m, -1 362 m, -23 m, 153 m, -476 m, -984 m, 367 m

- 15 Jakub je v nadmorskej výške 248 metrov, Soňa v nadmorskej výške 51 metrov, Elena vo výške 5 metrov a Peter je na výlete v Dánsku na mieste, ktoré má nadmorskú výšku -5 metrov. O koľko vyššie je a) Jakub ako Soňa, b) Jakub ako Peter, c) Jakub ako Elena, d) Soňa ako Elena, e) Soňa ako Peter, f) Elena ako Peter?

Výškové počty



- Podobne ako s poschodiami môžeme počítať aj s nadmorskými výškami. Vyskúšajte si to.

- 16 V akej nadmorskej výške sa ocitneme, ak sme začali vo výške
a) 240 m. n. m. a klesli sme o 273 metrov,
b) 179 m. n. m. a klesli sme o 184 metrov,
c) 184 m. n. m. a klesli sme o 179 metrov,
d) -12 m. n. m. a stúpili sme o 48 metrov,
e) -23 m. n. m. a klesli sme o 14 metrov,
f) -74 m. n. m. a stúpili sme o 57 metrov?

Takéto počítanie je skutočne podobné ako výtahové počty. Môžeme počítať ako Jano.

Božena



- 17 Prekreslite si do zošita tabuľku a vyplňte ju.

Výška predtým	700	900	500	-300	-500	-400	650	-250	-750
Zmena	stúpol o 400	klesol o 400	klesol o 700	stúpol o 800	stúpol o 300	klesol o 900	klesol o 950	klesol o 350	stúpol o 900
Výška potom									

- 18 Poradíte si aj s takouto tabuľkou?

Výška predtým									
Zmena	stúpila o 400	klesla o 400	stúpila o 700	stúpila o 200	klesla o 300	klesla o 900	stúpila o 450	klesla o 700	klesla o 350
Výška potom	700	900	500	-300	-500	-400	150	-350	-650

- 19 Ako menila Táňa nadmorskú výšku? Napíšte do zošita odpovede pomocou slovných spojení „klesla o ...“ a „stúpila o ...“.

Výška predtým	1 200	600	-200	-700	-200	600	450	-150	-300
Zmena									
Výška potom	700	900	500	-300	-500	-400	-150	450	-50



- 20 Na obed sa dostal Jano do nadmorskej výšky 564 m. Za ďalšie 2 hodiny zmenil nadmorskú výšku o 50 metrov. Do akej nadmorskej výšky sa dostal?

Pozrite, ako si s predchádzajúcou úlohou poradila Daniela.

Daniela



Daniela:

Ak Jano zmenil nadmorskú výšku o 50 metrov, mohol stúpnuť alebo klesnúť. Ak stúpol, bol by v nadmorskej výške $564 + 50 = 614$ metrov. Ak klesol, bol by v nadmorskej výške $564 - 50 = 514$ metrov.

- 21 Aký výškový rozdiel je medzi dvoma miestami, ktorých nadmorské výšky sú 547 metrov a -218 metrov?

Eva:

Výškový rozdiel sa počíta odčítaním „Vyššie – nižšie“.

Lívia:

V našom prípade je to nižšie miesto s mínusom. To znamená vypočítať $547 - (-218)$. Ja však neviem odčítať číslo s mínusom.

Eva:

Tak si predstav, že by si musela vyšliapať z nižšieho miesta na vyššie. Najprv musíš ísť hore 218 metrov, aby si sa dostala na 0, čiže na úroveň hladiny mora. Potom ešte o 547 metrov dohora. Spolu teda $547 + 218 = 765$ metrov. Výškový rozdiel medzi nimi je 765 metrov.

Lívia:

To znamená, že $547 - (-218) = 547 + 218 = 765$.

Eva



Lívia



- 22 Aký je výškový rozdiel medzi miestami s nadmorskými výškami 35, 840 a 1 328 metrov a miestami s nadmorskými výškami -23 , -416 a $-2\,620$ metrov? Porovnajte každé miesto z prvej skupiny s každým miestom z druhej skupiny. Pozor, je to 9 porovnávaní.

Kto má väčšiu šancu? (3. časť)

V tanečnom klube je 6 dievčat a 9 chlapcov. Vedúci klubu sa chystá spravodlivo vylosovať trojicu – 2 chlapcov a 1 dievča na vystúpenie.

Úloha 1: Navrhните a pripravte 2 spôsoby losovania. Losovanie môže mať aj viac kôl.

Úloha 2: Je väčšia šanca, že vylosujú Adama alebo že vylosujú Evu?

Úloha 3: Je väčšia šanca, že nevylosujú Adama alebo že nevylosujú Evu?

Svoje odpovede sa opäť pokúste zdôvodniť.

23

Vypočítajte po riadkoch. Ak potrebujete, predstavte si, že zisťujete výškový rozdiel.

$$\begin{array}{llllll} 5 - (-3) & 7 - (-3) & 12 - (-8) & 16 - (-10) & 20 - (-60) & 400 - (-600) \\ 3 - (-5) & 3 - (-7) & 8 - (-12) & 10 - (-16) & 60 - (-20) & 600 - (-400) \end{array}$$



24

Aký výškový rozdiel je medzi dvoma miestami, ktorých nadmorské výšky sú -547 metrov a -218 metrov?

Livia:

Obidve miesta sú pod úrovňou hladiny mora. Výškový rozdiel sa nezmení, keď si obidve miesta preklopím nad hladinu mora do rovnakej výšky, v akej boli pôvodne pod hladinou mora. Potom je to ľahké, opäť počítam „vyššie – nižšie“: $547 - 218 = 329$.

Výškový rozdiel medzi nimi je 329 metrov.

Ak by som to celé zapísala pomocou vzorca „vyššie – nižšie“, tak by som dostala $-218 - (-547) = 547 - 218 = 329$.

25

Ako rozumiete slovnému spojeniu „zmenil svoju polohu o -200 metrov“?

Daniela riešila aj túto úlohu:

Daniela:

Ak svoju polohu zmenil o -200 metrov, asi to bude znamenať pokles. Preto je tam znamienko mínus. Ak by sme chceli, aby sme vyjadrili stúpanie, môžeme to zapísať tak, že zmenil svoju polohu o $+200$ metrov.



26

Aký je výškový rozdiel medzi miestami s nadmorskými výškami -35 , -840 a $-1\,328$ metrov a miestami s nadmorskými výškami -23 , -416 a $-2\,620$ metrov? Porovnajte každé miesto z prvej skupiny s každým miestom z druhej skupiny. Pozor, je to 9 porovnaní.

27

Vypočítajte po riadkoch.

$$\begin{array}{llllll} -3 - (-5) & -7 - (-10) & -12 - (-18) & -16 - (-400) & -20 - (-60) & -400 - (-600) \\ -4 - (-4) & -13 - (-17) & -8 - (-12) & -10 - (-16) & -80 - (-200) & -500 - (-1400) \end{array}$$

28

Napište do zošita chýbajúce čísla v tabuľkách:

a)

Predtým	720	930	510	-320	-560	-420	650	-250	-750
Zmena	+400	-400	-700	+800	+300	-900	-950	-350	+900
Potom									

b)

Predtým									
Zmena	+450	-450	+730	+280	-330	-920	+450	-710	+350
Potom	700	900	500	-300	-500	-400	150	1 060	50

c)

Predtým	1 280	670	-230	-710	-270	640	450	-150	-330
Zmena									
Potom	700	900	500	-300	-500	-400	-150	450	-50

- 29** Aký výškový rozdiel je medzi dvoma miestami, ktorých nadmorské výšky sú uvedené v tabuľke?

1. miesto	68	-68	-68	68	127	127	-127	-127	1 274	-472
2. miesto	56	56	-56	-56	83	-83	83	-83	-382	-908
Výškový rozdiel										

Vráťte sa k mape okolia Mŕtveho mora.

- 30** Aký je výškový rozdiel medzi pevnosťou Masada a a) hotelom pri Mŕtvom mori, b) chrámom Herodium, c) náleziskom Kumrán?
- 31** Aký je výškový rozdiel medzi hotelom pri Mŕtvom mori a a) chrámom Herodium, b) náleziskom Kumrán?
- 32** Aký je výškový rozdiel medzi chrámom Herodium a náleziskom Kumrán?

- 33** Vypočítajte po riadkoch.

$$\begin{array}{cccccc}
 13 - (-5) & 27 - (-40) & -12 - (-62) & -16 - (-28) & 20 - (-56) & -400 - (-588) \\
 -5 - (-13) & -27 - (-40) & 12 - (-62) & 16 - (-28) & -20 - (-56) & 400 - (-588)
 \end{array}$$

Účtovné knihy



Keď niekto podniká, zaznamenáva si príjmy a výdavky. Hovoríme, že si vedie účtovníctvo – kedysi sa to volalo účtovné knihy. V súčasnosti sa príjmy a výdavky zaznamenávajú väčšinou v počítači, napr. v programe Excel. V programe Excel si môžete nastaviť, ako sa majú príjmy a výdavky zobrazovať. Najčastejšie používané možnosti, s ktorými sa môžete stretnúť, sú dve:

42 €	Predaj (príjem)	42 €	Predaj (príjem)
11 €	Nákup (výdavok)	-11 €	Nákup (výdavok)

- 1** Pokúste sa vysvetliť, čo znamenajú tieto možnosti.

Asi ste aj vy prišli na to, že obidve možnosti vyjadrujú to isté:

- riadok: predali sme tovar a dostali sme zaň 42 €.
- riadok: kúpili sme tovar a máme zaň zaplatiť/zaplatili sme zaň 11 eur.

Sumu 11 € (-11 €) si teda môžete predstaviť ako výdavok alebo dlh.

- 2** Vyskúšajte si, či pomocou formátu bunky viete v programe Excel nastaviť obidve možnosti.



Pani Jana začala podnikat – nakupuje a predáva rozličný tovar. Príjem a hotovosť si zapisuje čiernymi číslami. Výdavky a dlhy si značí červenými číslami. Pomôžete jej s nasledujúcimi úlohami?



3 Usporiadajte sumy – majetok – podľa veľkosti od najmenej po najväčšiu hodnotu.
12 €; 8 €; 3 €; 6 €; 2 €; 4 €; 1 €; 4 €; 7 €; 2 €; 11 €

4 Poradíte si aj s vyššími sumami? Zoradte ich od najnižšej po najvyššiu.
237; 286; 319; 198; 327; 284; 302; 309; 304; 275; 372



5 Akú sumu má pani Jana?
a) 4 € + 3 € b) 4 € + 5 € c) 517 € + 622 € d) 736 € + 2 442 €

Počítali ste rovnako ako Emil?

Emil:

Časti a) a c) boli ľahké. Stačilo dané čísla sčítať, pretože obidve boli hotovosť:

$$4 € + 3 € = 7 €$$

$$517 € + 622 € = 1\,139 €$$

Podobne ľahké boli časti b) a d). Tam sme zasa sčítavali dlhy:

$$4 € + 5 € = 9 €$$

$$736 € + 2\,442 € = 3\,178 €$$

Emil



6 Ako to dopadne, keď sa sčíta čierne číslo s červeným a čierne číslo je väčšie?
a) 4 € + 3 € b) 214 € + 827 €

Emil:

Ani teraz to nebolo ťažké. Keďže bolo viac hotovosti ako dlhu, výsledok musí byť hotovosť, teda čierne číslo. Aby som zistil, o koľko viac bolo hotovosti ako dlhu, dané čísla odčítam:

$$4 € + 3 € = 1 €$$

$$214 € + 827 € = 613 €$$

$$4 - 3 = 1$$

$$\begin{array}{r} 827 \\ - 214 \\ \hline 613 \end{array}$$

7 Aký bude výsledok, keď je viac dlhu ako hotovosti?
a) 6 € + 2 € b) 322 € + 561 €

Emil:

Aj teraz je to ľahké. Keďže bolo viac dlhov, výsledkom bude dlh, čiže červené číslo. Aby som zistil, o koľko viac bolo dlhu ako hotovosti, budem opäť odčítavať:

$$6 € + 2 € = 4 €$$

$$322 € + 561 € = 239 €$$

$$6 - 2 = 4$$

$$\begin{array}{r} 561 \\ - 322 \\ \hline 239 \end{array}$$



8 Podobne vypočítajte nasledujúce príklady.

Nezabudnite výsledky napísať správnou farbou. Počítajte po riadkoch.

$$86 € + 60 €$$

$$86 € + 60 €$$

$$86 € + 60 €$$

$$86 € + 60 €$$

$$169 € + 80 €$$

$$169 € + 80 €$$

$$169 € + 80 €$$

$$169 € + 80 €$$

$$6\,819 € + 600 €$$

$$6\,819 € + 600 €$$

$$6\,819 € + 600 €$$

$$6\,819 € + 600 €$$

9 Vysvetlite vlastnými slovami, ako sa sčítajú čísla rovnakej farby.

10 Vysvetlite vlastnými slovami, ako sa sčítajú čísla rôznej farby.

Európske akcie sú hlboko v červených číslach

Európske akcie sa počas dnešného obchodovania pohybujú hlboko v červených číslach, nadol ich ťahajú najmä bankové akcie.

Manchester United sa pohybuje v červených číslach

Spoločnosť, ktorá riadi anglický futbalový veľkoklub Manchester United, zaznamenala v ostatnej sezóne účtovnú stratu vo výške takmer 105 miliónov britských libier.

Zdroj: <http://futbal.sme.sk/c/5818793/manchester-united-sa-pohybuje-v-cervenych-cislach.html#ixzz1Hk8ZwqPr>

11 Je celkovo pán Karol „v čiernych číslach“ alebo „v červených číslach“?
Pán Karol: 327 €, 476 €, 629 €, 703 €, 203 €

Pozrite si, ako predchádzajúcu úlohu riešila Anna.

Anna:

Stačí mi zistiť, či je viac hotovosti, alebo dlhov. Preto najskôr

sčítam hotovosť: $476 € + 703 € = 1\,179 €$

Potom sčítam dlhy: $327 € + 629 € + 203 € = 1\,159 €$

Vidím, že hotovosti je viac, a preto je pán Karol v čiernych číslach.

Anna



12 Sú títo podnikatelia celkovo „v čiernych číslach“ alebo „v červených číslach“?
Pán Boris: 3 863 €, 4 628 €, 1 837 €, 2 476 €, 1 735 €
Pán Ivan: 34 572 €, 82 006 €, 9 548 €, 61 989 €

13 Pán Vrtichvost si 5-krát po sebe požičal 35 €. Zapište pomocou násobenia, aký je stav jeho peňazí, ak bol predtým na nule. Pozor, zápis $5 \cdot 35 €$ nie je správny.

Určite ste aj vy prišli na to, že to má byť $5 \cdot 35 €$.

14 Vypočítajte $5 \cdot 35 €$.

15 Isto si poradíte aj s násobením väčších čísel.

$$2 \cdot 71 €$$

$$2 \cdot 71 €$$

$$3 \cdot 128 €$$

$$3 \cdot 128 €$$

$$5 \cdot 219 €$$

$$5 \cdot 219 €$$

16 Dlhy a hotovosť môžeme aj rozdeľovať na rovnaké časti. Vyskúšajte si to.

$$32 € : 2$$

$$32 € : 2$$

$$45 € : 3$$

$$45 € : 3$$

$$72 € : 6$$

$$72 € : 6$$

17 Doplňte vynechané farebné čísla v účtovných knihách.

$$23 + \dots = 12$$

$$19 + \dots = 16$$

$$14 + \dots = 21$$

$$21 + \dots = 27$$

Pomohli ste si ako Natália?

Natália:

V príklade $23 + \dots = 12$ vidím, že sa dlh zmenšil. Museli sme pripočítať hotovosť. Akú veľkú hotovosť, to zistím ľahko:

$23 - 12 = 11$. Riešením je 11.

V príklade $14 + \dots = 21$ sme pridali toľko hotovosti, že sme sa

z dlhu dostali do čiernych čísel. Najskôr sme teda vynulovali dlh – pridali sme 14.

To by sme boli na nule. Potom sme museli pridať ešte 21. Výsledok je preto $14 + 21 = 35$.

Natália



18

Použite Natáliinu metódu a doplňte ďalšie chýbajúce farebné čísla.

$13 + \dots = 2$

$17 + \dots = 9$

$27 + \dots = 39$

$120 + \dots = 36$

$470 + \dots = 540$

$540 + \dots = 470$

$638 + \dots = 540$

$740 + \dots = 110$



P

ani Petra na rozdiel do pani Jany používa na zapísanie hotovosti kladné čísla a na zapísanie dlhu a výdavkov čísla s mínusom. Keď treba, dá niektoré čísla do zátvoriek.

S takými číslami ste sa už stretli. Bolo to pri vození sa výťahom, pri nadmorskej výške či účtovných knihách. Čísla ako -5 ; -38 ; $-54,07$; ktoré majú pred sebou znamienko mínus, voláme **záporné čísla**. Niekedy sa im hovorí aj **mínusové čísla**, práve pre znamienko mínus, ktoré majú pred sebou. Čísla ako 5 ; 38 ; $54,07$; s ktorými sme sa stretávali doteraz, voláme **kladné čísla**. Ak chceme zvýrazniť, že sú to kladné čísla, môžeme pred ne dať znamienko plus: $+5$; $+38$; $+54,08$. Aj preto tieto čísla niektorí ľudia volajú **plusové čísla**.

Určite zvládnete aj počítanie so sumami zapísanými pomocou kladných a záporných čísel.



19

Usporiadajte sumy – majetok – od najmenej po najväčšiu hodnotu.

-12 €; -8 €; 2 €; -6 €; 12 €; 4 €; -1 €; 9 €; -2 €; 3 €; -11 €

20

Zoradte tieto väčšie sumy od najvyššej po najnižšiu.

-64 ; 102 ; -87 ; 205 ; -188 ; 819 ; -19 ; 230 ; -819 ; 403 ; -204

Prišli ste na to, že je to rovnaké, ako počítanie s farebnými číslami?



21

Akú sumu má pani Petra?

a) 24 € + 13 €

b) (-7) € + (-2) €

c) 73 € + 28 €

d) (-52) € + (-38) €



Počítali ste ako Hana alebo Emil?

Hana:

Ja som si už zvykla na farebné počty. Preto si príklady prevediem na ne.
Napríklad: $(-52) € + (-38) € = 52 € + 38 € = 90 €$. Výsledok je $(-90) €$.

Emil:

Na to, aby som dal dlhy dohromady, nepotrebujem písať farebne.
 $52 + 38 = 90$, ale bude to dlh: $(-52) € + (-38) € = -90 €$.

Hana



22

Vypočítajte ako Hana alebo Emil.

- a) $17 € + 21 €$ b) $(-17) € + (-21) €$ c) $38 € + 101 €$ d) $(-38) € + (-101) €$
e) $(-43) € + (-35) €$ f) $49 € + 56 €$ g) $(-83) € + (-26) €$ h) $37 € + 204 €$

23

Akú sumu má pani Petra?

- a) $7 € + (-2) €$ b) $(-22) € + 74 €$

Počítali ste ako Emil?

Emil:

Je to rovnaké, ako počítanie s farebnými číslami. Je tam viac hotovosti ako dlhu, preto výsledok musí byť hotovosť. Čísla bez znamienok, samozrejme, odčítam, aby som zistil, o kolko viac hotovosti pani Petra mala.

$$(-22) € + 74 € = 52 €$$

$$74 - 22 = 52$$

24

Vypočítajte ako Emil.

- a) $19 € + (-13) €$ b) $36 € + (-15) €$ c) $(-7) € + 15 €$ d) $(-26) € + 50 €$
e) $(-36) € + 55 €$ f) $28 € + (-22) €$ g) $(-100) € + 124 €$ h) $81 € + (-25) €$

25

Opíšte, ako by Emil počítal príklady:

- a) $2 € + (-7) €$ b) $(-44) € + 31 €$

Emil:

Je to podobné ako predchádzajúca úloha. Rozdiel je v tom, že viac je dlhu ako hotovosti. Preto výsledok bude dlh.

Opäť budem odčítavať:

$$(-44) € + 31 € = -13 €$$

$$44 - 31 = 13$$

Emil



26

Vypočítajte ako Emil.

- a) $21 € + (-25) €$ b) $17 € + (-23) €$ c) $(-37) € + 21 €$ d) $(-48) € + 16 €$
e) $(-52) € + 40 €$ f) $37 € + (-68) €$ g) $(-97) € + 79 €$ h) $103 € + (-214) €$

- 27** Precvičte si počítanie so zápornými číslami. Nezabudnite k výsledku napísať správne znamienko. Počítajte po riadkoch.
- | | | | |
|---------------------------------------|--|--|---|
| $34 \text{ €} + 21 \text{ €}$ | $34 \text{ €} + (-21) \text{ €}$ | $(-34) \text{ €} + 21 \text{ €}$ | $(-34) \text{ €} + (-21) \text{ €}$ |
| $214 \text{ €} + 193 \text{ €}$ | $214 \text{ €} + (-193) \text{ €}$ | $(-214) \text{ €} + 193 \text{ €}$ | $(-214) \text{ €} + (-193) \text{ €}$ |
| $3\,056 \text{ €} + 4\,203 \text{ €}$ | $3\,056 \text{ €} + (-4\,203) \text{ €}$ | $(-3\,056) \text{ €} + 4\,203 \text{ €}$ | $(-3\,056) \text{ €} + (-4\,203) \text{ €}$ |

- 28** Vysvetlite vlastnými slovami, ako sa sčítujú dve záporné čísla.

- 29** Vysvetlite vlastnými slovami, ako sa sčítujú čísla s rôznymi znamienkami. Nezabudnite, že sú dve možnosti. Alebo ich viete opísať naraz?

- 30** Vypočítajte.
- | | | | | | |
|---------------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|---------------------------|------------------------|
| $4 \cdot (-15) \text{ €}$ | $4 \cdot 15 \text{ €}$ | $6 \cdot 21 \text{ €}$ | $6 \cdot (-21) \text{ €}$ | $9 \cdot (-32) \text{ €}$ | $9 \cdot 32 \text{ €}$ |
|---------------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|---------------------------|------------------------|

- 31** Martin stojí na -7. poschodí a chce sa dostať na 32. poschodie. Jeho kamarátka Mária však stlačila iné číslo, a tak sa previezli cez 71 poschodí, kým sa – na druhý pokus – dostali na správne poschodie. Aké číslo poschodia stlačila Mária? Pozor, úloha má dve riešenia!

- 32** Poradíte si aj s delením?
- | | | | | | |
|-----------------------|--------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|------------------------|
| $(-27) \text{ €} : 3$ | $28 \text{ €} : 7$ | $(-36) \text{ €} : 4$ | $66 \text{ €} : 11$ | $(-64) \text{ €} : 8$ | $(-110) \text{ €} : 5$ |
|-----------------------|--------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|------------------------|

- 33** Predpokladajme, že nesprávne vyplnené údaje v tabuľke v úlohe 20 na strane 51 sú len údaje v 2. riadku. Opravte ich.

- 34** Doplňte chýbajúce údaje v tabuľke.

Sme na	74.	82.		-14.	-46.	100.		poschodí.
Ideme			dole o 31				hore o 32	poschodia/ poschodí.
Budeme na	21.	-35.	-54.	38.	-21.	-36.	-21.	poschodí.

Hľadáme čísla 6

Úloha 1: a) K číslam 3 a 60 doplňte ďalšie číslo a zo všetkých troch čísel vytvorte a napíšte vypočítaný príklad na násobenie.
b) Z tých istých troch čísel vytvorte a napíšte vypočítaný príklad na delenie.
c) Z tých istých troch čísel vytvorte a napíšte iný vypočítaný príklad na delenie.

Úloha 2: Čísla 3 a 60 sa dajú doplniť tretím číslom tak, aby sa zo všetkých troch čísel dal vytvoriť vypočítaný príklad na násobenie, až troma spôsobmi. Nájdite iný spôsob, ako ste našli v úlohe 1, a urobte preň všetky časti z úlohy 1.

Úloha 3: Urobte ešte 4-krát to isté ako v úlohe 1, len postupne s dvojicami čísel a) 8 a 56, b) 12 a 11, c) 15 a 20, d) 250 a 100.

Úloha 4: Pokúste sa vymyslieť také tri čísla, z ktorých sa dá vytvoriť vypočítaný príklad na násobenie, ale nedá sa vytvoriť vypočítaný príklad na delenie.



V tejto kapitole sa pozrieme na vzťahy dvoch veličín – závislosti. Začneme tými, ktoré už poznáte, len ste ich (v minulosti) nevolali závislosti.

0 niekoľko viac, o niekoľko menej



V živote sa často stretnete s porovnávaním, v ktorom vystupuje slovné spojenie „o niekoľko viac“ alebo „o niekoľko menej“. Pozrime sa spoločne na niektoré také porovnania.

- 1** Peter má o 67 centov viac ako Viera. Koľko centov môžu mať? Prepíšte si dané tabuľky a vyplňte ich.

Viera	100	80	237	608	587	333
Peter						

Peter	100	80	237	608	587	333
Viera						

- 2** Opíšte stručne výpočty, ktoré ste robili v zelenej tabuľke.

Urobili ste to podobne ako Mária? Alebo ste to urobili podobne ako Filip a použili ste prvé písmená mien Viera a Peter?

Mária:

Vierina suma + 67 = Petrova suma

Filip:

$P = V + 67$

Filip



- 3** Opíšte stručne výpočty, ktoré ste robili v modrej tabuľke.

Postupovali ste ako Mária alebo ako Filip?

Mária:

Petrova suma - 67 = Vierina suma

Filip:

$V = P - 67$

- 4** Ako sa zmenia Filipove zápisy v prípade, že Peter bude mať a) o 98 centov viac, b) o 682 centov viac, c) o 67 centov menej, d) o 200 centov menej ako Viera?

- 5** Milan má o 236 známok menej ako Jana. Koľko známok môžu mať? Prepíšte si tabuľky do zošita a vyplňte ich. V oboch prípadoch opíšte slovne výpočty tak, ako by ich opísali Mária a Filip.

Jana	100	80	237	608	587	333
Milan						

Milan	100	80	237	608	587	333
Jana						

- 6** Zapište ako Filip, ako by ste pomocou jedného čísla vypočítali druhé číslo a naopak. Medzi číslami sú tieto závislosti:
- Číslo A je o 57 väčšie ako číslo B .
 - Číslo K je o 57 menšie ako číslo L .
 - Číslo a je o 507 menšie ako číslo d .
 - Číslo u je o 34,89 väčšie ako číslo p .

- 7** Na základe vzťahu, ktorý platí medzi číslami a) g, h , b) R, s , c) T, K , d) a, P vyplňte príslušné tabuľky. a) $g = h - 7$, b) $R = s + 0,65$, c) $T = K - 6,6$, d) $a = P + 8,459$

a)

h	60	32,1		
g			60	32,1

b)

R	60	32,1		
s			60	32,1

c)

K	60	32,1		
T			60	32,1

d)

P	60	32,1		
a			60	32,1

- 8** Na základe zapísaných vzťahov zistíte, ktoré z čísel označených písmenami je väčšie a ktoré menšie a o koľko.
- $A = 80 + B$,
 - $C = D + 40,4$,
 - $k = h - 47$,
 - $p = r - 20,54$



V výpočty vyjadrené pomocou písmen, s ktorými ste sa pred chvíľou stretli, napr.: $V + 67$ $P - 67$ $h - 7$ $K - 6,6$ $80 + B$ $r - 20,54$, patria do veľkej skupiny zápisov, ktorú voláme výrazy. Výrazy môžeme použiť na vyjadrenie vzťahu (závislosti) medzi dvoma veličinami. Napr. zápis $P = V + 67$ vyjadruje závislosť medzi veličinami P a V . Písmeno P môžeme chápať aj ako názov (označenie) výrazu $V + 67$.

Niekoľkokrát viac, niekoľkokrát menej



Niekedy nás pri porovnávaní nezaujíma, o koľko väčšie alebo menšie je jedno číslo od druhého, ale koľkokrát je väčšie alebo menšie. Aj pri takomto porovnávaní si môžeme pomôcť písmenami.

- 1** Peter to má k babičke 3-krát bližšie ako Viera. Ako ďaleko to majú k svojim babičkám? Prepíšte si do zošita dané tabuľky vzdialeností a vyplňte ich.

Viera	90	27	135	69	153	201
Peter						

Peter	90	27	135	69	153	201
Viera						

- 2** Opíšte stručne výpočty, ktoré ste robili v žltej tabuľke. Potom opíšte výpočty, ktoré ste robili v modrej tabuľke. Stačí, ak to urobíte ako Filip, čiže pomocou písmen.

Ak ste postupovali ako Filip, dostali ste zápisy:

Pre žltú tabuľku: $P = V : 3$

Pre sivú tabuľku: $V = 3 \cdot P$ alebo $V = P \cdot 3$



3 Ako sa zmenia tieto zápisy v prípade, že Peter bude mať vzdialenosť a) 2-krát menšiu, b) 1,6-krát menšiu, c) 4-krát väčšiu, d) 2,4-krát väčšiu?

4 Milan má 2,5-krát väčšiu záhradu ako Jana. Aké veľké môžu mať záhrady? Prepíšte si dané tabuľky do zošita a vyplňte ich. V oboch prípadoch opíšte stručne výpočty tak, ako by ich opísal Filip. Údaje v tabuľke sú rozlohy záhrad v m².

Jana	100	80	235	610	580	120
Milan						

Milan	100	80	235	610	580	120
Jana						



Zdá sa, že porovnávanie pomocou „koľkokrát viac“ je podobne ľahké ako porovnávanie pomocou „o koľko viac“. Je to pravda, keď pomocou „koľkokrát viac“ porovnáваме kladné čísla. Keby sme však takto chceli porovnávať aj záporné čísla, nastali by problémy. K tejto téme sa vrátíme neskôr. Aby sme sa týmto problémom vyhli, uzavrieme dohodu:

Dohoda

Porovnávanie, koľkokrát je jedno číslo väčšie ako druhé, budeme používať len pre kladné čísla.



5 Zapište pomocou výrazov (teda ako Filip), ako by ste pomocou jedného čísla vypočítali druhé číslo a naopak. Medzi číslami sú tieto závislosti:

- Číslo A je 5-krát väčšie ako číslo B .
- Číslo K je 1,7-krát menšie ako číslo L .
- Číslo a je 10,6-krát menšie ako číslo d .
- Číslo u je 34,89-krát väčšie ako číslo p .

6 Na základe vzťahu, ktorý platí medzi číslami a) g, h , b) R, s , c) T, K , d) a, P , vyplňte príslušné tabuľky. a) $g = h : 7$, b) $R = s \cdot 3,5$, c) $T = K : 3,5$, d) $a = 7 \cdot P$

a)

h	63	32,2		
g			63	32,2

b)

R	63	32,2		
s			63	32,2

c)

K	63	32,2		
T			63	32,2

d)

P	63	32,2		
a			63	32,2

7 Na základe zapísaných vzťahov zistíte, ktoré z čísel označených písmenami je väčšie a ktoré menšie a koľkokrát.

- $A = 80 \cdot B$, b) $C = \frac{D}{40}$, c) $k = h \cdot 4,7$, d) $p = r : 20,54$

8 Na základe zapísaných vzťahov zistíte, ktoré z čísel označených písmenami je väčšie a ktoré menšie a koľkokrát. Svoje odpovede si potom skontrolujte na niekoľkých dvojiciach konkrétnych hodnôt.

- $x = y \cdot 0,2$, b) $S = T : 0,4$



V tejto časti nám pribudli ďalšie výrazy (presnejšie povedané závislosti zapísané pomocou výrazov), napríklad:

$$P = V : 3 \quad V = 3 \cdot P \quad C = \frac{D}{40} \quad k = h \cdot 4,7 \quad R = s \cdot 3,5 \quad T = K : 3,5.$$

V súvislosti s výrazmi sa musíme naučiť používať niektoré nové pojmy.



Vo výraze $3,4 + d$ voláme **d premennou**.

9 Určte premennú výrazov.

$$V : 3 \quad 3 \cdot P \quad \frac{D}{40} \quad h \cdot 4,7 \quad s \cdot 3,5 \quad K : 3,5$$

10 a) Vymyslite výraz s premennou K , a označte ho písmenom M (váš výraz teda bude vyjadrovať vzťah medzi veličinami K a M). Podobne vymyslite výraz b) s premennou k a označte ho V , c) s premennou M a označte ho K , d) s premennou P a označte ho t .



Ak vo výraze nahradíme premennú číslom, tak hovoríme, že sme za premennú **dosadili** číslo. Dosadením dostaneme z výrazu **číselný výraz**, teda nejaký príklad na výpočet. Výsledok tohto výpočtu voláme **hodnota výrazu** v dosadenom čísle.

Napríklad ak do výrazu $P = r : 4$ dosadíme za premennú r číslo 14, tak dostaneme číselný výraz – príklad na výpočet $14 : 4$. Výsledok tohto príkladu je $14 : 4 = 3,5$. Číslo 3,5 je hodnota výrazu $P = r : 4$ v čísle 14.



Niekedy to zapisujeme
 $P(14) = 3,5$.



11 Vo výrazoch $T = K - 6,6$; $R = s \cdot 3,5$; $U = H : 3,5$ dosadte za premennú postupne čísla a) 7, b) 14, c) 7,21 a vypočítajte jeho hodnotu (v desatinnom tvare). Pozor, je to 9 dosadení.

12 Vypočítajte hodnoty výrazu $P = r : 4$ pre a) $r = 8$, b) $r = 10$, c) $r = 7,8$.

13 Daný je výraz $P = r : 4$. Vypočítajte hodnoty a) $P(12)$, b) $P(5\,671)$, c) $P(0,302)$.

14 Dané sú výrazy $g = 6 + h$; $T = K - 6,6$; $R = s \cdot 3,5$. Vypočítajte a) $g(5)$, b) $R(5)$, c) $T(0)$, d) $T(3,42)$, e) $g(2\,461)$, f) $R(1,2)$.



15 Akú hodnotu sme dosadili za neznámu vo výraze $a = b \cdot 4$, ak $a(?) = 12$?



Časť celku



S

výrazmi sa stretneme aj pri častiach z celku.

1

Zo všetkých kníh, ktoré Viera má, presne tri štvrtiny dostala od rodičov. Koľko kníh dostala Viera od rodičov? Odpoveď, samozrejme, závisí od toho, koľko kníh má Viera. Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju. Potom napíšte výraz, ktorý opisuje výpočty v tabuľke.

Všetky knihy	100	80	232	72	144	63
Knihy od rodičov						



Pozrite sa, ako úlohu riešili dvaja kamaráti.

Jana:

Najprv musím deliť štyrmi, aby som dostala štvrtinu. Potom vynásobiť tromi, aby som dostala 3 štvrtiny. Mne to vyšlo $R = V : 4 \cdot 3$.

Peter:

Viem, že $\frac{3}{4}$ z niečoho sa počítajú ako $\frac{3}{4}$ krát niečo. Mne to vyšlo $R = \frac{3}{4} \cdot V$.

2

Zistite, ktorá z uvedených dvoch odpovedí je správna. Pri rozhodovaní si môžete pomôcť tým, že obidvoma spôsobmi ešte raz vyplníte do zošita danú tabuľku.

Aj vám vyšlo, že po dosadení rovnakých čísel do Janinho výrazu ($V : 4 \cdot 3$) aj do Petrovho výrazu ($\frac{3}{4} \cdot V$) dostaneme vždy rovnakú hodnotu? Potom sa však tieto výrazy musia rovnať. Majú len rôzny tvar – sú inak zapísané.



3

Rozhodnite, ktoré z daných dvojíc výrazov sa rovnajú. Vyskúšajte to aspoň na piatich číslach.

a) $V = 5 \cdot c$; $V = c : 0,2$

b) $U = 9 - k$; $U = k - 9$

d) $d = \frac{4}{6} \cdot r$; $d = 6 \cdot r : 9$

c) $T = P \cdot 12$; $T = 3 \cdot P \cdot 4$



4

Svetlana počítala úlohu s knihami podobne ako Jana. Ako vieme, Jane vyšlo $R = V : 4 \cdot 3$. Svetlane vyšlo $Z = d : 4 \cdot 3$. Môže to mať Svetlana dobre? Svoju odpoveď vysvetlite.

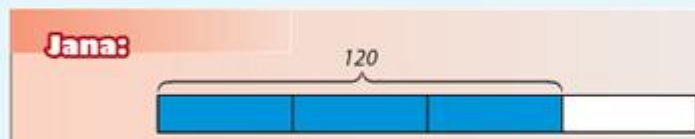
Možno budete prekvapení, ale aj Svetlanino riešenie je správne. Rozdiel je len v tom, že Svetlana zvolila iné písmená na označenie premenných – veličín. Počet všetkých kníh si označila písmenom d a počet kníh od rodičov si označila písmenom Z .



- 5** Vráťme sa k úlohe s knihami. Zaujímá nás, koľko kníh má Viera, ak vieme, koľko kníh dostala od rodičov. Prepíšte si tabuľku do zošita a vyplňte ju. Potom zapíšte výpočty v tabuľke pomocou vhodného výrazu. (Ak potrebujete, úlohu si skúste znázorniť.)

Knihy od rodičov	120	84	237	33	207	61
Všetky knihy						

Aj vy ste si úlohu pre hodnotu 120 znázornili nejako takto?



Všimnite si, že výpočet, ktorým nájdeme počet všetkých kníh, pripomína výpočet z úlohy 1, ale urobený v opačnom poradí: najprv delíme tromi a potom násobíme štyrmi. Teda $V = R : 3 \cdot 4$.



- 6** Ako sa zmenia výrazy v úlohách 1 a 5, ak v zadaní úlohy 1 nahradíme číslo $\frac{3}{4}$ číslom a) $\frac{2}{5}$, b) $\frac{5}{8}$, c) $\frac{5}{6}$, d) $\frac{4}{9}$?

- 7** Pri niektorých potravinách, napr. pri mletom mäse, sa často stretnete s informáciou: Obsahuje 30 % tuku. Koľko gramov tuku a koľko gramov mäsa obsahujú balíčky v tabuľke, ak okrem mäsa a tuku už neobsahujú nič iné? Prepíšte si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Hmotnosť balíčka (g)	500	800	650	1 300	144	63
Množstvo tuku (g)						
Množstvo mäsa (g)						

- 8** Zapíšte obidva výpočty v tabuľke pomocou výrazov.



Pozrite sa, ako úlohu riešili dvaja kamaráti.

Jana:

Najprv musím deliť 100, aby som dostala 1 %. Potom vynásobiť 30 alebo 70, aby som dostala 30 % alebo 70 %. Mne to vyšlo $T = B : 100 \cdot 30$ a $M = B : 100 \cdot 70$.

Juraj:

Viem, že 30 % z celku je 30 stotín celku, teda 0,30 z celku.

Preto mi vyšlo $T = 0,30 \cdot B$ a zvyšok balíčka je mäso: $M = B - 0,3 \cdot B$.

Už vás neprekvapilo, že správne sú obidva zápisy, teda že výrazy $B : 100 \cdot 70$ a $B - 0,3 \cdot B$ sú rovnaké?



- 9** Ako sa zmenia Janine a Jurajove zápisy, ak 30 % zameníme za a) 40 %, b) 65 %, c) 18 %.

- 10** Vypočítajte hodnoty výrazov $A = t - 0,8t$; $B = 1,2 \cdot s - s$; $C = 26 + u - 0,2 \cdot u$ v číslach a) 10, b) 0,2, c) 4, d) 6,35. Pozor, je to spolu až 12 dosadení.



Pozor, vo výraze A v predchádzajúcej úlohe je premenná t na dvoch miestach. Musíme dosadiť za všetky výskyty premennej t v tomto výraze. Napríklad $A(10) = 10 - 0,8 \cdot 10 = 10 - 8 = 2$.

- 11** Vypočítajte hodnoty výrazu $M = B - 0,3 \cdot B$ pre čísla a) $B = 800$, b) $B = 120$, c) $B = 345$, d) $B = 2\,344$.

- 12** Pre výrazy $g = 100 - h$, $R = 0,2 \cdot s + 68,3 - s$, $T = K : 6,4$, $a = 3 \cdot P - 8,4 + P : 2$ vypočítajte hodnoty $g(6)$, $g(1)$, $R(6)$, $R(67)$, $T(6,6)$, $T(3\,562)$, $a(4)$, a $a(8)$.

- 13** Zistite, či výrazy $S = t + 4,2 - t : 4$ a $V = 1 + 0,75 \cdot t + 3,2$ nadobúdajú v číslach a) 4, b) 0, c) 0,32, d) 1 rovnaké hodnoty.



Vráťme sa k mletému mäsu s 30-percentným obsahom tuku. Bude nás zaujímať, ako možno z množstva tuku zistiť celkovú hmotnosť balíčka a množstvo mäsa v balíčku.

- 14** Prepíšte si tabuľku do zošita a vyplňte ju. Napíšte výrazy, ktoré opisujú výpočty v tabuľke.

Hmotnosť balíčka (g)						
Množstvo tuku (g)	60	42	111	243	87	405
Množstvo mäsa (g)						

Aj vy ste výrazy hľadali ako Jana?

Jana:

Najprv musím dané číslo deliť 30, aby som dostala 1 %. Potom musím výsledok vynásobiť 100 alebo 70, aby som dostala celok alebo 70 %.
Dostanem tak $B = T : 30 \cdot 100$ a $M = T : 30 \cdot 70$.



- 15** Výrazmi zapíšte, ako by ste pomocou jedného čísla vypočítali druhé číslo a naopak. Medzi číslami sú tieto závislosti:

- a) Číslo A je 45 % z čísla B . b) Číslo K je 5 dvanástin z čísla L .
c) Číslo u je 48 ‰ z čísla V . d) Číslo d sa rovná $\frac{7}{5}$ čísla a .

- 16** Pokračujme v predchádzajúcej úlohe. Vypočítajte postupne

- a) $A(10)$, b) $K(24)$, c) $d(2,5)$, d) $u(65)$, e) $d(0,4)$,

- f) $A(\frac{1}{2})$, g) $u(44)$, h) $K(\frac{3}{8})$.



Porovnávanie časťou celku, percentami



Pomocou častí z celku či percent môžeme aj porovnávať.

- 1** Susedov pozemok je o štvrtinu väčší ako strýkov. Strýkov pozemok má rozlohu 12,4 áru. Aký veľký je susedov pozemok?

Predovšetkým si treba uvedomiť, čoho sa tá štvrtina v texte týka. Je to štvrtina m² či štvrtina áru? Nie. Je to štvrtina strýkovho pozemku. Je to ten istý spôsob vyjadrovania, s ktorým sme sa už stretli v prvej úlohe z kapitoly Rôzne základy na strane 20.

Karol:

Potom je to už ľahké. Štvrtina pozemku zo zadania (môjho pozemku) je $12,4 : 4$. Sused má o toľkoto viac, teda má pozemok veľký $12,4 + 12,4 : 4$ áru.

Možno vás prekvapilo, prečo Karol hneď nevypočítal $12,4 : 4 = 3,1$ a následne $12,4 + 3,1 = 15,5$. Urobil to úmyselne preto, aby sa vám ľahšie riešila nasledujúca úloha.

- 2** a) Ako by sa zmenil výpočet predchádzajúcej úlohy, keby namiesto záhrady s rozlohou 12,4 áru mal strýko záhradu veľkú 13,6 áru, (8,6 áru, 18,3 áru)?
b) Napíšte výraz, ktorý opisuje výpočet veľkosti susedovej záhrady.

Soňa:

Mne tvoj výpočet pomohol.
Veď teraz vo výpočte $12,4 + 12,4 : 4$ stačí dať namiesto 12,4 nové čísla.
Pre 13,6 dostanem: $13,6 + 13,6 : 4$,
pre 8,6 dostanem: $8,6 + 8,6 : 4$,
a pre 18,3 mám: $18,3 + 18,3 : 4$.

Karol:

Keď dám namiesto 12,4 nejaké písmeno, dostanem hľadaný výraz. Napr. $S = M + M : 4$.

Soňa



Karol



- 3** V obchode Pri lese majú tú istú košeľu o 20 % lacnejšiu ako v obchode Pri lúke. Podobným spôsobom ako pri pozemkoch nájdite výraz, ktorý opisuje výpočet ceny košeľy v obchode Pri lese (túto cenu označte C) v závislosti od ceny košeľy v obchode Pri lúke (označte ju P).



Pozrite, ako spoločne riešili úlohu Hugo a Viera:

Hugo:

Ako to mám urobiť ako v predchádzajúcej úlohe, keď neviem, koľko stojí košeľa v obchode Pri lúke?

Viera:

Na tom predsa nezáleží. Výpočet by mal byť rovnaký pre každú cenu. Preto si ju môžeš zvoliť ľubovoľne.

Hugo:

Tak ja to skúsím. Nech cena košeľa v obchode Pri lúke je **15 €**.
Pre tých 20 % je základ to, čo je za slovom „ako“, čiže cena v obchode Pri lúke.
20 % z **15** je $15 : 100 \cdot 20$, lebo 1 % je $15 : 100$. O toľko je košeľa v obchode Pri lese lacnejšia, stojí teda $15 - 15 : 100 \cdot 20$ eur.

Viera:

Teraz ti stačí dať v tomto výsledku namiesto oboch **15** písmeno **P**
a dostaneš: $U = P - P : 100 \cdot 20$.

Hugo



Viera



4

Výrazmi zapíšte, ako by ste pomocou druhého čísla v texte vypočítali prvé. Medzi číslami sú tieto závislosti.

- a) Číslo **A** je o 45 % väčšie ako číslo **B**. b) Číslo **K** je o 5 dvanástin menšie ako číslo **L**.
c) Číslo **u** je o 48 ‰ menšie ako číslo **V**. d) Číslo **d** je o $\frac{7}{5}$ väčšie ako číslo **a**.

Pozor, v častiach b) a d) môžeme zlomok pochopiť dvoma rôznymi spôsobmi: ako vyjadrenie časti celku (tak ako v úlohe na začiatku tohto odseku) alebo ako číslo (ako v úlohách z odseku *O niekoľko viac, o niekoľko menej*). Nájdite zápisy pre obidve tieto možnosti a diskutujte, v čom spočíva rozdiel medzi nimi.

5

Po zlacnení o 30 % stojí čokoláda 98 centov. Akú cenu mala táto čokoláda pred zlacnením? Opíšte pomocou výrazu, ako sa z novej ceny (**N**) vypočíta stará cena (**S**).

Peter:

Základom v tomto prípade je stará cena, nie 98 centov! Nová cena je o 30 % nižšia ako stará, teda tvorí $100 \% - 30 \% = 70 \%$ starej ceny. Pomôžem si trojčlenkou:

98 centov je 70 % starej ceny

? 100 %

Preto $? : 98 = 100 : 70$, odtiaľ $? = 98 \cdot 100 : 70 = 140$

Stará cena bola 140 centov, t. j. 1 € a 40 centov.

Svetlana:

Keď sa pozriem na Petrov výpočet, tak hneď dostanem aj vzorec. Stačí dať namiesto čísla 98 písmeno **N** a namiesto čísla 140 písmeno **S**: $S = N \cdot 100 : 70$.

6

Vráťme sa k úlohe 4. Tentoraz vyjadrite pomocou výrazu, ako by ste vypočítali hodnotu **B** pomocou **A**, hodnotu **L** pomocou **K**, hodnotu **V** pomocou **u**, hodnotu **a** pomocou **d**.

Křížom-krážom s výrazmi



- 1 Peter a Viera majú spolu 459 kníh. Zaujímá nás, koľko kníh má Peter, ak vieme, koľko kníh mala Viera a naopak. Prepíšte si dané tabuľky do zošita a vyplňte ich.

Viera	100	80	237	33	208	333
Peter						

Peter	100	80	237	33	208	333
Viera						

- 2 Napíšte výrazy, ktoré opisujú výpočty v a) zelenej, b) modrej tabuľke v predchádzajúcej úlohe.

- 3 Ako sa zmenia tieto výrazy v prípade, že budú mať spolu a) 400, b) 682, c) 188, d) 202 kníh?

- 4 Milan a Jana majú spolu presne 1 111 centov. Koľko centov môže mať každý z nich? Prepíšte si dané tabuľky do zošita a vyplňte ich. V oboch prípadoch opíšte pomocou výrazov výpočty v tabuľkách.

Jana	100	80	237	608	587	2 000
Milan						

Milan	100	80	237	608	587	2 000
Jana						

- 5 Zapíšte výrazom, ako by ste pomocou jedného čísla vypočítali druhé číslo a naopak. Medzi číslami sú tieto závislosti:

- a) Súčet čísel A a B je 420. b) Čísla K a L dávajú spolu 9,83.
c) Keď sčítame čísla u a V , dostaneme 12,28. d) Číslo d je o 334 väčšie ako číslo a .

- 6 Na základe vzťahu, ktorý platí medzi číslami a) g, h , b) R, s , c) T, K , d) a, P vyplňte príslušné tabuľky. a) $g = 100 - h$, b) $R = 68,3 - s$, c) $T = K + 6,6$, d) $a = P - 8,459$

a)

h	60	32,1		
g			60	32,1

b)

R	60	32,1		
s			60	32,1

c)

K	60	32,1		
T			60	32,1

d)

P	60	32,1		
a			60	32,1

- 7 Peter a Kristína sa dohodli, že spoločný zárobok si rozdelia podľa odpracovaných hodín v pomere 7 : 13. Koľko sa ujde každému z nich? Prepíšte si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Zárobok	50	86	65	132,6	9,4	145,2
Peter						
Kristína						

- 8 Napíšte výrazy, ktoré opisujú obidva výpočty v tabuľke predchádzajúcej úlohy.

Aj vy ste túto úlohu riešili ako Filip?

Filip:

Pri pomere 7 : 13 mám $7 + 13 = 20$ dielov. Najprv musím dané číslo deliť 20, aby som dostal 1 diel. Potom musím veľkosť tohto jedného dielu vynásobiť 7 alebo 13, aby som dostal Petrovu alebo Kristíninu časť. Dostanem tak $P = Z : 20 \cdot 7$ a $K = Z : 20 \cdot 13$.

- 9** Aj Kamila a Jano sa dohodli, že si spoločný zárobok rozdelia, a to v pomere 5 : 3. Aký bol ich spoločný zárobok a koľko sa z neho ušlo Janovi? Prepíšte si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Zárobok						
Jano						
Kamila	50	86	65	132,6	9,4	145,2

- 10** Napíšte výrazy, ktoré opisujú obidva výpočty v tabuľke.

- 11** Na koncoročný výlet cestovala celá trieda autobusom. Jeden z rodičov vybavil autobus za 120 eur. Koľko vychádza cena za autobus na jedného žiaka? Prepíšte si danú tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Počet žiakov	10	30	40	25	15	16
Cena na jedného žiaka						

- 12** Napíšte výraz, ktorý opisuje výpočty v tabuľke v predchádzajúcej úlohe.

- 13** Tentoraz stojí autobus 150 €. Koľko žiakov ide na výlet? Prepíšte si danú tabuľku a vyplňte ju. Napíšte výraz, ktorý opisuje výpočty v tabuľke.

Cena na jedného žiaka	10	5	25	6	3	15
Počet žiakov						

- 14** V obchode bola veľká akcia: Košeľe sú lacnejšie o 40 %. Vypočítajte novú cenu košeľ, ak poznáte starú cenu. Prepíšte si tabuľku do zošita a vyplňte ju. Napíšte výraz, ktorý opisuje výpočty.

Stará cena (€)	60	86	65	132,6	9,4	145,2
Nová cena (€)						

- 15** Zapište pomocou výrazov, ako by ste pomocou jedného čísla vypočítali druhé číslo a naopak. Medzi číslami sú tieto závislosti:
- Súčin čísel A a B je 420.
 - Násobením čísel K a L dostaneme 10.
 - Keď vynásobíme čísla K a L , dostaneme 24,6.
 - Číslo d je 420-krát väčšie ako číslo b .

Kto má väčšiu šancu? (4. časť)

V tanečnom klube je 6 dievčat a 9 chlapcov. Vedúci klubu sa chystá spravodlivo vylosovať päťicu – 2 dievčatá a 3 chlapcov na vystúpenie.

Úloha 1: Navrhните a pripravte 1 spôsob losovania. Losovanie môže mať aj viac kôl.

Úloha 2: Je väčšia šanca, že nevylosujú Adama alebo že nevylosujú Evu?

Úloha 3: Je väčšia šanca, že vylosujú Adama alebo že vylosujú Evu?

Svoje odpovede sa aj teraz pokúste zdôvodniť.

- 16 Na základe vzťahu, ktorý platí medzi číslami a) g, h , b) R, s , c) T, K , d) a, P , vyplňte príslušné tabuľky. a) $g = 100 : h$, b) $R = 64 : s$, c) $T = K \cdot 25$, d) $a = 1,6 \cdot P$

a)

h	5	0,32		
g			5	0,32

b)

R	5	0,32		
s			5	0,32

c)

K	5	0,32		
T			5	0,32

d)

P	5	0,32		
a			5	0,32

Niekedy je vo výraze aj viac premenných.

- 17 Aritmetický priemer troch čísel sa počíta dosadením do výrazu (vzorca)

$$P = \frac{a + b + c}{3}$$

Určte hodnotu výrazu P pre čísla

- a) $a = 9, b = 11, c = 4$, b) $a = 22, b = 52, c = 82$, c) $a = 4,1; b = 3,7; c = 2,7$.

- 18 Zapíšte výrazom, ako sa vypočíta aritmetický priemer dvoch čísel.

S ďalšími výrazmi, ktoré obsahujú viac premenných, sa stretnete vo vyšších ročníkoch.

- 19 Daný je výraz $L = 3 - 2 \cdot a$. Určte hodnoty $L(3), L(2), L(1), L(0), L(-1), L(-2), L(-3)$.

- 20 Na internete sme sa dočítali zaujímavosť o proporciách ľudského tela:

Veľkú časť tela malého dieťaťa tvorí hlava. Postupne, ako telo rastie, hlava tvorí čoraz menšiu časť celkovej výšky ľudského tela.

Ak chceme približne určiť, akú časť tela tvorí hlava, používa sa na to vzťah $H = 2 \cdot v : 9 + 4$, kde v je vek dieťaťa v rokoch a H určuje, koľkokrát sa hlava „nachádza“ v tele (napr. $H = 5$ znamená, že na hlavu pripadá $1/5$ z celkovej výšky).

Určte, akú časť tela dieťaťa podľa tohto vzťahu tvorí približne hlava, a) ak má dieťa 9 rokov, b) ak má dieťa 18 rokov, c) pri narodení dieťaťa.



- 21 Pomocou výrazov môžeme zapísať aj vzťahy na výpočet obvodu, obsahu, objemu a mnohé iné. Rozdeľte sa do štvorčlenných skupín a napíšte ako skupina čo najviac vzorcov – výrazov –, s ktorými ste sa doteraz stretli.

V minulosti ste sa stretli so závislosťami. Väčšinou ste pracovali s tromi veličinami – dve z nich boli dané a tretiu ste mali vypočítať. Pripomeňte si také úlohy.

Zmrzlina

Pri nakupovaní zmrzliny vystupujú tri veličiny:

- počet kopčekov (p),
- cena za nákup (n),
- cena za 1 kopček (c).



22 Jeden kopček stojí 0,32 €.

a) Koľko bude stáť daný počet kopčekov? Koľko kopčekov sme si kúpili? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Počet kopčekov	7	3	6	12	20					
Cena nákupu (€)						0,64	1,6	2,56	3,52	8

b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

23 Ideme kúpiť 15 kopčekov zmrzliny.

a) Koľko bude stáť daný počet kopčekov? Koľko stojí jeden kopček? Vyplňte tabuľku.

Cena za jeden kopček (€)	0,32	0,4	0,36	0,45	0,6					
Cena nákupu (€)						4,5	5,7	6,3	5,55	6,45

b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

24 Na zmrzlinu chceme minúť 9 €.

a) Koľko stojí jeden kopček? Koľko kopčekov sme si kúpili? Vyplňte tabuľku.

Počet kopčekov	36	45	20	15	18					
Cena za jeden kopček (€)						0,36	0,3	0,9	0,5	0,45

b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

Hľadáme čísla 7

Úloha 1: a) K číslam 700 a 50 doplňte ďalšie číslo a zo všetkých troch čísel vytvorte a napíšte vypočítaný príklad na delenie.

b) Z tých istých troch čísel potom vytvorte a napíšte iný vypočítaný príklady na delenie.

c) Z tých istých troch čísel potom vytvorte a napíšte vypočítaný príklad na násobenie.

Úloha 2: Čísla 700 a 50 sa až dvoma spôsobmi dajú doplniť tretím číslom tak, aby sa zo všetkých troch čísel dal vytvoriť vypočítaný príklad na delenie. Nájdite iný

spôsob, ako ste našli v úlohe 1, a urobte preň všetky časti z úlohy 1.

Úloha 3: Urobte ešte 4-krát to isté ako v úlohe 1, len postupne s dvojicami čísel

a) 63 a 7, b) 8 a 96, c) 24 a 120,

d) 450 a 9 000.

Úloha 4: Pokúste sa vymyslieť také tri čísla, z ktorých sa dá vytvoriť vypočítaný príklad na delenie, ale nedá sa vytvoriť vypočítaný príklad na násobenie.

Rýľovanie záhrady

Pri rýľovaní záhrady vystupujú napr. tieto tri veličiny:

- akú plochu porýľujeme za daný čas (P),
- za aký čas porýľujeme danú časť záhrady (t),
- koľko m^2 záhrady porýľujeme za 1 minútu (S).



25 Pán Miloš porýľuje za 1 minútu $0,4 m^2$ záhrady.

a) Akú plochu porýľuje za daný čas? Za aký čas porýľuje danú časť záhrady? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Počet minút	7	12	20	14,5	24,5					
Porýľovaná plocha (m^2)						32	48	136	100	57

b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

26 Pán Miloš bude rýľovať 45 minút.

a) Akú plochu porýľuje za daný čas? Koľko m^2 záhrady porýľuje za 1 minútu? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Porýľovaná plocha (m^2)	22,5	31,5	20,25	16,2	14,4					
Koľko m^2 porýľuje za 1 min?						0,4	0,6	0,35	0,8	0,64

b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

27 Pán Miloš ide rýľovať $60 m^2$ záhrady.

a) Koľko m^2 záhrady porýľuje za 1 minútu? Za aký čas porýľuje daný kus záhrady? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Počet minút	60	80	100	150	200					
Koľko m^2 porýľuje za 1 min?						0,4	0,6	0,2	0,8	0,64

b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

Kŕmenie koní

Pri kŕmení koní nás budú zaujímať tieto tri veličiny:

- počet koní (p),
- ako dlho vydrží kopa sena jednému koňovi (d),
- ako dlho vydrží tá istá kopa sena danému počtu koní (t).



28 Vieme, že kopa sena vydrží danému počtu koní presne 4 dni.

a) Ako dlho vydrží tá istá kopa sena jednému koňovi? Koľko koní môže žrať túto kopa sena daný počet dní? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Počet koní	2	4	6	8	10					
Ako dlho vydrží kopa sena jednému koňovi?						12	20	28	36	48

b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

29

Teraz nás bude zaujímať vzťah medzi počtom dní, ktoré vydrží jedna kopa sena 1 koňovi a počtom dní, ktoré vydrží tá istá kopa 16 koňom.

a) Ako dlho vydrží kopa sena 16 koňom? Ako dlho vydrží kopa sena jednému koňovi? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Ako dlho vydrží kopa sena jednému koňovi?	16	32	48	96	160					
Ako dlho vydrží kopa sena 16 koňom?						4	5	8	9	12

b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

30

Jednému koňovi vystačí kopa sena 96 dní.

a) Ako dlho vydrží tá istá kopa sena danému počtu koní? Koľko koní môže žrať túto kopa sena daný počet dní? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Počet koní	2	3	4	6	12					
Ako dlho vydrží tá istá kopa sena danému počtu koní?						24	12	6	4	2

b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

Rýchlosť

Pri výpočte priemernej rýchlosti vystupujú tri veličiny:

- dráha, akú sme prešli za daný čas (s),
- čas, ako dlho sme sa pohybovali (t),
- priemerná rýchlosť – teda koľko kilometrov za hodinu sme priemerne prešli (v).



31

Pri poslednej ceste sme šli priemernou rýchlosťou 75 kilometrov za hodinu.

a) Akú dráhu sme prešli, ak sme cestovali daný čas? Za aký čas sme prešli danú dráhu? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Čas (hod)	2	3	3,5	4	6,75					
Dráha (km)						37,5	112,5	337,5	450	618,75

b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

32

Pri poslednej ceste sme cestovali 4 hodiny.

a) Akú dráhu sme prešli, ak sme cestovali danou priemernou rýchlosťou?

Akou rýchlosťou sme cestovali, ak sme prešli danú dráhu? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Priemerná rýchlosť (km/hod)	48	53	61	73,5	81,72					
Dráha (km)						212	308	321,6	396,8	414

b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

33 Pri poslednej ceste autom sme prešli 360 km.

- a) Akou priemernou rýchlosťou sme išli, ak sme cestovali daný čas? Za aký čas sme prešli 360 km danou rýchlosťou? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Čas (hod)	4	6	8	10	12					
Priemerná rýchlosť (km/hod)						24	48	72	80	100

- b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

Kurz eura a českej koruny



Pri prepočte eur na české koruny alebo naopak sa používa výmenný kurz. Predpokladajte, že podľa tohto kurzu sa menili české koruny na eurá aj naopak. (V skutočnosti sú kurzy dva: jeden na predaj a jeden na kúpu. Podrobnejšie sa s prácou s výmennými kurzami oboznámite vo vyšších ročníkoch.) Pri prepočte teda budú vystupovať tri veličiny:

- suma v eurách (e),
- suma v českých korunách (c),
- kurz ($1 \text{ EUR} = k \text{ CZK}$).

34 V piatok 25. 2. 2011 bol výmenný kurz medzi týmito dvoma menami
 $1 \text{ EUR} = 24,529 \text{ CZK}$.

- a) Koľko eur dostaneme za daný počet českých korún? Koľko českých korún dostaneme za daný počet eur? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju. Výsledky zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

Suma v eurách	20	30	100	470	1 350					
Suma v českých korunách						1 350	2 500	3 000	4 873	10 000

- b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

35 Pri poslednej ceste do Česka sme si chceli vymeniť 750 eur za české koruny.

- a) Koľko českých korún sme za ne dostali pri výmennom kurze uvedenom v tabuľke? Aký bol výmenný kurz, ak sme za ne dostali uvedenú sumu v českých korunách? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Kurz	21,328	24,563	27,912	29,814	31,267					
Suma v českých korunách						15 723	16 837	21 453	22 568	24 372

- b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

36 Pri poslednej ceste do Česka nám ostalo 1 245 českých korún.

- a) Koľko eur sme za ne dostali pri výmennom kurze uvedenom v tabuľke? Aký bol výmenný kurz, ak sme za ne dostali uvedenú sumu v eurách? Prekreslite si tabuľku do zošita a vyplňte ju.

Kurz	21,328	24,563	27,912	29,814	31,267					
Suma v eurách						45	50	51,26	53,82	57,93

- b) Opíšte pomocou výrazov výpočty v každej časti tabuľky.

4 CELÉ ČÍSLA

1 2 3 4 5 6



Kladné čísla 1, 2, 3, 4... spolu so zápornými číslami -1 , -2 , -3 , -4 ... a s číslom 0 tvoria skupinu čísel, ktorá sa volá **celé čísla**. Volajú sa tak preto, lebo vyjadrujú celý počet, bez desatín, stotín či tisícín.

Prečítajte si úryvky z troch článkov, v ktorých sa tieto čísla spomínajú.

Hra na harmoniku

Teraz, keď harmoniku držíte dierkami pred sebou, nízkymi tónmi na ľavej strane, jednoducho si ich očísľujeme od jeden do desať, pričom číslo 1 je ten najnižší tón naľavo a číslo 10 je ten najvyšší tón napravo. Čiže nejako takto:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 = takto sa označujú tóny, ktoré vydáva harmonika, keď do jednotlivých dierok fúkate.

$-1 -2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9 -10$ = takto sa označujú tóny, keď zase cez jednotlivé dierky ťaháte vzduch do seba.

Čiže hra na harmoniku pozostáva z toho, že len sledujete text, nad ktorým sú uvedené buď plusové, alebo mínusové čísla a podľa toho fúkate alebo ťaháte vzduch.

Zdroj: <http://www.harmonica.szm.com/akohrat.html>

Hokej

Anaheimskí „káčeri“ inkasovali doma od Detroitu 4 góly. Obranca Ľubomír Višňovský bol na ľade pri dvoch z nich a do štatistik si pripísal 2 mínusové body.

Zdroj: http://www.hokej.sk/clanok/80062-Gabarik_vynad_v_piatoke_napruz_dno.htm?czz=17vvd1186

Zľavy

Pokladňa ponúka rôzne druhy zliav. Položka „zľava“ umožňuje zadať číslom sumu zľavy a celková výška účtu bude znížená o túto sumu. Ak bude vstupné číslo mínusové, bude sa zľava správať ako prirážka.

Zdroj: <http://www.eurosystems.sk/files/winkasa.pdf>

- 1 Nájdiť na internete ďalšie články alebo webové stránky, na ktorých sa môžete stretnúť s kladnými a so zápornými číslami.

Čísla -3 a $+3$ sa odlišujú len znamienkom. Takéto čísla nazývame **navzájom opačné čísla**.

- 2 Vypíšte všetky dvojice opačných čísel.

4 2 -71 21 -17 71
-41 12 -2 -12 77 -11 -4

- 3 Napíšte opačné čísla k číslam $+5$; -2 ; 8; -9 ; -10 ; 17; 238; -409 ; $-2\ 304$; 43 849.

- 4 Aké je opačné číslo k číslu 0?

Usporiadanie a porovnávanie celých čísel



A k si spomeniete na výfahy či nadmorské výšky, určite budete súhlasiť, že kladné celé čísla idú za sebou takto: 1; 2; 3; 4; 5; 6... a záporné celé čísla zasa takto -1; -2; -3; -4; -5; -6... Keby sme záporné čísla chceli zapísať vzostupne podľa veľkosti, vyzeralo by to takto: ... -6; -5; -4; -3; -2; -1. Ak by sme chceli všetky celé čísla spolu s nulou vypísať tak, ako idú podľa veľkosti za sebou, vyzeralo by to nejako takto: ... -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6...

- 1** Ktoré číslo bude v tomto rade tesne pred číslom a) 45, b) -45, c) 410, d) -410, e) 79, f) -79, g) 3 459, h) -3 459, i) 45 200, j) -45 200?
- 2** Ktoré číslo bude v tomto rade tesne za číslom a) 45, b) -45, c) 410, d) -410, e) 79, f) -79, g) 3 459, h) -3 459, i) 45 200, j) -45 200?



Čísla v tomto rade sa smerom doprava zväčšujú o 1 a smerom doľava sa zmenšujú o 1.

P recvičte si ešte usporiadanie celých čísel.



- 3** a) Nájdite čísla o 1 väčšie ako čísla na obrázku.
b) Nájdite čísla o 1 menšie ako čísla na obrázku.
c) Nájdite čísla o 1 väčšie ako opačné čísla k číslam na obrázku.
d) Nájdite čísla o 1 menšie ako opačné čísla k číslam na obrázku.

32 2 099 457 86 319
100 300 000
56 800

- 4** a) Zväčšíte o 3 záporné čísla -6, -11, -31, -200, -4 587, -568 301.
b) Zmenšíte o 2 záporné čísla -6, -11, -39, -498, -4 587, -568 309.

- 5** Doplníte ďalšie tri celé čísla tak, aby rozostupy medzi číslami boli stále rovnaké.
a) 23; 19; 15; 11;;;
b) 11; 8; 5; 2;;;
c) 20; 14; 8; 2;;;
d) 34; 23; 12; 1;;;

- 6** Zvládnete podobnú úlohu aj s viaccifernými číslami?
a) -123; -119; -115; -111;;;
b) -110; -80; -50; -20;;;
c) -720; -714; -708; -702;;;
d) 2 334; 2 323; 2 312; 2 301;;;

7

Aj v týchto radoch idú čísla v rovnakých rozostupoch.
-456, -452, -448, -444,
531, 524, 517, 510,

- a) Ktoré číslo bude v týchto radoch na 20. mieste?
- b) Na koľkom mieste bude v červenom rade číslo -200?
- c) Na koľkom mieste bude v zelenom rade číslo 200?
- d) Nájdí jedno číslo, ktoré bude v oboch radoch.





A

k viete porovnávať prirodzené čísla, nemali by ste mať problém ani s porovnávaním celých čísel.

8

Vyskúšajte si to na dvojiciach: 15 a -98 , -84 a -67 , -36 a 20 , -672 a -598 .
Pomôžte si napríklad nadmorskými výškami alebo účtovnými knihami.

Aurel:

$-36 < 20$, lebo keď mám dlh 36 €, mám menej peňazí, ako keď mám hotovosť 20 €.
 $-84 < -67$, lebo keď som 84 metrov pod hladinou, tak som nižšie, ako keď som 67 metrov pod hladinou.



9

Napíšte a) 3 menšie, b) 4 väčšie záporné čísla, ako sú čísla -45 , -500 , -12 , $-67\ 003$.

10

Doplňte správne znaky $<$ alebo $>$ v týchto dvojiciach. Pomáhate si dlhmi a hotovosťou alebo nadmorskou výškou?

12 30	29 6	203 199	2 036 3 026
-12 -30	-29 6	-203 -199	$-2\ 036$ $-3\ 026$

11

a) Zoradte čísla 9; 22; 2; 209; 29; 92; 902; 99; 200 od najmenšieho po najväčšie.
b) Zoradte opačné čísla k číslam v časti a) od najmenšieho po najväčšie.

12

Doplňte do vety správne slovo:

- Každé kladné číslo je vždy ako hocikaké záporné číslo.
- Každé záporné číslo je vždy ako hocikaké kladné číslo.
- Každé kladné číslo je vždy ako 0.
- Každé záporné číslo je vždy ako 0.

13

Usporiadajte čísla od najmenšieho po najväčšie.

- -7 ; -12 ; 62; 12; -62 ; 7; 0; 26; 21; -21 ; -26
- 301; 103; -31 ; -301 ; -103 ; 31; 331; -131 ; -331 ; -313



14

Doplňte po riadkoch znamienko $<$ alebo $>$.

28 -30	-21 -9	14 -203	360 630
-14 203	-360 -630	-28 30	-21 9

15

Koľko je celých čísel:

- menších ako 28 a súčasne väčších ako -30 ,
- väčších ako -21 a súčasne menších ako -9 ,
- väčších ako 360 a súčasne menších ako 630,
- menších ako -360 a súčasne väčších ako -630 .



16

Doplňte do vety správne slovo:

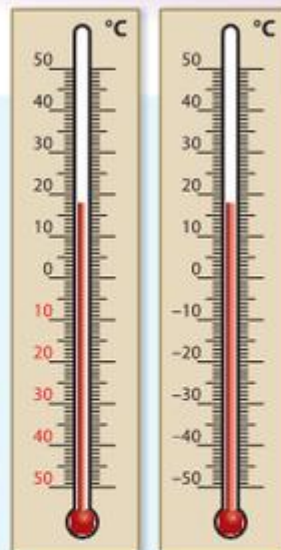
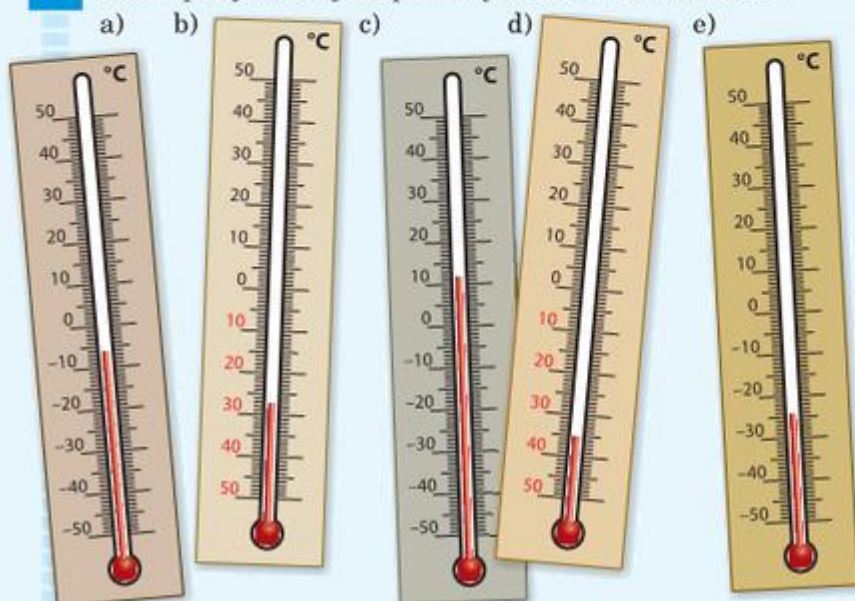
- Keďže 504 je väčšie ako 497, tak pre čísla k nim opačné platí: -504 je ako -497 .
- Keďže 34 873 je menšie ako 38 953, tak pre čísla k nim opačné platí: $-34\ 873$ je ako $-38\ 953$.

Meranie teploty a číselná os



K eď sa v zime pozriete na teplomer, často je teplota pod nulou – mrzne.
Na teplomeroch sú takéto teploty väčšinou vyznačené dvoma spôsobmi:

1 Aké teploty ukazujú teplomery zobrazené na obrázku?

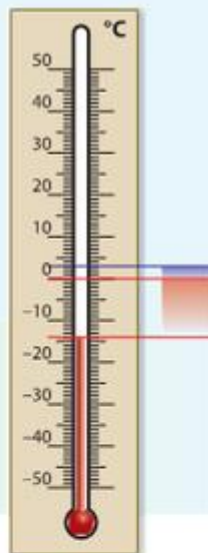


2 Ráno bola teplota -14°C . Do obeda stúpila o a) 9°C , b) 14°C , c) 17°C . Koľko stupňov bolo na obed?

Pozrite sa, ako časť c) predchádzajúcej úlohy riešila Zuzka.

Zuzka:

Keď bolo ráno -14°C a do obeda stúpila teplota o 17°C , tak celkovo bude teplota nad nulou. Keby stúpila o 14°C , bola by na nule. Ona však stúpila ešte o 3°C , a tak na obed budú 3°C .



3 Doplňte chýbajúce čísla v tabuľke. Ak chcete, použite Zuzkin spôsob.

Pôvodná teplota	-8°C	-8°C	-11°C	-8°C	-4°C	-7°C	-21°C
Stúpila o	4°C	11°C	18°C	13°C	13°C	19°C	12°C
Nová teplota							

4 Doplňte tabuľku.

Pôvodná teplota	8°C	8°C	11°C	-8°C	-4°C	7°C	21°C
Klesla o	4°C	11°C	18°C	13°C	13°C	19°C	12°C
Nová teplota							

5 Napíšte, v ktorom meste bola vyššia teplota a o koľko.

Komárno	Námestovo	Kde bola vyššia teplota?	O koľko?
11 °C	-2 °C		
7 °C	-11 °C		
4 °C	6 °C		
0 °C	-13 °C		
-3 °C	-21 °C		

6 Doplňte vynechané údaje v tabuľke:

Prešov	Banská Bystrica	Kde bola vyššia teplota?	O koľko?
-16 °C		Prešov	7 °C
	-16 °C	Prešov	7 °C
-11 °C		Banská Bystrica	14 °C
	-11 °C	Banská Bystrica	14 °C
-2 °C			6 °C



Pripomína vám teplomer číselnú os? Máte pravdu, aj záporné čísla sa znázorňujú na číselnej osi.

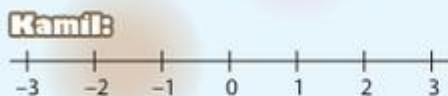
Číslo -1 je na číselnej osi v rovnakej vzdialenosti od 0 ako číslo 1, ale na opačnej strane.

7 Zvoľte si číselnú os a znázornite na nej čísla 0; 1; 2; 3; -1; -2; -3.

8 Pozrite sa, ako predchádzajúcu úlohu vyriešili vaši rovesníci. Kto z nich to má správne? Ak to má niekto nesprávne, vysvetlite prečo.

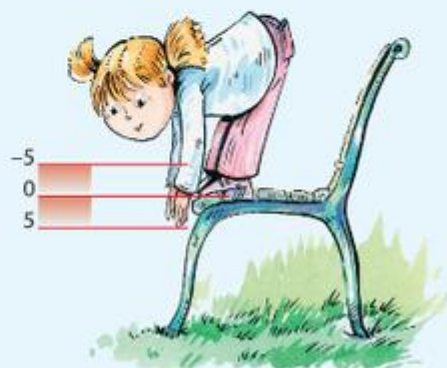


Barbora:



Prišli ste na to, že správne to mal Kamil a správna bola aj Barborina číselná os, aj keď je jej číselná os v porovnaní s teplomerom „dolu hlavou“?

Na Petrovom obrázku nie sú čísla usporiadané tak, ako idú sebou. Marcel zasa skoro každému miestu na číselnej osi priradil dve čísla. Ivana nedodrжала pravidlo, že vzdialenosť medzi susednými číslami musí byť rovnaká. Číselná os v takej polohe, ako ju má Barbora, sa používa napríklad pri meraní hĺbky predklonu – možno ste sa s tým stretli aj vy na telesnej výchove.



- 9** Zvoľte si 6 dvojíc navzájom opačných čísel. Každú dvojicu znázorníte na číselnú os a odmerajte vzdialenosť oboch čísel od 0. Čo pozorujete?

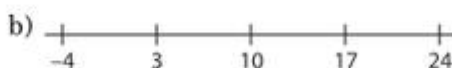
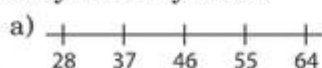
Všimli ste si, že opačné čísla sú na číselnej osi na opačných stranách od nuly a sú od nuly v rovnakej vzdialenosti?



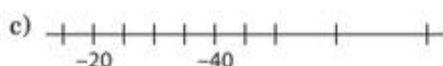
- 10** Narysujte tri úsečky dlhé 10 cm a vyznačte na nich dieliky po 1 cm. Potom krajné čísla na prvej označte ako -7 a 3 , na druhej ich označte ako -50 a 50 a na tretej označte krajné čísla ako -450 a 50 . Potom doplňte označenia k všetkým vyznačeným dielikom na všetkých troch osiach tak, aby ste dostali časť číselnej osi.

- 11** Nakreslite číselnú os, na ktorej sú znázornené čísla a) 20 aj 100 , b) -20 aj 100 .

- 12** Na obrázku sú číselné osi. Ktoré číslo bude o štyri dieliky vpravo a ktoré číslo bude o štyri dieliky vľavo?



- 13** Dopíšte k vyznačeným dielikom na číselných osiach chýbajúce čísla.



V ďalších úlohách budeme pracovať s číselnou osou, na ktorej je vzdialenosť medzi susednými číslami 1 cm.



- 14** Aká je na číselnej osi vzdialenosť čísel a) -54 a -60 , b) -54 a -48 , c) 54 a -60 , d) 54 a -48 , e) -54 a 60 , f) -54 a 48 .

- 15** a) Aká je na číselnej osi vzdialenosť čísla -2 od čísla 3 ? b) Na číselnej osi je ešte jedno číslo, ktoré má od čísla 3 rovnakú vzdialenosť ako číslo -2 . Nájdite ho.

- 16** Určte vždy obidve čísla, ktoré sú na číselnej osi vzdialené o 10 od čísla a) 3 , b) 8 , c) -3 , d) -8 .

- 17** Peťo si všimol, že keď na číselnej osi vyznačí výsledné čísla z každej časti predchádzajúcej úlohy, ich vzdialenosť je vždy rovnaká. Je to náhoda? Vysvetlite.

- 18** Určte všetky čísla, ktoré sú na číselnej osi vzdialené od čísla a) 26 , b) -18 rovnako, ako sú od seba vzdialené čísla -13 a 17 .

- 19** Určte všetky čísla, ktoré sú na číselnej osi presne v strede medzi číslami a) 7 a -7 , b) -12 a -20 , c) -12 a 20 . Ak potrebujete, pomôžte si obrázkom.

20 Určte všetky čísla, ktoré sú na číselnej osi od čísla -64 vzdialené rovnako ako od čísla 46 .

21 V strede medzi neznámym číslom a číslom -39 je číslo a) -50 , b) -12 , c) 3 . Zistite neznáme číslo.



Pomocou číselnej osi si môžete predstaviť aj to, o koľko stupňov sa odlišujú namerané teploty.

22 Určte pomocou číselnej osi, o koľko stupňov sa odlišujú teploty:
a) 21°C a 34°C , b) -21°C a -34°C , c) -21°C a 34°C .

Riešili ste predchádzajúci úlohu ako Jaro?

Jaro:

Ak chcem zistiť, o koľko sa od seba odlišujú teploty 21°C a 34°C , stačí, keď si ich predstavím na číselnej osi. Vidím, že je medzi nimi $34 - 21 = 13$ dielikov.



Teploty -21°C a -34°C sa budú odlišovať tiež o 13°C , lebo sú na číselnej osi od seba rovnako ďaleko ako teploty 21°C a 34°C .



Teploty -21°C a 34°C sa budú odlišovať až o $21 + 34 = 55^{\circ}\text{C}$. Je to podobné ako s výškovým rozdielom.



23 Určte pomocou číselnej osi, o koľko stupňov sa odlišujú teploty:
a) 32°C a 18°C , b) -32°C a -18°C , c) -18°C a 32°C ,
d) -32°C a 18°C , e) -27°C a -9°C , f) -9°C a 27°C .

Hľadáme čísla 8

Úloha 1: a) Bez toho, aby ste zisťovali číslo pod kartičkou v príklade $37 \cdot \text{D} = 1\,073$, vytvorte z rovnakých čísel príklad na delenie.
b) Z tých istých troch čísel vytvorte a napíšte iný príklad na delenie.

Dostali ste tri príklady, v ktorých je pod kartičkou rovnaké číslo. V ktorom z nich sa číslo pod kartičkou zisťuje najľahšie?

Úloha 2: Urobte ešte 4-krát to isté ako v úlohe 1, len postupne s príkladmi:

a) $49 \cdot \text{L} = 2\,646$, b) $\text{A} \cdot 79 = 6\,715$,
c) $\text{P} \cdot 208 = 11\,648$,
d) $4\,612 \cdot \text{T} = 2\,412\,076$.

Úloha 3: Poučte sa z predchádzajúcich úloh a pomocou delenia zistite čísla pod kartičkami v príkladoch:

$12 \cdot \text{G} = 84$, $\text{Z} \cdot 37 = 111$, $\text{F} \cdot 67 = 3\,484$,
 $313 \cdot \text{S} = 14\,398$.

Absolútna hodnota čísla



S niektorými pojmami sa v bežnom živote stretnete pomerne často – napr. kladné a záporné čísla. Iné pojmy sú dôležité len pre odborníkov, vedcov a pod. Medzi takéto pojmy patrí aj absolútna hodnota čísla. Skôr, ako si povieme, čo je absolútna hodnota čísla, vyriešte jednoduchú úlohu.

- 24** Určte vzdialenosť čísla a) -24 , b) -7 , c) 0 , d) 7 , e) 24 od čísla 0 .

Veríme, že aj vám vyšlo, že vzdialenosť čísel 24 a -24 od nuly je rovnaká, a to 24 . Aj vzdialenosť čísel -7 a 7 je od nuly rovnaká, a to 7 .



Vzdialenosť daného čísla od nuly sa v matematike nazýva **absolútna hodnota** daného čísla.

Takže: absolútna hodnota čísla 24 aj absolútna hodnota čísla -24 je číslo 24 .

- 25** a) Vypočítajte vzdialenosť čísel na obrázku od 0 .
b) Vypočítajte absolútnu hodnotu čísel na obrázku.



- 26** Ktoré dve čísla majú od 0 vzdialenosť a) 4 , b) 12 , c) 86 , d) 803 , e) $34\ 082$?

- 27** Ktoré dve čísla majú absolútnu hodnotu rovnú a) 4 , b) 12 , c) 86 , d) 803 , e) $34\ 082$?



Absolútna hodnota daného prirodzeného čísla je to isté dané číslo.



Absolútna hodnota daného záporného čísla je číslo k nemu opačné.

A

by sme nemuseli stále vypisovať slovné spojenie *absolútna hodnota*, má absolútna hodnota aj svoje označenie. Napr. absolútna hodnota čísla -7 zapisujeme

$$|-7|$$

Pozor, odlišujte označenie absolútnej hodnoty:
od obyčajných zátvoriek:

$$|-7|$$

$$(-7)$$

- 28** Zapište a potom vypočítajte absolútne hodnoty čísel 15 , -15 , -88 , 45 , -907 , $12\ 430$, $-12\ 430$.



- 29** Prečítajte zápisy. Ktoré sú správne a ktoré nesprávne?

a) $|-24| = 24$ b) $|24| = -24$ c) $|0| = 0$ d) $|18| = 18$

- 30** Vypočítajte.

a) $|-17|$ b) $|-301|$ c) $|29|$ d) $|0|$ e) $|-42|$ f) $|-7| + |8|$

31 Ktoré čísla sa skrývajú za kartičkami?

- a) $|8| = \boxed{\text{A}}$ b) $|\boxed{\text{B}}| = 8$ c) $|\boxed{\text{C}}| = -8$ d) $|\boxed{\text{D}}| = 12$

Našli ste v časti b) a d) predchádzajúcej úlohy obidve riešenia?

32 Aká je absolútna hodnota dvoch navzájom opačných čísel? Vyskúšajte si to na dvojiciach opačných čísel -3 a 3 , -14 a 14 , -205 a 205 .

Sčítanie celých čísel



S celými číslami môžeme pracovať ako s inými číslami – môžeme ich sčítovať, odčítovať, násobiť aj deliť. Pozrime sa spoločne najskôr na sčítovanie.

1 Vypočítajte.

- a) $38 + 21$ b) $-38 + 21$ c) $38 + (-21)$ d) $-38 + (-21)$

Predstavili ste si pri počítaní týchto úloh dlhy a hotovosť? Vyšli vám výsledky 59; -17 ; 17 a -59 ? Na jednotlivé výpočty sa pozrime podrobnejšie.

2 Vysvetlite, ako sa pomocou hotovosti a dlhov počíta príklad $-48 + (-9)$.

Soňa:

Príklad $-48 + (-9)$ znamená, že mám spočítať dva dlhy: jeden 48 € a druhý 9 €. Spolu je to dlh 57 €. Preto $-48 + (-9) = -57$.



3 Precvičte si to na príkladoch. Počítajte po riadkoch.

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $-21 + (-13)$ | $-36 + (-7)$ | $-7 + (-28)$ | $-37 + (-51)$ |
| $-70 + (-16)$ | $-11 + (-58)$ | $-53 + (-29)$ | $-91 + (-17)$ |

Peter sčítuje záporné čísla podobne, dlhy však nepotrebuje.

1. Petrovo pravidlo:



Dve záporné čísla sčítam tak, že ich sčítam bez znamienka a do výsledku pridám mínus.

$-48 + (-9) \rightarrow 48 + 9 = 57 \rightarrow$ Výsledok je -57 .



4 Precvičte si Petrovo pravidlo.

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|----------------|
| $-8 + (-7)$ | $-9 + (-6)$ | $-13 + (-26)$ | $-21 + (-16)$ |
| $-38 + (-24)$ | $-47 + (-23)$ | $-39 + (-49)$ | $-102 + (-24)$ |



- 5** Poradíte si aj s väčšími číslami? Ak potrebujete, napíšte si na papier pomocné výpočty.
- $$-209 + (-487) \quad -1\,239 + (-2\,068) \quad -12\,439 + (-7\,889) \quad -46\,078 + (-203\,693)$$

- 6** Postup je rovnaký aj vtedy, keď je sčítancov viac. Vypočítajte.
- $$-8 + (-4) + (-6) \quad -12 + (-48) + (-20) + (-36) \quad -102 + (-201) + (-33) + (-708)$$



- 7** Vysvetlite, ako sa pomocou hotovosti a dlhov počíta príklad $-48 + 9$.

Soňa:

Príklad $-48 + 9$ znamená, že k dlhu 48 € mám pridať hotovosť 9 €. Vidím, že dlhov je viac ako hotovosti, preto výsledok bude dlh. Tento dlh vypočítam ľahko: $48 - 9 = 39$.
Spolu je to dlh 39 €. Preto $-48 + 9 = -39$.

- 8** Vysvetlite, ako by sa pomocou dlhov a hotovosti počítal príklad $48 + (-9)$.

- 9** Precvičte si to na príkladoch. Počítajte po riadkoch.

$21 + (-13)$	$-36 + 7$	$7 + (-28)$	$-37 + 51$
$-70 + 16$	$11 + (-58)$	$53 + (-29)$	$-91 + 17$

Peter aj pri sčítaní kladného a záporného čísla počíta pomocou jednoduchého pravidla, ani tu nepotrebuje hotovosť a dlhy.

2. Petrovo pravidlo:



Kladné a záporné číslo sčítam tak, že si ich predstavím bez znamienka, od väčšieho čísla odčítam menšie a do výsledku pridám znamienko toho čísla, ktoré bolo ďalej od nuly.

$-48 + 9 \rightarrow 48 - 9 = 39$
 -48 je ďalej od nuly ako 9
 Výsledok má znamienko ako -48 , je to teda -39 .



- 10** Precvičte si aj 2. Petrovo pravidlo.

$-8 + 7$	$9 + (-6)$	$-13 + 26$	$21 + (-16)$
$38 + (-24)$	$-47 + 23$	$-39 + 49$	$102 + (-24)$

- 11** Poradíte si aj s väčšími číslami? Ak potrebujete, napíšte si na papier pomocné výpočty.

$$209 + (-487) \quad 2\,068 + (-1\,239) \quad -12\,439 + 7\,889 \quad -46\,078 + 203\,693$$

- 12** Vypočítajte.
- $$27 + (-36) + (-18) + 58 + (-42)$$

Počítali ste ako Lucia alebo ako Katka?

Lucia:

Ja som si najskôr sčítala všetky kladné čísla (hotovosti): $27 + 58 = 85$

Potom som sčítala všetky záporné čísla (dlhy): $(-36) + (-18) + (-42) = -96$

Nakoniec som vypočítala $85 + (-96) = -11$.

Katka:

Ja som počítala pekne zaradom:

$27 + (-36) = -9$ $-9 + (-18) = -27$ $-27 + 58 = 31$ $31 + (-42) = -11$

13 Vyskúšajte si obidva spôsoby a vypočítajte:

a) $36 + (-18) + (-72) + 19 + (-56)$

b) $(-81) + 103 + (-38) + (-21) + 70 + (-21)$

Ktorý spôsob sa vám viac páči?

14 Vypočítajte. Ak potrebujete, pomocné výpočty si napíšte pod seba.

$57 + 22$

$57 + (-22)$

$(-57) + 22$

$(-57) + (-22)$

$227 + 295$

$227 + (-295)$

$(-227) + 295$

$(-227) + (-295)$

$5\,356 + 7\,235$

$5\,356 + (-7\,235)$

$(-5\,356) + 7\,235$

$(-5\,356) + (-7\,235)$

15 Poradíte si aj so sčítaním viacerých čísel?

a) $-34 + 29 + (-17)$

b) $82 + (-41) + (-56) + 19$

c) $162 + (-46) + (-28)$

d) $-12 + (-40) + 52$

e) $403 + 22 + (-350) + (-201)$

f) $-88 + 182 + (-98)$

16 Na obrázku je výpis z účtu v banke.

a) O koľko boli príjmy pána Konôpku na účte v decembri nižšie ako jeho výdavky?

b) Aký je stav účtu (zostatok) na konci mesiaca december 2010?

Osobný účet:	38727519	Mena: EUR	Dátum: 31. 12. 2010
Číslo klienta:	473251		Výpis číslo 12
Majiteľ účtu:	Peter Konôpka		
	Michalovce		
Pobočka:	Michalovce		
Dátum sprac.	Popis	Dátum zúčt.	Suma
	Posledný výpis	30. 11. 2010	1,400.00
			131.00 -
10. 12. 2010	Poistné		DEBET
	Poistovňa ISTOTA		1,983.00 -
13. 12. 2010	Kreditná karta / splátka		DEBET
	KS: 0000000000 VS: 112009387 ŠS: 0000000000		
15. 12. 2010	Prevod cez internet / mzda a odmeny 112010		1,053.00 +
	KS: 138		CREDIT
22. 12. 2010	Výber z bankomatu / Bankomat ZBK - 3287		1,200.00 -
	Číslo karty *****2387		DEBET

Odčítanie celých čísel



A j odčítaniu celých čísel sme sa už trochu venovali. Spomeňte si napríklad na výškové rozdiely.

Začneme však odčítaním prirodzených čísel.

1 Vypočítajte $3 - 5$.

Kým sme nepoznali celé čísla, pri takýchto príkladoch sme dali odpoveď: *nedá sa!* Doteraz sme totiž odčítali vždy od väčšieho čísla menšie číslo. Tu máme zrazu od menšieho čísla odčítať väčšie číslo. S tým si teraz už vieme poradiť. Spomeňme si na výťahové počty. Príklad $3 - 5$ opíšeme pomocou výťahov napr. takto: Sme na 3. poschodí. Na ktoré poschodie sa dostaneme, keď zídeme dole o 5 poschodí?

Teraz ľahko zistíte, že $3 - 5 = -2$.



2 Precvičte si výťahové počty aj s väčšími číslami.

a) $12 - 17$ b) $13 - 20$ c) $18 - 31$ d) $28 - 53$ e) $114 - 187$ f) $203 - 301$

Teraz si pripomeňme, ako sme počítali výškový rozdiel. Tam sme odčítali aj záporné číslo.

3 Vypočítajte: $14 - (-22)$.

Pomôžte si výškovým rozdielom.



Hľadáme čísla 9

Úloha 1: a) Bez toho, aby ste zisťovali číslo pod kartičkou v príklade 1 $300 : \text{K} = 52$, vytvorte z rovnakých čísel iný príklad na delenie.

b) Z tých istých troch čísel vytvorte a napíšte príklad na násobenie.

Dostali ste tri príklady, v ktorých je pod kartičkou rovnaké číslo. V ktorom z nich sa číslo pod kartičkou zisťuje najľahšie?

Úloha 2: Urobte ešte 4-krát to isté ako v úlohe 1, len postupne s príkladmi:

a) $2\,584 : \text{L} = 68$, b) $1\,462 : \text{A} = 43$,
c) $14\,641 : \text{P} = 1\,331$, d) $11\,115 : \text{T} = 285$.

Úloha 3: Poučte sa z predchádzajúcich úloh a pomocou delenia zistite čísla pod kartičkami v príkladoch:

$420 : \text{G} = 15$, $3\,780 : \text{Z} = 36$,
 $6\,006 : \text{F} = 91$, $258\,405 : \text{S} = 805$.



Pozrite, ako si s úlohou 3 poradila Jana.

Jana:

Ak mám vypočítať príklad $14 - (-22)$, predstavím si dve miesta: jedno s nadmorskou výškou 14 metrov a druhé s nadmorskou výškou -22 metrov. Výpočet $14 - (-22)$ určuje výškový rozdiel týchto dvoch miest, a ten je $14 + 22 = 36$ metrov. Takže $14 - (-22) = 36$ metrov.

Jana



4 Precvičte si všetky výpočty. Počítajte po riadkoch.

$13 - (-27)$	$13 + (-27)$	$13 - 27$	$13 + 27$
$-13 + 27$	$-13 - 27$	$-13 - (-27)$	$-13 + (-27)$

5 Ktoré príklady z predchádzajúcej úlohy mali rovnaké výsledky? Skúste vysvetliť, prečo je to tak.

Pozrite, ako to vysvetlila Táňa.

Táňa:

Rovnaký výsledok je napr. v úlohách $13 - (-27)$ a $13 + 27$. V úlohe $13 - (-27)$ predsa počítam výškový rozdiel miest s výškou 13 metrov a -27 metrov, a ten vypočítam práve pomocou príkladu $13 + 27$. Takže $13 - (-27) = 13 + 27 = 40$.



6 Skúste podobne vysvetliť, prečo aj príklady $13 + (-27)$ a $13 - 27$ majú rovnaký výsledok.

František:

Ja to urobím pomocou hotovosti a dlhu: $13 + (-27)$ znamená hotovosť 13 € a dlh 27 €. Celkový výsledok je dlh 14 €, čiže -14 . Príklad $13 - 27$ si môžeme predstaviť aj tak, že z hotovosti 13 € máme zaplatiť 27 €. Keď to urobíme, budeme mať dlh 14 €. Výsledok je teda rovnaký: -14 .

7 Vypočítajte.

$26 - (-24)$	$16 + (-24)$	$19 - 24$	$30 + 24$
$26 + 24$	$16 - 24$	$19 + (-24)$	$30 - (-24)$

Peter si po prepočítaní poslednej úlohy všimol, že čísla -24 a 24 sú opačné čísla. Ak jedno odčítajeme, dostaneme rovnaký výsledok, akoby sme opačné číslo pripočítali:

odčítať -24 je to isté, ako pripočítať 24 : $30 - (-24) = 30 + 24$,
odčítať 24 je to isté, ako pripočítať -24 : $19 - 24 = 19 + (-24)$.

Tento výsledok Peter stručne zhrnul takto:

3. Petrovo pravidlo:



Odčítat dané číslo je to isté, ako pripočítat číslo k nemu opačné.

Toto pravidlo platí vždy, aj keď odčítame väčšie číslo od menšieho:

$$\text{Např. } 6 - 8 = 6 + (-8) = -2$$

$$-30 - (-27) = -30 + 27 = -3$$

Peter



Táňa si toto pravidlo pamätá aj graficky:

Táňa:

$$-30 - (-27) = -30 \neq -27 = -30 + 27 = -3$$

Otec vysvetľuje synovi záporné čísla:
„V autobuse je 5 ľudí. Šiesti vystúpia.
Koľko ich musí nastúpiť, aby bol autobus prázdny?“

- 8 Vypočítajte. Ak potrebujete, pomocné výpočty si napíšte pod seba.

$$57 - 22$$

$$57 - (-22)$$

$$(-57) - 22$$

$$(-57) - (-22)$$

$$227 - 295$$

$$227 - (-295)$$

$$(-227) - 295$$

$$(-227) - (-295)$$

$$5\,356 - 7\,235$$

$$5\,356 - (-7\,235)$$

$$(-5\,356) - 7\,235$$

$$(-5\,356) - (-7\,235)$$

- 9 Poradíte si aj s odčítaním viacerých čísel? Odčítajte postupne!

a) $-34 - 29 - (-17)$

b) $82 - (-41) - (-56) - 19$

c) $162 - (-46) - (-28)$

d) $-12 - (-40) - 52$

e) $403 - 22 - (-350) - (-201)$

f) $-88 - 182 - (-98)$

- 10 Prekreslite si do zošita obe tabuľky a vyplňte ich. Napr. do voľného políčka vľavo hore treba v prvej tabuľke zapísať výsledok príkladu $14 + (-15)$, v druhej tabuľke výsledok príkladu $14 - (-15)$.

+	-15	17	-19	21	-23
14					
-16					
18					
-20					
22					

-	-15	17	-19	21	-23
14					
-16					
18					
-20					
22					

- 11 Všimnite si dvojice čísel na obrázku. Pre každú dvojicu najprv od väčšieho čísla odčítajte menšie číslo. Potom počítajte naopak, čiže od menšieho čísla odčítajte väčšie číslo. Čo pozorujete?

$$\begin{array}{ccccccc} 47 & -20 & 645 & 810 & -560 & -477 & -96 & 23 \\ & & & & -45 & -90 & & \end{array}$$

- 12 Na základe riešenia predchádzajúcej úlohy doplňte slovne vety.

Ak od väčšieho čísla odčítam menšie číslo, výsledok je číslo.

Ak od menšieho čísla odčítam väčšie, výsledok je číslo.

Násobenie celých čísel



S pomeniete si, ako sa násobila hotovosť a dlh?

1 Vypočítajte.
 $3 \cdot 452 \text{ €}$

2 Vypočítajte.
 $3 \cdot 452 \text{ €}$ $3 \cdot (-452) \text{ €}$

Aj vám vyšla v úlohe 1 hotovosť 1 356 € a v úlohe 2 zakaždým dlh 1 356 €?
Všimli ste si v úlohe 2, že sú to rovnaké príklady, len sú inak zapísané – raz pomocou červenej farby a druhý raz pomocou znamienka mínus? Počítali ste to ako Soňa alebo ako Rudolf?

Soňa:

$$3 \cdot 452 = 452 + 452 + 452 = 1\,356.$$

Rudo:

Počítam vlastne dlhy.

$$\begin{array}{r} 452 \\ \cdot 3 \\ \hline 1356 \end{array}$$

Výsledok je však dlh, preto musím pridať znamienko mínus: $3 \cdot (-452) = -1\,356.$

Soňa



Rudo



3 Počítajte ako Rudo.

$$3 \cdot (-67) \quad 7 \cdot (-568) \quad 23 \cdot (-71) \quad 673 \cdot (-46) \quad 503 \cdot (-931)$$

Tomáš:

Vynásobiť dve kladné čísla je ľahké – výsledný súčin bude kladné číslo:

$$3 \cdot 12 = 36$$

Aj keď mám vynásobiť kladné číslo záporným, bude to ľahké – ako počítanie s dlhmi.

Preto výsledok bude záporné číslo:

$$3 \cdot (-12) = -36$$

Ako to však bude, keď chcem vynásobiť záporné číslo kladným?

Napríklad $(-3) \cdot 12$?

Soňa:

V takom prípade si čísla prehodím a mám to isté, čo predtým:

$$(-3) \cdot 12 = 12 \cdot (-3) = -36.$$

Tomáš:

Jasné, výsledok bude zasa záporné číslo. Potom to nemusím ani prehadzovať, môžem rovno napísať, že $(-3) \cdot 12 = -36.$

Tomáš



Vráťme sa teraz na chvíľu k porovnávaniu:
 Pri kladných číslach je jasné, že napríklad číslo 6 je 3-krát väčšie číslo ako číslo 2, lebo $6 = 3 \cdot 2$.
 Pre záporné čísla -6 a -2 je to už komplikovanejšie.

Eva:

To je čudné, veď číslo -6 je **menšie** číslo ako číslo -2 .
 Nemôže teda byť 3-krát väčšie ako -2 , keď je menšie.

Milan:

Pre tieto čísla platí, že $-6 = 3 \cdot (-2)$, preto je podľa mňa číslo -6 presne 3-krát väčšie ako číslo -2 .

Eva



Milan



To je dôvod, pre ktorý porovnávanie pomocou koľkokrát používame len pre kladné čísla.

4

Precvičte si.

$6 \cdot (-13)$

$8 \cdot 22$

$(-11) \cdot 12$

$10 \cdot (-38)$

$15 \cdot (-8)$

$-6 \cdot 15$

Tomáš:

Ešte by ma zaujímalo, či sa dajú vynásobiť dve záporné čísla, napr. $(-11) \cdot (-8)$.

Soňa:

Ja som si to pozrela v encyklopédii matematiky: Dve záporné čísla sa dajú vynásobiť: súčin dvoch záporných čísel je zase kladné číslo, takže $(-11) \cdot (-8) = 88$.

Tomáš:

To je ľahké.

Všetky možnosti násobenia viem zapísať do prehľadnej tabuľky:

krát	plus	mínus
plus	plus	mínus
mínus	mínus	plus

5

Vysvetlite Tomášovu tabuľku.

6

Precvičte si násobenie dvoch záporných čísel.

$(-25) \cdot (-4)$

$(-14) \cdot (-6)$

$-7 \cdot (-13)$

$-12 \cdot (-8)$



Tomáša zaujímalo, prečo je súčin dvoch záporných čísel kladné číslo. Na internete k tomu našiel štyri doplňovačky. Keď ich vyplnil, už mu to bolo jasnejšie. Skúste ich vyplniť aj vy.

7 Prepíšte si doplňovačky do zošita a vyplňte ich.

Doplňovačka 1:

Vzor: $6 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$

Doplňte: $3 \cdot 8 = \dots = \dots$

$5 \cdot 7 = \dots = \dots$

Doplňovačka 2:

Vzor: $6 \cdot (-4) = (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = -24$

Doplňte: $3 \cdot (-8) = \dots = \dots$

$5 \cdot (-7) = \dots = \dots$

Doplňovačka 3:

Vzor: $-6 \cdot 4 = -4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 = -24$

Doplňte: $-3 \cdot 8 = \dots = \dots$

$-5 \cdot 7 = \dots = \dots$

Doplňovačka 4:

Vzor: $(-6) \cdot (-4) = -(-4) - (-4) - (-4) - (-4) - (-4) - (-4) = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$

Doplňte: $(-3) \cdot (-8) = \dots = \dots$

$-5 \cdot (-7) = \dots = \dots$

8 Vypočítajte. Dajte si pozor na správne znamienko vo výsledku.

$$(-20) \cdot (-10)$$

$$(-8) \cdot 15$$

$$12 \cdot (-11)$$

$$9 \cdot 25$$

$$(-1) \cdot (-1)$$

$$7 \cdot 29$$

$$-17 \cdot (-3)$$

$$-4 \cdot 18$$

$$0 \cdot (-201)$$

$$13 \cdot (-5)$$

9 Ktoré čísla sa skrývajú pod kartičkami? Najprv zistite, či je číslo pod kartičkou kladné, alebo záporné.

$$7 \cdot \text{A} = -140$$

$$-5 \cdot \text{B} = -130$$

$$-8 \cdot \text{C} = 64$$

$$\text{D} \cdot (-11) = 66$$

$$\text{E} \cdot 13 = 39$$

$$\text{F} \cdot (-30) = -150$$

$$\text{G} \cdot 14 = -42$$

$$(-24) \cdot \text{H} = -120$$

Hľadáme čísla 10

Úloha 1: a) Bez toho, aby ste zisťovali číslo pod kartičkou v príklade **D**: $18 = 29$, vytvorte z rovnakých čísel iný príklad na delenie.

b) Z tých istých troch čísel vytvorte a napíšte príklad na násobenie.

Dostali ste tri príklady, v ktorých je pod kartičkou rovnaké číslo. V ktorom z nich sa číslo pod kartičkou zisťuje najľahšie?

Úloha 2: Urobte ešte 4-krát to isté ako v úlohe 1, len postupne s príkladmi:

a) **H**: $39 = 51$, b) **R**: $86 = 302$,

c) **U**: $405 = 99$, d) **V**: $114 = 219$.

Úloha 3: Poučte sa z predchádzajúcich úloh a pomocou násobenia zistite čísla pod kartičkami v príkladoch:

G: $47 = 31$, **Z**: $81 = 26$, **F**: $712 = 36$,

S: $4\,083 = 219$.

Hráme sa s robotom Samom

 **Sčítanie a odčítanie celých čísel si môžeme predstaviť aj pomocou číselnej osi. Pomáhať nám pri tom bude robot Samo z jednoduchéj počítačovej hry. Robot Samo sa pohybuje po číselnej osi podľa našich príkazov. Začneme pripočítaním kladného čísla.**

Úloha 1:

Opíšte, kam sa asi dostane robot Samo, ak stál na čísle 13 a dostane príkaz „+4“.

 Asi ste hneď prišli na to, že ak robot Samo bol na čísle 13 a dostane príkaz „+4“, otočí sa smerom k väčším číslam a posunie sa o 4. Skončí teda na čísle 17.



Úloha 2:

Opíšte, kam sa dostane robot Samo, ak a) stál na čísle 26 a dostane príkaz „+12“, b) stál na čísle 9 a dostane príkaz „+12“, c) stál na čísle -7 a dostane príkaz „+12“, d) stál na čísle -18 a dostane príkaz „+12“, e) stál na čísle -71 a dostane príkaz „+12“.

Úloha 3:

Doplňte chýbajúce čísla podľa vzoru:



- | | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| a) $-31 \xrightarrow{+15} ?$ | b) $-48 \xrightarrow{+23} ?$ | c) $-22 \xrightarrow{+38} ?$ | d) $-50 \xrightarrow{+73} ?$ |
| e) $-16 \xrightarrow{+?} -1$ | f) $-29 \xrightarrow{+?} 13$ | g) $-45 \xrightarrow{+?} 17$ | h) $-52 \xrightarrow{+?} -25$ |
| i) $? \xrightarrow{+16} -4$ | j) $? \xrightarrow{+16} 4$ | k) $? \xrightarrow{+39} 27$ | l) $? \xrightarrow{+42} -16$ |

 Pokračujeme odčítaním kladného čísla.

Úloha 4:

Opíšte, kam sa asi dostane robot Samo, ak stál na čísle 13 a dostane príkaz „-4“.

 Aj vám vyšlo, že ak robot Samo bol na čísle 13 a dostane príkaz „-4“, otočí sa smerom k menším číslam a posunie sa o 4? Skončí teda na čísle 9.



Úloha 5:

Opíšte, kam sa dostane robot Samo, ak a) stál na čísle 26 a dostane príkaz „-12“, b) stál na čísle 9 a dostane príkaz „-12“, c) stál na čísle -7 a dostane príkaz „-12“, d) stál na čísle -18 a dostane príkaz „-12“, e) stál na čísle -71 a dostane príkaz „-12“.

Úloha 6:

Doplňte chýbajúce čísla podľa vzoru:



- | | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| a) $-31 \xrightarrow{-15} ?$ | b) $48 \xrightarrow{-23} ?$ | c) $22 \xrightarrow{-38} ?$ | d) $50 \xrightarrow{-73} ?$ |
| e) $16 \xrightarrow{-?} -1$ | f) $-9 \xrightarrow{-?} -13$ | g) $-5 \xrightarrow{-?} -17$ | h) $52 \xrightarrow{-?} -25$ |
| i) $? \xrightarrow{-16} -4$ | j) $? \xrightarrow{-16} 4$ | k) $? \xrightarrow{-39} -27$ | l) $? \xrightarrow{-42} -56$ |

 Ďalšou operáciou je pripočítanie záporného čísla.
Spomínate si, čo znamenalo, keď sme k hotovosti 8 € pridali dlh 9 €? Zapísať by sme to mohli ako $8 + (-9)$. Výsledok by bol dlh 1 €, čiže -1 €. Platí teda $8 + (-9) = -1$.

Pozrime sa spolu, aké pokyny by to boli pre robota Sama.
Robot stojí na čísle 8. Znamienko $+$ znamená, že sa otočí smerom k väčším číslam. Má sa posunúť o (-9) , to znamená, že bude cúvať o 9.
Preto skončí na čísle -1 .



Úloha 7:

Opíšte, kam sa dostane robot Samo, ak a) stál na čísle 26 a dostane príkaz „ $+(-12)$ “, b) stál na čísle 9 a dostane príkaz „ $+(-12)$ “, c) stál na čísle -7 a dostane príkaz „ $+(-12)$ “, d) stál na čísle -18 a dostane príkaz „ $+(-12)$ “, e) stál na čísle -71 a dostane príkaz „ $+(-12)$ “.

 Vyšli vám všetky výsledky rovnaké ako v úlohe 5? Je to náhoda?

Úloha 8:

Doplňte chýbajúce čísla podľa vzoru:



- | | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a) $-28 \xrightarrow{+(-12)} ?$ | b) $29 \xrightarrow{+(-31)} ?$ | c) $36 \xrightarrow{+(-27)} ?$ | d) $-21 \xrightarrow{+(-64)} ?$ |
| e) $128 \xrightarrow{+(-?)} -3$ | f) $-19 \xrightarrow{+(-?)} -31$ | g) $-21 \xrightarrow{+(-?)} -47$ | h) $38 \xrightarrow{+(-?)} -21$ |
| i) $? \xrightarrow{+(-29)} -42$ | j) $? \xrightarrow{+(-11)} 11$ | k) $? \xrightarrow{+(-32)} -15$ | l) $? \xrightarrow{+(-51)} -103$ |

 Ďalšou operáciou je odčítanie záporného čísla.

Úloha 9:

Opíšte, kam sa asi dostane robot Samo, ak stál na čísle 8 a dostane príkaz „ $-(-9)$ “.

 Aj vy ste prišli na to, že

- robot Samo stojí na čísle 8,
- znamienko $-$ znamená, že sa otočí smerom k menším číslam,
- má sa posunúť o (-9) , to znamená, že bude cúvať o 9?



Preto Samo skončí na čísle 17. Platí teda, že $8 - (-9) = 17$.

Úloha 10:

Opíšte, kam sa dostane robot Samo, ak a) stál na čísle 26 a dostane príkaz „ $-(-12)$ “, b) stál na čísle 9 a dostane príkaz „ $-(-12)$ “, c) stál na čísle -7 a dostane príkaz „ $-(-12)$ “, d) stál na čísle -18 a dostane príkaz „ $-(-12)$ “, e) stál na čísle -71 a dostane príkaz „ $-(-12)$ “.

 Vyšli vám rovnaké výsledky ako v úlohe 2? Je to náhoda?

Úloha 11:

Doplňte chýbajúce čísla podľa vzoru:



- | | | | |
|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $-18 \xrightarrow{-(-16)} ?$ | b) $27 \xrightarrow{-(-9)} ?$ | c) $14 \xrightarrow{-(-37)} ?$ | d) $-27 \xrightarrow{-(-19)} ?$ |
| e) $36 \xrightarrow{-(-?)} 63$ | f) $-35 \xrightarrow{-(-?)} -24$ | g) $-27 \xrightarrow{-(-?)} 14$ | h) $-29 \xrightarrow{-(-?)} -7$ |
| i) $? \xrightarrow{-(-17)} -11$ | j) $? \xrightarrow{-(-28)} 14$ | k) $? \xrightarrow{-(-33)} 39$ | l) $? \xrightarrow{-(-64)} -50$ |



V živote sa stretnete s rôznymi telesami, nielen s kockami alebo kvádrami.



Kváder na obrázku rozrežeme na dvoch miestach vyznačených čiarkovane. Obidva rezy sa robia kolmo na podložku, na ktorej leží kváder. Rozrezaním sa kváder rozpadne – rozdelí sa na tri telesá, ktoré voláme hranoly (presnejšie kolmé hranoly – my budeme aj naďalej používať pomenovanie hranoly).



Jeden z hranolov oddelíme.

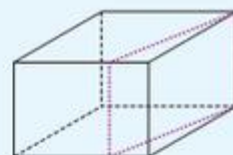


Takýto hranol voláme 5-boký hranol.

Tento hranol má 2 podstavy a niekoľko bočných stien, čiže bokov.

1 Pokúste sa odhadnúť, ktoré steny tohto hranola sú podstavy a ktoré boky hranola.

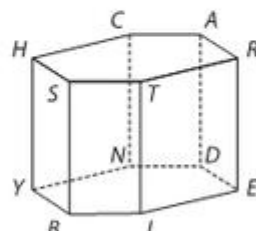
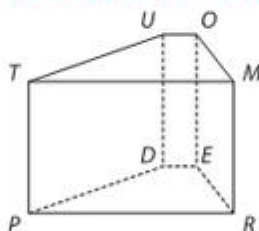
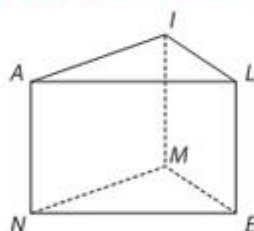
2 Na obrázku vidíte kváder rozrezaný na dva hranoly. Narysujte tento obrázok do zošita. Potom vygumujte niektoré čiary tak, aby zostal len hranol, ktorý má 5 stien. Jeho hrany upravte tak, aby tie, ktoré je vidieť, boli plné čiary a tie, ktoré nevidno, boli čiarkované.



Ak ste správne vyriešili predchádzajúcu úlohu, máte v zošite znázornený 3-boký hranol.

3 Znázorníte do zošita aj druhý hranol z predchádzajúcej úlohy.

Na obrázku vidíte tri hranoly s označenými vrcholmi.

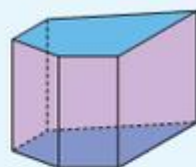


4 Pre každý hranol:

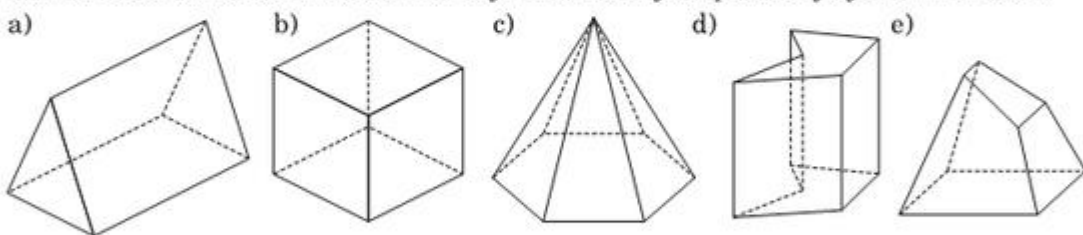
- vypíšte všetky steny, ktoré sú obdĺžniky. Koľko ich je?
- vypíšte tie dvojice stien, ktoré spolu obsahujú všetky vrcholy hranola a zároveň neobsahujú žiadny vrchol obe steny súčasne. Koľko ich je?



Kždý hranol má dve rovnaké steny, ktoré spolu obsahujú všetky vrcholy hranola a nijaký vrchol neobsahujú súčasne obidve naraz. Tieto steny sa volajú podstavy. Podstavy hranola ležia oproti sebe. Všetky ostatné steny hranola voláme bočné steny, boky. Bočné steny sú vždy obdĺžniky.



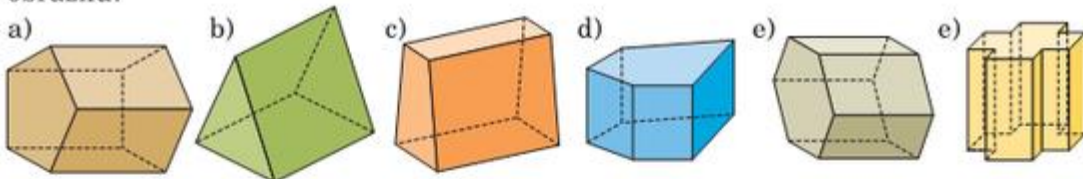
5 Ktoré z útvarov na obrázku sú hranoly? Aké útvary sú podstavy týchto hranolov?



6 Pokúste sa znázorniť hranol, ktorého podstava je obdĺžnik. Aký hranol to je?

7 Narysujte kváder. Rozdeľte ho na a) jeden 3-boký a jeden 5-boký hranol, b) tri 3-boké hranoly.

8 Aké útvary sú podstavy hranolov na obrázku? Aké (koľkoboké) hranoly sú na obrázku?



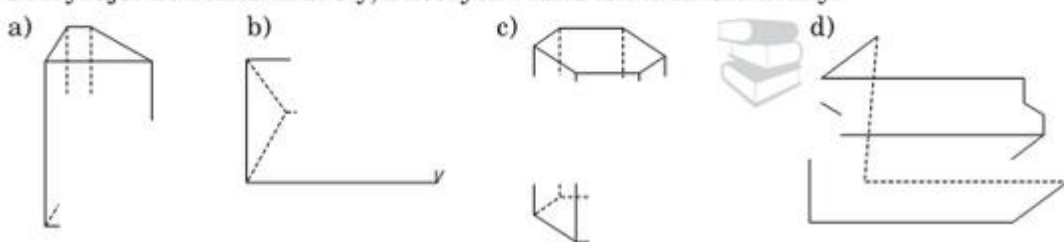
9 a) Koľko vrcholov majú hranoly na obrázku?
b) Koľko hrán majú hranoly na obrázku?

10 Koľko vrcholov, stien a hrán majú uvedené hranoly? Dokážete vyplniť tabuľku aj bez obrázka hranola?

Hranol	päťboký	šesťboký	osemboký	10-boký	15-boký	50-boký
Počet vrcholov						
Počet stien						
Počet hrán						

11 Nájdite výraz, ktorý určuje, ako sa z počtu bokov hranola (n) vypočíta počet a) vrcholov (v), b) stien (s), c) hrán (h).

12 Prerysujte do zošita hranoly, z ktorých vidíte len niektoré hrany.





- 13 Koľko hrán má hranol, ktorý má a) 22, b) 38, c) 124, d) 2 300 vrcholov?
- 14 Nájdite výraz, ktorý určuje, ako sa z počtu vrcholov (v) hranola vypočíta počet hrán (h) tohto hranola.
- 15 Koľko vrcholov má hranol, ktorý má a) 27, b) 31, c) 202, d) 4 780 stien?
- 16 Nájdite výraz, ktorý určuje, ako sa z počtu stien (s) hranola vypočíta počet vrcholov (v) tohto hranola.
- 17 Koľko stien má hranol, ktorý má a) 27, b) 63, c) 210, d) 5 040 hrán?
- 18 Nájdite výraz, ktorý určuje, ako sa z počtu hrán (h) hranola vypočíta počet stien (s) tohto hranola.

Včelí med

Med vyrábajú včely znášaním nektáru, medovice a iných sladkých štiav do úľa. K nim pridávajú látky z vlastného tela a zmes nechajú vyzrieť. Pritom sa mení zloženie prinosených štiav. Vzniká med a v ňom množstvo blahodarných látok pre naše zdravie. Prv než včely nazbierajú šťavu na 1 kg medu, musia urobiť asi 50 000 letov. Pri každom lete navštívia približne 20 kvetov.



Úloha 1: Asi koľko kvetov musia včely navštíviť, aby nazbierali šťavu na 30 g medu, ktorý si ráno natrieme na jeden krajec chleba?

Jedno včelstvo so stálym miestom (úľ stojí na jednom mieste) vyprodukuje ročne asi 150 kg medu. Z neho približne 10 % odoberie včelár, zvyšok skonzumujú včely. Na prezimovanie im včelár musí za odobratý med dodať asi 12 kg cukru. Predpokladaná cena za 1 kg cukru je 1 €. Ďalšie náklady (lieky, spotrebný materiál...) včelára na jedno včelstvo ročne sú približne 3,50 €. Včelár si z odobratého medu nechá asi 20 % pre vlastnú potrebu, zvyšok predá.



Úloha 2: Po koľko eur za kilogram by musel včelár predať zvyšný med, aby utržené peniaze pokryli jeho náklady?

Jeden liter medu obsahuje asi 16 % vody. Liter takého medu má hmotnosť priemerne 1,43 kg.



Úloha 3: Koľko percent vody obsahuje 1 kg medu?

Úloha 4: Koľko by vážil 1 liter medu, z ktorého by sa nám podarilo odpariť všetku vodu?

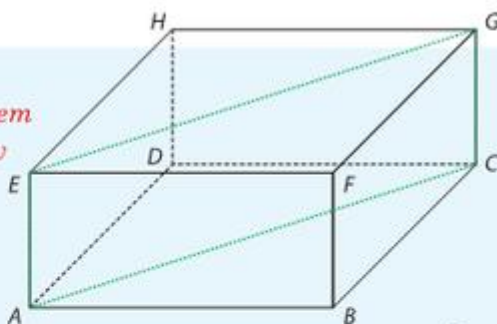
Úloha 5: Približne akú hmotnosť má 1 liter medu, ktorý obsahuje 30 % vody?



Sieť hranola



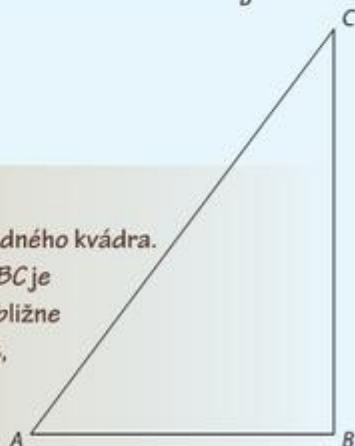
S hranolmi sa stretnete na rozličných miestach: okrem hranolov na stavbe alebo zemiakových hranolčekov k obedu (mnohí ľudia ich volajú hranolky) majú tvar hranola rôzne škatulky či nádoby. Poďme sa spoločne pozrieť, ako sa dá hranol vytvoriť napr. z papiera. Najskôr však vyriešte nasledujúce úlohy. Na obrázku je kváder rozdelený na dva rovnaké hranoly.



- 1** Narysujte podstavu tohto hranola v skutočnej veľkosti.

Milan:

Podstava je pravouhlý trojuholník. Jeho odvesny sú hrany pôvodného kvádra. Odmeriam si ich. Namerané hodnoty sú 4,5 cm a 3 cm. Hrana BC je narysovaná šikmo, preto skutočná veľkosť strany BC bude približne 2-krát väčšia, ako sme namerali. Nemusí to byť presne 2-krát, ale je to určite jedna z možností. Takže $|AB| = 4,5$ cm, $|BC| = 2 \cdot 3$ cm = 6 cm.



- 2** Narysujte v skutočnej veľkosti bočnú stenu $ACGE$.

Milan:

To je rovnako ľahké, ako narysovať stenu ABC . Odmeriam si strany AC a CG . Namerané hodnoty sú 7 cm a 2 cm. Skutočná veľkosť strany AC však bude približne 2-krát väčšia. Teda $|CG| = 2$ cm, $|AC| = 2 \cdot 7$ cm = 14 cm. Teraz...

Prerušíme Milana, lebo to nemá správne.

- 3** Viete zistiť, kde urobil Milan chybu?

Viera:

Nemáš to správne. Hrana AC nie je šírka nejakého kvádra, a preto tam neplatí dohovor, že sa znázorňuje zhruba 2-krát menšia.

Milan:

Tak ako zistím skutočnú dĺžku AC ?

Viera:

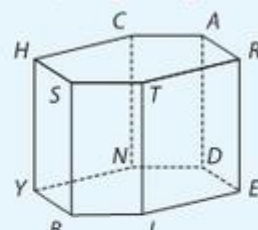
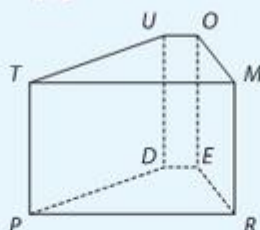
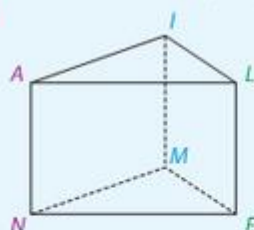
Veď tú si už narysoval v úlohe 1! Stačí ju odmerať. Jej veľkosť je 7,5 cm, teda iná, ako si ty zle vypočítal.

Milan:

Takže bočná stena $ACGE$ bude obdĺžnik s rozmermi 7,5 cm a 2 cm.



si ste si už všimli, že aj hranoly, podobne ako kocka či kváder, majú svoje označenia.



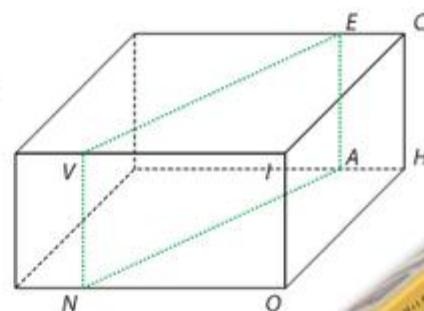
Pre ich pomenovanie platia podobné pravidlá ako pri pomenovaní kocky a kvádra. Najprv pomenujeme jednu jeho podstavu – **NEM** a potom protilahlú podstavu – **ALI**. Prvé vrcholy z každého pomenovania základne pritom musia tvoriť hranu (**NA**), podobne aj druhé (**EL**), aj tretie (**MI**). Hranol má potom pomenovanie **NEMALI**. (Pomenovanie podstavy môžeme prečítať v smere aj proti smeru hodinových ručičiek.)



4 Prečítajte pomenovania zvyšných dvoch hranolov na obrázku.

5 Pomenujte hranol na obrázku aspoň tromi rôznymi spôsobmi.

6 Narysujte v skutočnej veľkosti steny hranola **NOHAVICE**, ktorý vznikol prerezaním kvádra na obrázku. Šikmé hrany kvádra na obrázku boli zmenšené presne 2-krát.



Peter si chcel vyrobiť ozdobnú škatuľku z papiera podobnú tej, ktorú vidíte na obrázku.

7 Aký tvar majú podstavy a aký tvar majú bočné steny tohto hranola?



Peter chcel, aby bola táto škatuľka čo najkrajšia. Preto sa rozhodol, že podstavy nebudú mať tvar ľubovoľného trojuholníka, ale rovnostranného trojuholníka. Takže všetky bočné steny budú rovnako veľké.



Hranoly, ktorých podstava je pravidelný útvar – rovnostranný trojuholník, štvorec alebo iný pravidelný mnohouholník –, sa volajú **pravidelné hranoly**.

Nakoniec si Peter premyslel, že jeho škatuľka bude vysoká 4 centimetre a jej bočné steny budú štvorce.

- 8** Narysujte steny tohto hranola na tvrdý papier alebo na výkres. Urobte to tak, aby všetky steny tvorili jeden útvar, z ktorého možno hranol poskladať, a aby bočné steny boli v jednom rade vedľa seba.



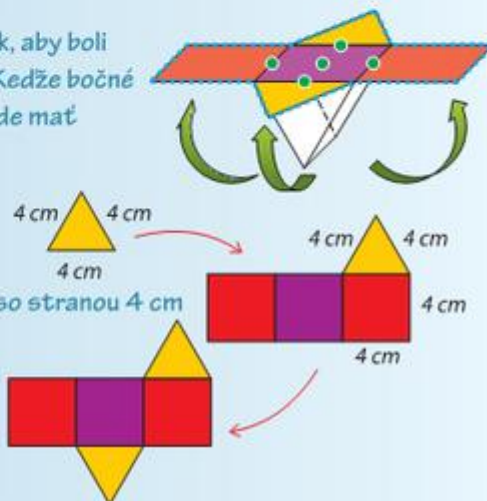
Bočné steny spolu vytvárajú plášť hranola.
Spolu s podstavami tvoria sieť hranola.

Uvažovali ste pri riešení ako Peter?

Peter:

Ak si hranol predstavím hotový a rozbalím ho tak, aby boli boky pri sebe, zistím, ako má jeho sieť vyzeráť. Keďže bočné steny sú štvorce, aj podstava – trojuholník – bude mať strany dlhé 4 cm.

- Takže začnem rovnostranným trojuholníkom so stranou 4 cm:
- Teraz k jednej jeho strane dorysujem štvorec so stranou 4 cm a potom pridám ďalšie dva.
- Teraz stačí, keď k jednému štvorcu dorysujem na druhej strane druhú podstavu – ďalší rovnostranný trojuholník.



Sieť je pripravená. Stačí ju len vystrihnúť, zlepiť a škatulka je hotová.

Sonja:

Mne sa zdalo lepšie začať plášťom. Preto som najskôr narysovala tri štvorce.

Ktorý postup sa podobal na ten váš – Petrov alebo Sonin?

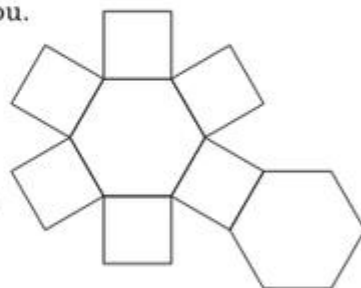
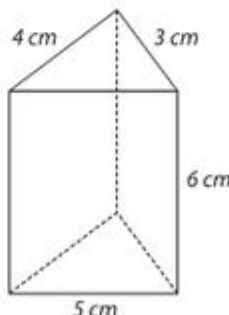


- 9** Narysujte takú sieť hranola z predchádzajúcej úlohy, kde a) sú v jednom rade len dva štvorce, b) sa nijaké dva štvorce nedotýkajú celou stranou.

- 10** Sieť akého hranola je na obrázku?

- 11** Načrtnite takú sieť pravidelného šesťbokého hranola z predchádzajúcej úlohy, kde a) je v jednom rade vedľa seba a) všetkých 6 štvorcov, b) iba 5 štvorcov, c) iba 4 štvorce.

- 12** Narysujte sieť hranola na obrázku.





S

kružnicou aj s kruhom sa stretávate už dlhšie a to nielen na hodinách matematiky.



Prv než si o kružniciach a kruhoch povieme viac, vyriešte o nich niekoľko úloh.

Pripomíname si

Pripomíname, že **kružnica** je čiara a **kruh** je plocha, ktorá je ohraničená kružnicou.



- 1 Na obrázku je 9 rovnakých trojuholníkov. Vypočítajte veľkosti ich uhlov.

- 2 Narysujte do zošita podobný obrázok a) s 10, b) s 8, c) so 6 rovnakými trojuholníkmi. Pomôžte si uhlomerom.



- 3 Narysujte obrázok b) a c) z predchádzajúcej úlohy ešte raz, tentokrát bez pomoci uhlomera.

- 4 Na obrázku je kruhovým diagramom znázornený počet mužov, žien a detí, ktorí boli za posledný rok na dovolenke s istou cestovnou kanceláriou. Koľkokrát viac detí ako žien bolo na dovolenke s touto cestovnou kanceláriou? Pomôžte si meraním.



- 5 Narysujte kružnicu k so stredom v bode S a polomerom 3,5 cm.



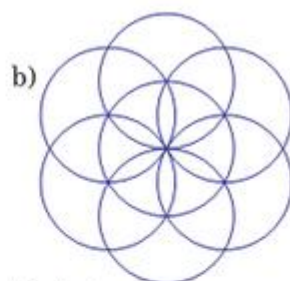
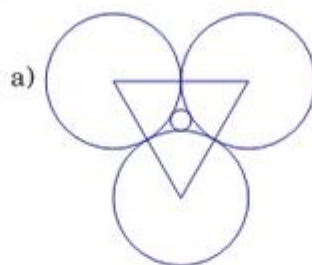
Polomer je vzdialenosť bodu kružnice od jej stredu.

Skrátený zápis kružnice k z predchádzajúcej úlohy je $k(S; 3,5 \text{ cm})$.

- 6 Na obrázku je stĺpcovým diagramom znázornený počet žiakov v troch krúžkoch. Znázornite tieto údaje kruhovým diagramom s polomerom 3 cm.



- 7 Narysujte do zošita obrázok z kružníc:



- 8 Dorysujte do obrázka b) z predchádzajúcej úlohy 6 úsečiek tak, aby ste dostali pravidelný šesťuholník. Porovnajete s úlohou 3.

- 9 Narysujte kružnicu, ktorá prechádza všetkými vrcholmi obdĺžnika.

Nadváha a obezita 1

V roku 2001 organizoval Úrad verejného zdravotníctva Slovenskej republiky celoštátny antropometrický prieskum. Jedným z jeho výsledkov bola aj informácia, aká časť detí a mládeže vo veku 7 až 18 rokov trpí nadváhou alebo obezitou.

Na posudzovanie nadváhy a obezity sa používa číslo označované BMI (Body Mass Index). Je to podiel hmotnosti vyjadrenej v kilogramoch a druhej mocniny výšky vyjadrenej v metroch. V tabuľkách 1 a 2 sú niektoré z výsledkov prieskumu.

Vek (roky)	Počet	Hodnoty BMI (kg/m ²)			Počet		Percento	
		BMI _{str}	BMI _{min}	BMI _{max}	Nadváha	Obezita	Nadváha	Obezita
7	833	15,67	8,89	34,51	94	60	11,28	7,20
8	898	15,89	8,71	29,48	95	64	10,58	7,13
9	973	16,50	9,14	41,83	120	87	12,33	8,94
10	746	17,04	11,85	38,39	109	71	14,61	9,52
11	734	17,42	12,02	29,67	115	72	15,67	9,81
12	791	17,98	11,86	33,82	138	67	17,45	8,47
13	863	18,58	11,74	39,28	121	77	14,02	8,92
14	943	19,17	11,43	36,82	107	78	11,35	8,27
15	1 114	20,14	13,31	37,87	145	81	13,02	7,27
16	1 055	20,61	14,92	35,77	108	68	10,24	6,45
17	1 020	21,29	14,29	37,38	102	77	10,00	7,55
18	919	21,66	14,27	38,02	108	52	11,75	5,66
Spolu					1 362	854		

Tab. 1: Prehľad hodnôt BMI podľa vekových skupín chlapcov, výskyt obezity a nadváhy v absolútnych počtoch a v percentách, r. 2001

Vek (roky)	Počet	Hodnoty BMI (kg/m ²)			Počet		Percento	
		BMI _{str}	BMI _{min}	BMI _{max}	Nadváha	Obezita	Nadváha	Obezita
7	832	15,63	7,15	50,39	120	68	14,42	8,17
8	907	15,91	11,52	30,22	132	81	14,55	8,93
9	941	16,34	10,29	29,25	120	61	12,75	6,48
10	774	16,86	7,15	44,77	101	50	13,05	6,46
11	767	17,55	11,28	38,47	107	64	13,95	8,34
12	837	18,05	9,12	36,00	106	55	12,66	6,57
13	843	18,71	12,50	38,67	86	45	10,20	5,34
14	832	19,70	12,11	38,86	98	65	11,78	7,81
15	1 025	20,22	13,22	34,68	104	59	10,15	5,76
16	1 011	20,77	13,81	60,00	112	63	11,08	6,23
17	1 034	21,87	7,15	50,39	107	70	10,35	6,77
18	939	21,03	13,52	56,53	107	64	11,40	6,82
Spolu	10 742				1 300			

Tab. 2: Prehľad hodnôt BMI podľa vekových skupín dievčat, výskyt obezity a nadváhy v absolútnych počtoch a v percentách, r. 2001

Úloha 1: Doplnite slovne chýbajúci údaj v tabuľke 1 v poslednom riadku (spolu) druhého stĺpca (počet).

Úloha 2: Koľko chlapcov a dievčat spolu z testovanej vzorky v r. 2001 trpelo obezitou?

Úloha 3: Koľko chlapcov a dievčat sa v r. 2001 podrobilo testovaniu?

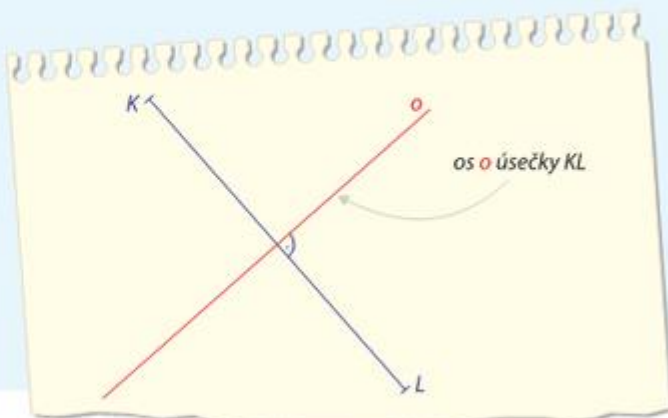
Vlastnosti kružnice



A by ste si lepšie poradili so situáciami, v ktorých sa vyskytuje kružnica, je dobré poznať čo najviac jej vlastností. Poďme niektoré z nich spoločne objaviť.

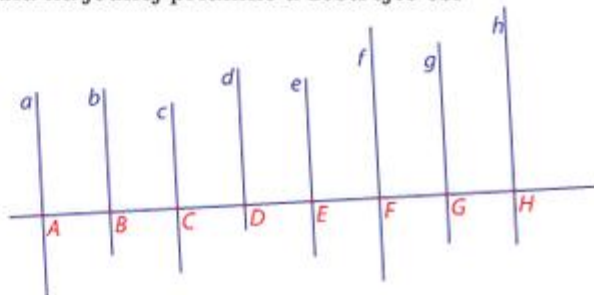
- 1** Narysujte do zošita úsečku KL . Zostrojte jej stred. Zostrojte priamku, ktorá je na úsečku KL kolmá a prechádza jej stredom.

*Priamku, ktorá prechádza stredom úsečky KL a je na ňu kolmá, voláme **os úsečky KL** . Často ju označujeme o .*



- 2** Zvoľte si tri rôzne body E, F, G , ktoré neležia na jednej priamke a zostrojte osi úsečiek EF, FG a GE .

- 3** Na obrázku sú susedné body vzdialené 1 cm. Zistite, či niektorá z priamok a, b, c, d, e, f, g, h je osou niektorej z úsečiek určenej niektorými dvoma danými bodmi. Nájdite všetky možnosti.



- 4** Narysujte štvorec a obdĺžnik. V každom z nich zostrojte osi jednotlivých strán a obidvoch uhlopriečok.

- 5** Zvoľte si bod A a priamku p . Narysujte bod B , pre ktorý je priamka p osou úsečky AB .



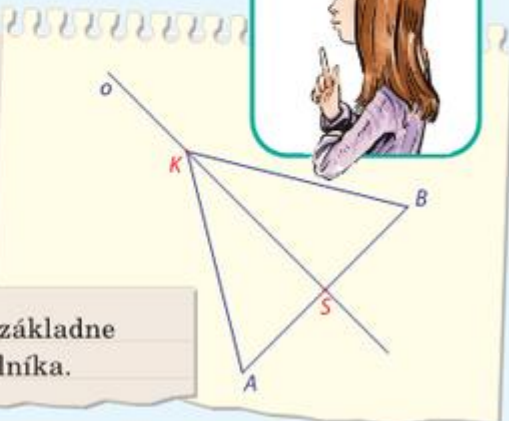
- 6** Narysujte si úsečku AB , jej stred S a jej os o . Na osi o si zvoľte bod K . Čo všetko viete povedať o trojuholníkoch ABK, ASK a BSK ? Sú medzi nimi napríklad pravouhlé, rovnoramenné alebo zhodné trojuholníky? Svoje pozorovania skúste vysvetliť.

Božena:

Trojuholníky ASK a BSK sú pravouhlé. Odvesnu SK majú spoločnú a odvesny AS a BS sú rovnako dlhé. Musia byť teda zhodné (podľa vety sus). Potom aj AK a BK majú rovnakú dĺžku. Takže trojuholník ABK je rovnoramenný a os o je vlastne osou základne.



V rovnoramennom trojuholníku os základne prechádza tretím vrcholom trojuholníka.



- 7** Narysujte kružnicu k s polomerom 3 cm. Potom narysujte 5 úsečiek, ktorých oba krajné body ležia na kružnici k . a) Koľko merajú úsečky, ktoré ste narysovali? b) Aká najdlhšia by mohla byť úsečka, ktorej koncové body ležia na kružnici k ?

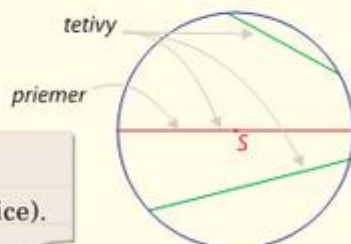
Úsečky, ktoré ste narysovali v predchádzajúcej úlohe, sa volajú **tetivy kružnice**. Najdlhšia z nich je **priemer kružnice**.



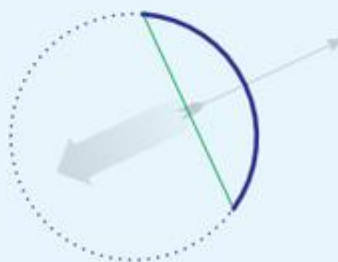
Tetiva kružnice je úsečka, ktorej krajné body ležia na kružnici.



Priemer kružnice je najdlhšia tetiva (je to tetiva, ktorá prechádza stredom kružnice).



Slovo **priemer** sa používa na označenie najdlhšej tetivy aj na označenie dĺžky tejto tetivy. Priemer teda môže byť úsečka alebo číslo, ktoré zodpovedá dĺžke tejto úsečky.



- 8** So slovom tetiva sa môžete stretnúť aj v bežnom živote. Kde?

- 9** Akú veľkosť má priemer kružnice s polomerom a) 4 cm, b) 2 cm, c) 8 cm?

- 10** Narysujte úsečku AB s dĺžkou 3 cm. Potom narysujte tri kružnice, pre ktoré je úsečka AB ich tetiva. Polomery kružníc sú 2 cm, 3 cm a 4 cm.

Aj vy ste pri riešení predchádzajúcej úlohy najskôr našli stredy príslušných kružníc?

- 11** Narysujte kružnicu k s polomerom 5 cm. Potom postupne narysujte jej tetivy: KL dlhú 1 cm, XY dlhú 3 cm, HJ dlhú 5 cm, PR dlhú 8 cm, CD dlhú 12 cm, UV dlhú 10 cm.

- 12** Ktorá z tetív z predchádzajúcej úlohy je priemerom kružnice k ?

- 13** Aká najkratšia a aká najdlhšia môže byť tetiva kružnice s polomerom 8,7 cm?

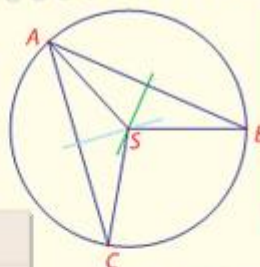
- 14** Rysujte podľa návodu:

1. Kružnicu k so stredom S .
2. Na kružnici k zvoľte 3 body A, B, C tak, aby AB, AC a BC neboli priemery kružnice.
3. Narysujte osi úsečiek AB a AC .

Ak ste rysovali presne, obidve osi prechádzajú stredom S kružnice k . Vysvetlite, prečo to tak musí byť.

Boris:

To je jasné. Veď trojuholníky ABS a ACS sú rovnoramenné. Preto osi ich základní musia prechádzať ich tretím vrcholom, čiže bodom S . Mne to vyšlo takto:



Boris



Os tetivy kružnice prechádza stredom tejto kružnice.

15

Viola mala podobný obrázok ako Boris. Nakoniec však všetko vygumovala a zostali len body A, B, C . Zvoľte si 3 body A, B, C podobne, ako má Viola, a skúste zrekonštruovať celý obrázok.

Určite sa vám to podarilo. Veď po narysovaní úsečiek AB a AC ste vedeli narysovať ich osi. Tam, kde sa osi pretali, vznikol bod S . Narysovať potom kružnicu k už iste bola hračka.

A .

B .

C .

A .

B .

C .

1

A .

B .

C .

2

A .

B .

C .

3

A .

B .

C .

4

A .

B .

C .

5

A .

B .

C .

6

A .

B .

C .

7

A .

B .

C .

8

A .

B .

C .

9

A .

B .

C .

10

A .

B .

C .

11

A .

B .

C .

12

A .

B .

C .

13

A .

B .

C .

14

A .

B .

C .

15

A .

B .

C .

16

A .

B .

C .

17

A .

B .

C .

18

A .

B .

C .

19

A .

B .

C .

20

A .

B .

C .

21

A .

B .

C .

22

A .

B .

C .

23

A .

B .

C .

24

A .

B .

C .

25

A .

B .

C .

26

A .

B .

C .

27

A .

B .

C .

28

A .

B .

C .

29

A .

B .

C .

30

A .

B .

C .

31

A .

B .

C .

32

A .

B .

C .

33

A .

B .

C .

34

A .

B .

C .

35

A .

B .

C .

36

A .

B .

C .

37

A .

B .

C .

38

A .

B .

C .

39

A .

B .

C .

40

A .

B .

C .

41

A .

B .

C .

42

A .

B .

C .

43

A .

B .

C .

44

A .

B .

C .

45

A .

B .

C .

46

A .

B .

C .

47

A .

B .

C .

48

A .

B .

C .

49

A .

B .

C .

50

A .

B .

C .

51

A .

B .

C .

52

A .

B .

C .

53

A .

B .

C .

54

A .

B .

C .

55

A .

B .

C .

56

A .

B .

C .

57

A .

B .

C .

58

A .

B .

C .

59

A .

B .

C .

60

A .

B .

C .

61

A .

B .

C .

62

A .

B .

C .

63

A .

B .

C .

64

A .

B .

C .

65

A .

B .

C .

66

A .

B .

C .

67

A .

B .

C .

68

A .

B .

C .

69

A .

B .

C .

70

A .

B .

C .

71

A .

- 18** Bez kružidla (napr. pomocou pohára) narysujte časť kružnice – kružnicový oblúk. Potom pomocou kružidla narysujte celú kružnicu (najprv musíte nájsť jej stred).

Vzájomná poloha priamky a kružnice

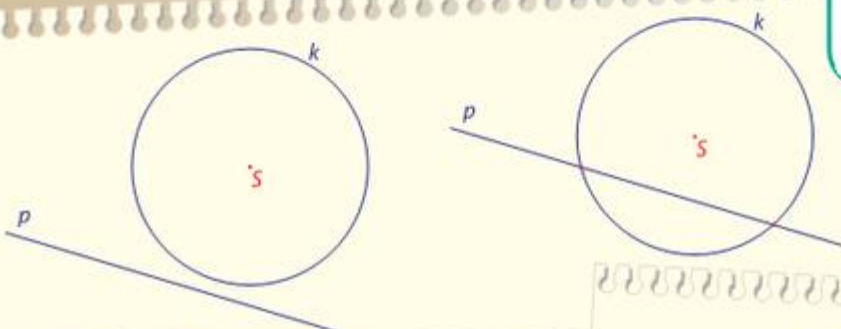


- 1** Narysujte priamku p a kružnicu k tak, aby a) nemali spoločný bod, b) mali spoločné 2 body, c) mali spoločný jediný bod.

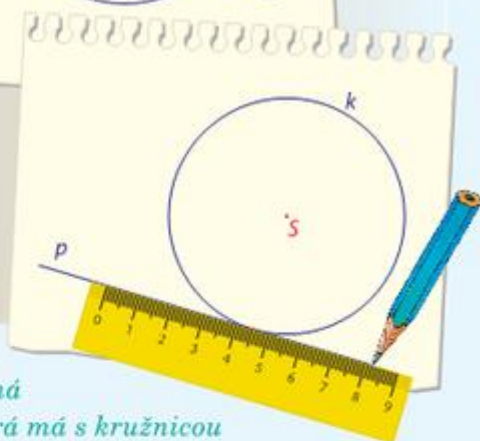
Predpokladáme, že ste úlohu zvládli podobne ako Juraj.

Juraj:

Narysovať priamku a kružnicu tak, aby nemali spoločný bod alebo aby mali 2 spoločné body, bolo ľahké:



Trochu ťažšie sa rysovala priamka a kružnica tak, aby mali iba jeden spoločný bod. Ku kružnici som musel čo najpresnejšie priložiť pravítko:



Aby sme nemuseli stále hovoriť „priamka, ktorá má s kružnicou 2 spoločné body“ alebo „priamka, ktorá má s kružnicou spoločný jediný bod“, dostali priamky s týmito vlastnosťami pomenovania:

- Priamka, ktorá má s kružnicou iba jediný spoločný bod, sa jej **dotýka**, preto ju voláme **dotýčnica kružnice**.
- Priamka, ktorá má s kružnicou spoločné dva body, ju **pretína**, **seká**, preto ju voláme **sečnica kružnice**.
- Priamka, ktorá s kružnicou nemá ani jeden spoločný bod, ju **nepretína**, **neseká**, preto ju voláme **nesečnica kružnice**.

- 2** Na ktorom z Jurajových obrázkov je dotýčnica, na ktorom sečnica a na ktorom nesečnica?

- 3** Ako sa volá úsečka, ktorá vznikne na priamke, ktorá je sečnicou kružnice?



- 4 Narysujte kružnicu k so stredom S a na nej 5 bodov J, K, L, M, N . Potom skúste narysovať dotyčnice kružnice k , ktoré prechádzajú danými bodmi. Nakoniec narysujte úsečky SJ, SK, SL, SM a SN a odmerajte obidva uhly, ktoré tieto úsečky zvierajú s príslušnou dotyčnicou.

Kolko rôznych veľkostí týchto uhlov ste namerali?

Lívia:

Mne pri bode J vyšli uhly 88° a 92° .

Lucia:

To určite nemáš dobre.

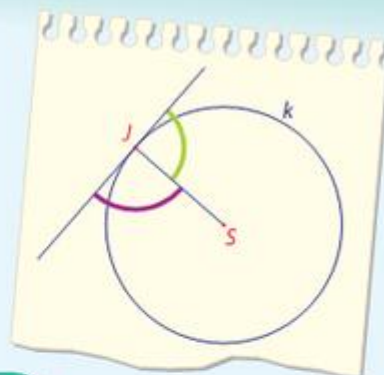
Lívia:

Ako to môžeš vedieť, keď si sa mi ani nepozrela do zošita?

Lucia:

Pozri sa, čo by sa stalo, keby som ti uverila:
V bode S by som narysovala uhol s veľkosťou 4°
a dostala by som niečo takéto:

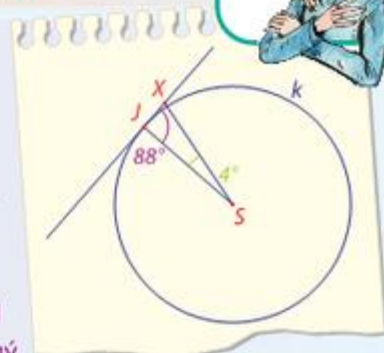
Potom by uhol SXJ pri vrchole X mal veľkosť
 $|\angle SXJ| = 180^\circ - 88^\circ - 4^\circ = 88^\circ$, čiže rovnakú ako uhol
pri vrchole J . Takže trojuholník XJS by bol rovnoramenný
s rovnako dlhými ramenami SJ a SX . SJ je polomer kružnice, teda aj SX by bol polomer.
To by však znamenalo, že aj bod X leží na kružnici k . Určite uznáš, že to nie je možné,
lebo dotyčnica nemôže mať s kružnicou spoločné 2 rôzne body J a X .



Lívia



Lucia

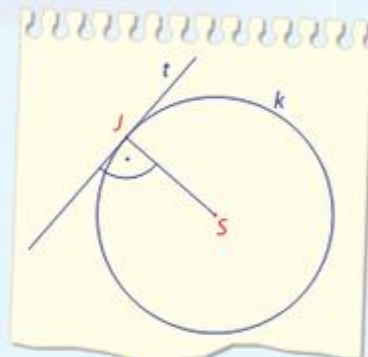


- 5 Ako by vyzeralo Luciino vysvetlenie, keby Lívia namerala uhol a) 89° , b) $89,5^\circ$?

- 6 Na základe Luciiných úvah slovne sformulujte tvrdenie, ktoré je nakreslené na obrázku.

- 7 Vráťte sa k úlohe 4 a vyriešte ju ešte raz s tým, že budete rysovať presne.

Aj vy ste pri rysovaní použili pravítko s ryskou?



Vzájomná poloha dvoch kružníc



- 1 Narysujte dve kružnice s polomerami 3 cm a 5 cm tak, aby nemali spoločný bod. Dokážete to urobiť tak, aby vzdialenosť ich stredov bola a) 0 cm, b) 1 cm, c) 2 cm, d) 3 cm, e) 6 cm, f) 8 cm, g) 9 cm?
- 2 Narysujte úsečku DG , $|DG| = 6$ cm a kružnice $k(D; 4$ cm), $l(G; 2$ cm), $m(D; 8$ cm). Čo pozorujete? Koľko spoločných bodov majú jednotlivé kružnice?

Vyšlo vám to rovnako ako Liborovi?

Libor:

Mne to vyšlo tak, že kružnice k a l sa dotýkajú, teda majú iba 1 spoločný bod.

Beáta:

Ako si tým môžeš byť taký istý? Nie je to iba tým, že si rysoval nepresne? Čo keď je to tak, že majú dva spoločné body, no sú pri sebe tak blízko, že na tvojom obrázku to nevidno?

Libor:

Nie, pozri sa. Keby mali tieto kružnice dva spoločné body, bol by jeden, označím ho X , nad úsečkou DG a druhý pod ňou. Všimni si teraz trojuholník XDG . Jeho strany by merali 6 cm, 2 cm a 4 cm.

Beáta:

Aha, už je to jasné. Veď v trojuholníku musí byť súčet dvoch strán väčší ako tretia strana, a to by v trojuholníku XDG neplatilo. Preto bod X musí byť na úsečke DG .

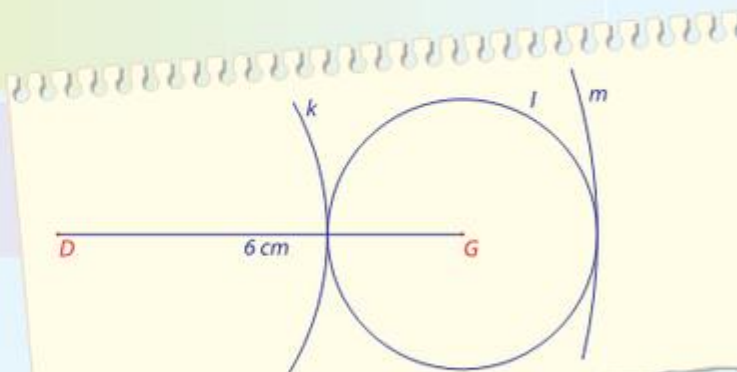
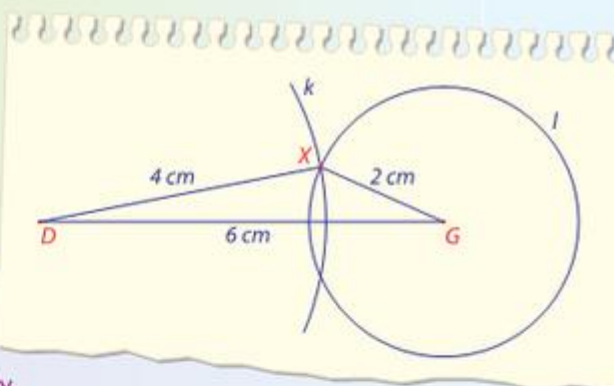
Libor:

Takže kružnice k a l sa dotýkajú.

Beáta:

Rovnako sa dotýkajú aj kružnice l a m .

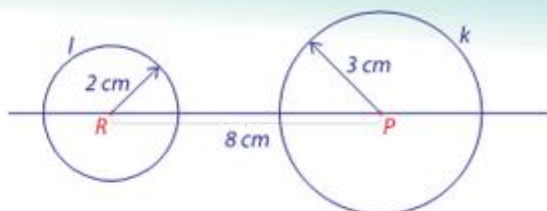
- 3 Dokončíte úvahu pre kružnice l a m .



Spoločný bod dvoch dotýkajúcich sa kružníc a stredy týchto kružníc ležia na jednej priamke.



- 4 Narysujte takú kružnicu so stredom na priamke RP , ktorá sa dotýka oboch kružníc na obrázku. Pozor, také kružnice sú štyri. Opíšte, kde ležia ich stredy a určte ich polomery.



- 5 Načrtnite (netreba rysovať) kružnice s polomeri 3 cm, 4 cm a 5 cm tak, aby každé dve z nich mali spoločný jediný bod. Nájdite čo najviac rôznych polôh týchto kružníc.



- 6 Nájdete všetkých 5 možných polôh kružníc z predchádzajúcej úlohy?

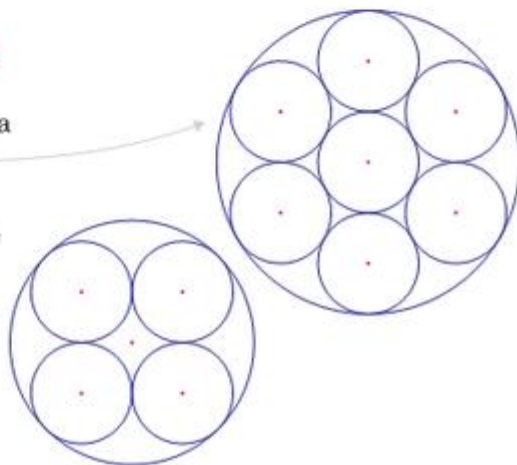
- 7 Pre každú polohu z predchádzajúcej úlohy určte vzdialenosti stredov kružníc (pre každú polohu sú to tri vzdialenosti).

Precvičte si, čo ste sa o kružniciach naučili.

- 8 Narysujte rovnaký obrázok. Veľká kružnica má polomer 9,6 cm.

- 9 Narysujte rovnaký obrázok. Malé kružnice majú polomer 2,5 cm.

- 10 Narysujte kružnicu k a na nej zvolte bod D . Narysujte štvorec $ABCD$, ktorého všetky vrcholy ležia na kružnici k .



- 11 Narysujte kružnicu k a na nej bod A . a) Zostrojte pravidelný šesťuholník $ABCDEF$, ktorého všetky vrcholy ležia na kružnici. b) V každom vrchole šesťuholníka narysujte dotýčnicu ku kružnici k .

- 12 Narysujte kružnicu, ktorej sa dotýkajú všetky priamky, na ktorých ležia strany a) obdĺžnika, b) štvorca.

- 13 Zvoľte si trojuholník a potom narysujte kružnicu, ktorá prechádza jeho vrcholmi.

- 14 Spojte sa s niekoľkými spolužiakmi a hľadajte trojuholníky, pre ktoré pri riešení predchádzajúcej úlohy bude stred zostrojenej kružnice ležať a) vnútri trojuholníka, b) mimo trojuholníka, c) na niektorej strane trojuholníka. Skúste sformulovať, kedy nastane každá z uvedených možností.

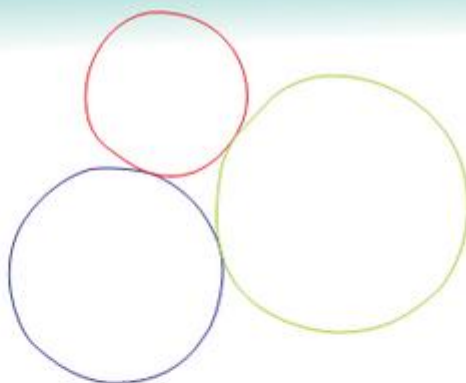
- 15 Narysujte rovnoramenný trojuholník so stranami 5 cm a 7 cm. Potom narysujte 3 kružnice so stredmi vo vrchoch trojuholníka tak, aby sa každé dve kružnice zvonka dotýkali. Najprv si obrázok načrtnite a potom vypočítajte polomery kružníc.

- 16 Riešte predchádzajúcu úlohu aj pre druhý z dvoch možných rovnoramenných trojuholníkov so stranami 5 cm a 7 cm.





- 17 Narysujte obrázok s tromi zvonku sa dotýkajúcimi kružnicami s polomerami 2,4 cm, 3,2 cm a 3,8 cm.



Tálesova kružnica



Kružnica má okrem vlastností, ktoré sme spomínali v predchádzajúcej kapitole, aj mnohé ďalšie. Niektoré môžu byť užitočné v bežnom živote, iné využijú len matematici. Na jednu takú vlastnosť sa teraz spolu pozrieme.



- 1 Rozdeľte sa do skupín. Všetci narysujte do svojich zošitov jednu kružnicu k aj s vyznačeným stredom S a priemerom AB . V rámci skupiny si vymeňte zošity. Na kružnici v spolužiakovom zošite zvolte bod X . Odmerajte uhol AXB . Aký výsledok ste dostali? Opäť si v rámci skupiny vymeňte zošity. Tentoraz na kružnici, ktorú máte pred sebou, zvolte bod Y , iný ako bod X . Odmerajte uhol AYB . Aký výsledok ste dostali v tomto prípade? Aký výsledok dostali vaši spolužiaci? Myslite si, že to je náhoda?

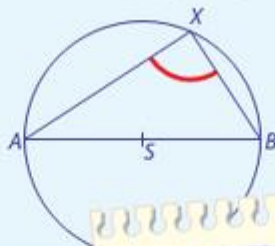
Predpokladáme, že vám všetky uhly vyšli pravé alebo veľmi blízko veľkosti 90° . Pri presnom rysovaní a meraní by mali byť všetky tieto uhly pravé. Pokúste sa sami zdôvodniť, prečo je to tak. Budeme vám dávať postupne pomôcky, ktoré vám zdôvodnenie môžu uľahčiť.

- 2 Zdôvodnite, prečo je každý uhol AXB pravý.

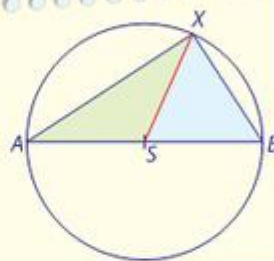
Možno vám v zdôvodňovaní pomôžu Jurajove rady.

Juraj:

Ja som si najskôr dokreslil úsečku XS . Vznikli dva trojuholníky. Pomocou nich sa to dokáže ľahšie.



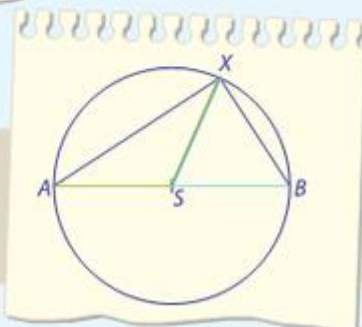
Juraj



- 3 Viete už teraz zdôvodniť, že uhol AXB musí byť pravý? Ak nie, pomôžte si ďalšími Jurajovými radami.

Juraj:

Tie dva trojuholníky sú rovnoramenné, takže v každom z nich sú dva uhly zhodné.



4 Prečo sú trojuholníky ASX a BSX rovnoramenné?

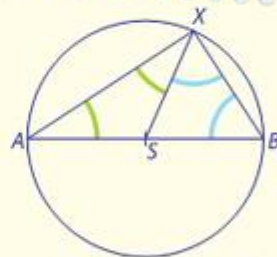
5 Ktoré uhly v každom trojuholníku sú zhodné?

6 Pokúste sa dokončiť zdôvodnenie, že uhol AXB je pravý. Všimnite si, že tento uhol sa skladá z dvoch menších uhlov. Využite aj to, že súčet uhlov v každom trojuholníku je 180° .



Juraj:

Farebne si vyznačím rovnako veľké uhly: Vidím, že uhol AXB sa skladá z jedného zeleného a jedného modrého uhla. Zároveň celý trojuholník ABX má vnútorné uhly, ktorých súčet sú dva zelené a dva modré uhly. Takže súčet dvoch zelených a dvoch modrých uhlov je 180° . Potom súčet jedného zeleného a jedného modrého uhla musí byť polovica, teda 90° , a práve to je veľkosť uhla AXB .

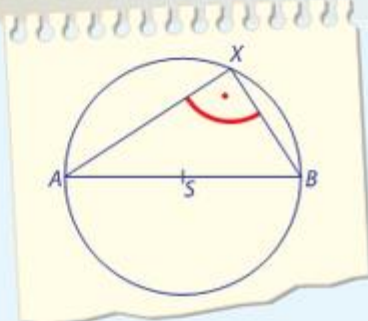


Juraj



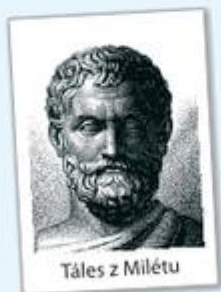
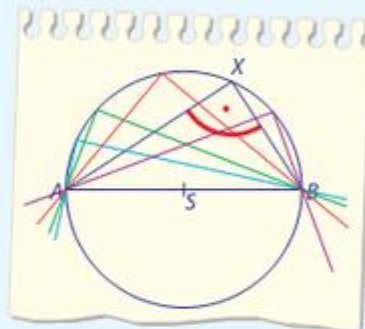
Zdôvodnili sme teda, že každý uhol AXB , kde AB je priemer kružnice k a bod X leží na kružnici k (mimo bodov A a B), je pravý.

7 Narysujte kružnicu k s priemerom AB . Zostrojte bod Z , ktorý leží a) vnútri kružnice k , b) zvonka kružnice k . Odmerajte veľkosť uhla AZB . Aká veľkosť vyšla vašim spolužiakom? Čo pozorujete?



Z našich pozorovaní sa zdá, že ak bod Z leží vnútri kružnice, uhol AZB je tupý, a ak leží zvonka kružnice, uhol AZB je ostrý. Ak bod Z leží na kružnici, uhol AZB je pravý.

Môžeme teda povedať, že kružnicu k s priemerom AB tvoria vrcholy pravých uhlov, ktorých ramená prechádzajú bodmi A , B . (Neplatí to pre celú kružnicu – platí to pre všetky body kružnice okrem bodov A a B .)



Táles z Milétu

Na túto vlastnosť kružnice prišli ľudia dávno v minulosti. Jeden z pravdepodobných objaviteľov bol aj Táles z Milétu.

8 Nájdite informácie o Tálesovi z Milétu. Aké boli jeho najvýznamnejšie objavy?



Práve po Tálesovi z Milétu je táto vlastnosť pomenovaná. Hovoríme, že kružnica, ktorá má uvedenú vlastnosť, je Tálesova.

Asi vám napadlo, že uvedenú vlastnosť má každá kružnica. Máte pravdu. Každá kružnica je vlastne Tálesova kružnica, no pomenujeme ju tak iba vtedy, keď využívame túto jej vlastnosť.

Na jedno také využitie sa teraz pozrieme.

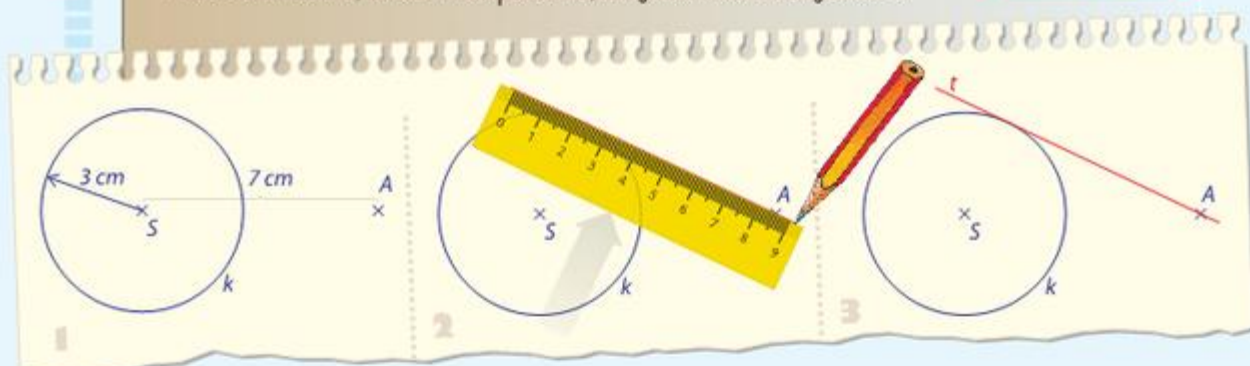
- 9** Narysujte do zošita kružnicu $k(S; 3 \text{ cm})$ a bod A , pre ktorý platí, že $|AS| = 7 \text{ cm}$. Pokúste sa čo najpresnejšie narysovať dotyčnicu t ku kružnici k , ktorá prechádza bodom A .

Rysovali ste podobne ako Juraj?

Juraj:

- Najskôr som si narysoval to, čo je dané.
- Potom som k bodu A priložil pravítko a snažil som sa ho nastaviť tak, aby sa dotklo kružnice k .
- Keď sa mi zdalo, že sa mi to podarilo, narysoval som dotyčnicu t .

Juraj



Konštrukcia, ktorú spravil Juraj, je v bežnom živote častá. Priložíme pravítko tak, aby sme dostali čo najpresnejší výsledok.

Matematici sa v minulosti dohodli, že riešenia budú zostrojovať tak, aby nepoužívali približné nastavovanie pravítka ani podobné, nie celkom presné, postupy. Pravítko na narysovanie priamky použijú iba vtedy, keď budú poznať dva body, ktorými má priamka prechádzať. (Táto situácia však v Jurajovej konštrukcii nenastala. Vedel, že priamka musí prechádzať dotykovým bodom na kružnici, ale presnú polohu tohto dotykového bodu nepoznal – iba sa ju pokúšal čo najpresnejšie odhadnúť.) Viac o takýchto myšlienkovy presných konštrukciách si povieme na strednej škole.



Pozrime sa teraz, ako by vyzerala matematicky presná konštrukcia dotýčnice t .

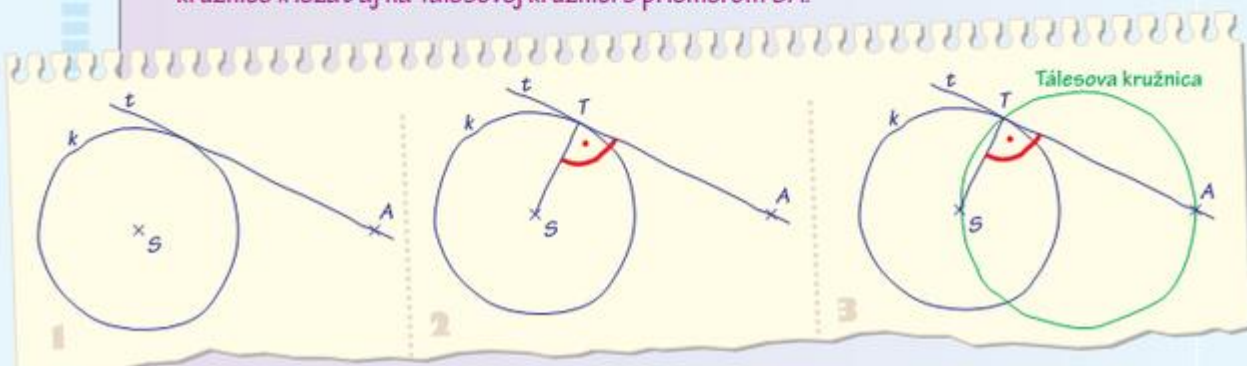
Zuzana



Zuzana:

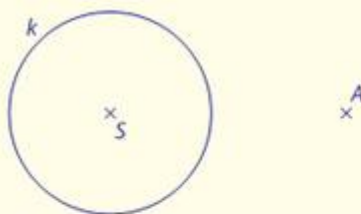
Ja začnem od konca:

- Spravím si náčrt toho, ako to má vyzeráť na konci – po narysovaní.
- Už viem, že každá dotýčnica kružnice je kolmá na príslušný polomer, preto si ho dokreslím do obrázka. Bod dotyku priamky a kružnice označím T .
- Všimla som si, že pri bode T je pravý uhol STA . To však znamená, že bod T bude okrem kružnice k ležať aj na Tálesovej kružnici s priemerom SA !

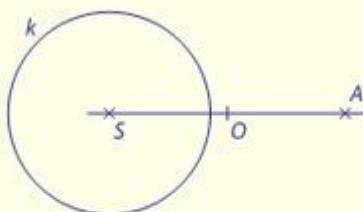


Takže postup s využitím Tálesovej kružnice je teraz jasný:

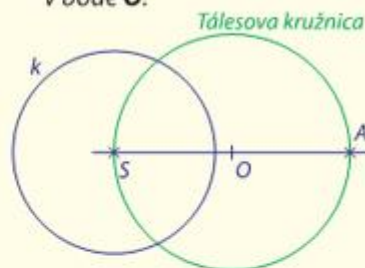
1. Narysujem to, čo mám dané.



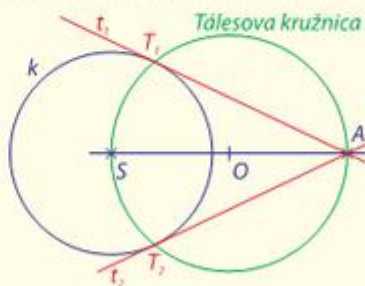
2. Zostrojím priemer SA Tálesovej kružnice a nájdem jej stred O .



3. Zostrojím Tálesovu kružnicu s priemerom SA , ktorá má stred v bode O .



4. Tam, kde sa Tálesova kružnica pretne s kružnicou k , je bod dotyku kružnice a priamky. Také body sú až dva. Označím ich T_1 a T_2 . Zostrojím priamky T_1A a T_2A . To sú zároveň dotýčnice kružnice k , ktoré prechádzajú bodom A .



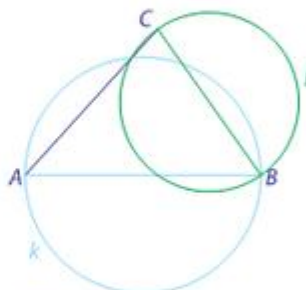


- 10** Narysujte kružnicu $k(S; 2 \text{ cm})$ a bod A , ktorý je od bodu S vzdialený 9 cm . S využitím Tálesovej kružnice zostrojte obidve dotýčnice ku kružnici k , ktoré prechádzajú bodom A .

- 11** Zvoľte si a) ostrouhlý, b) tupouhlý trojuholník a pomocou Tálesových kružníc a pravítka bez rysky zostrojte kolmice z vrcholov trojuholníka na protiľahlé strany.



- 12** V trojuholníku ABC sme zostrojili kružnicu k s priemerom AB a kružnicu l s priemerom BC . Vysvetlite, prečo druhý z priesečníkov týchto kružníc leží na priamke AC .

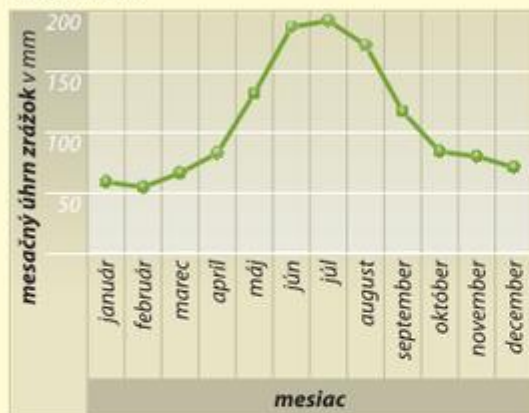


Zrážky



Množstvo zrážok (dážď, sneh) sa udáva v milimetroch (mm), pritom 1 mm predstavuje 1 liter vody na 1 m^2 . Ak sčítame množstvo zrážok, ktoré na danom mieste bolo počas daného mesiaca, dostaneme mesačný úhrn zrážok.

Nasledujúci graf znázorňuje mesačný úhrn zrážok na Skalnatom plese v jednotlivých mesiacoch:



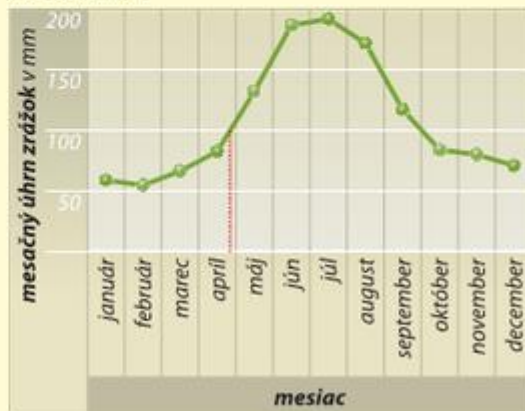
Úloha 1: Tvrdenia v nasledujúcej tabuľke sa týkajú predchádzajúceho grafu. O každom tvrdení rozhodnite, či je pravdivé alebo nepravdivé.

1. Najväčší mesačný úhrn zrážok bol v júli.
2. Mesačný úhrn zrážok nikdy neklesol pod 50 mm .

3. Väčšinu roka je mesačný úhrn zrážok väčší ako 100 mm .
4. Mesačný úhrn zrážok je v decembri menší ako v januári.
5. Mesačný úhrn zrážok sa zväčšuje od januára do júna.
6. Nárast množstva zrážok medzi marcom a aprílom je menší ako medzi aprílom a májom.
7. Najväčší pokles množstva zrážok nastal medzi septembrom a októbrom.

Úloha 2: Čo najpresnejšie odhadnite úhrn zrážok za 2. štvrtrok uvedeného roka.

Úloha 3: Janko do grafu prikreslil prerušovanú čiaru (pozri obrázok) a povedal: „Z grafu vidno, že ku koncu apríla spadlo na Skalnatom plese asi 100 mm zrážok.“ Má Janko pravdu? Svoju odpoveď zdôvodnite.



Výsledky úloh

Pripomínáme si a niečo aj pridávame

Zlomok ako časť celku

Zlomky a ich znázornenie

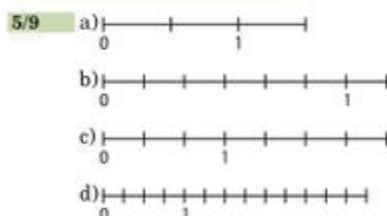
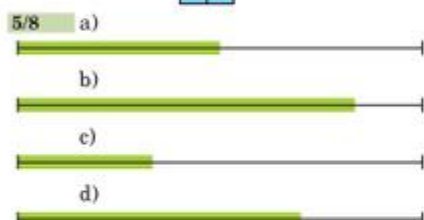
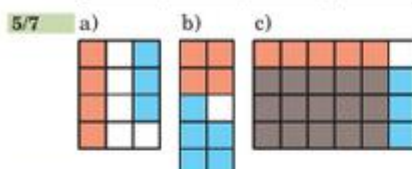
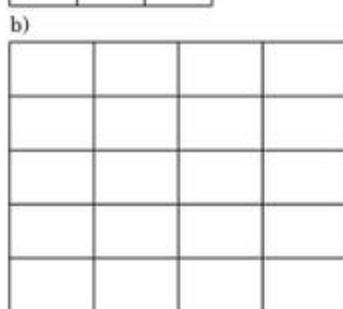
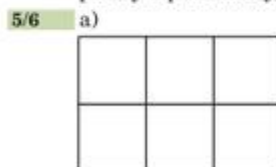
4/1 a) $\frac{2}{9}$, b) $\frac{4}{5}$, c) $\frac{9}{14}$, d) $\frac{3}{6}$ alebo $\frac{1}{2}$.



5/3 a) $\frac{5}{2}$, b) $\frac{4}{3}$, c) $\frac{13}{4}$.

5/4 a) $\frac{1}{3}$, b) $\frac{2}{5}$, c) $\frac{3}{8}$.

5/5 a) pätiny a desatiny, b) tretiny, pätiny a pätnástiny, c) sedminy.



5/10 Soňa dostala 30 a Andrej 24 pohľadníc.

5/11 a) $\frac{3}{5}$, b) $\frac{3}{20}$, c) $\frac{2}{5}$.

5/12 Všetci dostali rovnako.

Rovnosť zlomkov, ich rozširovanie a krátenie

6/1 Napr.: a) $\frac{2}{4}$ alebo $\frac{1}{2}$, b) $\frac{8}{12}$ alebo $\frac{2}{3}$,

c) $\frac{4}{6}$ alebo $\frac{2}{3}$, d) $\frac{3}{10}$ alebo $\frac{6}{20}$.

6/2 a) $\frac{6}{20}$, b) $\frac{9}{30}$, c) $\frac{18}{60}$, d) $\frac{33}{110}$, e) $\frac{60}{200}$.

6/3 a) $\frac{25}{30}$, b) $\frac{30}{36}$, c) $\frac{24}{16}$, d) $\frac{42}{8}$.

6/4 a) $\frac{10}{12}$, b) $\frac{25}{30}$, c) $\frac{12}{8}$, d) $\frac{147}{28}$, e) $\frac{525}{100}$.

6/5 a) $\frac{1}{3}$, b) $\frac{28}{12}$, c) $\frac{7}{3}$, d) $\frac{6}{4}$.

6/6 $\frac{7}{3}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{17}{7}$, $\frac{1}{2}$.

6/7 a) $\frac{16}{6}$, b) $\frac{4}{3}$, c) $\frac{12}{8}$, d) $\frac{7}{5}$, e) $\frac{60}{25}$.

Racionálne čísla

Čo je racionálne číslo?

7/1 417; 13,5; 6,6; 4,25; 0,062 5; 0,093 75

7/2 4,6; 4,81; 4,243; 0,557 142 8

7/3 Napr.: a) 8 : 2, b) 76 : 1, c) 1 : 100, d) 1 : 5, e) 11 : 10, f) 34 : 10, g) 1 202 : 100.

7/4 Všetky. Dajú sa zapísať ako podiel dvoch prirodzených čísel.

Napr.: $0,017 = \frac{17}{1\,000}$.

7/5 0,8; 8,25; 12,2; 1,312 5; 0,031 25

8/6 Napr.: $\frac{47}{10}$; $\frac{214}{100}$; $\frac{3\,814}{1\,000}$; $\frac{124}{10\,000}$;

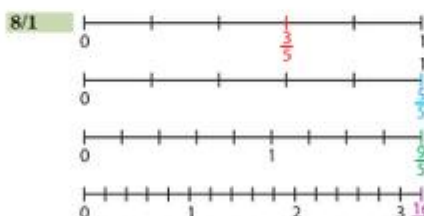
$\frac{1\,237\,498}{100\,000}$.

8/7 0,063; 0,037 693; 93,23

8/8 0,336 4; 0,31; 85,149

8/9 4; 1; 35; 4; 55; 8

Číselná os a porovnávanie racionálnych čísel

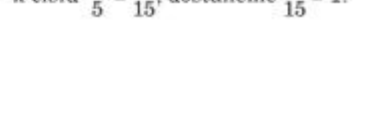
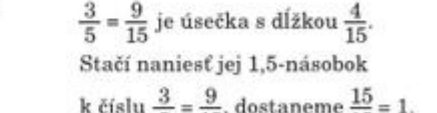
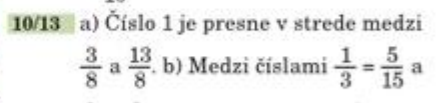
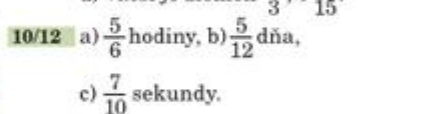
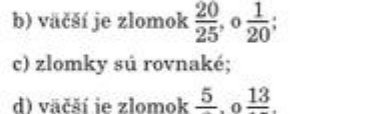
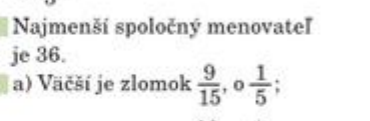
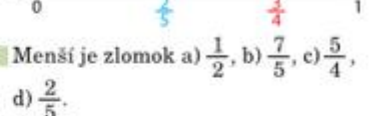
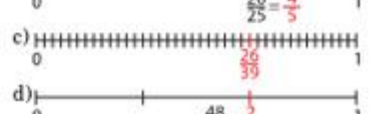
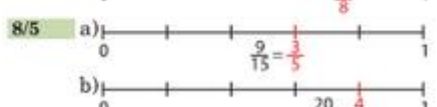
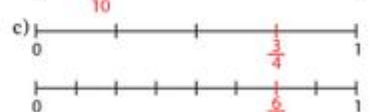
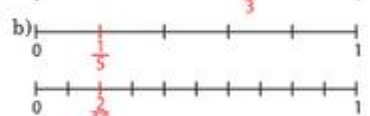
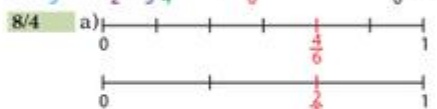
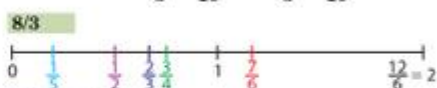


8/2 Napr.: a) $A = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $B = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$;

b) $C = \frac{1}{5} = \frac{2}{10}$; $D = \frac{4}{5} = \frac{8}{10}$;

c) $E = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$; $F = \frac{6}{6} = \frac{3}{3}$;

d) $G = \frac{7}{5} = \frac{14}{10}$; $H = \frac{28}{5} = \frac{56}{10}$.



Sčítanie a odčítanie zlomkov

10/1 a) $\frac{6}{7}$, b) $\frac{4}{15}$, c) $\frac{12}{20}$, d) $\frac{9}{23}$

10/2 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

10/3 $\frac{29}{35}$

10/4 $\frac{1}{8} \cdot \frac{31}{36}$

11/5 a) $\frac{9}{8}$, b) $\frac{31}{36}$, c) $\frac{1}{8}$, d) $\frac{23}{36}$

11/6 a) $\frac{109}{42}$, b) $\frac{56}{84}$

11/7 $\frac{13}{12}$

11/8 $\frac{2}{3}$

12/9 $\frac{47}{42}$, $\frac{47}{48}$, $\frac{65}{84}$, $\frac{37}{32}$, $\frac{65}{36}$, $\frac{1}{72}$, $\frac{5}{66}$, $\frac{119}{132}$

$\frac{1}{135}$, $\frac{1}{34}$

12/10 Júlo mal nesprávne 5 výsledkov:

$\frac{51}{28}$, $\frac{310}{70}$, $\frac{115}{105}$, $\frac{1}{324}$, $\frac{213}{980}$

Násobenie a delenie zlomkov

12/1 a) $\frac{6}{7}$, b) $\frac{9}{8}$, c) $\frac{18}{5}$, d) $\frac{36}{11}$, e) $\frac{68}{6}$

12/3 $\frac{87}{8}$

12/4 $\frac{9}{4}$, $\frac{16}{5}$, $\frac{30}{7}$, $\frac{51}{8}$, $\frac{14}{11}$, $\frac{20}{7}$

13/5 $2\frac{1}{2}$, $2\frac{2}{3}$, $5\frac{1}{4}$, $7\frac{3}{5}$, $1\frac{3}{8}$, $1\frac{11}{13}$

13/6 $3\frac{2}{10}$, $1\frac{84}{100}$, $2\frac{501}{1000}$, $13\frac{3826}{10000}$

13/7 $\frac{1}{28}$, $\frac{10}{27}$, $\frac{54}{77}$, $\frac{26}{50}$, $\frac{15}{104}$, $\frac{10}{126}$

13/8 $\frac{24}{56}$, $\frac{28}{42}$, $\frac{21}{51}$, $\frac{66}{33}$

13/9 Výsledok je vždy 1.

13/10 $\frac{7}{4}$, $\frac{18}{15} = \frac{6}{5}$, $\frac{63}{66} = \frac{21}{22}$, $\frac{65}{20} = \frac{13}{4}$, $\frac{39}{40}$

13/11 $\frac{7}{56} = \frac{1}{8}$, $\frac{35}{56} = \frac{5}{8}$, $\frac{14}{4} = \frac{7}{2}$, $\frac{77}{92}$

Výpočty so zlomkami na kalkulačke

13/1 a) 7, b) Výsledok môže závisieť od kalkulačky, ktorú žiak používa.

14/2 a) 7, b) 2, c) 54, d) 0.

14/3 a) 3,4; b) 3,4; c) 8,5; d) 6,4.

tab. 1

Dané číslo	320	1 667	23 600	32 000	167 700	2 360 000	10 000	1 000 000	203 000
1 % z daného čísla	0,32	1,667	23,6	32	167,7	2 360	10	1 000	203
7 % z daného čísla	2,24	11,669	165,2	224	1 173,9	16 520	70	7 000	1 421

14/4 Napr.: a) $2 \cdot 8 : 5$; b) $3 \cdot 3 : 2$;

c) $3 : 4 + 3 \cdot 2 : 5$,

d) $8 : 2 - 2 : 3 \cdot 6 : 8$.

14/5 1; 0,075; 0,3; 1,35; 0

14/6 a) 0,38, b) 0,10, c) 0,539 756,

d) 0,004 428, e) 0,762 387

14/7 a) 0,097, b) 2,85, c) 0,272 078,

d) 4,126.

Časti celku, percentá a promile

15/1 a) Červenou je vyfarbená $\frac{1}{4}$,

zelenou $\frac{1}{2}$, modrou a fialovou $\frac{1}{8}$.

b) Červenou je vyfarbených 25 %, zelenou 50 %, modrou a fialovou 12,5 %.

15/2 a) 20 %, b) 75 %, c) 62,5 %, d) 70 %, e) 65 %, f) 68,75 %, g) 96,875 %, h) 132,5 %.

15/3 Batéria je dobíť na približne 67 %.

Jedno percento, jedno promile

16/1 a) aj b) má rovnaké výsledky: 761; 76,1; 7,61; 0,761; 0,076 1; 0,007 61.

16/2 a) aj b) má rovnaké výsledky: 76,1; 7,61; 0,761; 0,076 1; 0,007 61; 0,000 761.

16/3 a) 237,7; b) 7,71; c) 0,106;

d) 0,003 237; e) 0,000 7.

16/4 a) 1,2 %, b) 20 %, c) 2,6 %, d) 0,32 %.

16/5 a) 120 ‰, b) 2 000 ‰, c) 260 ‰, d) 32 ‰.

16/6 a) 16; b) 28; c) 200; d) 3,368.

16/7 a) 170; b) 20; c) 0,2; d) 1,5.

16/8 (Pozri tab. 1)

17/10 Jano chápe zadanie tak, že Viera dostala jednu šestinú z celkového počtu sliviek. Róbert chápe zadanie tak, že Viera dostala jednu šestinú zo zvyšku. Bez spresnenia zadania sa nedá povedať, kto z nich to má správne.

17/11 13,75

17/12 a) 2,45; b) $\frac{22}{45}$

17/13 1,35; 0,444; 11,34; 3 029,34; 13,2

17/14 O 300 %.

17/15 a) O 100 %, b) o 200 %, c) o 400 %.

Aký je celok?

18/1 a) 72, b) 360, c) 2 400, d) 24 000.

18/2 a) 120; 600; 4 000; 40 000;

b) 8,4; 42; 280; 2 800.

18/3 a) 1 800; b) 720 000; c) 63; d) 270;

e) 0,6.

18/4 a) 33 000; b) 7 000; c) 3 270;

d) 360; e) 2 731; f) 200 000.

18/5 a) 7,20 €, b) 3,60 €, c) 2,40 €, d) 1,80 €, e) 1,44 €, f) 0,80 €.

18/6 a) 24, b) 20, c) 26 sliviek.

18/7 a) 45,5; b) 85,312 5; c) 210; d) 210.

18/8 a) 500, b) 7 500, c) 2,5, d) 101,5.

18/9 a) 5 000, b) 75 000, c) 25, d) 1 015.

Aká časť celku to je? Koľko je to percent? Koľko promile

19/2 $\frac{5}{3206}$, $\frac{5}{120}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{98}{3206}$, $\frac{98}{120}$, $\frac{98}{9}$, $\frac{4523}{3206}$, $\frac{4523}{120}$, $\frac{4523}{9}$

19/4 a) $\frac{17,5}{30}$, b) $\frac{20}{32}$, c) $\frac{51,2}{32}$, d) $\frac{15}{40}$, e) $\frac{45}{25}$

19/5 5 %.

19/6 20 %, 65 %, 103,125 %, 5 %, 125 %, 1,5 %.

19/7 a) 21 m, b) 6 m, c) 20 m.

Rôzne základy

21/3 a) 12 €, b) 17,5 €, c) 16,8 €.

21/4 25 €.

21/5 3,25 €. Celkovo zľacnie o 75 %.

21/6 Napr.: 125 a 100, 5 a 4, 10 a 8. Jana má o 20 % menej známk ako Peter.

21/7 Napr.: 100 – 80 – 96, 50 – 40 – 48, 200 – 160 – 192. Celkovo tento tovar zľacnel o 4 %.

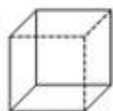
21/8 a) Viola – 4 232 m², Pavla – 3 680 m², Ružena – 5 290 m², b) Viola – 2 944 m², Pavla – 2 560 m², Ružena – 3 680 m², c) Viola – 3 680 m², Pavla – 3 200 m², Ružena – 4 600 m². Pavla má záhradu menšiu ako Pavla v každej z možností o približne 30,43 %.

21/9 O 19 %.

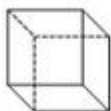
21/10 Ak cena stúpne o 20 % a množstvo tovaru ostane nezmenené.

Kocky a kvádre

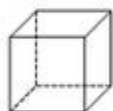
22/3



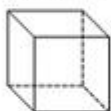
podhlád zľava



podhlád sprava

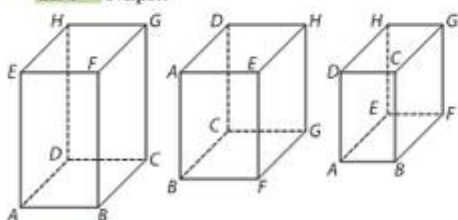


nadhlád sprava



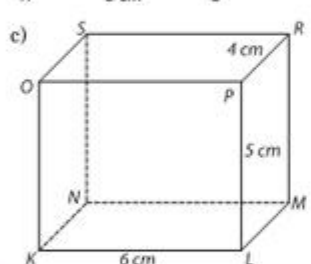
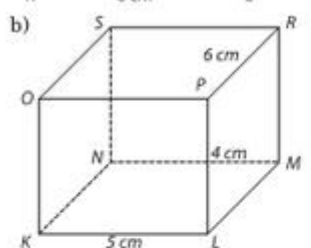
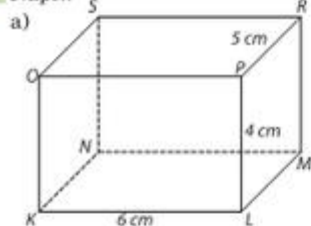
nadhlád zľava

22/4 Napr.:



23/5 GILOTÍNA, KILOBAJT, PENZISTA, LEGIONÁR.

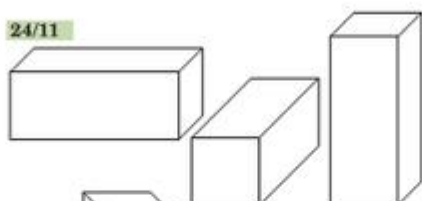
23/6 Napr.:



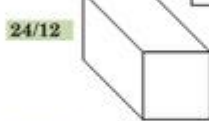
24/9 Karol určil správne rozmery hrán v prednej stene: 2 cm a 5 cm. Nesprávne určil dĺžku šikmej hrany.

24/10 Rovnaký kváder môže byť znázornený na obrázkoch a), c), d).

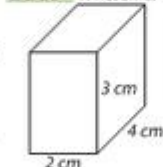
24/11



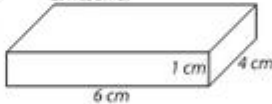
24/12



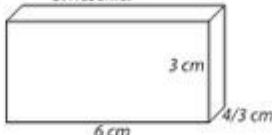
24/13 1. riešenie:



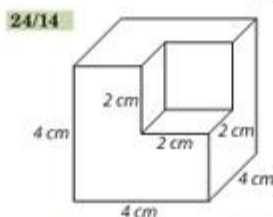
2. riešenie:



3. riešenie:



24/14



24/15 a)



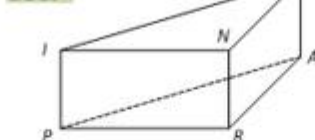
b)



c)

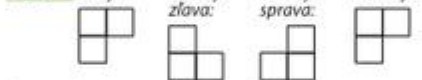


24/16



Nárys, bokorys a pôdorys

25/1



tab. 2

Teleso	Nárys	Bokorys zľava	Bokorys sprava	Pôdorys

25/2 Zakaždým je to štvorec so stranou 2 cm.

25/3 Nárys je obdĺžnik s rozmermi 5 cm a 3 cm, bokorys obdĺžnik s rozmermi 3 cm a 4 cm a pôdorys je obdĺžnik s rozmermi 5 cm a 4 cm.



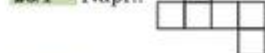
25/4 Zo 4, 4 a z 8 kociek. (Pozri tab. 2)

25/5

	Nárys	Pôdorys	Bokorys zľava
a)			
b)			
c)			

Sieť a povrch kocky a kvádra

26/1



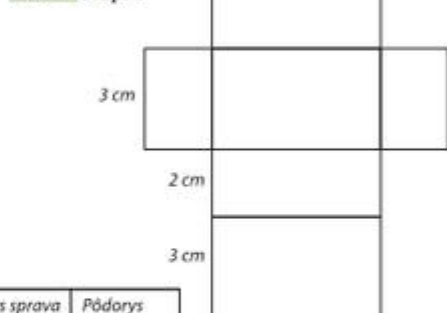
26/2

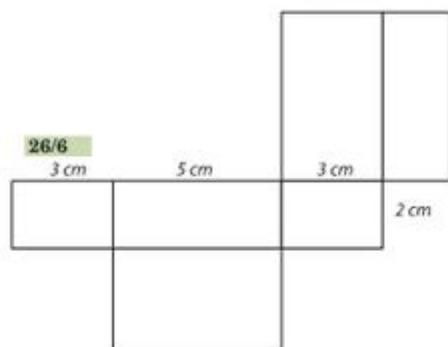
Sieť kocky je na všetkých obrázkoch.

26/3



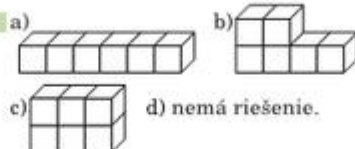
26/5





26/6

27/12



Jednotky objemu a objem kvádra a kocky

- 29/4 $1 \text{ cm}^3 = 1\,000 \text{ mm}^3$
 $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000 \text{ mm}^3$
 $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$
 $1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3 = 1\,000\,000\,000\,000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$

29/5 (Pozri tab. 3)

29/6 (Pozri tab. 4)

29/7 Po riadkoch: dm^3 , mm^3 , m^3 , m^3 , m^3 , dm^3 .

29/8 a) 88 dm^3 , b) $1\,320 \text{ dm}^3$,
 c) 100 dm^3 , d) 800 dm^3 .

29/9 a) $1\,320\,000 \text{ cm}^3$,
 b) $1\,320\,000\,000 \text{ mm}^3$, c) $1,32 \text{ m}^3$.

30/10 $171,36 \text{ cm}^3 = 0,171\,36 \text{ dm}^3$

30/11 a) 140 cm^3 , 7 cm , 14 cm , $2,5 \text{ cm}$,
 b) 27 cm^3 , $1\,728 \text{ cm}^3$, 2 cm , 4 cm .

31/12 20, 30, 4 000

31/13 a) 1; 1 000; 1 000 000, b) 1.

31/14 Po stĺpcoch: $14\,000\,000\,000 \text{ mm}^3$;
 $6,1 \text{ cm}^3$; $0,100\,2 \text{ dm}^3$;
 $0,000\,000\,054 \text{ m}^3$; $3\,400 \text{ cm}^3$;
 $0,9 \text{ ml}$; $0,010\,07 \text{ dl}$; $10\,030 \text{ dl}$;
 $84,07 \text{ ml}$; $0,001\,740\,7 \text{ dl}$.

31/15 28,35 litra.

31/16 Napr. kváder s rozmermi
 $3 \text{ cm} \times 7 \text{ cm} \times 42 \text{ cm}$, alebo
 $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$.

Kombinatorika

32/1 21 možností.

32/2 18 možností.

32/3 18 možností.

32/4 $28 - 10 = 18$ možností

A1 A2 A3 A4 A5

B1 B2 B3 B4 B5

C1 C2 C3 C4 C5

AB AC

BC

12–13–14–15

23–24–25

34–35

45

32/5 a) 10 možností, b) 8 možností.

32/6 a) 12 možností, 10 možností,

b) 14 možností, 12 možností,

c) 34 možností, 32 možností.

32/7 a) 10, b) 3, c) 30.

33/8 a) 49, b) 63, c) 38 možností.

33/9 a) 14, b) 29, c) 45, d) 62 zápasov.

33/10 a) 19, b) 37, c) 54, d) 70 zápasov.

33/11

	Chlapci			
	Nezmení	o 1	o 2	o 3
Dievčatá	Nezmení	0	16	32
	o 1	12	29	46
	o 2	24	42	60
	o 3	36	55	74

33/12

	Chlapci			
	Nezmení	o 1	o 2	o 3
Dievčatá	Nezmení	0	16	32
	o 1	12	27	42
	o 2	24	38	52
	o 3	36	49	62

33/13 Odohrá sa 45 zápasov. Vo výpočte $10 \cdot 10$ je započítaný každý zápas dva razy, hoci sa hrá iba raz. Okrem toho sú tam zarátané aj zápasy účastníkov so sebou samými.

33/14 a) 36, b) 55, c) 78, d) 120 zápasov.

33/15 a) 30, b) 42.

33/16 a) 21, b) 25, c) 34.

33/17 a) 9, b) 16, c) 25.

33/18 a) 6, b) 10, c) 15.

33/19 a) 10, b) 21.

Priama a nepriama úmernosť

Priama úmernosť

34/1 6; 1,5; 12; 12; 12; 0,5; 12; 0,75

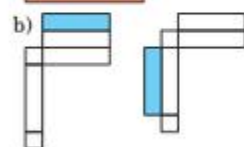
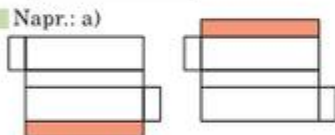
34/2 11,25 litra.

35/3 a) 28,8 litra; b) 4,5 litra;

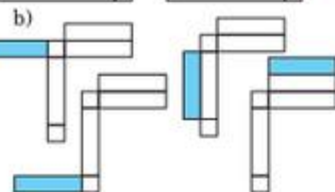
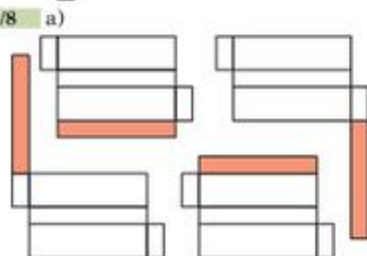
c) 8 litrov; d) 35 litrov; e) 12 fliaš;

f) 25 fliaš.

26/7 Napr.: a)



26/8 a)



27/9 54 cm^3

27/10 a) 94 cm^3 , b) 94 cm^3 .

27/11 a) $2 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} + 2 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} + 2 \cdot 12 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 2 \cdot (5 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} + 5 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} + 12 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm}) = 426 \text{ cm}^3$,
 b) $2 \cdot 2,7 \text{ dm} \cdot 3,4 \text{ dm} + 2 \cdot 2,7 \text{ dm} \cdot 5,9 \text{ dm} + 2 \cdot 3,4 \text{ dm} \cdot 5,9 \text{ dm} = 2 \cdot (2,7 \text{ dm} \cdot 3,4 \text{ dm} + 2,7 \text{ dm} \cdot 5,9 \text{ dm} + 3,4 \text{ dm} \cdot 5,9 \text{ dm}) = 90,34 \text{ dm}^3$.

tab. 3

mm^3	cm^3	dm^3	m^3	km^3
2 700 000 000	2 700 000	2 700	2,7	0,000 000 002 7
20 000 000	20 000	20	0,02	0,000 000 000 02
30 000 000 000	30 000 000	30 000	30	0,000 000 03
760 000 000	760 000	760	0,76	0,000 000 000 76
300 000 000 000	300 000 000	300 000	300	0,000 000 3

tab. 4

m^3	mm^3	km^3	cm^3
3 500	3 500 000 000 000	0,000 003 5	3 500 000 000
2	2 000 000 000	0,000 000 002	2 000 000
80	80 000 000 000	0,000 000 08	80 000 000

diagram 2a 200 opýtaných (Košický kraj)

90 (k moru)

64 (do hôr)

46 (nikde)

- 35/4 (Pozri tab. 5)
 35/5 (Pozri tab. 6)
 35/6 0,85 je cena za 1 kg – tzv. jednotková cena. 1,176 47... určuje, koľko kilogramov jabĺk možno kúpiť za 1 €.
 35/7 Pretože v poslednom stĺpci sme cenu za 3,27 kg jabĺk zaokrúhlili.

diagram 1



diagram 2b 200 opýtaných (Košický kraj)

diagram 2c 200 opýtaných (Košický kraj)



Nepriama úmernosť

- 36/1 55 eur.
 36/2 a) 2,5 hodiny (2 h 30 min), b) 2 hodiny, c) 1,25 hodiny (1 h 15 min).
 36/3 (Pozri tab. 7)

diagram 3a 213 opýtaných (Žilinský kraj)

78 (k moru)

45 (do hôr)

90 (nikde)

Priama či nepriama úmernosť? Alebo niečo celkom iné?

diagram 3b 213 opýtaných (Žilinský kraj)



- 37/1 a) Za 18 dní. b) Za 36 dní.
 37/2 a) 144 minút, b) 0,04 minúty.
 37/3 a) 1,6 hodiny, b) 1,6 hodiny.
 37/4 a) 14,80 €, b) 25,90 €.
 37/5 a) 10, b) 10, c) 11.
 37/6 a) 84-krát, b) 168-krát.
 37/7 a) 24 hodín, b) 12 hodín.
 37/8 144 kilogramov.
 37/9 Niektoré pomaranče mohli byť väčšie, a preto ich v 145 kilogramoch bolo menej.
 38/10 a) 1,2 metra, b) 3 metre.
 38/11 a) 4, b) 56,25.
 38/12 a) 300, b) 800, c) 429,4.
 38/14 Za 8 minút.

Diagramy

- 39/2 Lebo sme merali, a teda to nie sú presné údaje.
 39/3 (Pozri diagram 1)
 39/4 (Pozri diagram 2a, 2b, 2c)
 39/6 (Pozri diagram 3a, 3b)
 40/7 (Pozri diagram 4a, 4b, 4c)

tab. 5

Hmotnosť	1 kg	2 kg	5 kg	4 kg	1,6 kg	2,4 kg	3,2 kg	3,27 kg
Cena	0,85 €	1,70 €	4,25 €	3,40 €	1,36 €	2,04 €	2,72 €	2,77 €

tab. 6

Hmotnosť	1 kg	2 kg	5 kg	4 kg	1,6 kg	2,4 kg	3,2 kg	3,27 kg
Cena	0,85 €	1,70 €	4,25 €	3,40 €	1,36 €	2,04 €	2,72 €	2,77 €
Cena : hmotnosť	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	0,847...
Hmotnosť : cena	1,176 47...	1,176 47...	1,176 47...	1,176 47...	1,176 47...	1,176 47...	1,176 47...	1,180 5...

tab. 7

Počet spolužiakov	5	6	8	10	12	15	24	30
Každý zaplatí	12 €	10 €	7,5 €	6 €	5 €	4 €	2,5 €	2 €

diagram 4a



diagram 4b



diagram 4c



- 40/8 a) Škótska národná strana: 1,7 %, Britská národná strana: 1,9 %, UK Independence: 3,1 %.
b) Polepšila si Liberálnodemokratická strana a mierne aj Konzervatívna strana, pohoršila si Labouristická strana.

40/11 (Pozri diagram 5)

40/12 (Pozri diagram 6)

40/13 (Pozri diagram 7)

Finančná matematika

Dane

- 41/1 a) 15,2 €, b) 21,28 €, c) 9,49 €.
41/2 a) 178,95 €, b) 45,48 €, c) 65,27 €. Tento príjem nemusí byť presný, lebo daň sa zaokrúhľuje.
41/3 0,85 €, 9,35 €.
41/4 16,90 €, 101,40 €.
41/5 100 €, 500 €.
42/6 Ak cena bez DPH je 480 €, DPH vo výške 20 % by bola 96 € a cena s DPH by bola $480 + 96 = 576$ €.
42/7 (Pozri tab. 8)
42/8 (Pozri tab. 9)
42/9 16,67 %.
42/10 Cena by sa mala zvýšiť napr. zo 119 € na 120 €, to je zvýšenie o 1 € zo 119 €. Ide teda o zvýšenie 0,84 %.

diagram 5

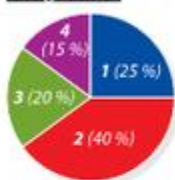


diagram 7



diagram 6



tab. 8

	1. tovar	2. tovar	3. tovar	4. tovar	5. tovar	6. tovar
Cena netto	220 €	2 200 €	200 €	348 €	1,80 €	260 €
DPH (10%)	22 €	220 €	20 €	34,80 €	0,18 €	26 €
Cena brutto	242 €	2 420 €	220 €	382,80 €	1,98 €	286 €

tab. 9

	1. tovar	2. tovar	3. tovar	4. tovar	5. tovar	6. tovar
Cena netto	720 €	3 600 €	600 €	348 €	0,90 €	238,33 €
DPH (20%)	144 €	720 €	120 €	69,60 €	0,18 €	42,66 €
Cena brutto	864 €	4 320 €	720 €	417,60 €	1,08 €	285,99 €

Úroky

- 42/1 a) 210 €, b) 209 €.
42/2 a) 3,6 €, b) 12,94 €, c) 62,1 €, d) 360 €.
42/3 3 600 €.

Projekt

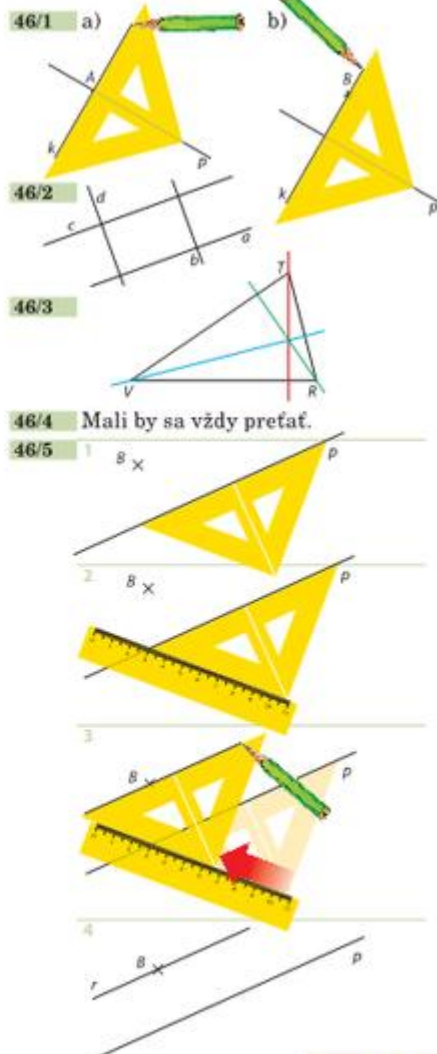
- 43/1 Poisťovne, podielové fondy...
43/2 Zrážková daň je daň, ktorú banka odvedie štátu z úrokov, ktoré získal jej klient. Jej sadzba v roku 2011 je 19 %.
43/4 4 115,23 €.
43/5 Napr. pôžička z banky.
43/7 RPMN je údaj podobný informácii o úrokovej miere banky, ktorú banka používa pri výpočte výšky splátok pôžičky. RPMN zohľadňuje nielen výšku splátok, ich počet a dobu splácania, ale aj všetky ostatné poplatky súvisiace s pôžičkou.

Pomer a miera

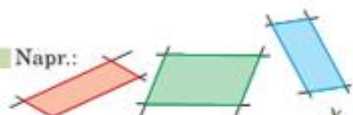
- 44/1 240 € a 180 €.
44/2 a) 150, 210, b) 288, 72, c) 210, 150, d) 186, 174; e) 230, 130.
44/3 a) 3; 8; 11; 3; 8; b) 7; 5; 7.
44/4 60 €, 210 € a 150 €.
44/5 a) 40, 60, 100, b) 77, 154, 231, 308
44/6 14, 35 a 49.
44/7 Úloha má tri riešenia: 245 a 343; 39,2 a 137,2; 28 a 70.
44/8 Sú dve možnosti: 300 € alebo 48 €.
44/9 18 kg.
45/10 a) 5 l a 15 l, b) 5 l a 15 l, c) 5 l a 15 l.
45/11 $2 : 6 = 1,5 : 4,5$; $8 : 4 = 20 : 10$
45/12 Úmery sú a) a d).

- 45/13 a) $12 : 6 = 4 : 2$, b) $24 : 36 = 6 : 9$, c) $49 : 21 = 28 : 12$, d) $72 : 40 = 99 : 55$.
45/14 Zmenšenie: $1 : 15$, $1 : 2$, $1 : 10\ 000$, $4 : 5$, zväčšenie: $3 : 1$, $100 : 1$, $3 : 2$.
45/15 a) Obdĺžnik 3 cm x 1,5 cm, b) obdĺžnik 12 cm x 6 cm, c) obdĺžnik 4,5 cm x 2,25 cm.
45/16 a) 2-krát kratšie, b) 2-krát dlhšie, c) 1,3-krát kratšie.
45/17 Obsah daného obdĺžnika je 18 cm^2 . a) Obsah narysovaného obdĺžnika je $4,5\text{ cm}^2$, je teda 4-krát menší. b) Obsah narysovaného obdĺžnika je 72 cm^2 , je teda 4-krát väčší. c) Obsah narysovaného obdĺžnika je $10,125\text{ cm}^2$, je teda presne 1,7-krát menší.
45/18 Mierka je $1 : 150\ 000$.

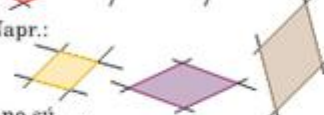
Jednoduché konštrukcie



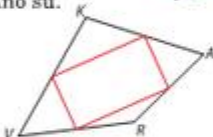
47/8 Napr.:



47/9 Napr.:



47/10 Áno sú.



47/12 Body môžeme zvoliť tak, aby ležali na jednej priamke.

47/13 Existujú tri riešenia.

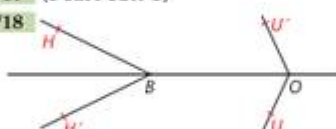
48/15 Sú rovnobežné.

48/16



48/17 (Pozri obr. 1)

48/18

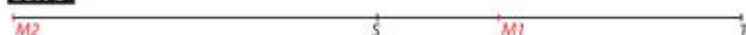


48/20 Sú kolmé.

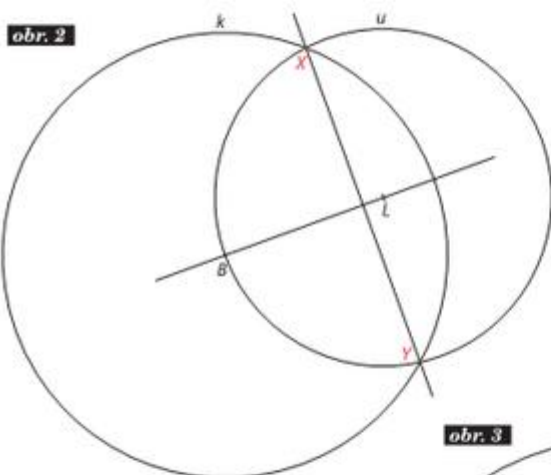
(Pozri obr. 2)

48/21 (Pozri obr. 3)

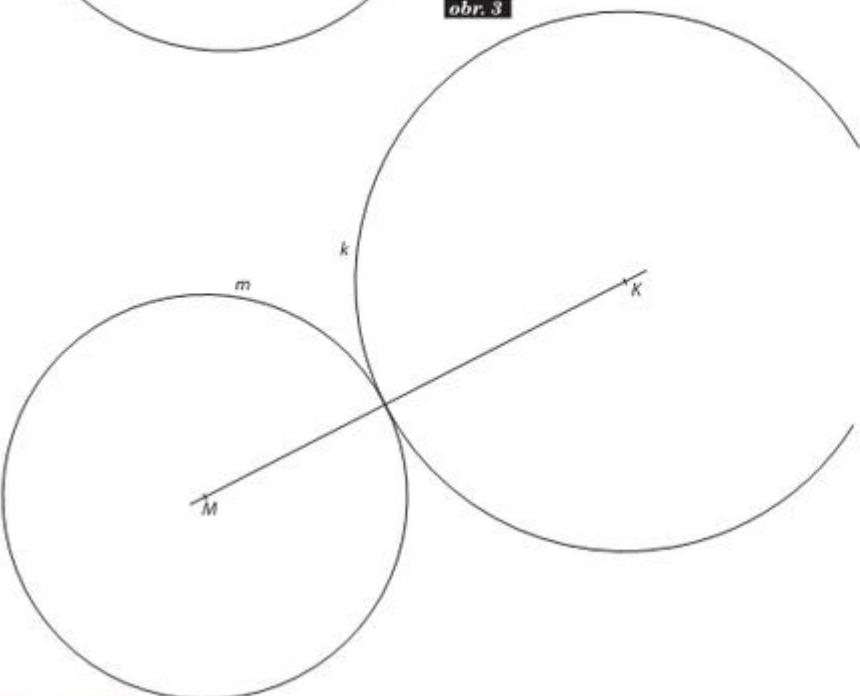
obr. 1



obr. 2



obr. 3



Čísla s mínusom

Počítame poschodia

49/1 13, 17, 12, 28, 19, 75, 8, 57, 71, 10, 9, 9

49/2 Sú to poschodia pod zemou.

49/4 a) -1, b) -2, c) -3, d) -2, e) 2, f) -1.

49/5 -1, 3, -2, 3, -5, -2, 5

Cestujeme dole

50/7 -3, -20, -15, -15, -34, -26, -27, -24

50/9 -19, -100, -65, -51, -126, -96, -143, -118

50/11 -6, -34, -22, -76, -56, -18, -72

Cestujeme hore

51/12 Na 47. poschodí.

51/13 Ja si v duchu rozdelím cestu na dve časti. Najprv sa musím dostať na 0. poschodie. Na to potrebujem ísť hore 16 poschodí. Zostane mi ísť hore ešte $63 - 16 = 47$ poschodí. Dostanem sa teda na 47. poschodie.

51/14 3, 20, 15, 15, 34, 26, 27, 24

51/16 -3, -13, -15, -22, -6, -32, -12, -36

51/17 a) -2, b) -3, c) 0, d) 12, e) -4, f) -5, g) 9.

51/18 a) 50, 38, 44, -35, -42, 9, 37, 107; b) -4, -2, 16, -109, -70, -175, -113, -27.

51/19 o 3 dole, o 5 dole, 3., o 5 hore, o 2 dole, o 7 dole, -3.

51/20 Nesprávne sú vyplnené stĺpce I, II, IV, VI, VII.

52/21 a) 35, -22, -14, -162, -15; b) -5, 29, 28, 96, -12.

52/22 a) 41, b) 41, c) 31, d) 81, e) 41.

52/23 a) -9, b) -878, c) 525, d) -21 072, e) -157.

52/24 Išla som o 3 poschodia dole.

Nadmorská výška

53/1 Chata pod Rysmi - 2 250 m, Téryho chata - 2 015 m, Zbojnícka chata - 1 960 m, Sliezsky dom - 1 670 m, Chata pri Zelenom plese - 1 551 m, Chata pri Popradskom plese - 1 500 m, Zamkovského chata - 1 475 m, Bilíkova chata - 1 255 m.

53/3 Zamkovského chata a Chata pri Popradskom plese - výškový rozdiel je 25 metrov.

53/4 Medzi Bilikovou chatou a Chatou pod Rysmi, Téryho chatou a Zbojníckou chatou. Medzi Zamkovského chatou a Chatou pod Rysmi a Téryho chatou. Medzi Chatou pri Popradskom plese a Chatou pod Rysmi a Téryho chatou. Medzi Chatou pod Rysmi a Chatou pri Zelenom plese a Sliezskym domom.

53/5 329 metrov.

54/6 Napr. Dánsko.

54/7 813 metrov.

54/8 19 882 metrov.

54/11 Určujú nadmorskú výšku.

54/13 Zuidplaspolder: -7 metrov, povrch Mŕtveho mora: -415 metrov, dno Mŕtveho mora: -813 metrov, Mariánska priekopa: -11 034 metrov, Kumrán: -360 metrov, Hotel pri Mŕtvom mori: -325 metrov.

55/14 -1 362 m, -984 m, -476 m, -23 m, 153 m, 367 m, 1 362 m.

55/15 a) O 197 metrov. b) O 253 metrov. c) O 243 metrov. d) O 46 metrov. e) O 56 metrov. f) O 10 metrov.

Výškové počty

55/16 a) -33 metrov, b) -5 metrov, c) 5 metrov, d) 36 metrov, e) -37 metrov, f) -17 metrov.

55/17 1 100; 500; -200; 500; -200; -1 300; -300; -600; 150

55/18 300; 1 300; -200; -500; -200; 500; -300; 350; -300

55/19 klesla o 500, stúpla o 300, stúpla o 700, stúpla o 400, klesla o 300, klesla o 1 000, klesla o 600, stúpla o 600, stúpla o 250.

56/22 35 a -23: 58; 35 a -416: 451; 35 a -2 620: 2 655; 840 a -23: 863; 840 a -416: 1 256; 840 a -2 620: 3 460; 1 328 a -23: 1 351; 1 328 a -416: 1 744; 1 328 a -2 620: 3 948.

57/23 8, 10, 20, 26, 80, 1 000, 8, 10, 20, 26, 80, 1 000

57/26 -35 a -23: 12; -35 a -416: 381; -35 a -2 620: 2 585; -840 a -23: 817; -840 a -416: 424; -840 a -2 620: 1 780; -1 328 a -23: 1 305; -1 328 a -416: 912; -1 328 a -2 620: 1 292.

57/27 2, 3, 6, 384, 40, 200, 0, 4, 4, 6, 120, 900

57/28 a) 1 120; 530; -190; 480; -260; -1 320; -300; -600; 150; b) 250;

1 350; -230; -580; -170; 520; -300; 1 770; -300; c) - 580, + 230, + 730, + 410, - 230, - 1 040, - 600, + 600, + 280.

58/29 12, 124, 12, 124, 44, 210, 210, 44, 1 656, 436

58/30 a) 405 metrov, b) 640 metrov, c) 440 metrov.

58/31 a) 1 045 metrov, b) 35 metrov.

58/32 1 080 metrov.

58/33 18, 67, 50, 12, 76, 188, 8, 13, 74, 44, 36, 988

Účtovné knihy

59/3 11 €, 8 €, 7 €, 4 €, 2 €, 1 €, 2 €, 3 €, 4 €, 6 €, 12 €.

59/4 372; 327; 319; 304; 302; 237; 198; 275; 284; 286; 309

59/5 a) 7 €, b) 9 €, c) 1 139 €, d) 3 178 €.

59/6 a) 1 €, b) 613 €.

59/7 a) 4 €, b) 239 €.

59/8 146 €, 146 €, 26 €, 26 €, 249 €, 249 €, 89 €, 89 €, 6 219 €, 7 419 €, 7 419 €, 6 219 €.

60/9 Číslo rovnakej farby sčítame tak, akoby neboli farebné. Výsledok bude rovnakej farby, ako sú pôvodné čísla.

60/10 Číslo inej farby sčítame tak, že od väčšieho čísla odčítame menšie a výsledok bude mať farbu väčšieho z nich.

60/12 Pán Boris je v čiernych číslach. Pán Ivan je v červených číslach.

60/13 5 · 35 €.

60/14 175 €.

60/15 142 €, 142 €, 384 €, 384 €, 1 095 €, 1 095 €.

60/16 16 €, 16 €, 15 €, 15 €, 12 €, 12 €.

60/17 11; 3; 35; 6

61/18 11; 26; 66; 84; 1 010; 70; 98; 850

61/19 -12 €; -11 €; -8 €; -6 €; -2 €; -1 €; 2 €; 3 €; 4 €; 9 €; 12 €.

61/20 819; 403; 230; 205; 102; -19; -64; -87; -188; -204; -819

61/21 a) 37 €, b) -9 €, c) 101 €, d) -90 €.

62/22 a) 38 €; b) -38 €; c) 139 €;

d) -139 €; e) -78 €; f) 105 €;

g) -109 €; h) 241 €.

62/23 a) 5 €, b) 52 €.

62/24 a) 6 €; b) 21 €; c) 8 €; d) 24 €;

e) 19 €; f) 6 €; g) 24 €; h) 56 €.

62/25 a) -5 €, b) -13 €.

62/26 a) -4 €; b) -6 €; c) -16 €; d) -32 €; e) -12 €; f) -31 €; g) -18 €;

h) -111 €.

63/27 55 €; 13 €; -13 €; -55 €; 407 €;

21 €; -21 €; -407 €; 7 259 €; -1 147 €; 1 147 €; -7 259 €.

63/28 Dve záporné čísla sčítame tak, akoby boli bez mínusov. Výsledok bude mať znamienko mínus.

63/29 Dve čísla s rôznymi znamienkami sčítame tak, že si obe čísla predstavíme bez znamienka a od väčšieho čísla odčítame menšie číslo. Výsledok bude mať znamienko väčšieho z nich.

63/30 -60 €; 60 €; 126 €; -126 €; -288 €; 288 €.

63/31 -23 alebo 48.

63/32 -9 €; 4 €; -9 €; 6 €; -8 €, -22 €.

63/33 20 poschodí dole, 17 poschodí dole, 22 poschodí hore, 86 poschodí dole, 23 poschodí hore

63/34 O 53 dole, o 117 dole, -23., o 52 hore, o 25 hore, o 136 dole, -53.

Závislosti a písmená

O niekoľko viac, o niekoľko menej

64/1	Viera	100	80	237	608	587	333
	Peter	167	147	304	675	654	400

Peter	100	80	237	608	587	333
Viera	33	13	170	541	520	266

64/4 a) $P = V + 98$, b) $P = V + 682$, c) $P = V - 67$, d) $P = V - 200$.

64/5	Jana	100	80	237	608	587	333
	Milan	nedá sa	nedá sa	1	372	351	97

Milan	100	80	237	608	587	333
Jana	336	316	473	844	823	569

Máriin opis:

Počet Milanových známok = Počet Janiných známok - 236,

Počet Janiných známok = Počet Milanových známok + 236,

Filipov zápis:

$M = J - 236$, $J = M + 236$.

65/6 a) $A = B + 57$, $B = A - 57$,

b) $K = L - 57$, $L = K + 57$,

c) $a = d - 507$, $d = a + 507$,

d) $u = 34,89 + p$, $p = u - 34,89$

65/7 a) 53; 25,1; 67; 39,1; b) 59,35; 31,45; 60,65; 32,75; c) 53,4; 25,5; 66,6; 38,7; d) 68,459; 40,559; 51,541; 23,641.

65/8 a) A je o 80 väčšie ako B, b) C je o 40,4 väčšie ako D, c) k je o 47 menšie ako h, d) p je o 20,54 menšie ako r.

Niekoľkokrát viac, niekoľkokrát menej

65/1	Viera	90	27	135	69	153	201
	Peter	30	9	45	23	51	67
	Peter	90	27	135	69	153	201
	Viera	270	81	405	207	459	603

- 66/3 a) $P = V : 2$, $V = 2 \cdot P$,
b) $P = V : 1,6$, $V = 1,6 \cdot P$,
c) $P = 4 \cdot V$, $V = P : 4$,
d) $P = 2,4 \cdot V$, $V = P : 2,4$.

66/4	Jana	100	80	235	610	580	120
	Milan	250	200	587,5	1 525	1 450	300
	Milan	100	80	235	610	580	120
	Jana	40	32	94	244	232	48

$$M = 2,5 \cdot J, J = M : 2,5.$$

- 66/5 a) $A = 5 \cdot B$, $B = A : 5$,
b) $K = L : 1,7$, $L = K \cdot 1,7$,
c) $a = d : 10,6$; $d = 10,6 \cdot a$,
d) $u = 34,89 \cdot p$, $p = u : 34,89$.
- 66/6 a) 9; 4,6; 441; 225,4; b) 18; 9,2; 220,5; 112,7; c) 18; 9,2; 220,5; 112,7; d) 441; 225,4; 9; 4,6.
- 66/7 a) A je 80-krát väčšie ako B.
b) C je 40-krát menšie ako D.
c) k je 4,7-krát väčšie ako h.
d) p je 20,54-krát menšie ako r.
- 66/8 a) x je 5-krát menšie ako y.
b) S je 2,5-krát väčšie ako T.
- 67/9 V, P, D, h, s, K
- 67/10 Napr.: a) $M = 2 + K$, b) $V = k : 3$,
c) $K = 2 : M$, d) $t = 4 - P$.
- 67/11 a) $T(7) = 0,4$; $R(7) = 24,5$;
 $U(7) = 2$; b) $T(14) = 7,4$;
 $R(14) = 49$; $U(14) = 4$;
c) $T(7,21) = 0,61$;
 $R(7,21) = 25,235$; $U(7,21) = 2,06$.
- 67/12 a) $P(8) = 2$; b) $P(10) = 2,5$;
c) $P(7,8) = 1,95$.
- 67/13 a) 3; b) 1 417,75; c) 0,075 5.
- 67/14 a) 11; b) 17,5; c) -6,6; d) -3,18;
e) 2 467; f) 4,2.
- 67/15 b = 3.

Časť celku

68/1	Všetky knihy	100	80	232	72	144	63
	Knihy od rodičov	75	60	174	54	108	odm. nálevo

$$R = V : 4 \cdot 3 \text{ alebo } R = \frac{3}{4} \cdot V$$

- 68/3 Rovnajú sa výrazy v časti a),
c) a d).

69/5	Knihy od rodičov	120	84	237	33	207	61
	Všetky knihy	160	112	316	44	276	naoľavo

- 69/6 a) $R = V : 5 \cdot 2$ alebo $R = \frac{2}{5} \cdot V$,
 $V = R : 2 \cdot 5$, b) $R = V : 8 \cdot 5$ alebo

$$R = \frac{5}{8} \cdot V, V = R : 5 \cdot 8,$$

- c) $R = V : 6 \cdot 5$ alebo $R = \frac{5}{6} \cdot V$,
 $V = R : 5 \cdot 6$, d) $R = V : 9 \cdot 4$ alebo
 $R = \frac{4}{9} \cdot V, V = R : 4 \cdot 9$.

69/7	Hmotnosť balíčka (g)	500	800	650	1 300	144	63
	Množstvo tuku (g)	150	240	195	390	43,2	18,9
	Množstvo mäsa (g)	350	560	455	910	100,8	44,1

- 69/9 a) Janin výpočet: $T = B : 100 \cdot 40$,
 $M = B : 100 \cdot 60$, Jurajov výpočet:
 $T = 0,40 \cdot B$ a $M = B \cdot 0,4 \cdot B$,
b) Janin výpočet: $T = B : 100 \cdot 65$,
 $M = B : 100 \cdot 35$, Jurajov výpočet:
 $T = 0,65 \cdot B$ a $M = B \cdot 0,65 \cdot B$,
c) Janin výpočet: $T = B : 100 \cdot 18$,
 $M = B : 100 \cdot 82$, Jurajov výpočet:
 $T = 0,18 \cdot B$ a $M = B \cdot 0,18 \cdot B$.
- 70/10 a) $A(10) = 2$, $B(10) = 2$, $C(10) = 34$,
 $A(0,2) = 0,04$, $B(0,2) = 0,04$,
 $C(0,2) = 26,16$, c) $A(4) = 0,8$,
 $B(4) = 0,8$, $C(4) = 29,2$,
d) $A(6,35) = 1,27$, $B(6,35) = 1,27$,
 $C(6,35) = 31,08$.

- 70/11 a) 560, b) 84, c) 241,5, d) 1 640,8.
- 70/12 $g(6) = 94$, $g(1) = 99$,
 $R(6) = 63,5$, $R(67) = 14,7$,
 $T(6,6) = 1,031 25$,
 $T(3 562) = 556, 562 5$,
 $a(4) = 5,6$, $a(8) = 19,6$.

70/13 Áno.

70/14	Hmotnosť balíčka (g)	200	140	370	810	290	1 350
	Množstvo tuku (g)	60	42	111	243	87	405
	Množstvo mäsa (g)	140	98	259	567	203	945

- 70/15 a) $A = B : 100 \cdot 45$, $A = 0,45 \cdot B$,
b) $K = \frac{5}{12} \cdot L$ alebo $K = L : 12 \cdot 5$,
c) $u = V : 1 000 \cdot 48$ alebo
 $u = 0,048 \cdot V$, d) $d = \frac{7}{5} \cdot a$ alebo
 $d = a : 5 \cdot 7$.
- 70/16 a) 4,5; b) 10; c) 3,5; d) 3,12;
e) 0,56; f) 0,225; g) 2,112; h) $\frac{5}{32}$.

Porovnávanie častou celku, percentami

- 71/2 a) 13,6 + 13,6 : 4, b) 8,6 + 8,6 : 4,
c) 18,3 + 18,3 : 4, b) $s = m + m : 4$.
- 71/3 Napr.: $C = P - 0,2 \cdot P$.
- 72/4 a) $A = B + B : 100 \cdot 45$,
b) $K = L - 5/12 \cdot L$ alebo
 $K = L \cdot 5/12$,
c) $u = V - V : 1 000 \cdot 48$,
d) $d = a + 7/5 \cdot a$ alebo $d = a + 7/5$,
72/6 $B = A : 100 : 145$, b) $L = K : 7 : 12$

- alebo $L = K + 5/12$,
c) $V = u : 952 \cdot 1000$,
d) $a = d : 12 \cdot 5$ alebo $a = d - 7/5$.

Križom-križom s výrazmi

73/1	Viera	100	80	237	33	208	333
	Peter	359	379	222	426	251	126
	Peter	100	80	237	33	208	333
	Viera	359	379	222	426	251	126

- 73/2 a) $P = 459 - V$, b) $V = 459 - P$.
- 73/3 a) $P = 400 - V$, $V = 400 - P$,
b) $P = 682 - V$, $V = 682 - P$,
c) $P = 188 - V$, $V = 188 - P$,
d) $P = 202 - V$, $V = 202 - P$.

73/4	Jana	100	80	237	608	587	2 000
	Milan	1 011	1 031	874	503	524	medo sa
	Milan	100	80	237	608	587	2 000
	Jana	1 011	1 031	874	503	524	medo sa

$$M = 1 111 - J, J = 1 111 - M.$$

- 73/5 a) $A + B = 420$, $A = 420 - B$,
 $B = 420 - A$, b) $K + L = 9,83$,
 $K = 9,83 - L$, $L = 9,83 - K$,
c) $u + V = 12,28$, $u = 12,28 - V$,
 $V = 12,28 - u$, d) $d = a + 334$,
 $a = d - 334$.
- 73/6 a) 40; 67,9; 40; 67,9; b) 8,3; 36,2;
8,3; 36,2; c) 66,6; 38,7; 53,4; 25,5;
d) 51,541; 23,641; 68,459; 40,559.

73/7	Zárobok	50	86	65	132,6	9,4	145,2
	Peter	17,5	30,1	22,75	46,41	3,29	50,82
	Kristína	32,5	55,9	42,25	86,19	6,11	94,38

74/9	Zárobok	80	137,6	104	212,16	15,04	232,32
	Jano	30	51,6	39	79,56	5,64	87,12
	Kamila	50	86	65	132,6	9,4	145,2

- 74/10 Napr.: $J = K : 5 \cdot 3$, $Z = J + K$
alebo $Z = K : 5 \cdot 8$.

74/11 12; 4; 3; 4,80; 8; 7,5

74/12 $C = 120 : P$.

74/13 15; 30; 6; 25; 50; 10; $P = 150 : C$.

74/14 36; 51,6; 39; 79,56; 5,64; 87,12;
 $N = S - S : 100 \cdot 40$ alebo
 $N = S - 0,4 \cdot S$ alebo $N = 0,6 \cdot S$.

- 74/15 a) $A \cdot B = 420$, b) $K \cdot L = 10$,
c) $K \cdot L = 24,6$, d) $d = 420 \cdot b$.

- 75/16 a) 20; 312,5; 20; 312,5;
b) 12,8; 200; 12,8; 200;
c) 125; 8; 0,2; 0,012 8;
d) 8; 0,512; 3,125; 0,2.

75/17 a) $P = 8$, b) $P = 52$, c) $P = 3,5$.

75/18 $P = (a + b) : 2$.

75/19 $L(3) = -3$, $L(2) = -1$, $L(1) = 1$,
 $L(0) = 3$, $L(-1) = 5$, $L(-2) = 7$,
 $L(-3) = 9$.

- 75/20** a) $H = 6$, takže hlava tvorí približne šestinú tela. b) $H = 8$, takže hlava tvorí približne osminu tela. c) $H = 4$, takže hlava tvorí približne štvrtinu tela.
- 75/21** Napr.: Obvod štvorca $o = 4 \cdot a$, obsah štvorca $S = a \cdot a$, obvod obdĺžnika $o = 2 \cdot a + 2 \cdot b$, obsah obdĺžnika $S = a \cdot b$, objem kocky $V = a \cdot a \cdot a$, povrch kocky $P = 6 \cdot a \cdot a$, súčet vnútorných uhlov trojuholníka $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, a pod.

Zmrzlina

- 76/22** a) 2,24 €, 0,96 €, 1,92 €, 3,84 €, 6,4 €, 2, 5, 8, 11, 25, b) $n = 0,32 \cdot p$, $p = n : 0,32$.
- 76/23** 4,8 €, 6 €, 5,4 €, 6,75 €, 9 €, 0,3 €, 0,38 €, 0,42 €, 0,37 €, 0,43 €, b) $n = 15 \cdot c$, $c = n : 15$.
- 76/24** 0,25 €, 0,2 €, 0,45 €, 0,6 €, 0,5 €, 25, 30, 10, 18, 20, b) $c = 9 : p$, $p = 9 : c$.

Rýľovanie záhrady

- 77/25** a) 2,8; 4,8; 8; 5,8; 9,8; 80; 120; 340; 250; 142,5, b) $P = 0,4 \cdot t$, $t = P : 0,4$.
- 77/26** 0,5; 0,7; 0,45; 0,36; 0,32; 18; 27; 15,75; 36; 28,8, b) $S = P : 45$, $P = S \cdot 45$.
- 77/27** 1; 0,75; 0,6; 0,4; 0,3; 150; 100; 300; 75; 93,75; b) $S = 60 : t$, $t = 60 : S$.

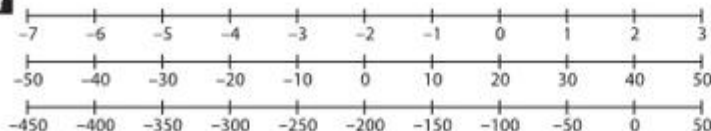
Kŕmenie koní

- 77/28** a) 8; 16; 24; 32; 40; 3; 5; 7; 9; 12; b) $d = 4 \cdot p$, $p = d : 4$.
- 78/29** 1; 2; 3; 6; 10; 64; 80; 128; 144; 192; b) $t = d : 16$, $d = 16 \cdot t$.
- 78/30** 48; 32; 24; 16; 8; 4; 8; 16; 24; 48; b) $t = 96 : p$, $p = 96 : t$.

Rýchlosť

- 78/31** a) 150; 225; 262,5; 300; 506,25; 0,5; 1,5; 4,5; 6; 8,25; b) $s = 75 \cdot t$, $t = s : 75$.
- 78/32** 192; 212; 244; 294; 326,88; 53; 77; 80,4; 99,2; 103,5; b) $s = v \cdot 4$, $v = s : 4$.
- 79/33** 90; 60; 45; 36; 30; 15; 7,5; 5; 4,5; 3,6; b) $v = 360 : t$, $t = 360 : v$.

obr. 4



Kurz eura a českej koruny

- 79/34** a) 490,58; 735,87; 2 452,90; 11 528,63; 33 114,15; 55,04; 101,92; 122,30; 198,66; 407,68; b) $c = 24,529 \cdot e$, $e = c : 24,529$.
- 79/35** 15 996; 18 422,25; 20 934; 22 360,50; 23 450,25; 20 964; 22,449; 28,604; 30,091; 32,496; b) $c = k \cdot 750$, $k = c : 750$.
- 79/36** 58,37; 50,69; 44,60; 41,76; 39,82; 27,667; 24,9; 24,288; 23,133; 21,491; b) $e = 1\,245 : k$, $k = 1\,245 : e$.

Celé čísla

- 80/2** 4 a -4; 2 a -2; 12 a -12; 71 a -71.
- 80/3** -5; +2; -8; 9; 10; -17; -238; 409; 2 304; -43 849
- 80/4** 0

Usporiadanie a porovnávanie celých čísel

- 81/1** a) 44, b) -46, c) 409, d) -411, e) 78, f) -80, g) 3 458, h) -3 460, i) 45 199, j) -45 201.
- 81/2** a) 46, b) -44, c) 411, d) -409, e) 80, f) -78, g) 3 460, h) -3 458, i) 45 201, j) -45 199.
- 81/3** a) 33; 87; 101; 320; 458; 2 100; 56 801; 300 001; b) 31; 85; 99; 318; 456; 2 098; 56 799; 299 999; c) -31; -85; -99; -318; -456; -2 098; -56 799; -299 999; d) -33; -87; -101; -320; -458; -2 100; -56 801; -300 001.
- 81/4** a) -3, -8, -28, -197, -4 584, -568 298, b) -8, -13, -41, -500, -4 589, -568 311.
- 81/5** a) 7; 3; -1; b) -1; -4; -7; c) -4; -10; -16; d) -10; -21; -32.
- 81/6** a) -107; -103; -99; b) 10; 40; 70; c) -696; -690; -684; d) 2 290; 2 279; 2 268.
- 81/7** a) -380 a 398. b) Na 65. mieste. c) Číslo 200 tam nie je. d) Napr. -456.
- 82/8** $15 > -98$, $-84 < -67$, $-36 < 20$, $-672 < -598$.
- 82/9** Napr.: a) -46, -47, -48; -501, -600, -1 000; -15, -20, -100; -67 005, -67 010, -67 100; b) -44, -43, -42, -41; -400, -300,

-200, -100; -11, -10, -9, -5; -67 002, -67 001, -67 000, -66 999.

- 82/10** Po stĺpcoch: <, >, >, <, >, <, <, >.
- 82/11** a) 2; 9; 22; 29; 92; 99; 200; 209; 902; b) -902; -209; -200; -99; -92; -29; -22; -9; -2.
- 82/12** a) väčšie, b) menšie, c) väčšie, d) menšie.
- 82/13** a) -62; -26; -21; -12; -7; 0; 7; 12; 21; 26; 62; b) -331; -313; -301; -131; -103; -31; 31; 103; 301; 331.
- 82/14** >, <, >, <, <, >, <, <
- 82/15** a) 57, b) 11, c) 269, d) 269.
- 82/16** a) menšie, b) väčšie.

Meranie teploty a číselná os

- 83/1** -6 °C, 27 °C pod nulou, 12 °C, 35 °C pod nulou, -24 °C.
- 83/2** a) -5 °C, b) 0 °C, c) 3 °C.
- 83/3** -4 °C, 3 °C, 7 °C, 5 °C, 9 °C, 12 °C, -9 °C.
- 83/4** 4 °C, -3 °C, -7 °C, -21 °C, -17 °C, -12 °C, 9 °C.
- 84/5** V Komárne o 13 °C, v Komárne o 18 °C, v Námestove o 2 °C, v Komárne o 13 °C, v Komárne o 18 °C.
- 84/6** -23 °C, -9 °C, 3 °C, -25 °C, sú dve možnosti: -8 °C, ak bola vyššia teplota v Prešove alebo 4 °C, ak bola vyššia teplota v Banskej Bystrici.
- 84/7**
- 84/8** Správne to má Kamil a Barbora.
- 85/10** (Pozri obr. 4)
- 85/11**
- 85/12** a) O štyri dieliky vpravo bude číslo 100, vľavo číslo -8. b) O štyri dieliky vpravo bude číslo 52, vľavo číslo -32.
- 85/13** a) -14, -12, -8, -4, -2, 0, 4, b) -18, -15, -9, -6, -3, 3, c) -15, -25, -30, -35, -45, -50, -60, -75, d) -10, -9, -7, -4, -1, 2, 4, 6, e) 14, 11, 7, 6, 4, 1, -2, -3, -4, -5, f) 15, 5, 0, -5, -15, -20.
- 85/14** a) 6, b) 6, c) 114, d) 102, e) 114, f) 102.
- 85/15** a) 5, b) 8.
- 85/16** a) -7 a 13, b) -2 a 18, c) -13 a 7, d) -18 a 2.

85/17 Ich vzdialenosť je vždy 20, pretože sa od daného čísla odlišujú o 10 oboma smermi a to je spolu 20.

85/18 Čísla -13 a 17 sú od seba vzdialené o 30. a) -4 a 56, b) -48 a 12.

85/19 Také číslo je vždy len jedno: a) 0, b) -16, c) 4.

86/20 -9

86/21 a) -61, b) 15, c) 45.

86/22 a) 13 °C, b) 13 °C, c) 55 °C.

86/23 a) 14 °C, b) 14 °C, c) 50 °C, d) 50 °C, e) 18 °C, f) 36 °C.

Absolútna hodnota čísla

87/24 a) 24, b) 7, c) 0, d) 7, e) 24.

87/25 a) 9; 9; 34; 34; 78; 456; 8 714; 926 803; b) 9; 9; 34; 34; 78; 456; 8 714; 926 803.

87/26 a) 4 a -4, b) 12 a -12, c) 86 a -86, d) 803 a -803, e) 34 082 a -34 082.

87/27 a) 4 a -4, b) 12 a -12, c) 86 a -86, d) 803 a -803, e) 34 082 a -34 082.

87/28 $|15| = 15$, $|-15| = 15$, $|-88| = 88$, $|45| = 45$, $|-907| = 907$, $|12\,430| = 12\,430$, $|-12\,430| = 12\,430$.

87/29 a) Absolútna hodnota čísla -24 je 24. - Správne.
b) Absolútna hodnota čísla 24 je -24. - Nesprávne.
c) Absolútna hodnota čísla 0 je 0. - Správne.
d) Absolútna hodnota čísla 18 je 18. - Správne.

87/30 a) 17, b) 301, c) 29, d) 0, e) 42, f) $7 + 8 = 15$.

88/31 a) $A = 8$, b) $B = 8$ alebo $B = -8$, c) Neexistuje také C, d) $D = 12$ alebo $D = -12$.

88/32 Rovnaká.

Sčítanie celých čísel

88/1 a) 59; b) -17; c) 17; d) -59.

88/3 -34; -43; -35; -88; -86; -69; -82; -108

88/4 -15; -15; -39; -37; -62; -70; -88; -126

89/5 -696; -3 307; -20 328; -249 771

89/6 -18; -116; -1 044

89/8 Príklad $48 + (-9)$ znamená, že máme sčítať hotovosť 48 € s dlhom 9 €. Vidíme, že hotovosti je viac, preto výsledok bude

hotovosť. Túto hotovosť vypočítame ako $48 - 9 = 39$. Výsledok je 39.

89/9 8; -29; -21; 14; -54; -47; 24; -74

89/10 -1; 3; 13; 5; 14; -24; 10; 78

89/11 -278; 829; -4 550; 157 615

89/12 -11

90/13 a) -91; b) 12.

90/14 79; 35; -35; -79; 522; -68; 68; -522; 12 591; -1 879; 1 879; -12 591

90/15 a) -22; b) 4; c) 88; d) 0; e) -126; f) -4.

90/16 a) o 2 261 €, b) -861 €.

Odčítanie celých čísel

91/2 a) -5; b) -7; c) -13; d) -25; e) -73; f) -98.

91/3 36

92/4 40, -14, -14, 40, 14, -40, 14, -40

92/7 Po stĺpcoch: 50; 50; -8; -8; -5; -5; 54; 54.

93/8 35; 79; -79; -35; -68; 522; -522; 68; -1 879; 12 591; -12 591; 1 879

93/9 a) -46; b) 160; c) 236; d) -24; e) 932; f) -172.

93/10

+	-15	17	-19	21	-23
14	-1	31	-5	35	-9
-16	-31	1	-35	5	-39
18	3	35	-1	39	-5
-20	-35	-3	-39	1	-43
22	7	39	3	43	-1

-	-15	17	-19	21	-23
14	29	-3	33	-7	37
-16	-1	-33	3	-37	7
18	33	1	37	-3	41
-20	-5	-37	-1	-41	3
22	37	5	41	1	45

93/11 67; -67; 165; -165; 45; -45; 119; -119; 83; -83

93/12 Kladné, záporné.

Násobenie celých čísel

94/1 1 356 €.

94/2 1 356 €; -1 356 €.

94/3 -201; -3 976; -1 633; -30 958; -468 293

95/4 -78; 176; -132; -380; -120; -90

95/5 Kladné číslo · kladné číslo = kladné číslo,
kladné číslo · záporné číslo = záporné číslo,

záporné číslo · kladné číslo = záporné číslo,
záporné číslo · záporné číslo = kladné číslo.

95/6 100; 84; 91; 96

96/7 24; 35; -24; -35; -24; -35; 24; 35

96/8 200; -120; -132; 225; 1; 203; 51; -72; 0; -65

96/9 A = -20; B = 26; C = -8; D = -6; E = 3; F = 5; G = -3; H = 5.

Hráme sa s robotom Samom

97/1 Posunie sa na číslo $13 + 4 = 17$.

97/2 a) 38, b) 21, c) 5, d) -6, e) -59.

97/3 a) -16, b) -25, c) 16, d) 23, e) 15, f) 42, g) 62, h) 27, i) -20, j) -12, k) -12, l) -58.

97/4 Posunie sa na číslo $13 - 4 = 9$.

97/5 a) 14, b) -3, c) -19, d) -30, e) -83.

97/6 a) -46, b) 25, c) -16, d) -23, e) 17, f) 4, g) 12, h) 77, i) 12, j) 20, k) 12, l) -14.

98/7 a) 14, b) -3, c) -19, d) -30, e) -83.

98/8 a) -40, b) -2, c) 9, d) -85, e) 131, f) 12, g) 26, h) 59, i) -13, j) 22, k) 17, l) -52.

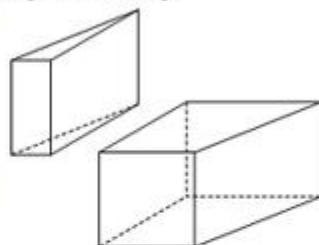
98/10 a) 38, b) 21, c) 5, d) -6, e) -59.

98/11 a) -2, b) 36, c) 51, d) -8, e) 27, f) 11, g) 41, h) 22, i) -28, j) -14, k) 6, l) -114.

Hranoly I

99/1 Podstavy sú päťuholníky, bočné steny sú obdĺžniky.

99/2



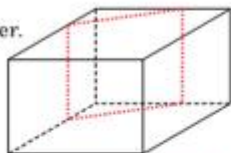
99/3

99/4 a) 1. hranol - 3 steny: ANEL, ELIM, ANMI, 2. hranol - 4 steny: PRMT, REOM, DEOU, PDUT, 3. hranol - 6 stien: BITS, IERT, EDAR, DNCA, NYHC, BYHS, b) 1. hranol - 2 steny: NEM, ALI, 2. hranol - 2 steny: PRED, TMOU alebo PRMT, DEOU alebo REOM, PDUT. 3. hranol - 2 steny: BIEDNY, STRACH.

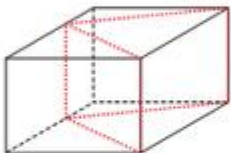
100/5 Hranoly sú na obrázku a), b), d). Ich podstavy sú a) trojuholník, b) štvorec, d) päťuholník.

100/6 Kváder.

100/7 a)



b)



100/8 a) päťuholník, päťboký,
b) trojuholník, trojboký,
c) štvoruholník, štvorboký,
d) päťuholník, päťboký,
e) šesťuholník, šesťboký,
f) dvanásťuholník, dvanásťboký.

100/9 a) 10, 6, 8, 10, 12, 24,

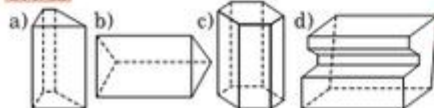
b) 15, 9, 12, 15, 18, 36.

100/10 (Pozri tab. 10)

100/11 a) $v = 2 \cdot n$, b) $s = n + 2$,

c) $h = 3 \cdot n$.

100/12



101/13 a) 33, b) 57, c) 186, d) 3 450.

101/14 $h = \frac{v}{2} \cdot 3$.

101/15 a) 50, b) 58, c) 400, d) 9 556.

101/16 $v = (s - 2) \cdot 2$.

101/17 a) 11, b) 23, c) 72, d) 1 682.

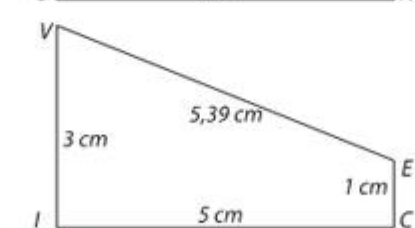
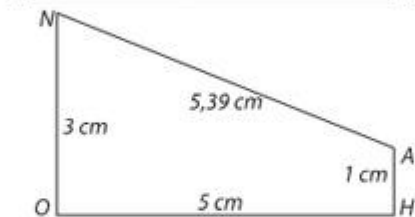
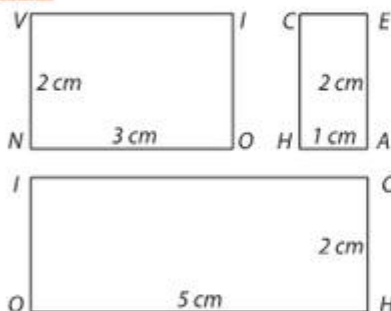
101/18 $s = \frac{h}{3} + 2$.

Sieť hranola

103/4 PREDTMOU, BIEDNYSTRACH.

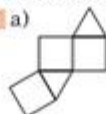
103/5 Napr. HJKLMN, HKJLNM,
MNLJKH.

103/6

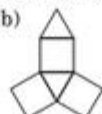


103/7 Podstavy majú tvar trojuholníka
a bočné steny tvar obdĺžnika.

104/9 a)



b)

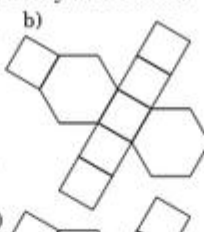


104/10 Pravidelného šesťbokého hranola
so štvorcovými bočnými stenami.

104/11 a)



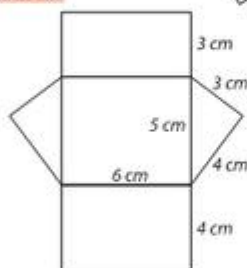
b)



c)



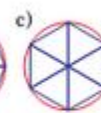
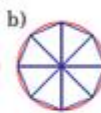
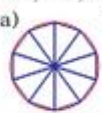
104/12



Kružnica a kruh I

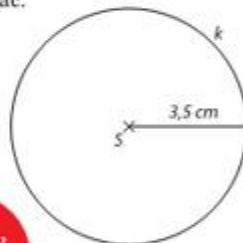
105/1 40°, 70°, 70°

105/2 a)



105/4 Trikrát viac.

105/5



105/6



106/8



106/9

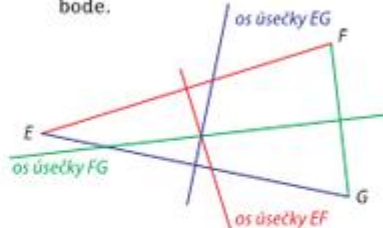


Vlastnosti kružnice

107/1

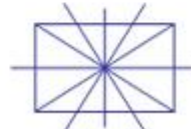


107/2 Ak ste rysovali presne, mali by sa
všetky tri osi preťať v jednom
bode.



107/3 Priamka b je osou úsečky AC ,
priamka c je osou úsečky BD
a AE , priamka d je osou úsečky
 CE , BF a AG , priamka e je osou
úsečky DF , CG a BH , priamka f
je osou úsečky EG a DH ,
priamka g je osou úsečky FH .

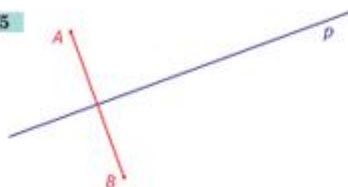
107/4



tab. 10

Hranol	päťboký	šesťboký	osemboký	10-boký	15-boký	50-boký
Počet vrcholov	10	12	16	20	30	100
Počet stien	7	8	10	12	17	52
Počet hrán	15	18	24	30	45	150

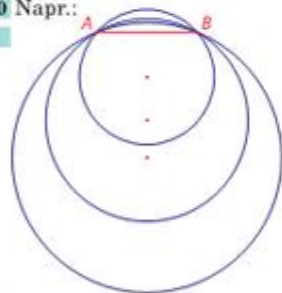
107/5



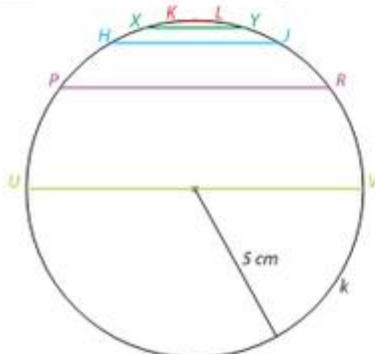
108/7 b) 6 cm.

108/9 a) 8 cm, b) 4 cm, c) 16 cm.

108/10 Napr.:



108/11 Tetiva CD sa nedá narysovať.



108/12 Priemer je tetiva UV .

108/13 Najdlhšia tetiva môže merať $2 \cdot 8,7 \text{ cm} = 17,4 \text{ cm}$. Tetiva kružnice môže byť ľubovoľne krátka. Preto neexistuje najkratšia tetiva: akúkoľvek tetivu narysujeme, vieme narysovať tetivu tej istej kružnice od nej ešte kratšiu.

109/16 Áno.

110/18 Na oblúku si zvolíte tri body a pomocou nich nájdite stred príslušnej kružnice rovnako ako v úlohe 15.

Vzájomná poloha priamky a kružnice

110/2 Dotyčnica je na treťom obrázku, sečnica na druhom a nesečnica na prvom obrázku.

110/3 Tetiva kružnice.

111/6 Dotyčnica ku kružnici je kolmá na príslušný polomer.

Vzájomná poloha dvoch kružníc

112/1 a), b) áno, c), d) e) f) nie, g) áno.

113/4 Jedna kružnica so stredom ležiacim 3,5 cm napravo od bodu R s polomerom 1,5 cm. Druhá kružnica so stredom ležiacim 1,5 cm napravo od bodu R s polomerom 3,5 cm. Tretia kružnica so stredom ležiacim 1,5 cm naľavo od bodu P s polomerom 4,5 cm. Štvrtá kružnica so stredom ležiacim 3,5 cm naľavo od bodu P s polomerom 6,5 cm.

113/5 Pozri riešenie ďalšej úlohy.

113/6 a)



b)



c)



d)



e)

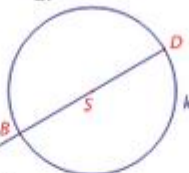


113/7 a) 7 cm, 8 cm, 9 cm, b) 7 cm, 8 cm, 1 cm, c) 8 cm, 9 cm, 1 cm, d) 7 cm, 9 cm, 2 cm, e) 1 cm, 2 cm, 1 cm.

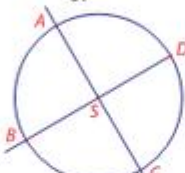
113/10 1.



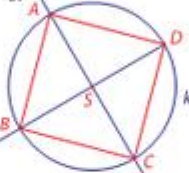
2.



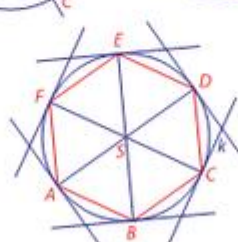
3.



4.

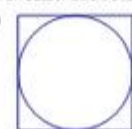


113/11



113/12 a) Nemá riešenie.

b)



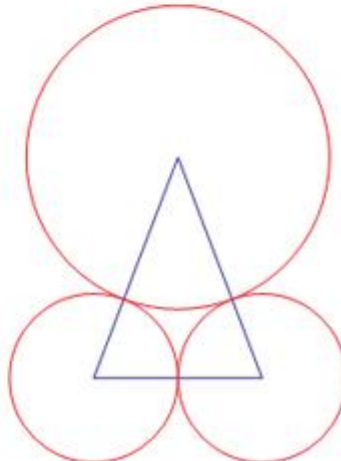
113/13



113/14 a) Platí pre ostrouhlý trojuholník.
b) Platí pre tupouhlý trojuholník.
c) Platí pre pravouhlý trojuholník.

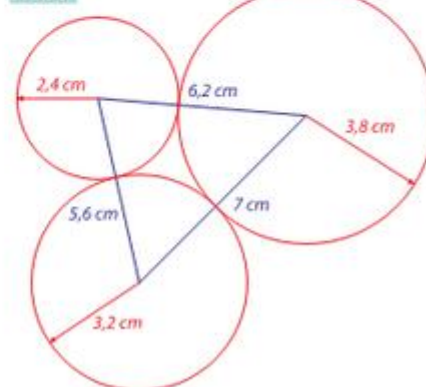
113/15 Pozri riešenie ďalšej úlohy.

113/16 Polomery kružníc sú 2,5 cm; 2,5 cm a 4,5 cm (pre trojuholník so stranami 5 cm, 7 cm a 7 cm)



alebo 3,5 cm; 3,5 cm a 1,5 cm (pre trojuholník so stranami 5 cm, 5 cm a 7 cm).

114/17



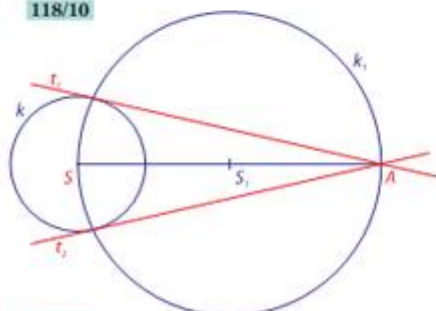
Tálesova kružnica

115/4 Preto, lebo v trojuholníku ASX platí, že $|AS| = |XS|$, keďže je to polomer kružnice. Podobne v trojuholníku BSX platí, že $|BS| = |XS|$, lebo je to polomer kružnice.

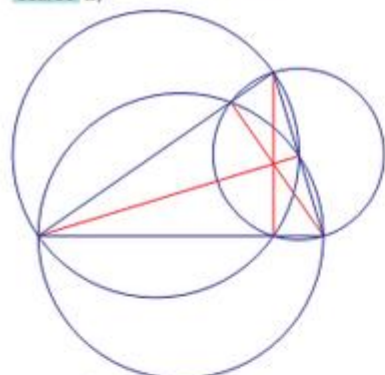
115/5 Zhodné sú uhly SAX a SXA v trojuholníku ASX a uhly SBX a SXB v trojuholníku BSX .

115/7 a) Uhol AZB je tupý.
b) Uhol AZB je ostrý.

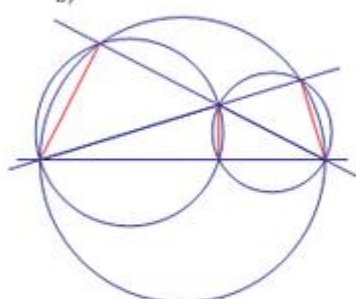
118/10



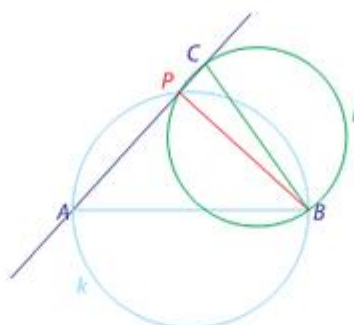
118/11 a)



b)



118/12 Priesečník kružnice k s priamkou AC je taký bod P , pre ktorý platí, že BP je kolmé na AC (k je Tálesova kružnica). Keďže BP je kolmé na AC , tak bod P musí ležať aj na Tálesovej kružnici l . Bod P je päta výšky z vrcholu B na stranu AC .



Rubriky

Hľadáme čísla 1

11/1 Pozri riešenie úlohy 2.

11/2 1. možnosť: a) $800 + 300 = 1\,100$
alebo $300 + 800 = 1\,100$,
b) $1\,100 - 300 = 800$,
c) $1\,100 - 800 = 300$,
2. možnosť: a) $300 + 500 = 800$
alebo $500 + 300 = 800$,
b) $800 - 300 = 500$,
c) $800 - 500 = 300$.

11/3 Jedna z dvoch možností je:

a) $36 + 42 = 78$, $42 + 36 = 78$,
 $78 - 36 = 42$, $78 - 42 = 36$,
b) $58 + 94 = 152$, $94 + 58 = 152$,
 $152 - 58 = 94$, $152 - 94 = 58$,
c) $340 + 505 = 845$, $505 + 340 = 845$,
 $845 - 340 = 505$,
 $845 - 505 = 340$,
d) $34\,672 + 890\,032 = 924\,704$,
 $890\,032 + 34\,672 = 924\,704$,
 $924\,704 - 34\,672 = 890\,032$,
 $924\,704 - 890\,032 = 34\,672$.

11/4 Také čísla neexistujú

Kto má väčšiu šancu? (1. časť)

15/1 Väčšiu šancu na výhru má Adam.

15/2 Väčšiu šancu má Eva.

15/3 Majú rovnakú šancu vyhrať.

Kto má väčšiu šancu? (2. časť)

17/1 Napr. a) Nachystá sa 6 lístkov s menami dievčat a 9 lístkov s menami chlapcov. Najskôr sa vylosuje jedno zo 6 dievčat a potom sa vylosuje jeden z 9 chlapcov. b) Nachystáme $6 \cdot 9 = 54$ lístkov so všetkými možnými dvojicami a jeden z nich vylosujeme.

17/2 Väčšia šanca je, že vylosujú Evu ako to, že vylosujú Adama.

17/3 Väčšia šanca je, že nevylosujú Adama ako to, že nevylosujú Evu.

Hľadáme čísla 2

21/1 Pozri riešenie úlohy 2.

21/2 Jedna možnosť:

a) $6\,000 - 4\,000 = 2\,000$,
b) $6\,000 - 2\,000 = 4\,000$,
c) $4\,000 + 2\,000 = 6\,000$,
 $2\,000 + 4\,000 = 6\,000$.

Druhá možnosť:

a) $10\,000 - 4\,000 = 6\,000$,
b) $10\,000 - 6\,000 = 4\,000$,
c) $6\,000 + 4\,000 = 10\,000$,
 $4\,000 + 6\,000 = 10\,000$.

21/3 Napr.:

a) $65 - 42 = 23$, $65 - 23 = 42$,
 $42 + 23 = 65$, $23 + 42 = 65$,
b) $97 - 54 = 43$, $97 - 43 = 54$,
 $54 + 43 = 97$, $43 + 54 = 97$,
c) $806 - 390 = 416$,
 $806 - 416 = 390$, $416 + 390 = 806$,
 $390 + 416 = 806$,
d) $669\,005 - 34\,658 = 634\,347$,
 $669\,005 - 634\,347 = 34\,658$,
 $34\,658 + 634\,347 = 669\,005$,
 $634\,347 + 34\,658 = 669\,005$.

21/4 Také čísla neexistujú.

Hľadáme čísla 3

25/1 $1\,205 - K = 376$,

$1\,205 - 376 = K$.

25/2 a) $2\,003 - 492 = L$,

$2\,003 - L = 492$,

b) $1\,205 - A = 79$,

$1\,205 - 79 = A$,

c) $12\,000 - P = 4\,672$,

$12\,000 - 4\,672 = P$,

d) $124\,605 - 30\,576 = T$,

$124\,605 - T = 30\,576$.

25/3 $G = 28$, $Z = 24$,

$F = 364$, $S = 2\,053$.

Hľadáme čísla 4

27/1 a) $376 - 97 = K$, b) $K + 97 = 376$
alebo $97 + K = 376$.

27/2 a) $492 - 203 = L$, $203 + L = 492$,
 $L + 203 = 492$, b) $504 - 336 = A$,
 $336 + A = 504$, $A + 336 = 504$,
c) $4\,672 - 2\,430 = P$,
 $2\,430 + P = 4\,672$,
 $P + 2\,430 = 4\,672$,
d) $730\,576 - 124\,605 = T$,
 $T + 124\,605 = 730\,576$,
 $124\,605 + T = 730\,576$.

27/3 $G = 65$, $Z = 176$, $F = 636$,
 $S = 285\,947$.

Kontrola v Malinovkovom raji

- 30/1** Priemerný objem vzorky čapovanej veľkej malinovky je **0,48** litra.
- 30/2** Priemerná malá malinovka mala o **5 %** menší objem, ako mala mať. Priemerný objem vzorky malej malinovky je **0,285** litra. Treba zistiť, koľko percent z **0,3** je $0,3 - 0,285 = 0,015$.
To je $0,015 : 0,3 \cdot 100 \% = 5 \%$.
- 30/3** Čašníik takto ušetril **6** litrov malinovky.
- 30/4** Keď dostane malú malinovku s objemom **0,28** litra.
- 30/5** Väčšia miera poškodzovania je pri malej malinovke. Miera poškodzovania pri malej malinovke je **5 %**, pri veľkej **4 %**.

Dekoračné kocky

- 35/1** **11 €**, **90 €**, **101 €**.
- 35/2** **173 €**. Ak stranu štvorca 3-krát zväčšíme, zväčší sa jeho obsah 9-krát. Preto kocka s 3-násobne dlhou hranou bude mať 9-krát väčší povrch ako kocky z úlohy 1. Paľo musel zaplatiť $11 + 9 \cdot 18 = 173 \text{ €}$.
- 35/3** **83 €**. Platí, že 8-krát väčšia hmotnosť znamená 8-krát väčší objem. Ďalej, 8-krát väčší objem znamená 2-krát väčšie hrany, teda 4-krát väčší povrch. Preto Paľo musel zaplatiť $11 + 4 \cdot 18 = 83 \text{ €}$.

Hľadáme čísla 5

- 52/1** a) $D - 97 = 376$, b) $376 + 97 = D$.
- 52/2** a) $H - 203 = 773$, $773 + 203 = H$,
b) $R - 336 = 504$, $336 + 504 = R$,
c) $U - 2430 = 4672$,
 $4672 + 2430 = U$,
d) $V - 124605 = 73576$,
 $73576 + 124605 = V$.
- 52/3** $G = 121$, $Z = 398$, $F = 2450$,
 $S = 423393$.

Kto má väčšiu šancu? (3. časť)

- 56/1** Napr. Na lístky napíšeme mená 6 dievčat a 9 chlapcov. Zo 6 lístkov s menami dievčat vylosujeme jeden a z 9 lístkov s menami chlapcov vylosujeme dva.

Alebo: Pripravíme 36 lístkov so všetkými možnými chlapčenskými dvojicami a 6 lístkov s menami dievčat. Vylosujeme jeden lístok s chlapčenskou dvojicou a jeden lístok s menom dievčaťa.

56/2 Väčšia šanca je, že vylosujú Adama ako to, že vylosujú Evu.

56/3 Väčšia šanca je, že nevylosujú Evu ako to, že nevylosujú Adama.

Hľadáme čísla 6

- 63/1** Pozri riešenie úlohy 2.
- 63/2** Jedna možnosť:
a) $3 \cdot 60 = 180$ alebo $60 \cdot 3 = 180$,
b) $180 : 60 = 3$, c) $180 : 3 = 60$.
Druhá možnosť:
a) $3 \cdot 20 = 60$ alebo $20 \cdot 3 = 60$,
b) $60 : 3 = 20$, c) $60 : 20 = 3$.
- 63/3** Jedna z troch možností je:
a) $8 \cdot 56 = 448$, $56 \cdot 8 = 448$,
 $448 : 8 = 56$, $448 : 56 = 8$,
b) $12 \cdot 11 = 132$, $11 \cdot 12 = 132$,
 $132 : 12 = 11$, $132 : 11 = 12$,
c) $15 \cdot 20 = 300$, $20 \cdot 15 = 300$,
 $300 : 15 = 20$, $300 : 20 = 15$,
d) $250 \cdot 100 = 25000$,
 $100 \cdot 250 = 25000$,
 $25000 : 250 = 100$,
 $25000 : 100 = 250$.
- 63/4** $0 \cdot 0 = 0$

Kto má väčšiu šancu? (4. časť)

- 74/1** Napr. Na lístky napíšeme mená 6 dievčat a 9 chlapcov. Zo 6 lístkov s menami dievčat vylosujeme dva a z 9 lístkov s menami chlapcov vylosujeme tri.
- 74/2** Šanca je rovnaká.
- 74/3** Šanca je rovnaká.

Hľadáme čísla 7

- 76/1** Pozri riešenie úlohy 2.
- 76/2** Jedna možnosť:
a) $700 : 50 = 14$, b) $700 : 14 = 50$,
c) $50 \cdot 14 = 700$, $14 \cdot 50 = 700$.
Druhá možnosť:
a) $35000 : 50 = 700$,
b) $35000 : 700 = 50$,
c) $700 \cdot 50 = 35000$,
 $50 \cdot 700 = 35000$.
Tretia možnosť:
a) $50 : 7 = \frac{1}{14}$, b) $50 : \frac{1}{14} = 700$,

$$\text{c) } 700 \cdot \frac{1}{14} = 50, \quad \frac{1}{14} \cdot 700 = 50.$$

76/3 Napr.:

- a) $63 : 7 = 9$, $63 : 9 = 7$, $7 \cdot 9 = 63$,
 $9 \cdot 7 = 63$, b) $96 : 8 = 12$,
 $96 : 12 = 8$, $8 \cdot 12 = 96$, $12 \cdot 8 = 96$,
c) $120 : 24 = 5$, $120 : 5 = 24$,
 $5 \cdot 24 = 120$, $24 \cdot 5 = 120$,
d) $9000 : 450 = 20$,
 $9000 : 20 = 450$, $450 \cdot 20 = 9000$,
 $20 \cdot 450 = 9000$.
- 76/4** Také čísla neexistujú.

Hľadáme čísla 8

- 86/1** a) $1073 : D = 37$, b) $1073 : 37 = D$.
- 86/2** a) $2646 : 49 = L$, $2646 : L = 49$,
b) $6715 : A = 79$, $6715 : 79 = A$,
c) $11648 : P = 208$,
 $11648 : 208 = P$,
d) $2412076 : 4612 = T$,
 $2412076 : T = 4612$.
- 86/3** $G = 7$, $Z = 3$, $F = 52$, $S = 46$.

Hľadáme čísla 9

- 91/1** a) $1300 : 52 = K$,
b) $K \cdot 52 = 1300$, $52 \cdot K = 1300$.
- 91/2** a) $2584 : 68 = L$, $68 \cdot L = 2584$,
 $L \cdot 68 = 2584$, b) $1462 : 43 = A$,
 $43 \cdot A = 1462$, $A \cdot 43 = 1462$,
c) $14641 : 1331 = P$,
 $1331 \cdot P = 14641$,
 $P \cdot 1331 = 14641$,
d) $11115 : 285 = T$,
 $T \cdot 285 = 11115$, $285 \cdot T = 11115$.
91/3 $G = 28$, $Z = 105$, $F = 66$,
 $S = 321$.

Hľadáme čísla 10

- 96/1** a) $D : 29 = 18$, b) $18 \cdot 29 = D$.
- 96/2** a) $H : 51 = 39$, $39 \cdot 51 = H$,
b) $R : 302 = 86$, $302 \cdot 86 = R$,
c) $U : 99 = 405$, $405 \cdot 99 = U$,
d) $V : 219 = 114$, $114 \cdot 219 = V$.
- 96/3** $G = 1457$, $Z = 2106$, $F = 25632$,
 $S = 894177$.

Včelí med

- 101/1** Asi 30 000 kvetov.
- 101/2** Aspoň po 1,30 € za kilogram. Keďže vstupné údaje sú len približné, za správne riešenie možno pokladať aj napríklad 1,29 € za kilogram.
- 101/3** 11 %. Treba si uvedomiť, že 16 %

vody v texte sú objemové percentá (16 % z objemu), a pýtame sa na hmotnostné percentá, teda na percentá z hmotnosti. Voda tvorí 16 % z litra, teda 0,16 l, jej hmotnosť je 0,16 kg. Máme zistiť, koľko percent z 1,43 kg je 0,16 kg.

101/4 1,51 kg. Jeden liter medu obsahujúci 16 % vody má hmotnosť 1,43 kg. 16 % vody sú objemové percentá, teda 16 % z litra je 0,16 l vody, jej hmotnosť je 0,16 kg. Po odparení 0,16 kg vody by zostalo $1 - 0,16 = 0,84$ litra medu s hmotnosťou $1,43 - 0,16 = 1,27$ kg. Ak 0,84 l váži 1,27 kg, tak jeden liter váži $1,27 : 0,84 = 1,5119$ kg.

101/5 1,36 kg. Z riešenia predchádzajúcej úlohy vieme, že 0,84 l medu „bez vody“ má hmotnosť 1,27 kg. Pridáme do medu vodu tak, aby jej tam bolo 30 % („objemových“). Potom 0,84 l medu je 70 % celkového objemu. Ak 0,84 l je 70 %, tak 100 % objemu je $0,84 : 0,7 = 1,2$ litra. Pridali sme teda $1,2 - 0,84 = 0,36$ litra vody. Tá má hmotnosť 0,36 kg. To znamená, že 1,2 litra 30-percentného medu má hmotnosť $1,27 + 0,36 = 1,63$ kg. Hľadaná hmotnosť je preto $1,63 : 1,2 = 1,3583...$

Nadváha a obezita 1

106/1 Chýbajúci údaj v poslednom riadku druhého stĺpca je 10 889, pretože posledný riadok obsahuje súčet čísel v predchádzajúcich riadkoch.

106/2 V roku 2001 trpelo obezitou spolu 1 599 chlapcov a dievčat z testovanej vzorky.

106/3 V r. 2001 sa na testovaní zúčastnilo celkom 21 631 chlapcov a dievčat.

Zrážky

118/1 áno, áno, nie (väčší ako 100 mm bol len v 5 mesiacoch roka), nie, nie (medzi januárom a februárom nastal pokles), áno, nie (najväčší pokles bol medzi augustom a septembrom).

118/2 Úhrn zrážok za 2. štvrťrok bol približne 400 mm.

118/3 Nie, nemá pravdu. Správne je každé zdôvodnenie založené na skutočnosti, že uvedený graf nezobrazuje množstvo zrážok v jednotlivých dňoch mesiaca, ale len súčet zrážok za jednotlivé dni mesiaca (čiže, že priamka spájajúca dve susedné hodnoty nesúvisí s množstvom zrážok v jednotlivých dňoch, ale je iba spojnicou dvoch susedných hodnôt grafu).



ŤAHÁK – ZOPAKUJME SI TO NAJDÔLEŽITEJŠIE

CELÉ ČÍSLA

Prirodzené čísla **1; 2; 3; 4; 5...** spolu so zápornými číslami **-1; -2; -3; -4; -5...** a s číslom **0** tvoria celé čísla.

Absolútna hodnota kladného čísla a čísla **0** je to isté číslo: $|4| = 4, |0| = 0$

Absolútna hodnota záporného čísla je číslo k nemu opačné: $|-4| = 4$

Absolútna hodnota každého čísla je jeho vzdialenosť na číselnej osi od nuly.



Sčítanie celých čísel

Dve záporné čísla sčítam tak, že ich sčítam bez znamienka a do výsledku pridám mínus.

$$-20 + (-37) = -57 \rightarrow (20 + 37 = 57, \text{výsledok je } -57)$$

Kladné a záporné číslo sčítam tak, že si ich predstavím bez znamienka, od väčšieho čísla odčítam menšie a do výsledku pridám znamienko toho čísla, ktoré bolo ďalej od nuly.

$$-20 + 37 = +17 \rightarrow (37 - 20 = 17, \text{výsledok je } +17, \text{lebo ďalej od nuly je číslo } +37)$$

$$20 + (-37) = -17 \rightarrow (37 - 20 = 17, \text{výsledok je } -17, \text{lebo ďalej od nuly je číslo } -37)$$

Odčítanie celých čísel

Odčítať dané číslo je to isté, ako pripočítať číslo k nemu opačné.

$$20 - 37 = 20 + (-37) = -17$$

$$-37 - (-20) = -37 + 20 = -17$$

Násobenie celých čísel

Celé čísla násobíme tak, akoby boli dané čísla bez znamienka a do výsledku dopíšeme znamienko podľa tabuľky.

krát	plus	mínus
plus	plus	mínus
mínus	mínus	plus

$$3 \cdot 4 = +12$$

$$3 \cdot (-4) = -12$$

$$-3 \cdot 4 = -12$$

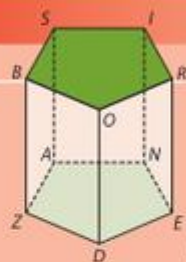
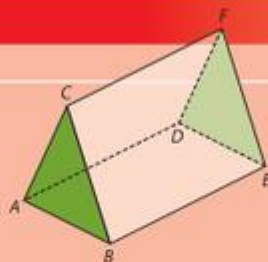
$$-3 \cdot (-4) = +12$$

(Znamienko **+** vo výsledku nemusíme písať.)



HRANOLY

Na obrázku vidíme ukážku dvoch hranolov.



Každý hranol má **dve rovnaké steny, ktoré voláme podstavy**. Podstavy hranola ležia oproti sebe.

Všetky ostatné steny hranola voláme bočné steny, boky. Bočné steny sú obdĺžniky.

Hranoly pomenúvame pomocou ich vrcholov tak, že za sebou vypíšeme v rovnakom poradí pomenovania podstav.

Na obrázku je trojboký hranol **ABCDEF** alebo aj **BCAEFD**, alebo aj **DEFABC**.

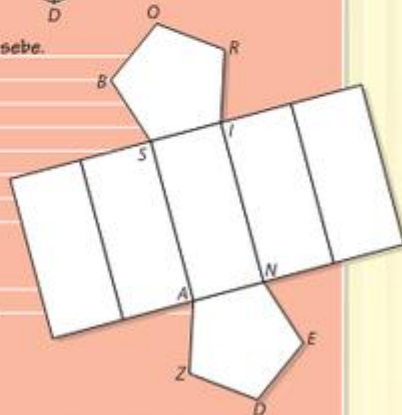
Podľa toho, koľko bočných stien má hranol, hovoríme o trojbokých, štvorbokých, päťbokých... hranoloch.

Hranoly, ktorých podstava je pravidelný útvar, sa volajú pravidelné hranoly.



Z bočných stien ľahko vytvoríme plášť hranola.

Na obr. je sieť hranola **ZDENABORIS** z horného obrázka.



ZÁVISLOSTI A PÍSMENÁ

A je o 3 väčšie ako B je to isté ako B je o 3 menšie ako A

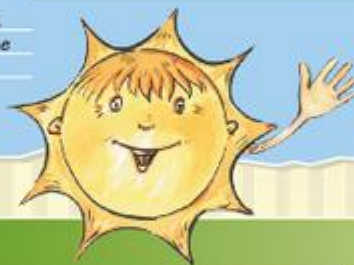
$A = B + 3$ alebo $B = A - 3$ alebo $A - B = 3$

A je 3-krát väčšie ako B je to isté ako B je 3-krát menšie ako A

$A = 3 \cdot B$ alebo $B = A : 3$ alebo $A : B = 3$

Vo výrazoch $4,2 - c$, resp. $3 \cdot A + 2$ voláme c , resp. A premenná.
 Ak vo výraze $s = 4,2 - c$ za c dosadíme napr. číslo 3, dostaneme
 hodnotu výrazu s v bode 3:

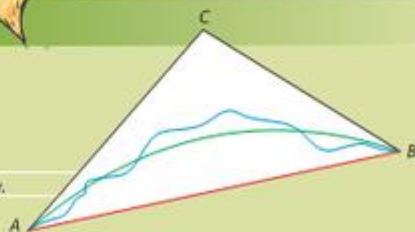
$s(3) = 4,2 - 3 = 1,2$



TROJUHOLNÍKY

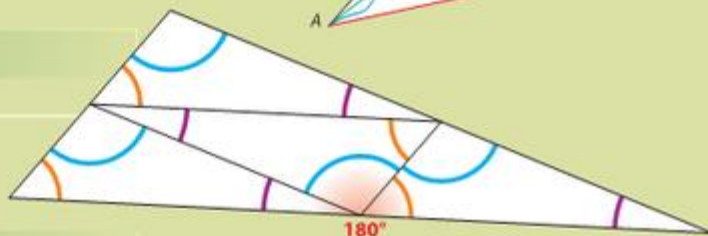
Trojuholníková nerovnosť

Najkratšia vzdialenosť medzi bodmi A, B je dĺžka úsečky AB.
 Preto súčet dĺžok ľubovoľných dvoch strán trojuholníka je väčší ako dĺžka zvyšnej strany.



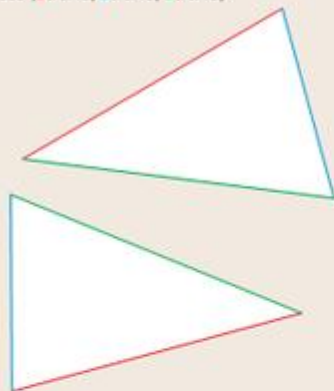
Súčet uhlov v trojuholníku

Súčet všetkých uhlov v trojuholníku je vždy **180°**.

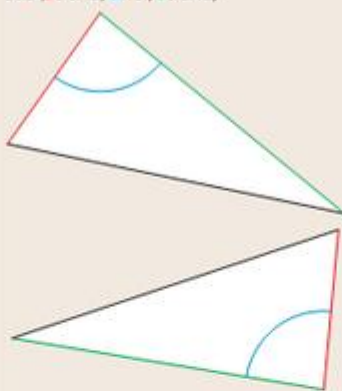


Vety o zhodnosti trojuholníkov

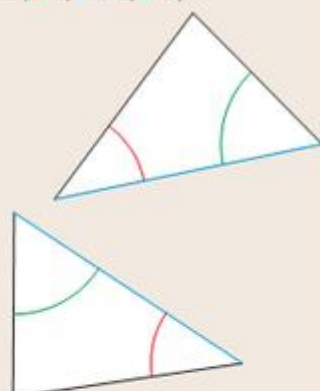
sss (strana, strana, strana)



sus (strana, uhol, strana)



usu (uhol, strana, uhol)



Meno žiaka alebo žiačky

Šk. rok

Stav učebnice
na začiatku šk. rokaStav učebnice
na konci šk. roka

1				
2				
3				
4				

Obsah

I. Pripomíname si a niečo aj pridávame /4

Zlomok ako časť celku /4

Zlomky a ich znázornenie /4

Rovnosť zlomkov, ich rozširovanie a krátenie /6

Racionálne čísla /7

Čo je racionálne číslo? /7

Číselná os a porovnávanie racionálnych čísel /8

Sčítanie a odčítanie zlomkov /10

Násobenie a delenie zlomkov /12

Výpočty so zlomkami na kalkulačke /13

Časti celku, percentá a promile /15

Jedno percento, jedno promile /16

Aký je celok? /18

Aká časť celku to je? Koľko je to percent? Koľko promile? /19

Rôzne základy /20

Kocky a kvádre /22

Znázorňovanie kocky, kvádra a ďalších telies /22

Nárys, bokorys a pôdorys /25

Sieť a povrch kocky a kvádra /26

Jednotky objemu a objem kvádra a kocky /28

Kombinatorika /32

Priama a nepriama úmernosť /34

Priama úmernosť /34

Nepriama úmernosť /36

Priama či nepriama úmernosť? Alebo niečo celkom iné? /37

Diagramy /39

Finančná matematika /41

Dane /41

Úroky /42

Pomer a mierka /44

Jednoduché konštrukcie /46



2. Čísla s mínusom /49

Počítame poschodia /49

Nadmorská výška /53

Účtovné knihy /58

3. Závislosti a písmená /64

O niekoľko viac, o niekoľko menej /64

Niekoľkokrát viac, niekoľkokrát menej /65

Časť celku /68

Porovnávanie častou celku, percentami /71

Križom-krážom s výrazmi /73

4. Celé čísla /80

Usporiadanie a porovnávanie celých čísel /81

Meranie teploty a číselná os /83

Sčítanie celých čísel /88

Odčítanie celých čísel /91

Násobenie celých čísel /94

Hráme sa s robotom Samom /97

5. Hranoly I /99

Sieť hranola /102

6. Kružnica a kruh I /105

Vlastnosti kružnice /107

Tálesova kružnica /114

Výsledky úloh /120

